

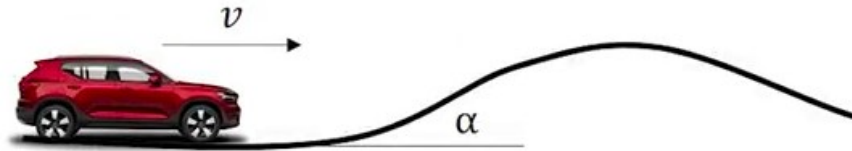
## Control y Sistemas

### Trabajo práctico: Control en espacio de estados

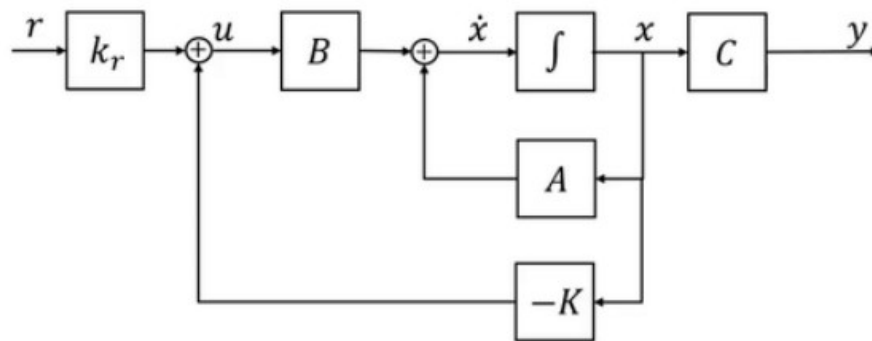
Resuelva los siguientes ejercicios en MATLAB o SIMULINK.

#### 1) Ubicación de polos por respuesta en el tiempo.

Se propone el control por ubicación de polos de un sistema de velocidad constante o velocidad crucero. El objetivo del control es seguir la velocidad de referencia proporcionada. La perturbación del sistema está dada por un cambio en el ángulo del terreno ( $\alpha$ ).



El modelo matemático de la planta está dado por:



$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.25 & 0 \\ 0.00005 & -0.0024 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 20000 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u + \begin{bmatrix} 0 \\ -9.82 \end{bmatrix} \Delta d_1$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}$$

donde  $\Delta x_1$  es la fuerza en las ruedas,  $\Delta x_2$  es la velocidad en las ruedas,  $\Delta u$  es la señal de entrada y  $\Delta d_1$  es la perturbación.

El vehículo está viajando a 20 m/s sobre una ruta plana. La perturbación se considera nula.

En el siguiente modelo de control de velocidad crucero,

- Verifique si el sistema es controlable.
- Encuentre el valor de la matriz  $K$  para  $\omega_n=0.6$  y  $\zeta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ , donde  $p(s)=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$  es el polinomio característico deseado.
- Encuentre el valor de  $kr$
- Simule la respuesta del sistema realimentado.
- Agregue una perturbación de 2 grados de inclinación en el terreno a los 20 segundos de simulación. Analice la respuesta del sistema. ¿Es satisfactoria?
- Qué conclusiones se derivan de la simulación de este modelo sin y con perturbación?

## 2) Acción integral con método de Ackermann.

Agregue un estado adicional al sistema del ejercicio 1 dado por una acción integral. Ubique el tercer polo en  $p_3=-3\omega_n\zeta$ . Aplique ubicación de polos por fórmula de Ackermann para el sistema aumentado. Repita los items a) hasta el f) del ejercicio 1 (sin el punto c)).

## 3) Ubicación de polos por respuesta en el tiempo.

Considere el caso donde se desea diseñar un controlador para el siguiente polinomio característico deseado,

$$p(s)=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$$

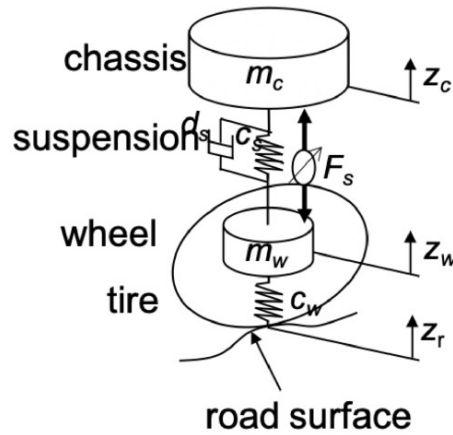
Con las siguientes especificaciones:

Medida de desempeño	Caso A	Caso B
Settling time, $T_s$	2.0 s	4.0 s
Overshoot, $M_p$	0 %	10 %

- ¿Cuáles son los valores de  $\omega_n$  y  $\zeta$  para el caso A? Grafique la respuesta al escalón.
- ¿Cuáles son los valores de  $\omega_n$  y  $\zeta$  para el caso B? Grafique la respuesta al escalón.

#### 4) Control óptimo.

Un sistema de suspensión activa se puede modelar como,



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_w+c_s}{m_w} & -\frac{d_s}{m_w} & \frac{c_s}{m_w} & \frac{d_s}{m_w} & -\frac{1}{m_w} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_w}{m_w} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

donde  $x_1$  es la posición de la rueda,  $x_2$  es la velocidad de la rueda,  $x_3$  es la posición del chasis,  $x_4$  es la velocidad del chasis y  $x_5$  es la fuerza del actuador.  $d$  es la perturbación del sistema, la posición de la superficie del terreno.

Description	Parameter	Value [unit]
Quarter car chassis mass	$m_c$	401 [kg]
Wheel mass	$m_w$	48 [kg]
Suspension damping coefficient	$d_s$	2200 [N/m]
Suspension spring coefficient	$c_s$	23000 [N/m]
Wheel spring coefficient	$c_w$	250000 [N/m]
Actuator time constant	$\tau$	0.001 [s]

Se propone encontrar una solución de compromiso entre confort al andar y estabilidad del vehículo .

Considere las siguientes ecuaciones,

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q_y y + u^T Q_u u) dt$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C^T Q_y C x + u^T Q_u u) dt = \int_0^{\infty} (x^T Q_x x + u^T Q_u u) dt$$

$$Q_x = C^T Q_y C$$

$$Q_y = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{y_{1,max}^2} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2}{y_{2,max}^2} \end{bmatrix} \quad Q_u = \frac{\rho}{u_{max}^2}$$

Se fijan  $y_{1,max}=0,05$  m,  $y_{2,max}=5$  m/s<sup>2</sup>, como la distancia entre la rueda y la aceleración del chasis; y  $u_{max}=1000$  N. Estos números dan una buena relación entre desplazamiento de la suspensión y aceleración del chasis. Además,

- Verifique si el sistema es controlable.
- Encuentre el valor de la matriz K para  $\alpha_1=\alpha_2=1$  y  $\rho=1$  .
- Encuentre el valor de  $kr$ .
- Utilice el modelo en Simulink provisto para analizar la respuesta del sistema a una perturbación de 5 cm al pasar por arriba de un reductor de velocidad.