

# Control y Sistemas

## Trabajo práctico: Control en espacio de estados

Resuelva los siguientes ejercicios en MATLAB o SIMULINK.

### 1) Ubicación de polos por respuesta en el tiempo.

Considere el caso donde se desea diseñar un controlador para el siguiente polinomio característico deseado,

$$p(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

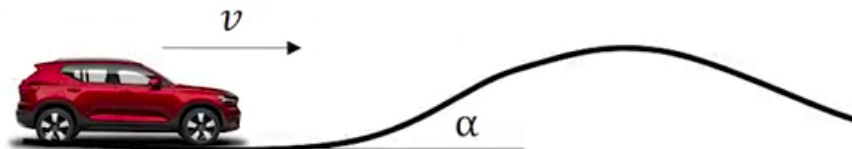
Con las siguientes especificaciones:

Medida de desempeño	Caso A	Caso B
Settling time, $T_s$	2.0 s	4.0 s
Overshoot, $M_p$	0 %	10 %

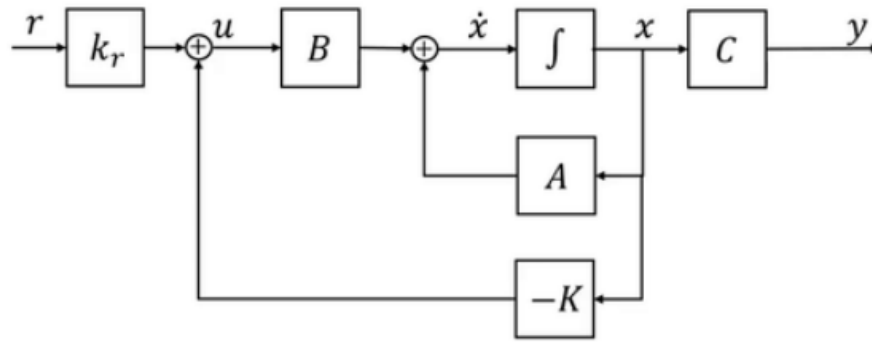
- ¿Cuáles son los valores de  $\omega_n$  y  $\zeta$  para el caso A? Grafique la respuesta al escalón.
- ¿Cuáles son los valores de  $\omega_n$  y  $\zeta$  para el caso B? Grafique la respuesta al escalón.

### 2) Ubicación de polos por respuesta en el tiempo.

Se propone el control por ubicación de polos de un sistema de velocidad constante o velocidad crucero. El objetivo del control es seguir la velocidad de referencia proporcionada. La perturbación del sistema está dada por un cambio en el ángulo del terrero ( $\alpha$ ).



El modelo matemático de la planta está dado por:



$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.25 & 0 \\ 0.00005 & -0.0024 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 20000 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u + \begin{bmatrix} 0 \\ -9.82 \end{bmatrix} \Delta d_1$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}$$

donde  $\Delta x_1$  es la fuerza en las ruedas,  $\Delta x_2$  es la velocidad en las ruedas,  $\Delta u$  es la señal de entrada y  $\Delta d_1$  es la perturbación.

El vehículo está viajando a 20 m/s sobre una ruta plana. La perturbación se considera nula.

En el siguiente modelo de control de velocidad crucero,

- Verifique si el sistema es controlable.
- Encuentre el valor de la matriz  $K$  para  $\omega_n=0.6$  y  $\zeta=1/\sqrt{2}$ , donde  $p(s)=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2$  es el polinomio característico deseado.
- Encuentre el valor de  $k_r$ .
- Agregue la perturbación dada por el archivo roaddist.mat Analice la respuesta del sistema. ¿Es satisfactoria?.
- Qué conclusiones se derivan de la simulación de este modelo?

### 3) Acción integral.

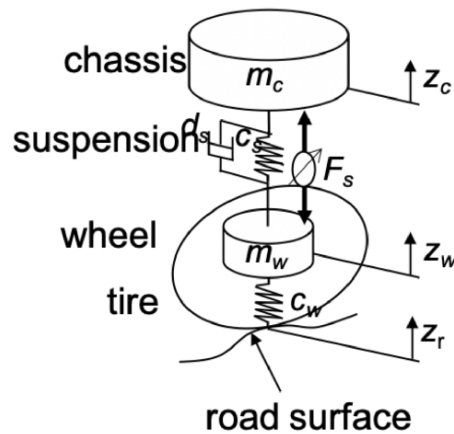
Aplique acción integral al sistema del ejercicio 2. Analice los puntos del a) al e). Para el tercer polo considere  $p_3 = -3\omega_n \zeta$ .

### 4) Ubicación de polos por fórmula de Ackermann.

Aplique ubicación de polos por fórmula de Ackermann al sistema del ejercicio 3. Analice los puntos del a) al f). Use el mismo criterio del ejercicio 2. Para el tercer polo considere  $p_3 = -3\omega_n \zeta$ .

### 5) Control óptimo.

El siguiente sistema de suspensión activa se puede modelar como,



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_w+c_s}{m_w} & -\frac{d_s}{m_w} & \frac{c_s}{m_w} & \frac{d_s}{m_w} & -\frac{1}{m_w} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_w}{m_w} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

donde  $x_1$  es la posición de la rueda,  $x_2$  es la velocidad de la rueda,  $x_3$  es la posición del chasis,  $x_4$  es la velocidad del chasis y  $x_5$  es la fuerza del actuador.  $d$  es la perturbación del sistema, la posición de la superficie del terreno.

Description	Parameter	Value [unit]
Quarter car chassis mass	$m_c$	401 [kg]
Wheel mass	$m_w$	48 [kg]
Suspension damping coefficient	$d_s$	2200 [N/m]
Suspension spring coefficient	$c_s$	23000 [N/m]
Wheel spring coefficient	$c_w$	250000 [N/m]
Actuator time constant	$\tau$	0.001 [s]

El ejercicio propone encontrar una solución de compromiso entre confort al andar y seguridad.

Considere las siguientes ecuaciones,

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q_y y + u^T Q_u u) dt$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C^T Q_y C x + u^T Q_u u) dt = \int_0^{\infty} (x^T Q_x x + u^T Q_u u) dt$$

$$Q_x = C^T Q_y C$$

$$Q_y = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{y_{1,max}^2} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2}{y_{2,max}^2} \end{bmatrix} \quad Q_u = \frac{\rho}{u_{max}^2}$$

Se fijan  $y_{1,max}=0,05$  m,  $y_{2,max}=5$  m/s<sup>2</sup>, como la distancia entre la rueda y la aceleración del chasis; y  $u_{max}=1000$  N. Estos números dan una buena relación entre desplazamiento de la suspensión y aceleración del chasis. Además,

- Verifique si el sistema es controlable.
- Encuentre el valor de la matriz K para  $\alpha_1=\alpha_2=1$  y  $\rho=1$ .
- Encuentre el valor de kr.
- Utilice el modelo en Simulink provisto para analizar la respuesta del sistema a una perturbación de 5 cm al pasar por arriba de un reductor de velocidad.