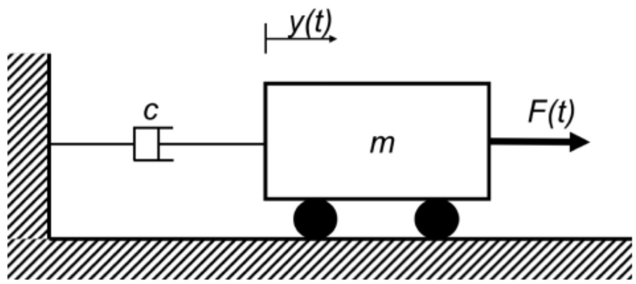
Control y Sistemas

Trabajo práctico: Estimación de estados

Resuelva los siguientes ejercicios en MATLAB o SIMULINK.

1) Cálculo de la ganancia del observador (*L*).

El siguiente sistema mecánico,



está descripto por el siguiente modelo en espacio de estados,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u$$

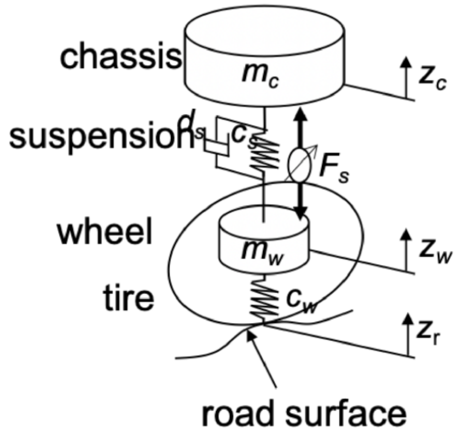
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

donde $m=1$ y $c=1$ y x_1 es la posición de la masa, x_2 es la velocidad de la masa, u es la fuerza e y es la posición.

a) Determine si el sistema es observable.
b) Determine la ganancia del observador $L=[l_1 \;\; l_2]^T$ para el polinomio característico deseado $p_{des}(s)=(s+p)^2$, con $p=-4$.
c) Verifique si el sistema es observable para $C=[0 \;\; 1]$. ¿Qué conclusión puede sacar?.
d) La regla de “a ojo de buen cubero”(*rule of thumb*), indica que los polos del observador deben ser entre 4 y 5 veces más rápidos que los polos del sistema realimentado. para el polinomio característico deseado $p_{des}(s)=(s+p)^2$, con $p=-4$.¿Dónde ubicaría los polos del observador según esta regla?

2) Matriz de observabilidad.

El siguiente sistema de suspensión activa se puede modelar como,



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_w+c_s}{m_w} & -\frac{d_s}{m_w} & \frac{c_s}{m_w} & \frac{d_s}{m_w} & -\frac{1}{m_w} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_w}{m_w} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_s}{m_c} & \frac{d_s}{m_c} & -\frac{c_s}{m_c} & -\frac{d_s}{m_c} & \frac{1}{m_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

donde x_1 es la posición de la rueda, x_2 es la velocidad de la rueda, x_3 es la posición del chasis, x_4 es la velocidad del chasis y x_5 es la fuerza en el actuador. d es la perturbación del sistema, la posición de la superficie del terreno.

Description	Parameter	Value [unit]
Quarter car chassis mass	m_c	401 [kg]
Wheel mass	m_w	48 [kg]
Suspension damping coefficient	d_s	2200 [N/m]
Suspension spring coefficient	c_s	23000 [N/m]
Wheel spring coefficient	c_w	250000 [N/m]
Actuator time constant	τ	0.001 [s]

Se desean evaluar tres escenarios de observabilidad para determinar el o los sensores más convenientes de usar en el modelo.

a) ¿Es el sistema observable para la matriz *C* sumistrada?
b) Si la matriz *C* es $C=[-1\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0]$, ¿qué variable se está midiendo? ¿El sistema es observable?
c) Si la matriz *C* es $C=[1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$, ¿qué variable se está midiendo? ¿El sistema es observable?

3) Filtro de Kalman

Considere que el sistema mecánico del ejercicio 1 está afectado por ruido según el modelo,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + w$$

donde $m=1$ y $c=1$. Los ruidos de proceso v y de medición w son gaussianos de media cero y varianzas. Como el ruido de proceso afecta solo a uno de los 2 estados, esto debe ser incorporado en la solución de la ecuación de Riccati como

$$AP + PA^T + HR_vH^T - PC^T R_w^{-1} CP = 0$$

1. Utilice el ejemplo provisto como modelo de partida para la resolución de este ejercicio.
2. Plantee la solución del sistema usando un filtro de Kalman discreto.
3. Debe discretizar la matriz A con la siguiente fórmula,

$$A_d = e^{A * \Delta T}$$

4. El intervalo de muestreo es $\Delta T = 0.5$ segundos.
5. $R_v = 0.1$ Y $R_w = 1$.
6. $x_0 = [2 \ \ 0]^T$ y $P_0 = diag([1 \ \ 0.1].^2)$.
7. $u = \sin(t/5)$.