UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA.

GUIA DE EJERCICIOS Nº 7 .
(CÁLCULO DIFERENCIAL DE INGENIERIA)

A) Determinar la derivada que se pide para cada una de las funciones dadas .

	FUNCIÓN	DERIVADA
1)	$f(x) = x^5 - 3x^3 + 8x - 5$	$f^{(4)}(x)$
2)	$f(x) = (x^2 - 3x)^6$	$f''(x)$
3)	$f(x) = \text{sen}\,(x^2)$	$f'''(x)$
4)	$f(x) = \dfrac{2}{x^2}$	$f'''(x)$
5)	$f(x) = \dfrac{x}{2 - x}$	$f''(x)$
6)	$y = x^2 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$	y'''
7)	$y = (2x^3 + 2)^5$	y'''
8)	$y = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$	y'''
9)	$y = \dfrac{1}{2x + 5}$	$f^{(4)}(x)$
10)	$f(x) = 4x^5 + 3x^3 - \dfrac{1}{x}$	$f^{(4)}(x)$
11)	$f(x) = \dfrac{2x + 1}{3x - 2}$	$f^{(2)}(x)$
12)	$f(x) = -9x + 15\ln x$	$f^{(3)}(x)$

13) $f(x) = e^{2x+1}$ $\qquad f^{(n)}(x)$

14) $f(x) = 2x^6 - 7\sqrt{x} + 5$ $\qquad f^{(6)}(x)$

15) $f(x) = \tan^3(2x - 1)$ $\qquad f^{(2)}(x)$

16) $f(x) = \cot^{-1}(x^3)$ $\qquad f''(x)$

17) $f(x) = \ln(\operatorname{sen} x^2)$ $\qquad f''(x)$

18) $f(x) = \sqrt{5x - 1}$ $\qquad f'''(x)$

19) $f(x) = \dfrac{1 - x}{1 + x}$ $\qquad f'''(x)$

20) $f(x) = 5^{\tan x}$ $\qquad f'''(x)$

21) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2 - 3x}}$ $\qquad f'''(x)$

22) $f(x) = \sqrt{x}$ $\qquad f^{(n)}(x)$

23) $f(x) = \dfrac{1}{(1 - x)^2}$ $\qquad f^{(n)}(x)$

24) $f(x) = \dfrac{1}{3x^3}$ $\qquad f^{(n)}(x)$

25) $y = e^{-2x}$ $\qquad y^{(n)}$

26) $y = xe^{-x}$ $\qquad y^{(n)}$

27) $f(x) = \operatorname{sen} x$ $\qquad f^{(n)}(x)$

28) $f(x) = \cos x$ $\qquad f^{(n)}(x)$

29) $f(x) = \cos 2x$ $\qquad f^{(n)}(x)$

30) $f(x) = (2x + 1)^{-1}$ $\qquad f^{(n)}(x)$

B) Aplicando diferenciación implícita determine x’ e y’ para las siguientes ecuaciones .

1) $x^2 + 3x + xy = 5$ $\qquad$ 2) $x^2 + y^2 = 8$

3) $x^4 + x^2y^3 - y^5 = 2x + 1$ $\qquad$ 4) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$

5) $y^2 - 2y = x$ $\qquad$ 6) $4x^2 + y^2 = 8$

7) $3\sqrt{x} - 5xy = \sqrt{5y}$ 8) $3y + \cos y = x^2$

9) $(y-1)^2 = 4(x+2)$ 10) $y^3 - 2y + 2x^3 = 4x + 1$

11) $x^3y^2 = 2x^2 + y^2$ 12) $x^5 - 6xy^3 + y^4 = 1$

13) $(x^2 + y^2)^6 = x^3 - y^3$ 14) $y = (x-y)^2$

15) $y^{-3}x^6 + y^6x^{-3} = 2x + 1$ 16) $y^4 - y^2 = 10x - 3$

17) $\dfrac{y}{x - y} = x^2 + 1$ 18) $\dfrac{x + y}{x - y} = x$

19) $y^2 = \dfrac{x - 1}{x + 2}$ 20) $\dfrac{x}{y^2} + \dfrac{y^2}{x} = 5$

21) $x \operatorname{sen}(y) + \cos(2y) = \cos y$ 22) $xy = \operatorname{sen}(xy)$

23) $x + y = \cos(xy)$ 24) $x = \sec y$

25) $x \operatorname{sen} y - y \cos x = 1$ 26) $xy = \cot(xy)$

27) $x = \cot^{-1}(\frac{1}{y})$ 28) $xy + \cos^{-1}(xy^2) = x^2y$

29) $\operatorname{sen}^{-1}(\operatorname{sen}(xy)) = \operatorname{sen}(x+y)$

30) $\csc^{-1}(x^2 + y^2) = x + y$

C) Determine $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ mediante diferenciación implícita .

1) $x^3 + y^3 = 1$ 2) $4y^3 = 6x^2 + 1$

3) $xy^4 = 5$ 4) $x^2 - y^2 = 25$

5) $x^2 + 4y^2 = 16$ 6) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

7) $x + y = \operatorname{sen} y$ 8) $y^2 - x^2 = \tan 2x$

9) $x^2 + 2xy - y^2 = 1$ 10) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$

D) Determine la ecuación general de la recta tangente a la curva en el punto indicado .

1) $x^4 + y^3 = 24$ $P(-2, 2)$

2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ $\quad$ $x = 3$

3) $y^2 = x^3(2 - x)$ $\quad$ $P(1, 1)$

4) $\tan y = x$ $\quad$ $y = \frac{\pi}{4}$

5) $3y + \cos y = x^2$ $\quad$ $P(1, 0)$

6) $x \cos y = 1$ $\quad$ $P(2, \frac{\pi}{3})$

E) Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de la ecuación dada donde la recta tangente es horizontal .

1) $x^2 - xy + y^2 = 3$ $\quad$ 2) $y^2 = x^2 - 4x + 7$

F) En cada uno de los siguientes literales haga lo que se pide .

1) Determine el o los puntos sobre la gráfica de $x^2 + y^2 = 25$ donde la pendiente de la tangente es $\frac{1}{2}$.

2) Encuentre el punto donde se cortan las rectas tangentes a la gráfica de $x^2 + y^2 = 25$ en $(-3, 4)$ y $(-3, -4)$.

3) Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de $y^3 = x^2$ donde la recta tangente es perpendicular a la recta $y + 3x - 5 = 0$.

4) Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de $x^2 - xy + y^2 = 27$ donde la recta tangente es paralela a la recta $y = 5$.

G) Compruebe que las gráficas de las ecuaciones dadas son ortogonales en el punto de intersección indicado .

1) $y^2 = x^3$ $\quad$ $2x^2 + 3y^2 = 5$ $\quad$ $(1, 1)$

2) $y^3 + 3x^2y = 13$ $\quad$ $2x^2 - 2y^2 = 3x$ $\quad$ $(2, 1)$.

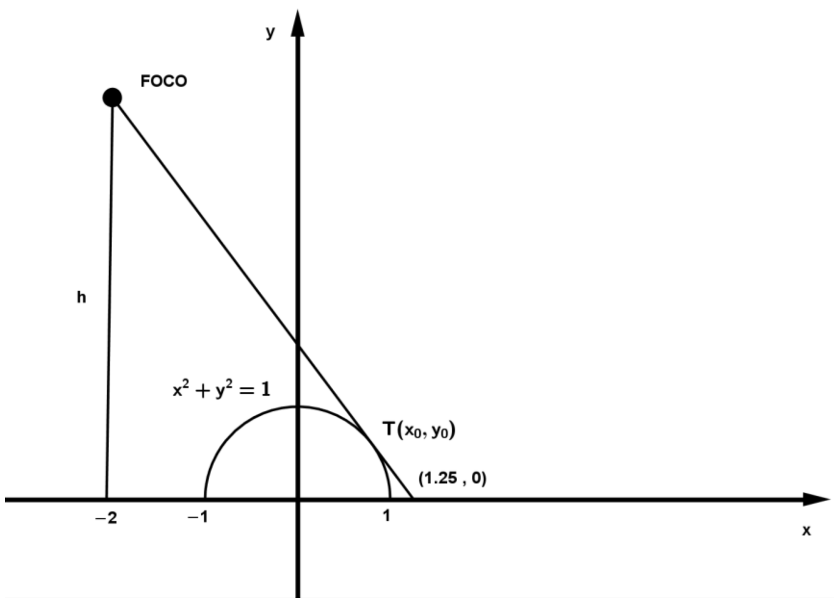
H) Demuestre que :

1) La recta normal a $x^3 + y^3 = 3xy$ en el punto $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ pasa por el origen .

2) Las gráficas de $2x^2 + y^2 = 6$ e $y^2 = 4x$ se intersectan en ángulos rectos .

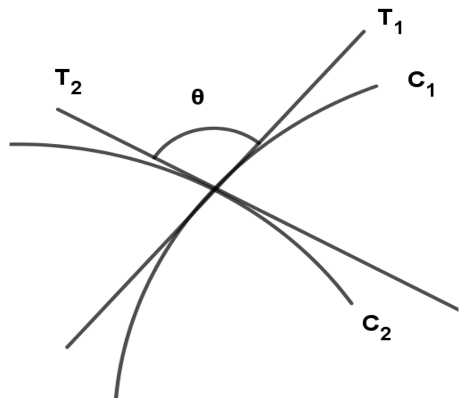
3) Las hipérbolas $xy = 1$ y $x^2 - y^2 = 1$ se intersectan en ángulos rectos .

G) ¿A qué altura h debe estar el foco de la siguiente figura , si el punto $(1.25 , 0)$ está en el borde de la región iluminada?



H) Suponga que las curvas C_1 y C_2 se intersecan en (a , b) con pendientes m_1 y m_2 , respectivamente , como se muestra a continuación . Entonces el ángulo positivo θ de C_1 (es decir , desde la recta tangente a C_1 en (a , b)) a C_2 satisface

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$



I) Compruebe por derivación implícita que la tangente a la elipse

$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ en el punto (x_0 , y_0) viene dada por $\dfrac{x_0 x}{a^2} + \dfrac{y_0 y}{b^2} = 1$.

J) Demuestre las siguientes proposiciones .

1) Si $x^2 + y^2 = 1$ entonces $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{1}{y^3}$

2) Si $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ entonces $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

3) Si $x^2 + 25y^2 = 100$ entonces $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{4}{25y^3}$