

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**  
**FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA.**

**GUIA DE EJERCICIOS N° 3 .**  
**(CÁLCULO DIFERENCIAL DE INGENIERIA)**

**A)** Utilizando el círculo unitario , determine los valores de las funciones trigonométricas en el ángulo que se indica .

- |                        |                       |                       |                        |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $-\pi$              | 2) $-\frac{\pi}{4}$   | 3) $-\frac{\pi}{6}$   | 4) $\frac{5\pi}{4}$    |
| 5) $-\frac{7\pi}{6}$   | 6) $\frac{11\pi}{6}$  | 7) $\frac{4\pi}{3}$   | 8) $-\frac{5\pi}{3}$   |
| 9) $\frac{5\pi}{3}$    | 10) $\frac{23\pi}{4}$ | 11) $\frac{19\pi}{4}$ | 12) $-\frac{47\pi}{6}$ |
| 13) $\frac{301\pi}{3}$ | 14) $-315^\circ$      |                       |                        |

**B)** Pruebe las identidades básicas siguientes :

- 1)  $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$
- 2)  $\tan^2 t + 1 = \sec^2 t$
- 3)  $1 + \cot^2 t = \csc^2 t$

**C)** Con las identidades del literal anterior , encuentre todas las funciones trigonométricas :

- 1)  $\cos t = \frac{3}{5} \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}$
- 2)  $\sin t = \frac{5}{13} \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}$

- 3)  $\sin t = -\frac{8}{17} \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}$
- 4)  $\cos t = -\frac{4}{5} \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi$
- 5)  $\cos t = \frac{12}{13} \quad -\frac{\pi}{2} < t < 0$
- 6)  $\sin t = -\frac{15}{17} \quad \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$
- 7)  $\tan t = -\frac{3}{4} \quad 0 < \cos t$
- 8)  $\sec t = 3 \quad \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$
- 9)  $\sec t = 2 \quad \sin t < 0$
- 10)  $\tan t = \frac{1}{4} \quad \pi < t < \frac{3\pi}{2}$
- 11)  $\tan t = -4 \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi$

**D)** Demuestre las siguientes identidades , las cuales son bastante importantes por la frecuencia que se presentan ( Suponga como verdadera la identidad  $\cos (t - v) = \cos t \cos v + \sin t \sin v$  ).

- 1)  $\cos (t + v) = \cos t \cos v - \sin t \sin v$
- 2)  $\sin \left( \frac{\pi}{2} - t \right) = \cos t$
- 3)  $\cos \left( \frac{\pi}{2} - t \right) = \sin t$
- 4)  $\sin (t + v) = \sin t \cos v + \sin v \cos t$
- 5)  $\sin (t - v) = \sin t \cos v - \sin v \cos t$
- 6)  $\sin (2t) = 2 \sin t \cos t$

$$\begin{aligned}
 7) \quad \cos(2t) &= \cos^2 t - \sin^2 t \\
 &= 1 - 2 \sin^2 t \\
 &= 2 \cos^2 t - 1
 \end{aligned}$$

$$8) \quad \sin^2 t = \frac{1 - \cos 2t}{2}$$

$$9) \quad \cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}$$

$$10) \quad \sin^2 \frac{1}{2}t = \frac{1 - \cos t}{2}$$

$$11) \quad \cos^2 \frac{1}{2}t = \frac{1 + \cos t}{2}$$

**E)** Pruebe las siguientes identidades :

$$1) \quad (\tan t + \cot t)^2 = \sec^2 t \csc^2 t$$

$$2) \quad \tan^2 t - \sin^2 t = \tan^2 t \sin^2 t$$

$$3) \quad \frac{\sec t + 1}{\sec t - 1} = \frac{1 + \cos t}{1 - \cos t}$$

$$4) \quad \frac{1 - \cot^2 t}{1 + \cot^2 t} = \sin^2 t - \cos^2 t$$

$$5) \quad \frac{1}{\tan t + \cot t} = \sin t \cos t$$

$$6) \quad \frac{\csc^2 t - 1}{\sec^2 t - 1} = \cot^4 t$$

$$7) \quad \frac{1}{\csc t - 1} - \frac{1}{\csc t + 1} = 2 \tan^2 t$$

$$8) \quad \frac{1}{1 + \sin t} + \frac{1}{1 - \sin t} = 2 \sec^2 t$$

$$9) \quad \frac{\sin t}{1 + \cos t} + \frac{1 + \cos t}{\sin t} = 2 \csc t$$

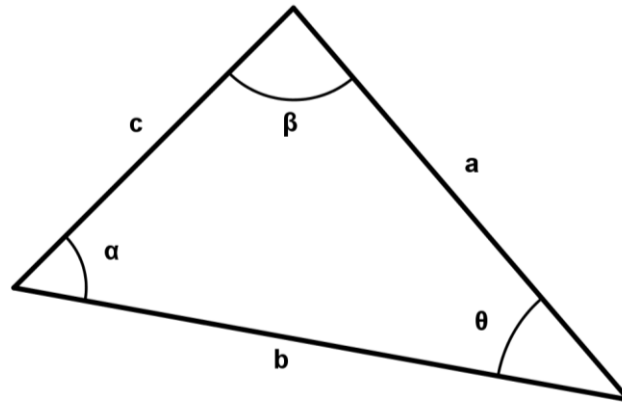
$$10) \quad \frac{\cos t}{1 + \sin t} = \frac{1 - \sin t}{\cos t}$$

- 11)  $\sec t + \tan t = \frac{1}{\sec t - \tan t}$
- 12)  $\sin^3 t + \cos^3 t + \sin t \cos^2 t + \sin^2 t \cos t = \sin t + \cos t$
- 13)  $\frac{\sin^3 t + \cos^3 t}{\sin t + \cos t} = 1 - \sin t \cos t$
- 14)  $\frac{\tan^3 t + \sec t \tan t - \sec t \cos t}{\sec t - \cos t} = \tan t \sec t + \sin t$
- 15)  $\tan(t + v) = \frac{\tan t + \tan v}{1 - \tan t \tan v}$
- 16)  $\tan(t - v) = \frac{\tan t - \tan v}{1 + \tan t \tan v}$
- 17)  $\cot(t - v) = \frac{\cot t \cot v + 1}{\cot v - \cot t}$
- 18)  $\csc(t + v) = \frac{\csc t \csc v}{\cot t + \cot v}$
- 19)  $\frac{1 - \cos 8t}{8} = \sin^2 2t \cos^2 2t$
- 20)  $\frac{\sin(t + v) + \sin(t - v)}{\cos(t + v) + \cos(t - v)} = \tan t$
- 21)  $\frac{\sin(t - v)}{\sin t \sin v} = \cot v - \cot t$
- 22)  $\cos(t + v) \cos(t - v) = \cos^2 t - \sin^2 v$
- 23)  $\cos t \sin(t + v) - \sin t \cos(t + v) = \sin v$
- 24)  $\sin t \cos v = \frac{1}{2} [\sin(t + v) + \sin(t - v)]$
- 25)  $\cos t \sin v = \frac{1}{2} [\sin(t + v) - \sin(t - v)]$
- 26)  $\cos t \cos v = \frac{1}{2} [\cos(t + v) + \cos(t - v)]$
- 27)  $\sin t \sin v = \frac{1}{2} [\cos(t - v) - \cos(t + v)]$

**F)** Determine cada valor que se pide , en caso de que estén definidas :

- 1)  $\text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$
- 2)  $\text{cos}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$
- 3)  $\text{sen}^{-1} (2)$
- 4)  $\text{sen}^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
- 5)  $\text{tan}^{-1} (\sqrt{3})$
- 6)  $\text{sen}^{-1} (-2)$
- 7)  $\text{tan}^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$
- 8)  $\text{tan}^{-1} (-1)$
- 9)  $\text{sen}^{-1} (\sqrt{3})$
- 10)  $\text{cos}^{-1} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
- 11)  $\text{sen} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) \right)$
- 12)  $\text{sen} \left( \text{sen}^{-1} (10) \right)$
- 13)  $\text{sen}^{-1} \left( \text{sen} \left( \frac{5\pi}{6} \right) \right)$
- 14)  $\text{tan} \left( \text{tan}^{-1} (10) \right)$
- 15)  $\text{cos}^{-1} \left( \text{cos} \left( \frac{\pi}{3} \right) \right)$
- 16)  $\text{tan}^{-1} \left( \text{tan} \left( \frac{2\pi}{3} \right) \right)$
- 17)  $\text{tan} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right)$
- 18)  $\text{cos} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right)$
- 19)  $\text{tan} \left( 2 \text{sen}^{-1} \left( \frac{\pi}{3} \right) \right)$
- 20)  $\text{cos}^{-1} \left( \sqrt{3} \text{sen} \left( \frac{\pi}{6} \right) \right)$
- 21)  $\text{sen} \left( \text{cos}^{-1} \left( \frac{3}{5} \right) \right)$
- 22)  $\text{tan} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{4}{5} \right) \right)$
- 23)  $\text{cos} \left( \text{tan}^{-1} (2) \right)$
- 24)  $\text{sen} \left( 2 \text{sen}^{-1} \left( \frac{3}{5} \right) \right)$
- 25)  $\text{tan} \left( 2 \text{tan}^{-1} \left( \frac{5}{13} \right) \right)$
- 26)  $\text{sen} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \text{cos}^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right)$
- 27)  $\text{cos} \left( \text{sen}^{-1} \left( \frac{3}{5} \right) - \text{cos}^{-1} \left( \frac{3}{5} \right) \right)$

**G)** Dado el siguiente triángulo :



La siguiente relación de proporcionalidad , se le conoce como la Ley del Seno :

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \theta} .$$

La otra relación importante que se establece es la Ley del Coseno , que damos a conocer a continuación :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

Basándonos en el mismo triángulo , determinemos los lados o ángulos que faltan .

1)  $\alpha = 42^\circ$      $\beta = 56^\circ$      $c = 33.2$

2)  $a = 1894$      $b = 2246$      $c = 3548$

3)  $a = 23.5$      $b = 23.5$      $\alpha = 52^\circ$

4)  $a = 10$      $b = 20$      $\theta = 60^\circ$

5)  $a = 17$      $b = 14$      $\alpha = 38.8^\circ$

6)  $a = 0.5$      $c = 0.4$      $\beta = 48^\circ$

7)  $b = 15.3$      $c = 18$      $\beta = 27.3^\circ$

- 8)  $b = 100$      $c = 200$      $\alpha = 120^\circ$   
9)  $a = 19.8$      $c = 15.3$      $\theta = 31^\circ$   
10)  $a = 1$      $b = 2$      $c = 2.5$   
11)  $b = 28.3$      $c = 22.5$      $\theta = 39.9^\circ$   
12)  $b = 10$      $c = 8$      $\alpha = 98.53^\circ$