UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA.

GUIA DE EJERCICIOS Nº 5 .
(CÁLCULO DIFERENCIAL DE INGENIERIA)

A) Obtenga la ecuación general de la recta tangente a la gráfica de la ecuación dada en el punto indicado . Calcule , además , la de la recta normal .

1) $f(x) = 9 - x^2$ $\quad P(2\,,5)$
2) $f(x) = x^2 + 4$ $\quad P(-1\,,5)$
3) $f(x) = -x^2 + x + 1$ $\quad P(1\,,1)$
4) $f(x) = 2x^2 + 4x$ $\quad P(-2\,,0)$
5) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ $\quad P(3\,,0)$
6) $f(x) = x^3 + 3$ $\quad P(1\,,4)$
7) $f(x) = \sqrt{x + 5}$ $\quad P(-4\,,1)$
8) $f(x) = 1 - x^3$ $\quad P(2\,,-7)$
9) $f(x) = \text{sen } x$ $\quad P(0\,,0)$
10) $f(x) = \cos x$ $\quad P(0\,,1)$

B) Aplicando la definición de derivada obtenga $f'(x)$.

1) $f(x) = 20$
2) $f(x) = -4$
3) $f(x) = 7x + 3$
4) $f(x) = 8 - 5x$
5) $f(x) = 4 + 5x - 2x^2$
6) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$
7) $f(x) = 8 - x^3$
8) $f(x) = x^3 + x$
9) $f(x) = \dfrac{x + 1}{x - 1}$
10) $f(x) = \dfrac{2x + 3}{3x - 2}$

11) $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - x$ 12) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

13) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x - 1}}$ 14) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{3 - x}}$

15) $f(x) = \text{sen } x$ 16) $f(x) = \cos x$

C) Determine $f'(x)$ aplicando las reglas básicas .

1) $f(x) = 2x^2$ 2) $f(x) = 3x^3$

3) $f(x) = \pi x$ 4) $f(x) = \pi x^3$

5) $f(x) = 2x^{-2}$ 6) $f(x) = -3x^{-4}$

7) $f(x) = \dfrac{\pi}{x}$ 8) $f(x) = \dfrac{a}{x^3}$

9) $f(x) = \dfrac{100}{x^5}$ 10) $f(x) = \dfrac{3}{4x^5}$

11) $f(x) = x^2 + 2x$ 12) $f(x) = 3x^4 + x^3$

13) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

14) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 - 5x^2 + \pi x + \pi^2$

15) $f(x) = \pi x^7 - 2x^5 - 5x^{-2}$ 16) $f(x) = x^{12} + 5x^{-2} - \pi x^{-10}$

17) $f(x) = \dfrac{3}{x^3} + x^{-4}$ 18) $f(x) = 2x^{-6} + x^{-1}$

19) $f(x) = 2x^{-6} + x^{-1}$ 20) $f(x) = \dfrac{3}{x^3} - \dfrac{1}{x^4}$

21) $f(x) = \dfrac{1}{2x} + 2x$ 22) $f(x) = \dfrac{2}{3x} - \dfrac{2}{3}$

23) $f(x) = x(x^2 + 1)$ 24) $f(x) = 3x(x^3 - 1)$

25) $f(x) = (2x + 1)^2$ 26) $f(x) = (-3x + 2)^2$

27) $f(x) = (x^2 + 2)(x^3 + 1)$ 28) $f(x) = (x^4 - 1)(x^2 + 1)$

29) $f(x) = (x^7 + 7)(x^3 - 3x + 1)$

30) $f(x) = (x^4 + 2x)(x^3 + 2x^2 + 1)$

31) $f(x) = (5x^2 - 7)(3x^2 - 2x)$

32) $f(x) = (3x^2 + 2x)(x^4 - 3x + 1)$

33) $f(x) = \dfrac{1}{3x^2 + 1}$

34) $f(x) = \dfrac{2}{5x^2 - 1}$

35) $f(x) = \dfrac{1}{4x^2 - 3x + 9}$

36) $f(x) = \dfrac{4}{2x^3 - 3x}$

37) $f(x) = \sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

38) $f(x) = \dfrac{2x - \sqrt{x}}{\sqrt{x^5}}$

39) $f(x) = \dfrac{x - 1}{x + 1}$

40) $f(x) = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$

41) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{3x + 5}$

42) $f(x) = \dfrac{5x - 4}{3x^2 + 1}$

43) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{2x + 1}$

44) $f(x) = \dfrac{5x^2 + 2x - 6}{3x - 1}$

45) $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 5}{2x - 45}$

46) $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 2x - 3}$

D) Determine lo que se pide para cada uno de los siguientes literales .

1) Obtenga la ecuación general de la recta tangente a la curva $y = 2x^2 + 3$ que sea paralela a la recta $8x - y + 3 = 0$.

2) Determine los puntos de la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ cuya recta tangente se horizontal .

3) Determine los puntos de la gráfica de la función $f(x) = x^4 - 4x^3$ cuya recta tangente se horizontal .

4) Determine la ecuación general de la recta normal a la curva $y = 2 - \dfrac{1}{3}x^2$ que sea paralela a la recta $x - y = 0$.

5) Obtenga la ecuación general de la recta normal a la curva $y = x^3 - 3x$ que sea paralela a la recta $2x + 18y - 9 = 0$.

6) Demuestre que no existe una recta que pase por el punto $P(1\ ,5)$ que sea tangente a la curva $y = 4x^2$.

7) Demuestre que no existe una recta que pase por el punto $P(1\ ,2)$ que sea tangente a la curva $y = 4 - x^2$.

8) Pruébese que la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{1}{x\ +\ 2}$ no tiene recta tangente horizontal .

9) Pruébese que la gráfica de la función $f(x) = 6x^3 + 5x - 3$ no tiene una recta tangente cuya pendiente sea 4 .

10) Determine las ecuaciones generales de las dos rectas que pasan por el punto $P(2\ ,-3)$ que sean tangentes a la parábola $y = x^2 + x$.

11) Determine los puntos de la gráfica $f(x) = x^2 - 5$ tal que la recta tangente intercepte al eje x en el punto $P(-3\ ,0)$.

12) Encuentre las condiciones sobre los coeficientes a , b y c de modo que la gráfica de la función polinomial $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga exactamente una tangente horizontal . Exactamente dos tangentes horizontales . Ninguna tangente horizontal .

E) Determine los intervalos donde $f\,'(x) > 0$ y donde $f\,'(x) < 0$.

1) $f(x) = x^2 + 8x - 4$ 2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

3) $f(x) = (x - 2)(4x^2 + 8x + 4)$ 4) $f(x) = -8x^2 + 10x + 42$.

F) Anteriormente se ha probado que $D_x\,(\text{sen } x) = \cos x$ y que $D_x\,(\cos x) = -\,\text{sen } x$. Entonces compruebe que :

1) $D_x (\tan x) = \sec^2 x$

2) $D_x (\cot x) = -\csc^2 x$

3) $D_x (\sec x) = \sec x \tan x$

4) $D_x (\csc x) = -\csc x \cot x$

5) $D_x (\text{sen } x \cos x) = \cos (2x)$

6) $D_x (\text{sen}^2 x) = \text{sen } (2x)$

7) $D_x (\tan^2 x) = 2 \tan x \sec^2 x$

8) $D_x (\text{sen } 2x) = 2 \cos (2x)$

G) Calcule $f'(x)$ si :

1) $f(x) = 4x^3 + x + 5\text{sen } x$

2) $f(x) = x^2 \text{ sen } x$

3) $f(x) = \cos^2 x$

4) $f(x) = x^2 - \cos x$

5) $f(x) = 4x^3 + x + 5\text{sen } x$

6) $f(x) = (x^3 - 2) \tan x$

7) $f(x) = 1 + 7\text{sen } x - \tan x$

8) $f(x) = 3\cos x - 5\cot x$

9) $f(x) = x \text{ sen } x$

10) $f(x) = x^3\cos x - x^3\text{sen } x$

11) $f(x) = (4\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x})\cos x$

12) $f(x) = (\csc x)^{-1}$

13) $f(x) = \dfrac{1}{1 + \cos x}$

14) $f(x) = \dfrac{\text{sen } x}{2 - \cos x}$

15) $f(x) = \text{sen}^2 x + \cos^2 x$

16) $f(x) = \dfrac{1 + \csc x}{1 + \sec x}$

H) Determine la ecuación general de la recta tangente de la función trigonométrica dada en el punto indicado .

1) $f(x) = \text{sen } x \qquad x = 0$

2) $f(x) = \cos x \qquad x = 0$

3) $f(x) = \text{sen } x \qquad x = \dfrac{\pi}{2}$

4) $f(x) = \csc x \qquad x = \dfrac{\pi}{2}$

5) $f(x) = \sec x \qquad x = 0$

6) $f(x) = \tan x \qquad x = 0$

7) $f(x) = \cot x \qquad x = \dfrac{\pi}{2}$

8) $f(x) = \csc x \qquad x = \dfrac{\pi}{2}$

I) Determine , por medio de las derivadas laterales , si las siguientes funciones son derivables en el punto que se indica .

1) $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } \; x \le -4 \\ -x - 6 & \text{si } \; -4 < x \end{cases} \qquad a = -4$

2) $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ x - 1 & \text{si } 0 \le x \end{cases}$ $\qquad a = 0$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 \le x \end{cases}$ $\qquad a = -1$

4) $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \le 1 \\ x + 1 & \text{si } 1 < x \end{cases}$ $\qquad a = 1$

5) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 0 \\ -x^2 & \text{si } 0 < x \end{cases}$ $\qquad a = 0$

6) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & \text{si } x \le 2 \\ 8x - 11 & \text{si } 2 < x \end{cases}$ $\qquad a = 2$

7) $f(x) = |x - 3|$ $\qquad a = 3$

8) $f(x) = 1 + |x + 2|$ $\qquad a = -2$

REGLAS BÁSICAS PARA DERIVAR.

1) Si $f(x) = C$, donde c es una constante real, entonces $f'(x) = 0$.

2) Si $f(x) = x^r$, donde $r \in R$, entonces $f'(x) = r\,x^{r-1}$.

3) Si $f(x) = c\,g(x)$, donde c es una constante real y g es una función, entonces $f'(x) = c\,g'(x)$.

4) Si $f(x) = g_1(x) + g_2(x) + \dots\dots + g_n(x)$ entonces
$f'(x) = g'_1(x) + g'_2(x) + \dots\dots + g'_n(x)$.

5) Si $f(x) = g(x)\,h(x)$ entonces $f'(x) = g(x)\,h'(x) + g'(x)\,h(x)$.

6) Si $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$ entonces $f'(x) = \dfrac{h(x)g'(x) - g(x)h'(x)}{(h(x))^2}$.