

Analisis Aromatizado

Ernesto Rodriguez - Juan Roberto Alvaro Saravia

Universidad Francisco Marroquin

ernestorodriguez@ufm.edu - juanalvarado@ufm.edu

- A cada operación se le asigna un **costo**
- Este costo se conoce como **costo aromatzizado**
- Si una operación tiene un costo menor que su **costo aromatzizado**, la diferencia se convierte en **credito**.
- El **credito** se puede utilizar para compensar operaciones con costo más alto que su **costo aromatzizado**.
- El **credito** debe ser positivo en todo momento.

Ejemplo: Pila

- La pila se encuentra en un estado inicial antes de la ejecución del programa (pila vacía)
- El estado de la pila se modificará mediante una serie de operaciones.
- Cada operación debe dejar suficiente crédito para poder aplicar la operación inversa (si es que la hay).
- En otras palabras, el crédito disponible debe ser suficiente para que el comportamiento de la pila con crédito sea consistente con el comportamiento esperado.

Ejemplo: Una Pila

Previamente:

Push	1
Pop	1
Multipop	$\min(s, k)$

Ahora:

Push	2
Pop	0
Multipop	0

Ejemplo: Una Pila

Intuición:

- Cada vez que hacemos push, adicional al elemento que fue empujado se empuja una unidad de credito.
- Cuando se desea hacer pop, se consume la unidad de credito que fue dejada por la operacion push.
- De esta manera, siempre se dispone de credito para la operación pop sin importar el estado de la pila.
- Debido a que solo se “cuentan” las operaciones push, el costo aromatzado es $\mathcal{O}(n)$ – proporcional al numero de push.

Pregunta: ¿Que sucede si la pila no esta vacia al principio?

Ejemplo: Contador Binario

- ¿Cual es la operación que tiene un costo al incrementar un contador binario?
- ¿Que operación invierte el cambio hecho anteriormente?
- ¿Como podemos acreditar la 1era operación para que se puede llevar a cabo la segunda?

Ejemplo: Contador Binario

- Cambiar un bit es la operación costosa en este ejemplo
- **Idea:** Cuano un bit se transforma de 0 a 1, se paga el costo.
- Adicionalmente, se abona credito para poder regresar dicho bit a cero.
- Cuando el bit se transforma a cero, se utiliza el credito abonado previamente.

Ejemplo: Contador Binario

- Cada operación, a lo sumo, convierte un bit de 0 a 1
- Por lo tanto, cada operación tiene un costo de 2.
- Los bits que pasan de 1 a 0 utilizan el credito disponible en cada bit para lograrlo.
- ¿Cual es el costo total?

Ejemplo: Contador Binario

- Cada operación, a lo sumo, convierte un bit de 0 a 1
- Por lo tanto, cada operación tiene un costo de 2.
- Los bits que pasan de 1 a 0 utilizan el credito disponible en cada bit para lograrlo.
- ¿Cual es el costo total?
 - $\mathcal{O}(n)$

Ejemplo: Contador Binario

- ¿Que sucede si el contador no inicia en cero?
- ¿Que sucede si se quiere decrementar el contador?

- El **credito** acumulado se representa como un potencial, no como credito asociado a un objeto.
- El potencial puede ser liberado para financiar trabajo futuro.
- Se asocia un **potencial** a la estructura de datos, no a valores que se encuentran en ella.
 - Se define una función $\Phi(D_i)$ la cual determina el potencial almacenado en la estructura D_i
 - El indice i de la estructura D_i indica el numero de operaciones que han sido aplicados a dicha estructura.

- Sea c_i el costo de la operación numero i
- El **costo aromatizado** $\hat{c}_i = c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})$ de la operación i
- El **costo aromatizado** de n operaciones por lo tanto es:
 - $\sum_{i=1}^n \hat{c}_i = \sum_{i=1}^n (c_i + \Phi(D_i) - \Phi(D_{i-1})) = \sum_{i=1}^n c_i + \Phi(D_n) - \Phi(D_0)$
- Si $\Phi(D_n) \geq \Phi(D_0)$, la suma de costos aromatizados es un limite superior al costo actual.
- Por lo general, se desconoce n , lo que significa que $\Phi(D_i) \geq \Phi(D_0)$ para todo i

Ejemplo: Pila

- $\Phi(D_i)$ es el numero de objetos en la pila.
 - El valor de $\Phi(D_0)$ es 0
 - Por lo tanto $\forall i > 0. \Phi(D_i) > \Phi(D_0)$
- ¿Cual es el costo de la operación push?
- ¿Cual es el costo de la operación pop?