

MODELIZACIÓN DE PROPIEDADES Y PROCESOS MATERIALES

1. RESUMEN

En este informe se describe el procedimiento de simulación de propagación de una fisura a través de piezas simétricas, cuya geometría es 2D, pero puede introducirse un determinado espesor. Este algoritmo permite calcular las tensiones en función de la longitud de la fisura y, además, obtener una animación que permite observar el camino de la fisura hasta la destrucción de la pieza.

2. DESARROLLO

2.1. MODELO

En este algoritmo se estudió la distribución de tensiones sobre una chapa con agujero. Para ello, se partió de la fabricación del modelo utilizando el software *gms* desde la plataforma *Jupyter Lab*. Para simplificar el programa, se utilizó únicamente medio modelo. El modelo entero no vale la pena de realizar ya que el programa tardaría el mucho más tiempo en ejecutarse, y un cuarto de pieza hace complejo el asunto ya que, si la fisura se propaga por los bordes, además de eliminar elementos del modelo se deberán eliminar nodos.

Los pasos para fabricar el modelo son:

- 1) Importar la librería
- 2) Inicializar el *gms*
- 3) Crear puntos característicos del modelo con *gms.model.geo.addPoint(x,y,z,lc)* donde *lc* es un parámetro que cuando más chico sea menor será el tamaño de los elementos cercanos al punto luego del *mesh*
- 4) Unir los puntos correspondientes con líneas y arcos utilizando *gms.model.geo.addLine(p1,p2)* y *gms.model.geo.addCircleArc(p2, pc, p3)* según corresponda
- 5) Generar una curva que contenga a todas las líneas y arcos mediante el comando *gms.model.geo.addCurveLoop([])*
- 6) Se genera una superficie con el loop anteriormente realizado
- 7) Se embeben puntos en la superficie, utilizados para producir un *mesheado* más pequeño en la zona donde se predice que puede propagarse la fisura.
- 8) Se genera el *mesh* en 2 dimensiones utilizando *gms.model.mesh.generate(2)*
- 9) Se establecen los grupos físicos, teniendo en cuenta cuales son las líneas que se traccionan, las líneas empotradas, y la superficie.

2.2. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Interactuando con el *gms* pueden obtenerse las matrices de coordenadas de los nodos (MN) y las matrices de conectividad de los elementos (MC).

Debido que se conocen que nodos se encuentran empotrados, puede determinarse que grado de libertad de cada nodo mantiene su posición. A estos se los identifica con un número y se los almacena en un vector *s*, mientras que, al resto de los nodos, cuyo desplazamiento es una incógnita, se los almacena en un vector *r*.

El modelo se le aplican tensiones sobre cada lado. Cada lado del modelo se encontrará particionado en líneas de distintas distancias, por lo que la tensión aplicada deberá distribuirse en cada una de estas líneas. La tensión distribuida dependerá de la longitud de la línea que cada elemento posea apoyada contra la pared donde es aplicada la tensión.

Con las matrices MC, MN, el módulo de elasticidad de la pieza, los grados de libertad por nodo, el espesor de la pieza, y el coeficiente de Poisson es posible calcular:

K = Matriz Rigidez

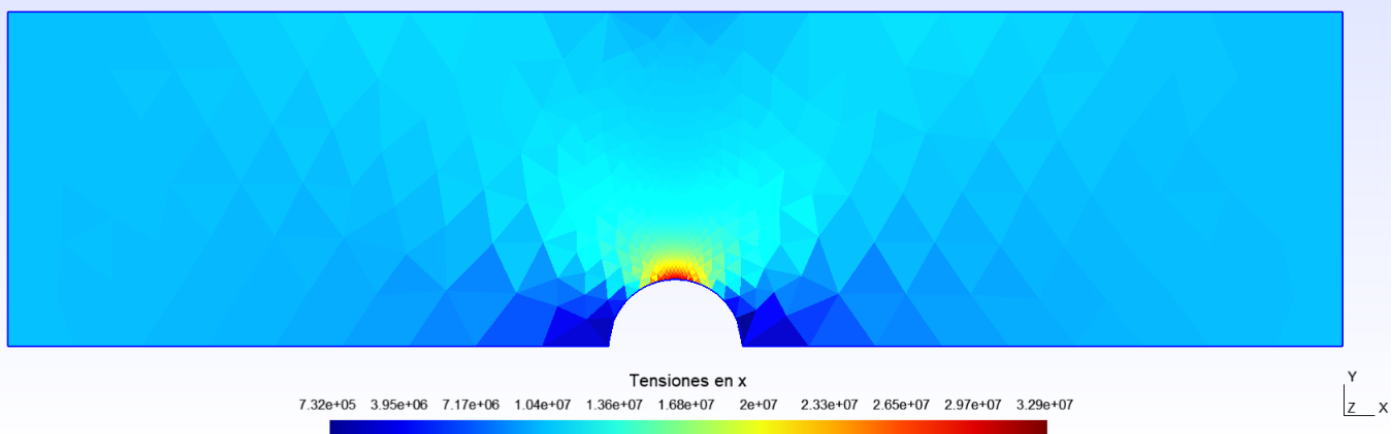
D = Matriz relación tensiones/deformación para un problema de tensiones planas (Ley de Hooke).

B = Matriz derivadas de las funciones de interpolación

Resolviendo a partir del Método de Elementos Finitos, con todos las matrices y vectores anteriormente nombrados, puede calcularse:

La fuerza aplicada en cada nodo, el desplazamiento de cada nodo, la deformación de cada elemento, las tensiones en las direcciones x e y en los elementos, y las tensiones de corte.

Los resultados obtenidos en imagen son:



2.3. FISURA

Este algoritmo se encarga de rastrear cual es elemento que posee la máxima tensión principal, darle un camino a la fisura eliminado ese elemento, rastrear el siguiente con máxima tensión, eliminarlo, propagar la fisura, y así sucesivamente.

Anteriormente dijimos que mediante el método de elementos finitos se obtienen σ_x , σ_y , y τ_{xy} . Con ellas es posible obtener la tensión principal máxima y la mínima. A nosotros nos interesa la máxima únicamente:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma_{m\acute{a}x}$$

A medida que se eliminan los elementos, incrementa la longitud de la fisura. Dicha longitud es capaz de ser medida fácilmente si la consideramos una línea recta. El criterio para medir la longitud de la fisura fue, tomar las coordenadas del nodo de menor altura del primer elemento eliminado, y las coordenadas del nodo de mayor altura del último elemento eliminado.

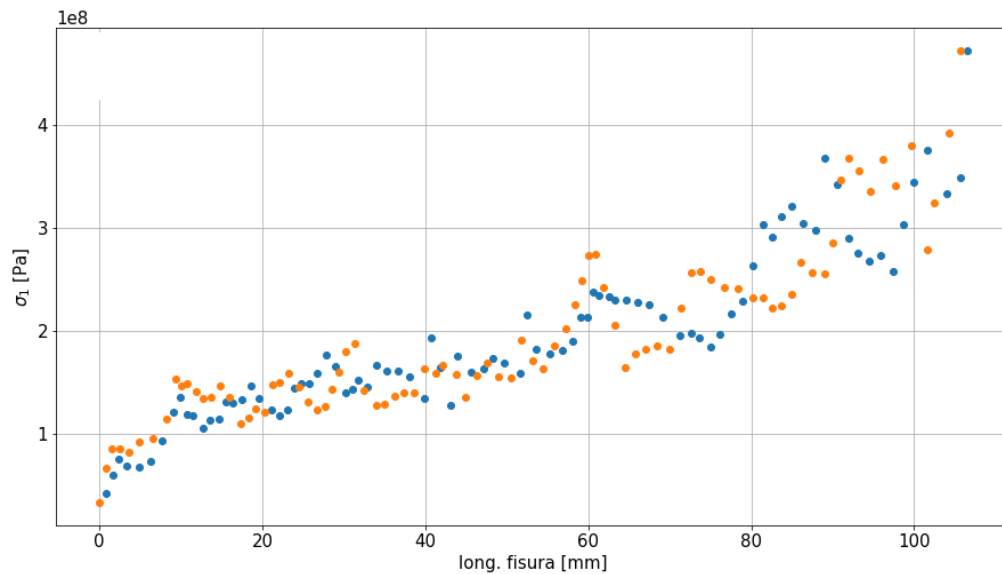
Tanto las mediciones de las tensiones principales como las longitudes de la fisura pueden acumularse en un vector, realizándose una medida cada vez que se elimina un elemento.

El sistema se encuentra discretizado, y podemos fingir que los pasos de eliminación de los elementos son como la unidad tiempo.

Inglis demostró que la tensión en el extremo de una grieta elipsoidal de longitud $2c$, con radio de curvatura ρ en dicho extremo, es:

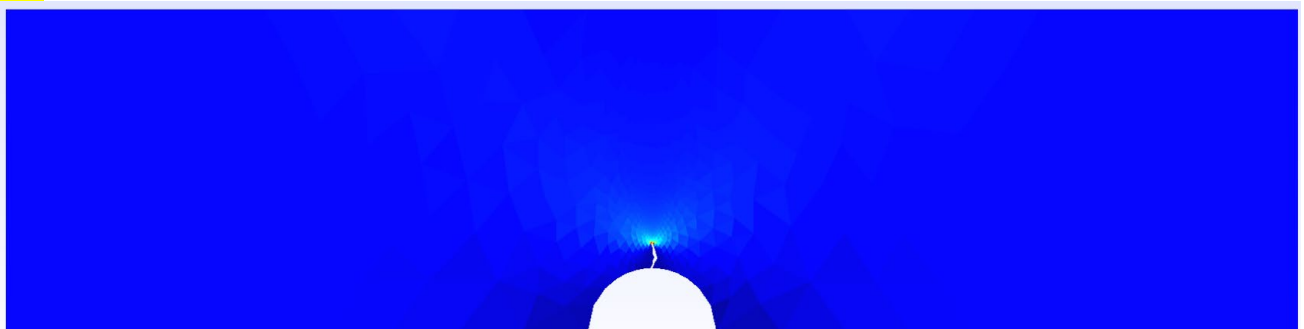
$$\sigma_{m\acute{a}x} = 2 \sigma \left(\frac{c}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Los resultados obtenidos del cálculo de las tensiones máximas en los elementos en función de la longitud de las fisuras son:



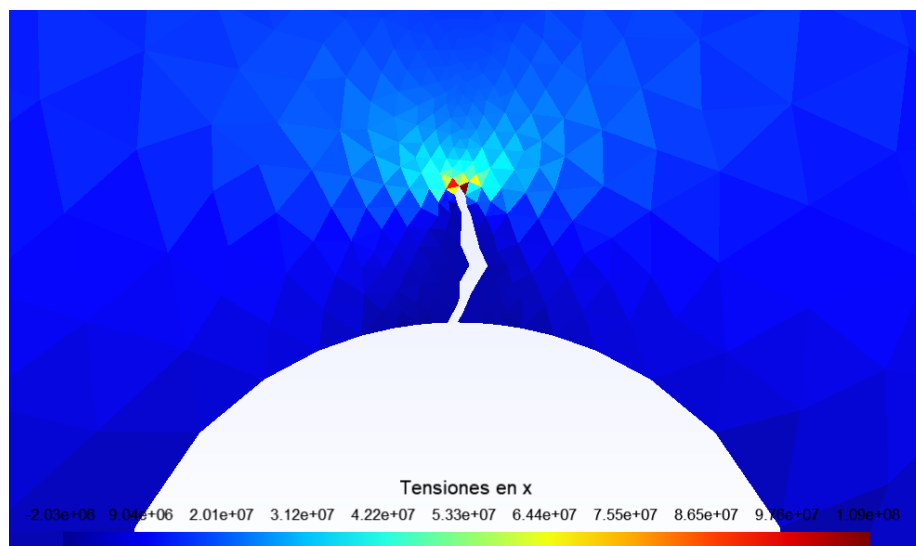
Se puede observar que hasta aproximadamente los 50mm de largo de fisura la función se aproxima bastante a una ecuación del tipo $y = \sqrt{x}$ tal como depende la función de Inglis de la longitud de la fisura.

Al eliminar los elementos correspondientes de la matriz de conectividad (MC) se logran obtener imágenes de este tipo:



Tensiones en x
-2.03e+06 9.04e+06 2.01e+07 3.12e+07 4.22e+07 5.33e+07 6.44e+07 7.55e+07 8.65e+07 9.76e+07 1.09e+08

Y
Z x



Tensiones en x
-2.03e+06 9.04e+06 2.01e+07 3.12e+07 4.22e+07 5.33e+07 6.44e+07 7.55e+07 8.65e+07 9.76e+07 1.09e+08

Vale aclarar que las fisuras simuladas están exageradas. Las fisuras generalmente se propagan de manera controlada durante distancias muy cortas, y una vez alcanzada una distancia crítica ésta se propaga descontroladamente. Este fenómeno lo explica la ecuación de Irwin-Orowan, donde para una determinada tensión aplicada, existe una longitud de fisura máxima que debe existir en la pieza, ya que, si hay fisuras de mayor longitud a esa, ésta se propagará rápidamente.

$$\text{Irwin Orowan} \rightarrow \sigma \geq \sqrt{\frac{2 E \gamma_p}{\pi a}}$$

$$\sigma \sqrt{\pi a} \geq \sqrt{2 E \gamma_p}$$

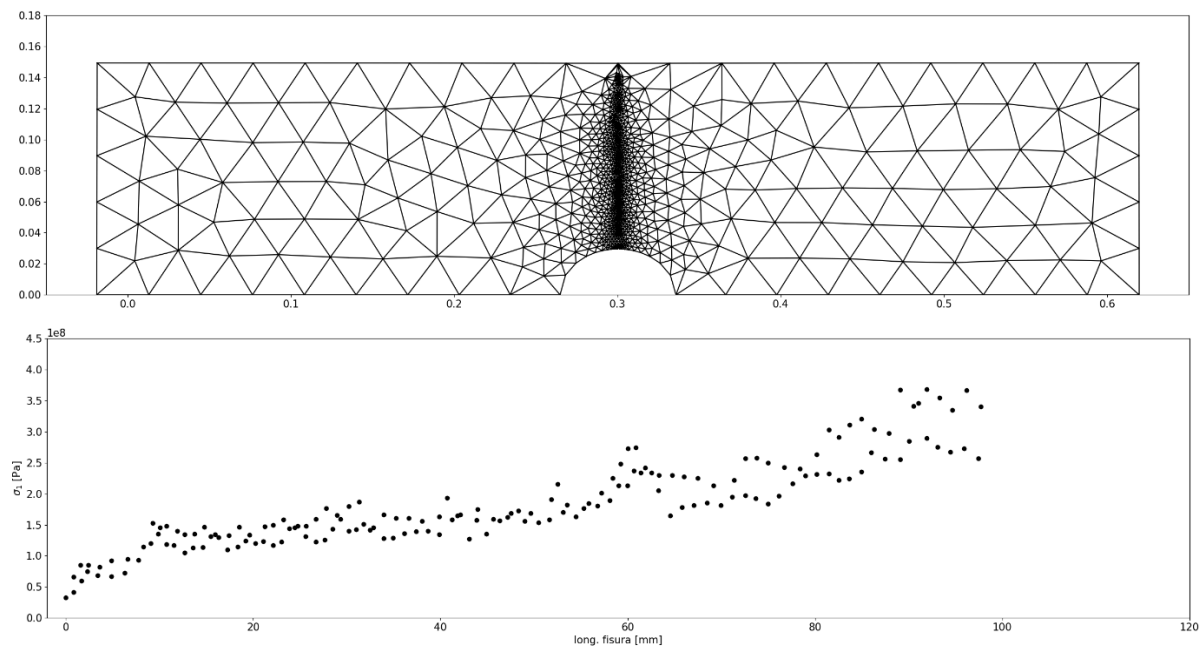
Donde cada termino es igual a:

$$K_I \geq K_{IC} \rightarrow \text{Condición para la propagación INESTABLE}$$

$$\text{Factor de intensificación de tensiones} \geq \text{Tenacidad a la fractura}$$

2.4. ANIMACIÓN

Utilizando el software *imagemagick* se ha realizado una animación que muestra como aumenta la tensión en simultaneo que se observa como avanza la fisura en la pieza.



3. CONCLUSIONES

A pesar de que no se haya aplicado con profundidad teoría de la mecánica de la fractura se han alcanzado resultados cercanos a la realidad, aunque no del todo. Pudo observarse con claridad que la punta de la fisura es la zona donde se concentran casi la totalidad de las tensiones, marcando el camino por el cual la pieza se destruye.

Se encontró buena similitud con la ecuación de Inglis.

4. A FUTURO

Este informe deja encaminada la implementación de la ecuación de Irwin-Orowan para tener en cuenta las distancias o tensiones críticas para la propagación inestable de las fisuras, considerando distintos valores de tenacidad a la fractura que pueden obtenerse de tabla para distintos materiales. Esto permitiría facilitar los cálculos para seleccionar materiales con mayor velocidad y eficiencia.