

# **Formalizando Matemáticas en Lean**

Fernando Chu

Diciembre 2025 - IMCA

# ¿Qué es Lean?

# ¿Qué es Lean?

Lean es un lenguaje de programación funcional y un asistente de pruebas de código abierto.

# ¿Qué es Lean?

Lean es un lenguaje de programación funcional y un asistente de pruebas de código abierto.

# ¿Qué es Lean?

Lean es un lenguaje de programación funcional y un asistente de pruebas de código abierto.

# ¿Qué es Lean?

Lean es un lenguaje de programación funcional y un asistente de pruebas de código abierto.

¿Por qué Lean?  
¿Por qué formalizar?

# Certeza de los resultados

Recordatorio: Todos cometemos errores!

Algunos ejemplos:

- La primera prueba del Teorema de Fermat de Wiles (1993) estaba equivocada.
- La hipótesis de homotopía fue demostrada por Kapranov y Voevodsky (1991). Años después, Simpson encontró un contraejemplo (1998)!
- Scholze, escribe sobre su propio teorema (2020):  
*...I think the theorem is of utmost foundational importance, so being 99.9% sure is not enough.*

# Certeza de los resultados

Recordatorio: Todos cometemos errores!

Algunos ejemplos:

- La primera prueba del Teorema de Fermat de Wiles (1993) estaba equivocada.
- La hipótesis de homotopía fue demostrada por Kapranov y Voevodsky (1991). Años después, Simpson encontró un contraejemplo (1998)!
- Scholze, escribe sobre su propio teorema (2020):  
*...I think the theorem is of utmost foundational importance, so being 99.9% sure is not enough.*

# Certeza de los resultados

Recordatorio: Todos cometemos errores!

Algunos ejemplos:

- La primera prueba del Teorema de Fermat de Wiles (1993) estaba equivocada.
- La hipótesis de homotopía fue demostrada por Kapranov y Voevodsky (1991). Años después, Simpson encontró un contraejemplo (1998)!
- Scholze, escribe sobre su propio teorema (2020):  
*...I think the theorem is of utmost foundational importance, so being 99.9% sure is not enough.*

# Certeza de los resultados

Recordatorio: Todos cometemos errores!

Algunos ejemplos:

- La primera prueba del Teorema de Fermat de Wiles (1993) estaba equivocada.
- La hipótesis de homotopía fue demostrada por Kapranov y Voevodsky (1991). Años después, Simpson encontró un contraejemplo (1998)!
- Scholze, escribe sobre su propio teorema (2020):  
*...I think the theorem is of utmost foundational importance, so being 99.9% sure is not enough.*

# Entendimiento de los resultados

Scholze retó a la comunidad de Lean a que formalizara su teorema (2020), seis meses después el reto fue cumplido. Él escribe:

*When I wrote the blog post half a year ago, I did not understand why the argument worked, (...) during the formalization, a significant amount of convex geometry had to be formalized (...) this made me realize that actually the key thing happening is a reduction from a non-convex problem over the reals to a convex problem over the integers.*

# Otras razones

- Asistencia en las pruebas:  
Ej., casos múltiples, argumentos rutinarios.
- Asistencia en la enseñanza:  
Ej., Tao formalizó su libro de análisis, hay cursos de primer año en varias universidades.
- Colaboración de las matemáticas:  
Ej., paralelización del trabajo: “Equational Theories Project” (Tao, 2024) con 65 contribuidores! Buzzard y FLT, etc.

# Otras razones

- Incentiva buenas abstracciones:  
Ej., Johan Commelin creó una nueva estructura algebraica para demostrar el teorema de Scholze.
- Archivo abierto de las matemáticas:  
Definiciones y pruebas “del Libro”. Preservación de resultados a través de generaciones.
- Posiciones laborales:  
Posiciones en academia e industria.
- (Especulativo) Un requisito en un futuro:  
Grandes matemáticos ya se están adelantando, y formalizando sus resultados (Tao, Riehl, Scholze, etc).

Una razón más:  
¡Es divertido!

¿Preguntas?

# Mathlib

No queremos definir todas las matemáticas desde 0.

Queremos una librería con todas las matemáticas básicas:

¡Mathlib!

# Mathlib

No queremos definir todas las matemáticas desde 0.

Queremos una librería con todas las matemáticas básicas:

¡Mathlib!

# Mathlib

No queremos definir todas las matemáticas desde 0.

Queremos una librería con todas las matemáticas básicas:

¡Mathlib!

# Mathlib

Mathlib es la librería de matemáticas formalizadas más grande del mundo.

- Desarrollada por más de 100 contribuyentes
- Más de 2 millones de líneas de código.
- Básicamente toda la matemática de nivel de pregrado ya está formalizada.
- Necesitamos más contribuyentes!

Los invito a unirse a la comunidad de Lean en Zulip:  
<https://leanprover.zulipchat.com/>

# Plan (Tentativo)

1. Día 1:
  - Lógica y Tácticas básicas
  - Sucesiones y Tácticas adicionales
2. Día 2:
  - Álgebra, estructuras y clases
  - Derivadas y coerciones
3. Día 3:
  - Tipos inductivos
  - Enteros, racionales y cocientes
4. Día 4:
  - Otros comentarios sobre formalización
  - Mini proyecto

# Formalizemos!

<https://tinyurl.com/leanimca>

<https://github.com/FernandoChu/LeanMinicurso2025>