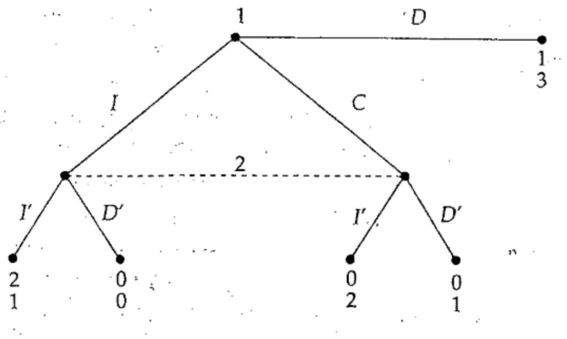
JUEGOS DINÁMICOS
INFORMACIÓN INCOMPLETA

- El tratamiento de los juegos dinámicos y su representación en forma extensiva, con información completa, nos condujo al equilibrio de Nash. Sin embargo, no todo equilibrio de Nash del juego podía ser coherente con la estructura del juego.
- Por lo tanto, introduciremos el equilibrio bayesiano perfecto en juegos dinámicos con información incompleta.

Ejemplo 1: (Juego de información perfecta)

- Considere un juego dinámico de dos jugadores, con información completa, pero imperfecta.
- 1 elige entre tres acciones I, C o D. Si 1 elige D, se acaba el juego sin que juegue 2. Si 1 elige I o C, 2 se da cuenta de que D no ha sido elegida (pero no de si ha sido elegida I o C), y entonces elige entre dos acciones, I' o D', tras lo cual el juego termina.



		J_2	
		I'	D'
J_1	I	2, 1	0, 0
	C	0, 2	0, 1
	D	1, 3	1, 3

Mediante mejor respuesta:
$EN = \{(I, I'), (D, D')\}$

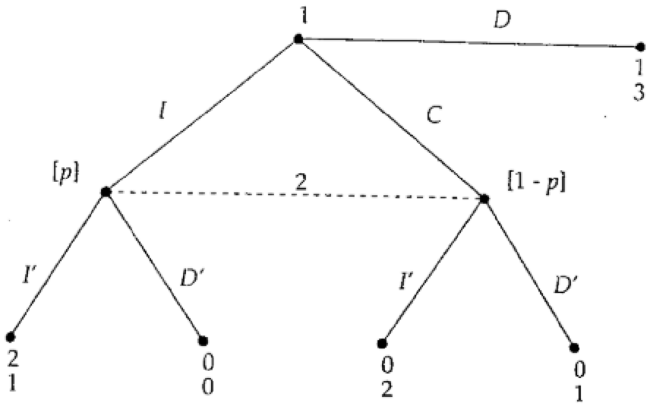
- Equilibrios de Nash en estrategias puras: (I, I') y (D, D').
- Se deduce que el único subjuego es el propio juego completo. Entonces, los dos EN hallados son perfectos en subjuegos.
- Pero observamos que el $EN\ (D, D')$ depende de una amenaza no creíble, debido a que la estrategia D' está dominada por la estrategia I', por lo que un jugador racional (siguiendo la premisa del principio de racionalidad secuencial) nunca escogería esa estrategias.

¿Cómo solucionarlo? Mediante conjeturas

- El juego alcanza un conjunto de información con más de un nodo para 2, de modo que éste debe formarse una conjetura (R1):

$$U_2(I') = p(1) + (1 - p)(2) = 2 - p$$
$$U_2(D') = p(0) + (1 - p)(1) = 1 - p$$
$$\therefore U_2(I') > U_2(D')$$

- Conclusión: es suficiente exigir que cada jugador tenga una conjetura y proceda de forma óptima, para eliminar el equilibrio (D, D').



Lo que estamos haciendo es reforzar el concepto de "Equilibrio" para poder excluir el EN perfecto en subjuegos (D, D')

¿Cómo reforzar el concepto de Equilibro para excluir el EN perfecto es subjuegos?

- Mediante 4 requisitos:

R1. En cada conjunto de información, el que decide debe formarse una conjetura sobre el nodo del conjunto de información al que se ha llegado en el juego. Para un conjunto de información con más de un elemento, una conjetura es una distribución de probabilidad sobre los nodos del conjunto de información; para un conjunto de información con un único elemento, la conjetura del jugador asigna probabilidad uno al único nodo de decisión

R2. Dadas sus conjeturas, las estrategias de los jugadores deben ser sucesivamente racionales. Es decir, en cada conjunto de información, la acción tomada por el jugador al que le toca tirar y su estrategia subsiguiente deben ser óptimas, dada la conjetura del jugador en ese conjunto de información y las subsiguientes estrategias de los demás jugadores (donde una "estrategia subsiguiente" es un plan de acción completo que cubre cada contingencia que podría darse después de haberse alcanzado el conjunto de información).

Dado un juego en forma extensiva y un equilibrio asociado, un conjunto de información está en la trayectoria de equilibrio si se alcanza con probabilidad positiva cuando el juego se desarrolla según las estrategias de equilibrio, y fuera de la trayectoria de equilibrio si es seguro que no se alcanza cuando el juego se desarrolla según las estrategias de equilibrio.

R3. En conjuntos de información sobre la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan de acuerdo con la regla de Bayes y las estrategias de equilibrio de los jugadores.

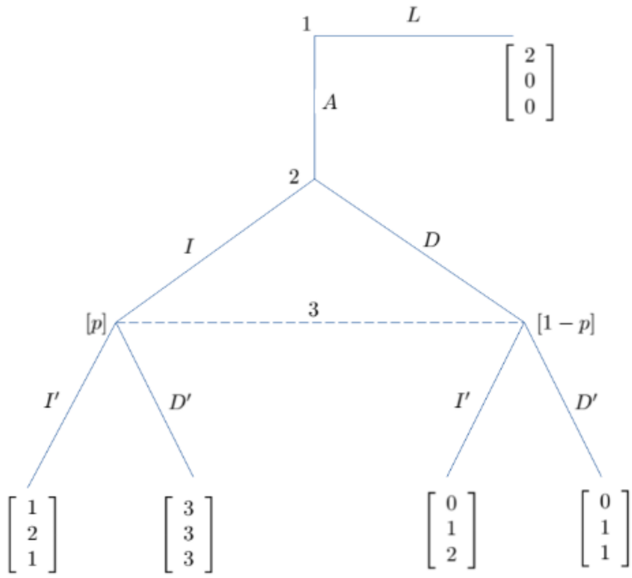
R4. En conjuntos de información fuera de la trayectoria de equilibrio, las conjeturas se determinan según la regla de Bayes y las estrategias de los jugadores donde sea posible.

Más ideas:

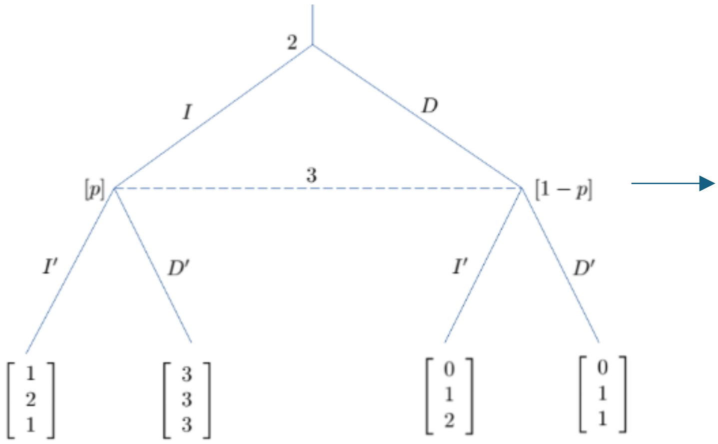
- R1 y R2 exigen que los jugadores formulen conjeturas y actúen de forma óptima según éstas. No exige que estas conjeturas sean razonables.
- Un equilibrio bayesiano perfecto consiste en estrategias y conjeturas que satisfacen los requisitos 1 a 4.

Ejemplo 2: (Juego de información perfecta)

- Considere un juego dinámico de tres jugadores. Este presenta 2 subjuegos (1 propio).



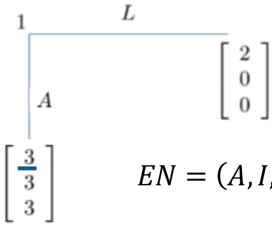
- Equilibrios de Nash por subjuegos:



		J_3	
		I'	D'
J_2	I	2, 1	3, 3
	D	1, 2	1, 1

$EN = (I, D')$

Le damos solución al subjuego propio



$EN = (A, I, D')$

- Por lo tanto, existe un único ENPS que es (A, I, D').
- Estas estrategias y la conjetura $p = 1$ que hace el $J3$, satisfacen $R1\ a\ R3\ (y\ R4\ trivialmente)$.

Ahora consideremos la siguiente estrategia

- Veamos las estrategias (L, I, I') junto con la conjentura $p = 0$. Estas constituyen un EN (ningún jugador quiere desviarse unilateralmente) y satisfacen $R1$ a $R3$.
    - $J3$ tiene una conjetura y actúa de forma óptima respecto a ella.
    - $J1$ y $J2$ actúan de forma óptima dadas las estrategias de los otros jugadores.
- Este equilibrio, no es perfecto en subjuegos, porque el único EN del único subjuego del juego es (I, D'). Así, $R1$ a $R3$ no garantizan que las estrategias constituyan un EN perfecto en subjuegos.
- ¿Dónde se presenta el problema? En la conjetura de $J3$: $p = 0$ es inconsistente con la estrategia de $J2$ (I), pero $R1$ a $R3$ no imponen restricciones a la conjetura de $J3$, porque el conjunto de información de $J3$ no se alcanza si el juego se desarrolla según las estrategias indicadas.
- Observe que $R4$ fuerza a que la conjetura de $J3$ esté determinada por la estrategia de $J2$: si la estrategia de $J2$ es I, la conjetura debe ser $p = 1$; si es D, la conjetura de $J3$ debe ser $p = 0$.
- Por lo que (L, I, I') y la conjetura $p = 0$ no satisfacen $R1$ a $R4$.