TRAGEDIA DE LOS COMUNES

Supuestos:

- Considere un recurso común que es explotado por n empresas $(n \geq 2)$.
- Las empresas son simétricas y enfrentan una función de demanda:

$$p[Q] = 1 - Q = 1 - [q_i + q_{-i}]$$

- Enfrenta una función de costos:

$$C(q_i) = \theta . q_i^2, donde\ \theta \geq 1$$

Equilibrio competitivo

1. Problema de la empresa:

$$\pi = p.q - C(q)$$

$$Máx\ \pi = [1 - q_i - q_{-i}]q_i - \theta . q_i^2$$

$$[q_i] \rightarrow 1 - 2(1+\theta)q_i - q_{-i} = 0$$

$$q_i(q_{-i}) = \frac{1}{2(1+\theta)} - \frac{1}{2(1+\theta)} q_{-i} \quad (1)$$

$$n = 2$$

$$[q_1] \rightarrow 1 - 2(1+\theta)q_1 - q_2 = 0$$

$$[q_2] \rightarrow 1 - 2(1+\theta)q_2 - q_1 = 0$$

$$Como\ podemos\ observar\ todas\ las\ empresas\ son\ simétricas, entonces:$$

$$q_i = q_{-i} = q^* \ (2)$$

$$Reemplazando\ (2)\ en\ (1)$$

$$q_i(q_{-i}) = \frac{1}{2(1+\theta)} - \frac{1}{2(1+\theta)} \left[\sum_{j \neq i} q_j\right]$$

$$q^* = \frac{1}{2(1+\theta)} - \frac{(n-1)q^*}{2(1+\theta)}$$

$$q^* = \frac{1}{n+1+2\theta}$$

$$Reemplazando\ en\ \pi$$

$$\pi = [1 - q_i - q_{-i}]q_i - \theta . q_i^2$$

$$\pi = [1 - q^* - (n-1)q^*]q^* - \theta . {q^*}^2$$

$$\pi^* = \frac{1+\theta}{(n+1+2\theta)^2}$$

LA PRODUCCIÓN AGREGADA:	LOS BENEFICIOS AGREGADOS:
$Q^* = n.q^* = \frac{n}{n+1+2\theta}$	$\prod^* = n.\pi^* = \frac{n(1+\theta)}{(n+1+2\theta)^2}$

$$Note\ que\ la\ n\ que\ maximice\ los\ beneficios\ agregados\ será:$$

$$\frac{\partial \prod_{\cdot}^{*}}{\partial n} = 0$$

$$\frac{(1+\theta)(1-n+2\theta)}{(1+n+2\theta)^3} = 0$$

$$n = 1 + 2\theta$$

Óptimo Social:

1. Problema del planificador social:

$$Máx\ W = EC + EP$$

Excedente del consumidor:

$$EC = \frac{(1-P)(Q^*)}{2} = \frac{Q^*.Q^*}{2} = \frac{(Q^*)^2}{2}$$

$$EC = \frac{\left[\frac{n}{n+1+2\theta}\right]^2}{2}$$

Excedente del productor:

$$\prod_{\cdot}^{*} = \frac{n(1+\theta)}{(1+n+2\theta)^2}$$

$$Daño \rightarrow D$$

$$D = d.Q^2$$

$$Reemplazamos\ con\ la\ cantidad\ agregada$$

$$D = d\left(\frac{n}{n+1+2\theta}\right)^2$$

$$Máx\ W = EC + EP - D$$

$$Máx\ W = \frac{n^2}{2(1+n+2\theta)^2} + \frac{n(1+\theta)}{(1+n+2\theta)^2} - d\left(\frac{n}{n+1+2\theta}\right)^2$$

1. El EC es creciente cuando aumenta n:

$$\frac{\partial EC}{\partial n} > 0$$

2. La diferencia entre $[\pi^* - D]$ es decreciente cuando aumenta n:

$$\frac{\partial[\pi^* - D]}{\partial n} < 0$$

Hay un efecto positivo, porque al aumentar n también aumenta la oferta del bien y esto hace que el precio del bien baje.

Hay un efecto negativo, porque disminuye el beneficio de la empresa y aumenta el daño causado al medio ambiente.

$$Resolviendo:$$

$$\frac{\partial W}{\partial n} = 0 \rightarrow \frac{2\theta n}{(1+n+2\theta)^3} = \frac{2(2d\theta n + \theta + dn + 1)}{(1+n+2\theta)^3} \rightarrow n^\circ = \frac{2(1+\theta)}{(1+n+2\theta)^3} \rightarrow n^\circ < n$$

Esto demuestra que existe una sobreexplotación cuando se produce mayor a n°