MONOPOLIO MULTIPRODUCTOR

Supuestos:

1. El monopolio produce más de un bien
2. El monopolio tiene poder de mercado sobre todos los bienes que produce.
3. Cobra un precio único en todo mercado.
4. Entonces existe:

$$bienes \to i = 1,2,3,\dots,n$$

$$precios \to p_i = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$$

$$cantidades \to q = (q_1, q_2, q_2, \dots, q_n)$$

- Sea la demanda del bien $i \to q_i = D(p_i)$
- Sea la función de costos $C(q_i) \to q_i = [q_1, q_2, \dots, q_n]$

Entonces:

$$\begin{cases} Demandas\ dependientes \to q_1 = D(p_1, p_2) \\ Demandas\ independientes \to q_1 = D(p_1) |\ q_2 = D(p_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} Costos\ separables \to C(q) = C_1(q_1) + C_2(q_2) \\ Costos\ no\ separables \to C(q) = C_1(q_1) + C_2(q_1, q_2) \end{cases}$$

CASO I: (Demandas independientes y costos separables) ($N = 3$)

$$Max\ \pi^{MM} = p_1 . q_1(p_1) + p_2 . q_2(p_2) + p_3 . q_3(p_3) - [C_1(q_1(p_1)) + C_2(q_2(p_2)) + C_3(q_3(p_3))]$$

$$C.P.O$$

$$[p_1] \to p_1 . q_1'(p_1) + q_1(p_1) - C_1'(q_1(p_1)) = 0$$

$$\frac{p_1 - C_1'(q_1(p_1))}{p_1} = \frac{1}{\varepsilon_{11}}$$

$$[p_2] \to p_2 . q_2'(p_2) + q_2(p_2) - C_2'(q_2(p_2)) = 0$$

$$\frac{p_2 - C_2'(q_2(p_2))}{p_2} = \frac{1}{\varepsilon_{22}}$$

Recuerda:

$$\varepsilon_{ii} = -\frac{\partial q_i}{\partial p_i} . \frac{p_i}{q_i}$$

Solución general:

$$[p_i] \to p_i \left[\frac{q_i(p_i)}{p_i} . \frac{\partial p_i}{\partial q_i} + 1 \right] = \frac{\partial C_i}{\partial q_i}$$

$$p_i \left[-\frac{1}{\varepsilon_{ii}} + 1 \right] = \frac{\partial C_i}{\partial q_i}$$

$$\boxed{p_i = \frac{\frac{\partial C_i}{\partial q_i}}{1 - \frac{1}{\varepsilon_{ii}}}}$$ → Regla de elasticidad inversa

$$\boxed{\frac{p_i - \frac{\partial C_i}{\partial q_i}}{p_i} = \frac{1}{\varepsilon_{ii}}}$$ → Índice de Lerner del bien i

- Concluimos que se resolverá como si fueran 2 monopolios monoproductores.

CASO II: (Demandas dependientes y costos separables) (N=3)

$$Max\ \pi^{MM} = p_1.q_1(p_1,p_2,p_3) + p_2.q_2(p_1,p_2,p_3) + p_3.q_3(p_1,p_2,p_3)$$
$$-[C_1(q_1(p_1,p_2,p_3)) + C_2(q_2(p_1,p_2,p_3)) + C_3(q_3(p_1,p_2,p_3))]$$

$$C.P.O$$

$$[p_1] \rightarrow p_1.\frac{\partial D_1(p)}{\partial p_1} + D_1(p) + p_2.\frac{\partial D_2(p)}{\partial p_1} + p_3.\frac{\partial D_3(p)}{\partial p_1} - \left[\frac{\partial C_1}{\partial q_1}.\frac{\partial D_1(p)}{\partial p_1} + \frac{\partial C_2}{\partial q_2}.\frac{\partial D_2(p)}{\partial p_1} + \frac{\partial C_3}{\partial q_3}.\frac{\partial D_3(p)}{\partial p_1}\right]$$

$$Resolviendo, simplificando\ y\ reordenando:$$

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{p_1 - C_1'}{p_1} = -\frac{1}{EP_{q_1,p_1}} - \left[\frac{p_2 - C_2'}{p_2}\right].\frac{EP_{q_2,p_1}}{EP_{q_1,p_1}}.\frac{p_2.D_2(p)}{p_1.D_1(p)} - \left[\frac{p_3 - C_3'}{p_3}\right].\frac{EP_{q_3,p_1}}{EP_{q_1,p_1}}.\frac{p_3.D_3(p)}{p_1.D_1(p)} \\ IL_1(p^{\bar m}) = IL_1(p^m) - \left[IL_2(p^m).\frac{EP_{q_2,p_1}}{EP_{q_1,p_1}}.\frac{p_2.D_2(p)}{p_1.D_1(p)} + IL_3(p^m).\frac{EP_{q_3,p_1}}{EP_{q_1,p_1}}.\frac{p_3.D_3(p)}{p_1.D_1(p)}\right]\end{gathered}}$$

Solución general:

$$\frac{p_i - C_i'}{p_i} = \frac{1}{\varepsilon_{ii}} - \sum_{j \neq i} \frac{(p_j - C_j')D_j.\varepsilon_{ij}}{R_i.\varepsilon_{ii}}$$

Donde:

$$\varepsilon_{ii} = -\frac{\partial q_i}{\partial p_i}.\frac{p_i}{q_i}$$ → Elasticidad de la demanda

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\partial q_j}{\partial p_i}.\frac{p_i}{q_j}$$ → Elasticidad cruzada de la demanda del bien j con respecto al precio del bien i

$$R_i = p_i.D_i$$ → Ingreso del bien i

- Podemos concluir:
  - Si la $\frac{\partial q_j}{\partial p_i} = 0 \vee \varepsilon_{ij} = 0$, son bienes no relacionados → $IL_1(p^{\bar m}) = IL_1(p^m)$
  - Si la $\frac{\partial q_j}{\partial p_i} > 0 \vee \varepsilon_{ij} < 0$, son bienes sustitutos → $IL_1(p^{\bar m}) > IL_1(p^m)$
  - Si la $\frac{\partial q_j}{\partial p_i} < 0 \vee \varepsilon_{ij} > 0$, son bienes complementarios → $IL_1(p^{\bar m}) < IL_1(p^m)$

CASO III: (Demandas independientes y costos no separables) (N=2)

$$Máx\ \pi^{MM} = p_1.D_1(p_1) + p_2.D_2(p_2) - [C(D_1(p_1), D_2(p_2))]$$

$$Máx\ \pi^{MM} = p_1.D_1(p_1) + p_2.D_2(p_2) - [C_1(q_1) + C_2(q_1, q_2)]$$

$$[p_1] \rightarrow p_1\left[\frac{\partial D_1(p_1)}{\partial p_1}\right] + D_1(p_1) - \left[\frac{\partial C_1}{\partial q_1}.\frac{\partial D_1(p_1)}{\partial p_1} + \frac{\partial C_2}{\partial q_1}.\frac{\partial D_1(p_1)}{\partial p_1}\right] = 0$$

$$[p_1 - C_1']D_1' = -D_1 + C_2'D_1'$$

$$Lo\ divido\ todo\ entre\ p_1\ y\ D_1':$$

$$\frac{p_1 - C_1'}{p_1} = -\frac{D_1}{p_1 D_1'} + \frac{C_2'}{p_1}$$

$$IL_1(p^{\bar m}) = \frac{1}{\varepsilon_{11}} + \frac{1}{p_1^m}[C_2']$$

$$IL_1(p^{\bar m}) = IL_1(p^m) + \frac{1}{p_1^{\bar m}}[C_2']$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial q_1} > 0, es\ economía\ de\ congestión$$

$$IL_1(p^{\bar m}) > IL_1(p^m) \mid p_1^{\bar m} > p_1^m$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial q_1} < 0, es\ economía\ de\ aprendizaje$$

$$IL_1(p^{\bar m}) < IL_1(p^m) \mid p_1^{\bar m} < p_1^m$$

Si hay interdependencia:

$$\pi^{\bar m}(p_1^{\bar m}, p_2^{\bar m}) > \pi_1(p_1^m) + \pi_2(p_2^m)$$

Internaliza la interdependencia de costos o de la demanda.

Independencias de costos:

- Economías de ámbito / gamma / alcance:

$$C(q_1,q_2) < C(q_1,0) + C(0,q_2)$$

$$C(q_1,q_2) - C(q_1,0) < C(0,q_2) - C(0,0)$$

- Deseconomías de ámbito:

$$C(q_1,q_2) > C(q_1,0) + C(0,q_2)$$

$$C(q_1,q_2) - C(q_1,0) > C(0,q_2) - C(0,0)$$

Por ejemplo:

$$C(q_1,q_2) = C.q_1 + C.q_2 + u.q_1.q_2$$

$$C(q_1,0) = C.q_1$$

$$C(0,q_2) = C.q_2$$

$$C.q_1 + C.q_2 + u.q_1.q_2 <> C.q_1 + C.q_2$$

$$u > 0 \rightarrow Deseconomías\ de\ ámbito$$

$$u < 0 \rightarrow Economías\ de\ ámbito$$

Por ejemplo:

$$Demandas\ independientes\ y\ costos\ no\ separables:$$

$$Máx\ \pi^{MM} = p_1[a - b.p_1] + p_2[a - b.p_2] - [C.q_1 + C.q_2 + u.q_1.q_2]$$

$$C.P.O$$

$$[p_1] \rightarrow a - 2bp_1 + bc + uab + ub^2p_2 = 0$$

$$[p_2] \rightarrow a - 2bp_2 + bc + uab + ub^2p_1 = 0$$

$$Igualamos:$$

$$a - 2bp_1 + bc + uab + ub^2p_2 = a - 2bp_2 + bc + uab + ub^2p_1$$

$$p_2 = p_1$$

$$Imponiendo\ simetría:$$

$$p_1 = p_2 = p$$

$$a - 2bp + bc + uab + ub^2p = 0$$

$$p = \frac{a(1+ub) + bc}{b(2+ub)} = p_1 = p_2$$

$$Efecto\ de\ la\ economía\ de\ ámbito\ en\ el\ precio:$$

$$\frac{\partial p}{\partial u} = \frac{a - bc}{(2+ub)^2}$$

$$Sabemos\ que:$$

$$q_1 = a - bp_1 = a - b\left[\frac{u(1+ub) + bc}{b(2+ub)}\right] = \frac{a(2+ub) - [a(1+ub) + bc]}{2+ub}$$

$$= \frac{2a + uab - a - uab - bc}{2+ub} = \frac{a - bc}{2+ub}$$