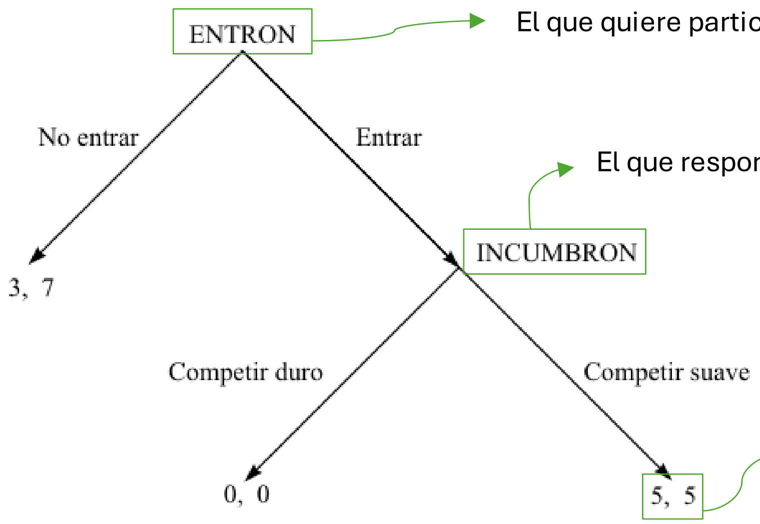
JUEGOS DINÁMICOS
INFORMACIÓN COMPLETA

- Los jugadores toman secuencialmente sus decisiones, existe un orden.
- Todo jugador conoce las características del juego, hay información completa.

Ejemplo 1: (Un juego de disuasión)

- La empresa INCUMBRON ejerce un monopolio lo cual le produce unos beneficios altos, de 7 u.m. Por su parte, la empresa ENTRON, está estudiando la posibilidad de entrar en el mercado porque sabe que podría aumentar sus beneficios de 3 a 5 u.m., siempre que la reacción de ésta sea buena y se establezca una competencia.
- En el caso de competencia, INCUMBRON, obtendría unos beneficios de 5 u.m. Sin embargo, una competencia dura, por ejemplo, una guerra de precios haría que ambas empresas se quedaran sin beneficios.



El que quiere participar en el mercado (J_1)

El que responde a la decisión del J_1 (J_2)

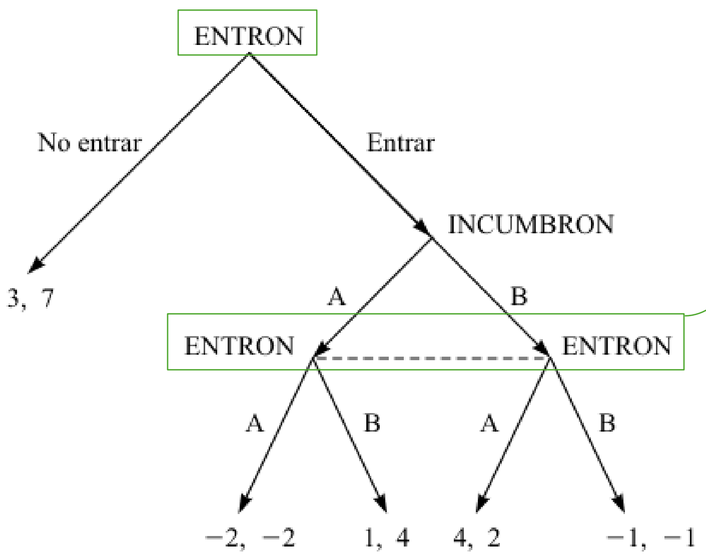
Información perfecta
Todo jugador que le toca decidir sabe lo que ha decidido su predecesor.

$(Pago\ J_1, Pago\ J_2)$

Forma extensiva:

- La entrada de ENTRON obligaría a ambas empresas a diferenciar su producto adaptándolo a sólo uno de los dos colectivos diferenciados, A y B, que lo demandan.

Información imperfecta
Al menos un jugador que le toca decidir no sabe lo que ha decidido su predecesor.

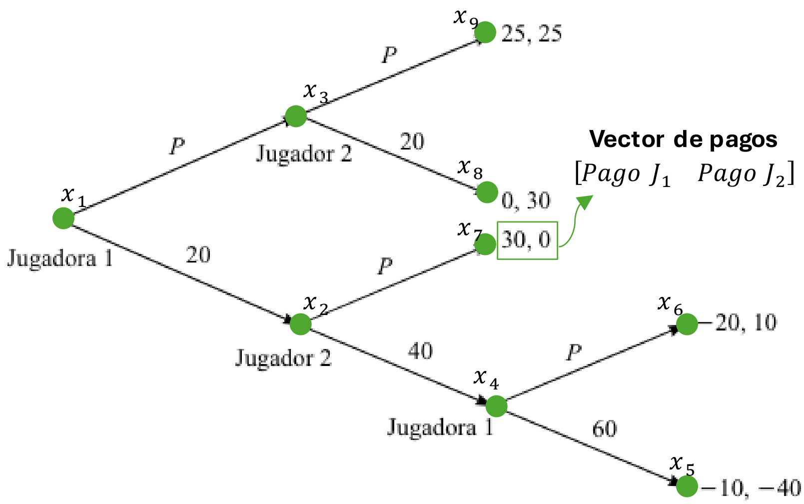


$Estático$ - simultáneo
(uno no sabe lo que el otro decidirá)

$Entron$ (jugador que elegirá)
(no sabe lo que el otro eligió antes)

Ejemplo 2: (Un juego de subasta)

- Pedro subasta un billete de 50 euros entre Carlos y Blanca con las siguientes reglas: se juega por turnos. Aquél a quien le toca jugar puede pasar, o pujar con 20 euros más que el anterior (suponiendo que los tiene). Empieza Blanca (pasando o pujando con 20 euros). Si un jugador decide pasar, ya no puede pujar en una jugada posterior. Gana el último en pujar, que se lleva el billete. Si ninguno ha pujado se llevan 25 euros cada uno. Ambos jugadores deben pagar su última puja. Aparte de las reglas es de conocimiento común que cada jugador tiene sólo 60 euros. Sean: Blanca, la jugadora 1, Carlos, el jugador 2.



Nodos de decisión

- x_1: nodo inicial
- $x_5, \ldots, x_9$: nodos terminales
- x_2, x_3, x_4: nodos de decisión

Conjuntos de información

Blanca:

- En la 1° etapa: $I_1 = \{x_1\}$
- En la 3° etapa: $I_1 = \{x_4\}$

Carlos:

- En la 2° etapa: $I_2 = \{x_2, x_3\}$

Conjuntos de acciones disponibles

Blanca:

- En la 1° etapa: $I_1 = \{x_1\} \rightarrow A_1 = \{20, P\}$
- En la 3° etapa: $I_1 = \{x_4\} \rightarrow A_1 = \{60, P\}$

Carlos:

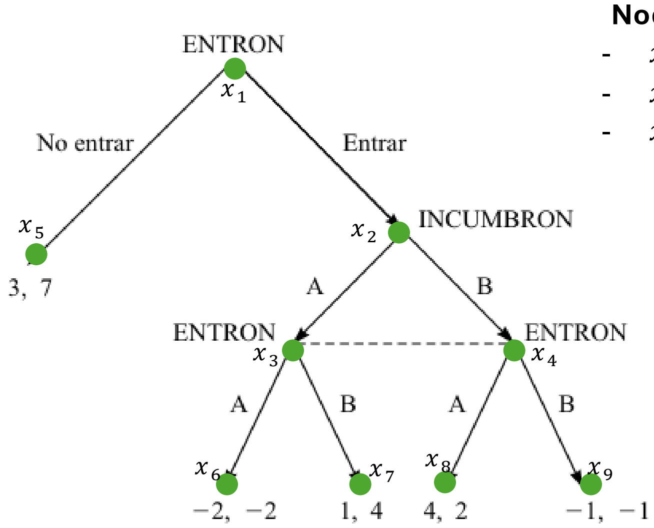
- En la 2° etapa: $I_2 = \{x_2, x_3\} \rightarrow A_2^1 = \{40, P\}$
  $A_2^2 = \{20, P\}$

Características del árbol

- Jugadores: I_1, J_2
- Un conjunto de nodos
- Un conjunto de acciones
- Vectores de pagos

.

Del ejemplo 1: (Un juego de disuasión)



Nodos de decisión

- x_1: nodo inicial
- $x_5, \ldots, x_9$: nodos terminales
- x_1, x_2, x_3, x_4: nodos de decisión

Conjuntos de información

Blanca:

- En la 1° etapa: $I_1 = \{x_1\}$
- En la 3° etapa: $I_1 = \{x_3, x_4\}$

Carlos:

- En la 2° etapa: $I_2 = \{x_2\}$

Información imperfecta

Conjuntos de acciones disponibles

Entron $\rightarrow \begin{cases} \text{En la 1° etapa: } I_1 = \{x_1\} \rightarrow A_1 = \{no\ entrar, entrar\} \\ \text{En la 3° etapa: } I_1 = \{x_3, x_4\} \rightarrow A_1 = \{A, B\} \end{cases}$

Incumbron → {En la 2° etapa: $I_2 = \{x_2\} \rightarrow A_2^1 = \{A, B\}$

Observaciones:

Juego de la moneda (Juego simultáneo)

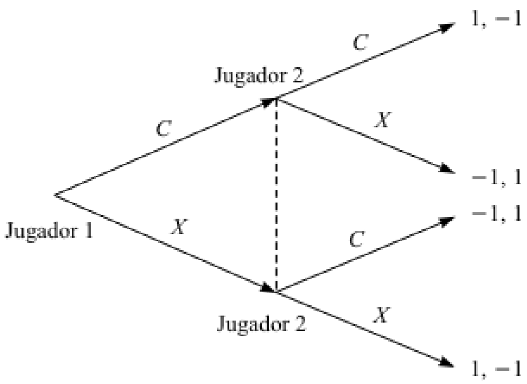
Representación estratégica

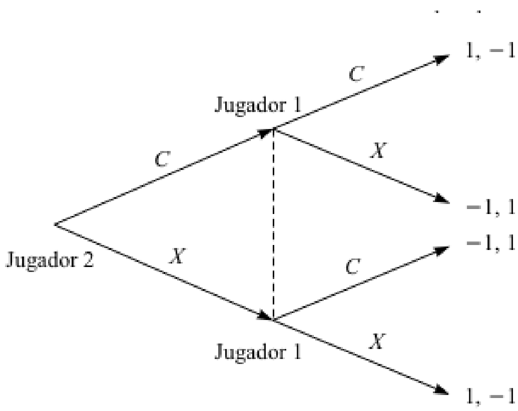
		Jugador 2	
		C	X
Jugador 1	C	$1, -1$	$-1, 1$
	X	$-1, 1$	$1, -1$

$S_1 = \{C, X\}$

$S_2 = \{C, X\}$

Representado de forma extensiva





La batalla de los sexos (Juego simultáneo)

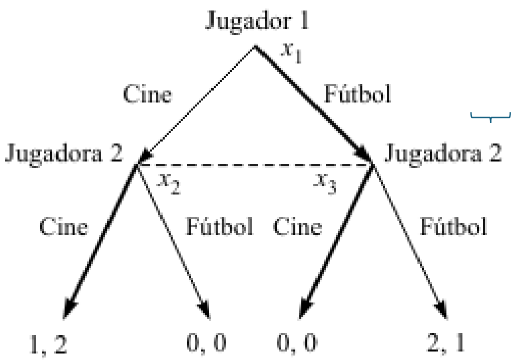
Representación estratégica

		Jugadora 2	
		Cine	Fútbol
Jugador 1	Cine	1, 2	0, 0
	Fútbol	0, 0	2, 1

$S_1 = \{C, F\}$

$S_2 = \{C, F\}$

Representación de forma extensiva

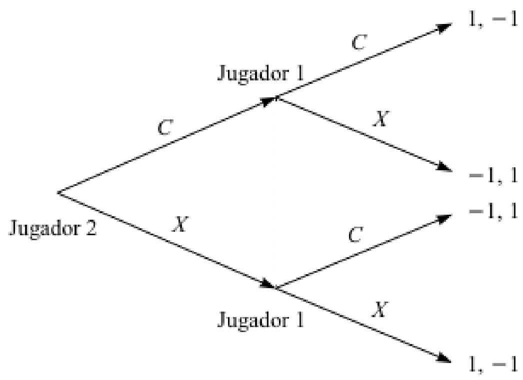


Juego de la moneda (Juego secuencial)

Representación estratégica

		$Jugador\ 1$			
		CC	*CX*	*XC*	*XX*
$Jugador\ 2$	*C*	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
	X	0, 0	1, 2	0, 0	1, 2

Representado de forma extensiva



$S_1 = \{C, X\}$

$S_2 = \{CC, CX, XC, XX\}$

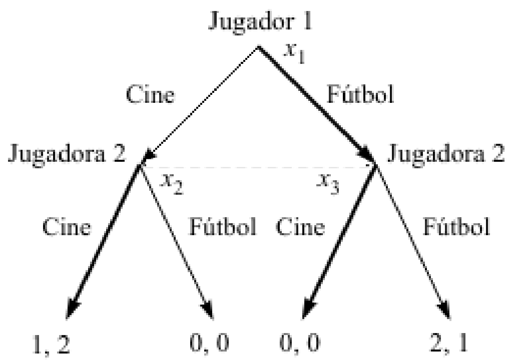
J_2 elige C si J_1 eligió C y
J_2 elige X si J_1 eligió X

La batalla de los sexos (Juego secuencial)

Representación estratégica

		$Hombre$			
		CC	*CF*	*FC*	*FF*
$Mujer$	*C*	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
	F	0, 0	1, 2	0, 0	1, 2

Representación de forma extensiva



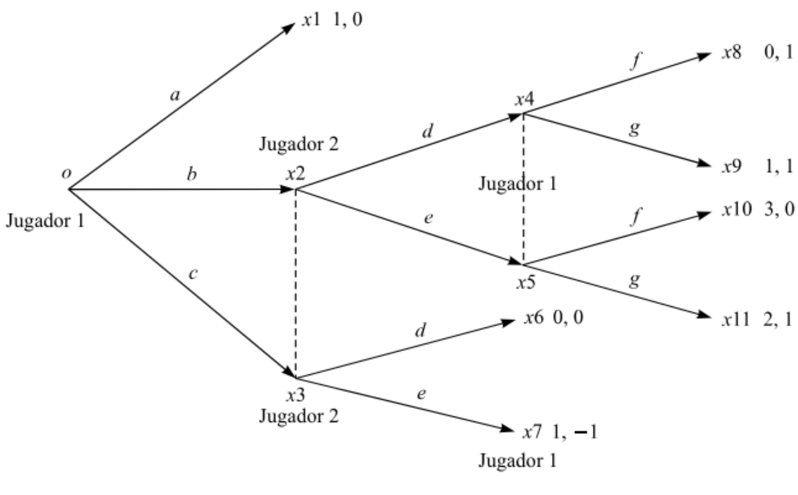
$S_1 = \{C, F\}$

$S_2 = \{CC, CF, FC, FF\}$

J_2 elige C si J_1 eligió C y
J_2 elige F si J_1 eligió F

$EN = (C, CF)$

Juego teórico (Juego secuencial)



$S_1 = \{af, ag, bf, bg, cf, cg\}$

$S_2 = \{d, e\}$

		J_2	
		d	e
J_1	af	1, 0	1, 0
	ag	1, 0	1, 0
	bf	0, 1	3, 0
	bg	1, 1	2, 1
	cf	0, 0	1, -1
	cg	0, 0	1, -1

Elementos de un juego

1. Conjunto de Jugadores: $J = \{0, 1, 2, 3, . . , n\}$

2. Sea X el conjunto de nodos. Un nodo representa una posible situación de juego. Definido por la siguiente función:

$$\begin{array}{cccc} \sigma: & X & \rightarrow & X \\ & x & \rightarrow & \sigma(x) \end{array}$$

en caso de que $x \neq O$, $\sigma(x)$corresponde al nodo inmediatamente predecesor de x.

- Si $x = O$, entonces $\sigma(O) = O$. Representa un nodo que es la raíz del juego (origen).
- Se determinan todos los nodos predecesores. $\sigma^2(x) = \sigma\big(\sigma(x)\big), \sigma^3(x) = \sigma\Big(\sigma\big(\sigma(x)\big)\Big), etc.$
- Si $\sigma^{-1}(x)$, son los conjuntos de nodos que siguen inmediatamente a x.
- Se definen los siguientes conjuntos:
    - Conjunto de nodos de decisión:

$$D(X) = \{x \in X: s(x) \neq \emptyset\} = X - T(X)$$

    - Conjunto de nodos terminales:

$$T(X) = \{x \in X: s(x) = \emptyset\}$$

3. Sea A el conjunto de acciones posibles. Definida por la función:

$$\begin{array}{cccc} \alpha: & X - \{O\} & \rightarrow & A \\ & x & \rightarrow & \alpha(x) \end{array}$$

corresponde a cada nodo diferente del origen aquella acción $\alpha(x)$ que lleva desde el nodo inmediato predecesor $\sigma(x)$ al nodo x.

- Acciones parten del mismo nodo y conducen a nodos distintos, deben ser distintas. Esto si se verifica que:

$$\text{Si } x', x'' \in s(x), siendo\ x' \neq x'', \text{entonces } \alpha(x') \neq \alpha(x'')$$

- Para cualquier nodo de decisión $x \in D(X)$, representamos el conjunto de acciones disponibles a partir de x por:

$$A(x) = \{a \in A: \exists x' \in s(x) \quad con \quad \alpha = \alpha(x')\}$$

4. Para cada jugador i sea X_i el conjunto de nodos de decisión en los que el jugador i tiene que elegir una acción. En un nodo particular de decisión sólo mueve uno de los jugadores. Se tiene que:

$$\bigcup_{i \in J} X_i = D(X)$$

$$\forall\ i, j \in J, con\ i \neq j, se\ verifica\ que\ X_i \cap X_j = \emptyset$$

Vemos que la familia $\{X_i\}_{i \in J}$ constituye una participación, por jugadores, del conjunto de nodos de decisión $D(X)$.

5. Una familia de conjuntos de información H. Definida por la función:

$$\begin{array}{llll} h: & X & \rightarrow & H \\ & x & \rightarrow & h(x) \end{array}$$

que asigna a cada nodo x un conjunto de información $h(x)$ al que pertenece. Los conjuntos de información forman parte de $D(X)$.

- Todos los nodos de decisión que pertenecen a un mismo conjunto de información tienen las mismas acciones disponibles. Es decir:

$$\text{Si } h(x) = h(x'), \text{entonces } A(x) = A(x')$$

- Sea $h = h(x)$, un conjunto de información perteneciente a H. Podemos representar por $A(h)$ el conjunto de acciones disponibles en el conjunto de información h.

$$A(h) = \{a \in A: a \in A(x) \quad para \quad x \in h\}$$

- Sea H el conjunto que contiene a todos los conjuntos de información contenidos en los H_i, para $i \in J$. Es decir:

$$H = \bigcup_{i \in J} H_i$$

6. Una función que asigna probabilidades. Definida por la función:

$$\begin{array}{llll} \rho: & H_0 * A & \rightarrow & [0,1] \\ & (h, a) & \rightarrow & \rho(h, a) \end{array}$$

Que asigna probabilidades a acciones en conjuntos de información donde el movimiento corresponde a la naturaleza o al azar.

- Se tiene que verificar que:

$$\text{Si } a \in A(h), \rho(h, a) = 0$$

y

$$\sum_{a \in A(h)} \rho(h, a) = 1, \forall h \in H_0$$

7. Una función de pagos. Definida por la función:

$$\begin{array}{llll} r: & T(X) & \rightarrow & R^n \\ & x & \rightarrow & r(x) = \left(r_1(x), \dots, r_n(x)\right) \end{array}$$

donde $r_i(x)$ indica el pago que recibe el j_i si se ha alcanzado el nodo terminal x.

REPRESENTACIÓN DE UN JUEGO EN FORMA EXTENSIVA

$$\Gamma = \left\{J, (X, \sigma), (A, \alpha), \{X_i\}_{i \in J}, \{H_i\}_{i \in J}, \left(A(h)\right)_{h \in H}, \rho, r\right\}$$

Información perfecta e imperfecta:

- IP: Cuando cada jugador i conoce el conjunto de acciones del resto de jugadores y las funciones de pago. Esta información es de dominio público.
  El que cada conjunto de información es unitario y en el que la naturaleza no interviene.
- II: Cuando algún jugador i no conoce el conjunto de acciones del resto de jugadores y las funciones de pago.
  Algún conjunto de información no es unitario, o en el que Natura interviene.

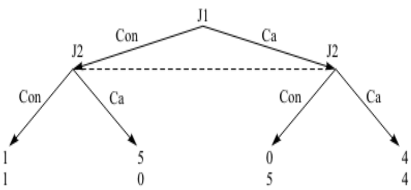
Estrategias puras en juegos de forma extensiva:

- Una estrategia pura para el jugador i es un plan completo de acciones/jugadas que decidirá en cada uno de sus conjuntos de información.

Ejemplo 3: (El dilema del prisionero)

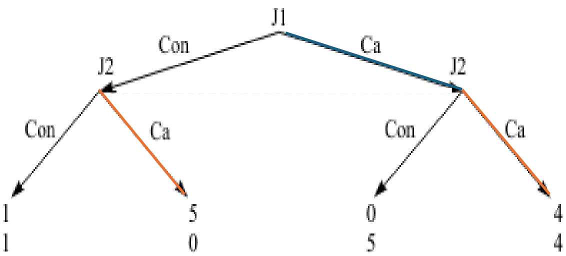
Representación estratégica (Juego simultáneo)

		Preso 2	
		Callar	Confesar
Preso 1	Callar	−1, −1	−5, 0
	Confesar	0, −5	−4, −4



$$S_i = \{Nc, Co\}$$
$$EN = \{Co, Co\}$$

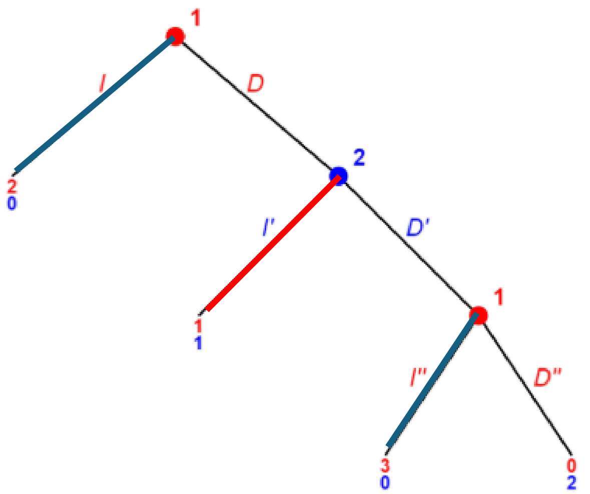
Representación de forma extensiva (Juego secuencial)



$$S_1 = \{Nc, Co\}$$
$$S_2 = \{Nc\,Nc, Nc\,Co, Co\,Nc, Co\,Co\}$$
$$EN = \{Co, Co\,Co\}$$

Ejemplo 4: (Juego simple de 3 etapas)

Representación de forma extensiva



$$S_1 = \{I\,I'', I\,D'', D\,I'', D\,D''\}$$
$$S_2 = \{I', D'\}$$
$$EN = (I\,I'', I')$$

Inducción hacia atrás:

En la etapa 3: Jugador 1 elige por 2da vez:

- El elegirá I', ya que tendrá un mejor pago que D''.

En la etapa 2: Jugador 2 elige por 1era vez:

- Elegirá I', debido a que prevé que el jugador 1, después elegirá I'', lo cual recibirá un pago menor.

En la etapa 1: Jugador 1 elige por 1era vez:

- Elegirá I, debido a que prevé que el jugador 2, después elegirá I', lo cual recibirá un pago menor.

El jugador 1 elige I y termina el juego.

Método de Solución: Inducción hacia atrás

- Consideremos el siguiente juego de dos jugadores, J_1 y J_2:
  - J_1 elige una acción a_1 en el conjunto de acciones posibles A_1 (Primera etapa).
  - J_2 observa a_1 y elige una acción a_2 en el conjunto de acciones posibles A_2 (2da etapa).
- En tal caso, este juego presenta las siguientes características:
  - Las decisiones se toman de forma sucesiva.
  - Todas las decisiones anteriores (historia) son conocidas antes de tomar una decisión siguiente. Y también los pagos de los jugadores, son información de dominio público.

¿Cómo resolveríamos este juego?

- El proceso de resolución se llama *Inducción hacia atrás*:
  - En la etapa 2, dada la acción a_1 elegida previamente por J_1, J_2 resuelve el problema:

$$\underset{a_2 \in A_2}{Máx}\, u_2(a_1, a_2)$$

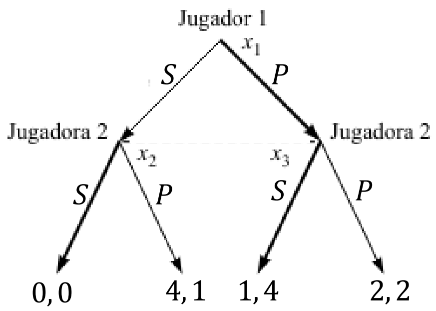
    Supongamos que para $a_1 \in A_1$, el problema de maximización de J_2 tiene una solución única $R_2(a_1)$, que denominamos reacción de la acción de J_1.
  - En la etapa 1, J_1 debe preveer la reacción de J_2 a cada acción a_1 que J_1 pudiera tomar. En tal caso, en la primera etapa, el problema de J_1 se resuelve:

$$\underset{a_1 \in A_1}{Máx}\, u_1\big(a_1, R_2(a_1)\big)$$

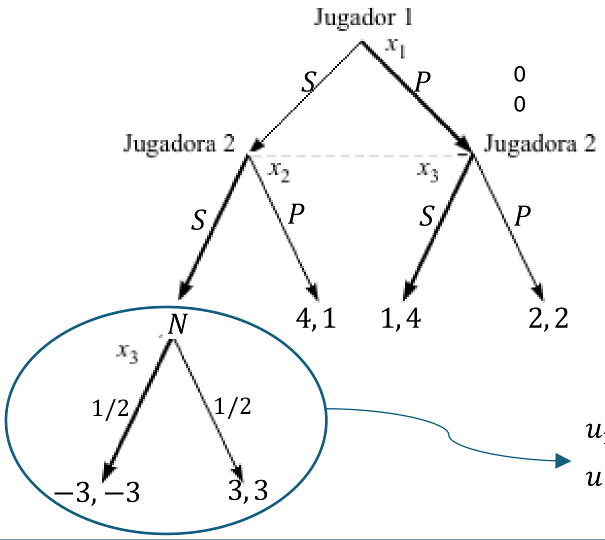
    Supongamos que también para el J_1 tiene una única solución a_1^*.
  - Entonces nuestra solución a este problema será:

$$EN = \big(a_1^*, R_2(a_1^*)\big)$$

Ejemplo 5: (El juego de la gallina)



$$S_1 = \{S, P\}$$
$$S_2 = \{PP, SS, SP, PS\}$$
$$EN = \{S, PS\}$$



$$S_1 = \{S, P\}$$
$$S_2 = \{PP, SS, SP, PS\}$$
$$EN = \{S, PS\}$$

		J_2			
		SS	SP	PS	PP
J_1	S	0, 0	0, 0	4, 1	4, 1
	P	1, 4	2, 2	1, 4	2, 2

$$u_1 = 1/2(-3) + 1/2(3) = 0$$
$$u_3 = 1/2(-3) + 1/2(3) = 0$$

APLICACIONES

Duopolio de Stackelberg

- Supongamos que las empresas E_1 y E_2 fabrican un determinado producto homogéneo cuya función de demanda inversa es decreciente y lineal en el intervalo [0, a], que los costes marginales de cada empresa son constantes, menores que a e iguales a c para ambas, que no hay costes fijos y que en dicho mercado se vende toda la cantidad producida. La función de demanda inversa:

$$P(Q) = a - Q, donde\ a > 0 \wedge Q = q_1 + q_2$$

Y c es costo marginal constante para cada empresa.

- Para solucionar se maximizan los beneficios secuencialmente (inducción hacia atrás)
  1. La empresa E_1 escoge una cantidad $q_1 \geq 0$
  2. La empresa E_2 observa lo escogido por E_1 y escoge a continuación una cantidad $q_2 \geq 0$
- Procedimiento:

Tenemos estas dos funciones de beneficio para cada empresa:

$$\pi_1 = [(a-c) - (q_1 + R_2(q_1))]q_1$$

$$\pi_2 = [(a-c) - (q_1 + q_2)]q_2$$

1. Primero maximiza la firma 2. Analicemos las decisiones de E_2 en la segunda etapa. Dado un q_1 fijo, E_2 querrá responder a la decisión q_1 de E_1 resolviendo el problema:

$$Máx\ \pi_2 = [(a-c) - (q_1 + q_2)]q_2$$

$$Resolvemos:$$

$$[q_2] \rightarrow a - c - q_1 - 2q_2 = 0$$

$$q_2^s = \frac{a-c-q_1}{2}$$

2. Entonces maximiza la firma 1. Analicemos que la firma 1 prevé que la firma 2 ha elegido q_2^s y querrá actuar, como anticipación a dicha respuesta de E_2, resolviendo el problema:

$$\pi_1 = [(a-c) - (q_1 + q_2^s)]q_1 = \left[(a-c) - \left(q_1 + \frac{a-c-q_1}{2}\right)\right]q_1$$

$$Resolvemos:$$

$$[q_1] \rightarrow a - c - 2q_1 - \frac{a-c}{2} + q_1 = 0$$

$$q_1^s = \frac{a-c}{2}$$

3. Ahora podemos hallar las cantidades de respuesta óptima:

$$Reemplazando\ en\ q_2^s:$$

$$q_2^s = \frac{a-c-q_1}{2} = \frac{a-c}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2}\right) = \frac{a-c}{4}$$

4. Podemos encontrar el EN:

$$EN = \left(R_1\left(R_2(q_1^s)\right), R_2(q_1^s)\right) = \left(\frac{a-c}{2}, \frac{a-c}{4}\right)$$

Caso práctico: Efecto de la información ¿Qué pasa si la firma 1 miente?

- Suponga que E_1 escoge q_1 y luego E_2 decide q_2, pero no observa q_1. Si E_2 cree que E_1 ha escogido la cantidad de Stackelberg $q_1^S = \frac{a-c}{2}$, nuevamente, escogerá $R_2(q_1^S) = \frac{a-c}{4}$.
- Sin embargo, si E_1 prevé que E_2 creerá que ello será así. E_1 prefiere escoger su mejor respuesta a $\frac{a-c}{4}$, en lugar de la cantidad de Stackelberg $\frac{a-c}{2}$. Por lo tanto, E_2 escogerá $\frac{3(a-c)}{8}$.
- En tal caso, E_2 no debe confiar en que E_1 escoja su cantidad de Stackelberg. En tal caso, el resultado del juego secuencial (único Equilibrio de Nash) es que ambas empresas elijan $\frac{a-c}{3}$, que es el equilibrio de Nash en el juego de Cournot (decisión simultánea).
- Concluimos que si E_1 sepa que E_2 conoce q_1 va a ser perjudicial para E_2.

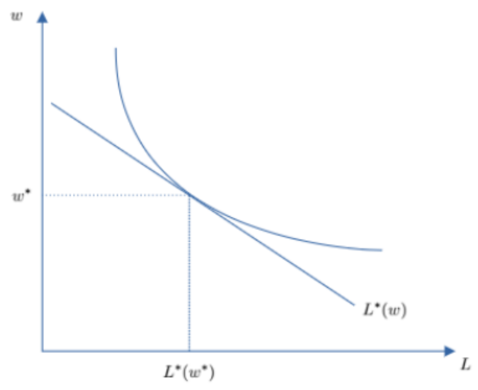
El Modelo de Leontief

- Relación entre una empresa y un único sindicato: el sindicato tiene un poder exclusivo sobre los salarios w, mientras que la empresa lo tiene sobre el nivel de empleo, L.
  - ✓ Sea $U(w, L)$ la función de utilidad del sindicato. ($U_w > 0$ y $U_L > 0$)
  - ✓ $\pi(w, L) = R(L) - wL$ es la función de beneficios de la firma, siendo R la función de ingresos ($R_L > 0 \;\; y \;\; R_{LL} < 0$) y que cumple:

$$\lim_{L\to 0} R'(L) = \infty \;\; \text{y} \;\; \lim_{L\to\infty} R'(L) = 0$$

- El juego secuencial trata:
  1. Etapa 1 → El sindicato plantea una demanda salarial w.
  2. Etapa 2 → La firma observa y acepta w. Con ello determina el nivel de empleo L.
  3. Etapa 3 → Los pagos son $U(w, L)$ y $\pi(w, L)$
- Entonces procederemos por inducción hacia atrás:
  - ***En la etapa 2***. Dada, por parte del sindicato, una demanda salarial, w, la firma elige $L^*(w)$ que resuelve:

$$\underset{L\geq 0}{Máx}\, \pi = R(L) - wL$$



Por *C.P.O.*:

$$R'(L) = w$$

  - ***En la etapa 1.*** El problema del sindicato es:

$$\underset{L\geq 0}{Máx}\, U\big(w, L^*(w)\big)$$

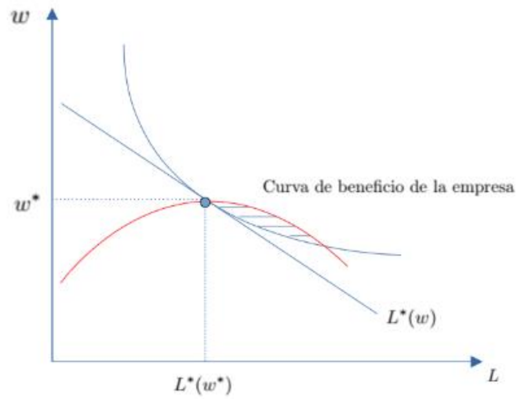
El sindicato demandaría un salario que le dé una curva de indiferencia más alta posible.
De este modo, la solución al problema del sindicato se alcanza en $\big(w^*, L(w^*)\big)$ en el que la curva de indiferencia que pasa por dicho punto es tangente a la curva $L^*(w)$

Podemos hallar el Equilibrio de Nash (por inducción hacia atrás):

$$EN = \big(w^*, L(w^*)\big)$$

- ¿Este resultado es eficiente o ineficiente?

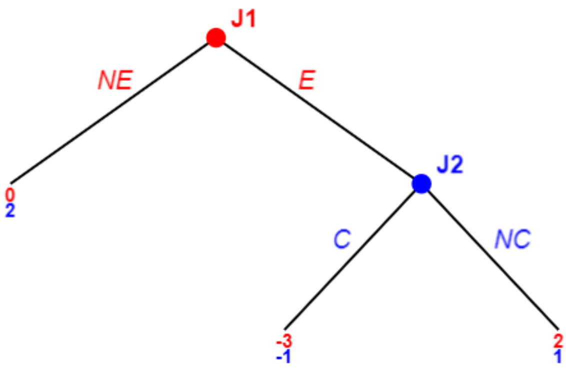
  Es ineficiente. En efecto, basta observar que en la región (cerrada) comprendida entre la curva de indiferencia del sindicato y la curva de beneficios de la firma, cualquier par $\big(w^*, L(w^*)\big)$ se corresponde con un nivel de utilidad superior para el sindicato y un nivel superior de beneficios para la empresa.



Perfección en subjuegos

Caso en información perfecta: (Juego de Entrada)

- Considere el siguiente juego:



Inducción hacia atrás

- J_2 elegirá NC.
- J_1 prevé lo que elige J_2 y elige E.

$$EN = (E, NC)$$

		J_2	
		C	NC
J_1	NE	0, 2	0, 2
	E	-3, -1	2, 1

Mejor respuesta

Para J_1:

$$B_1(C) = \{NE\}$$
$$B_1(NC) = \{E\}$$

Para J_2:

$$B_2(NE) = \{C, NC\}$$
$$B_2(E) = \{NC\}$$

Entonces:

$$EN = \{(E, NC), (NE, C)\}$$

Conclusiones

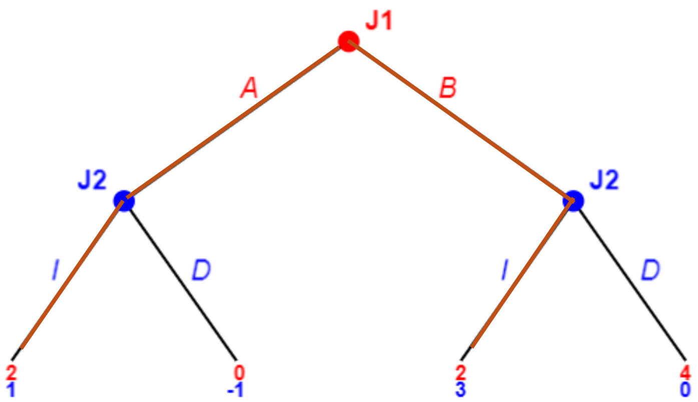
- Si analizamos los Equilibrios de Nash por el método de mejor respuesta, nos damos cuenta de que un Equilibrio es "sospechoso" (NE, C). Esto porque J_1 piensa que de elegir E, la respuesta óptima de J_2 será C. Pero sabemos que C no es óptimo para J_2.
- En el juego de forma estratégica asumimos simultaneidad y por eso tenemos otro EN.
- Concluimos que J_1 piensa que J_2 elegiría una estrategia no racional, lo que sería algo erróneo.
- Por lo tanto, suponemos el *Principio de Racionalidad Secuencial*.

Principio de Racionalidad Secuencial:

- La estrategia de un jugador debe especificar elecciones óptimas en cada conjunto de información en el que deba decidir (se llegue a dicho conjunto o no) dadas las estrategias de sus rivales.
- En juegos con información perfecta, el proceso de inducción hacia atrás permite hallar los Equilibrios de Nash que respetan el principio de racionalidad secuencial.

Saber que:

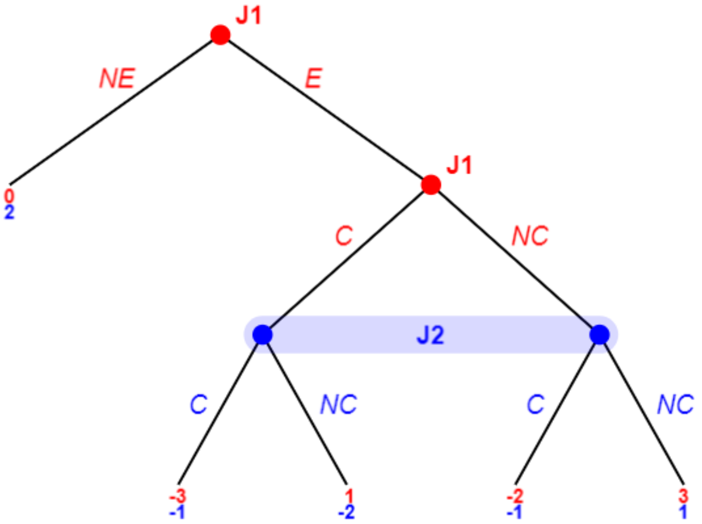
- La solución por inducción hacia atrás puede no ser única, en caso se presenten pagos iguales para un jugador, en los nodos terminales.



- En este caso, al J_1 ser indiferente entre los pagos que prevé que elegirá J_2, encontramos dos Equilibrios de Nash mediante inducción hacia atrás: $(A, (I\ I))$ y $(B, (I\ I))$

Caso en información imperfecta: (Juego de Entrada) JFCL

- Considere el siguiente juego:



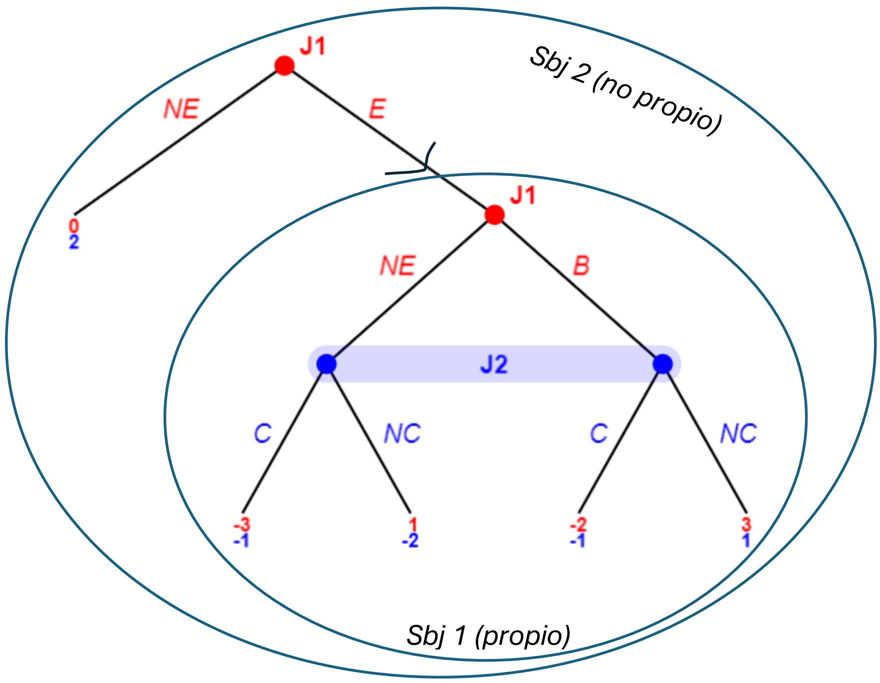
		J_2	
		C	NC
J_1	(NE,C)	0, 2	0, 2
	(NE,NC)	0, 2	0, 2
	(E,C)	-3, -1	1, -2
	(E,NC)	-2, -1	3, 1

Mejor respuesta

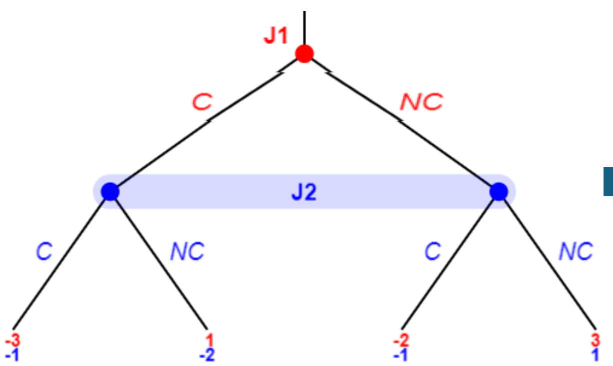
$$EN = \left\{ \begin{matrix} ((NE,C),C) \\ ((NE,NC),C) \\ ((E,NC),NC) \end{matrix} \right\}$$

Por inducción hacia atrás:

1. Dividimos el juego en subjuegos:



2. Solucionamos cada subjuego propio:



Al ser un juego simultáneo podemos resolverlo mediante su forma estratégia:

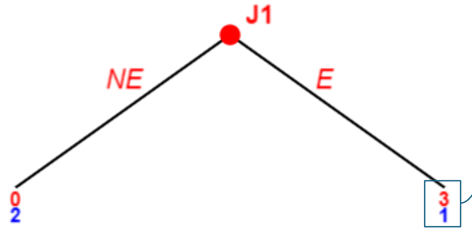
		J_2	
		C	NC
J_1	C	-3, -1	1, -2
	NC	-2, -1	3, 1

EN en subjuego propio

$$(NC,NC) \rightarrow (3,1)$$

- Como cada subjuego es una especie de juego en sí mismo, entonces, para extender la noción de racionalidad secuencial, se debe exigir que, en cada subjuego, se juegue un Equilibrio de Nash.

3. Reemplazamos los EN en el juego general:



Pagos correspondientes al $EN = (NC, NC)$

Por lo tanto, J_1 elige $Entrar$:

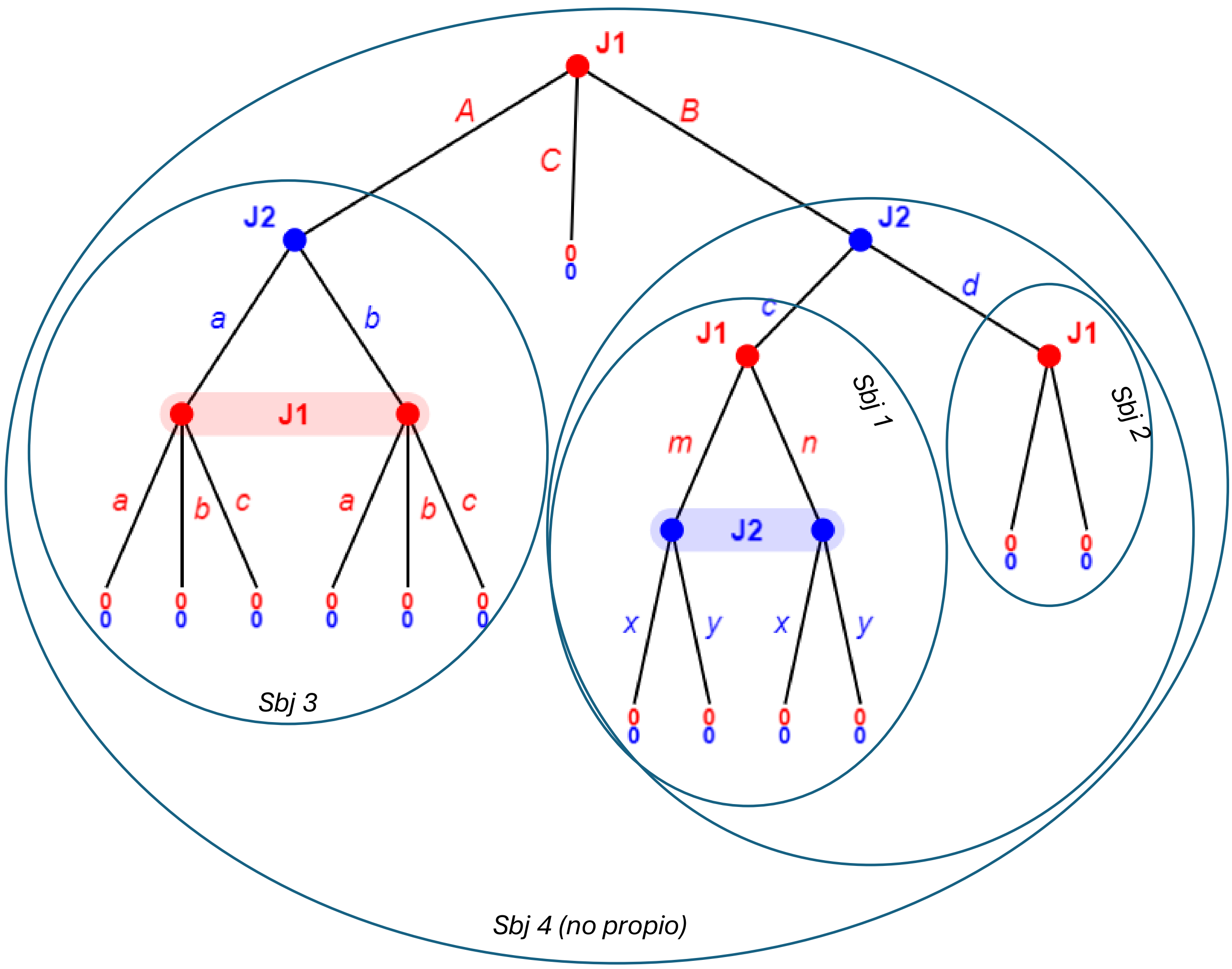
$$EN = \big((E, NC), NC\big)$$

Este sería el Equilibrio de Nash mediante inducción hacia atrás perfecto en subjuegos.

Conclusiones:

- De los tres equilibrios de Nash por el método de mejor respuesta, solamente uno de ellos induce un equilibrio de Nash en el subjuego estricto.
- El equilibro perfecto en subjuegos descarta aquellas posibles estrategias que no son creíbles.
- Un equilibrio es perfecto en subjuegos, si induce un E. de Nash en cada subjuego del juego.

Ejemplo de Subjuegos:



i. El juego tiene información imperfecta
ii. En conjunto de información con más de un nodo de decisión. Las acciones disponibles de cada nodo para el jugador que juega deben ser las mismas.
iii. Hemos formado subjuegos propios $(1{,}2{,}3)$ y el juego total es, pero no es propio (4).