

## PRÁCTICA DE CADENAS DE MARKOV

1. Carlos Lambraño es el orgulloso propietario de un automóvil deportivo 1955. En un día dado Carlos no sabe si su auto va a arrancar. Arranca el 90% de las veces si arrancó la mañana anterior, y el 70% de las veces no arranca si no arrancó la mañana anterior.

a) Construya la matriz de probabilidades de transición.

Estados	Arranca	No Arranca
Arranca	0.90	0.10
No Arranca	0.30	0.70

b) ¿Cuál es la probabilidad de que arranque mañana si arrancó hoy?

Inicial

Estado

(untitled)			
	Initial	State 1	State 2
State 1	1	.9	.1
State 2	0	.3	.7

(untitled) Solution

	State 1	State 2
State 1	.9	.1
State 2	.3	.7
Ending probability (given ini...	.9	.1
Steady State probability	.7499	.25

c) ¿Cuál es la probabilidad de arranque mañana si no arrancó hoy?

(untitled)			
	Initial	State 1	State 2
State 1	0	.9	.1
State 2	1	.3	.7

	State 1	State 2
State 1	.9	.1
State 2	.3	.7
Ending probability (given ini...	.3	.7
Steady State probability	.7499	.25

Ariel, un amigo de Carlos , apuesta \$5 a que el auto de Carlos no arrancará dentro de cinco días

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no arrancará dentro de cinco días, si arrancó hoy?

Number of transitions			
5			
(untitled)			
	Initial	State 1	State 2
State 1	1	.9	.1
State 2	0	.3	.7

Markov Analysis Results		
(untitled) Solution		
	State 1	State 2
State 1	.7694	.2306
State 2	.6917	.3083
Ending probability (given ini...	.7694	.2306
Steady State probability	.75	.25

**R: 0.7694**

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no arrancará dentro de cinco días, si no arrancó hoy?

Number of transitions			
5			
(untitled)			
	Initial	State 1	State 2
State 1	0	.9	.1
State 2	1	.3	.7

	State 1	State 2
State 1	.7694	.2306
State 2	.6917	.3083
Ending probability (given ini...	.6917	.3083
Steady State probability	.75	.25

R: 0.31

c) ¿Cuál es la probabilidad de que arranque a la larga, si la matriz de probabilidades de transición no cambia?

De que arranca 0.75

De que no arranca 0.25

	State 1	State 2
State 1	.7694	.2306
State 2	.6917	.3083
Ending probability (given ini...	.7694	.2306
Steady State probability	.75	.25

2. El profesor Clunie da cursos de programación de computadoras de dos meses durante el verano. Los estudiantes presentan varios exámenes para aprobar el curso y cada estudiante tiene tres oportunidades de tomar los exámenes. Los siguientes estados describen las situaciones posibles que pueden ocurrir: **Estado 1: pasar todos los exámenes y aprobar el curso. Estado 2: no pasar todos los exámenes en el tercer intento y reprobar el curso. Estado 3: reprobar un examen en el primer intento Estado 4: reprobar un examen en el segundo intento**

Después de observar varios grupos, el profesor Clunie obtuvo la siguiente matriz de probabilidades de transición:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Actualmente hay 50 estudiantes que no aprobaron todos los exámenes en el primer intento y 30 estudiantes que no aprobaron todos los exámenes en el segundo intento. ¿Cuántos estudiantes de estos dos grupos pasarán el curso y cuántos lo reprobarán?

Estado 1: pasar todos los exámenes y aprobar el curso

Estado 2: no pasar todos los exámenes en el tercer intento y reprobar el curso.

Estado 3: reprobar un examen en el primer intento

Estado 4: reprobar un examen en el segundo intento

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Estado 3

50

Estado 4

30

Estados	Estado 1	Estado 2	Estado 3	Estado 4
Estado 1	1	0	0	0
Estado 2	0	1	0	0
Estado 3	0.7	0	0.2	0.1
Estado 4	0.4	0.2	0.2	0.2

Matriz de probabilidades

Estados	Estado 3	Estado 4
Estado 3	50	
Estado 4		30

Estado 3

50 \* 0.2 = 10

50 \* 0.2 = 10

$$= 20$$

Estado 4

$$30 * 0.1 = 3$$

$$30 * 0.2 = 6$$

$$= 9$$

Del grupo 3, pasarán 30 y reprobarán 20.

Del grupo 4, pasarán 21 y reprobarán 9.

3. Eva Valdespino es copropietaria de una de los talleres más grandes de cambio de aceite rápido en una ciudad mediana del medio oeste. En la actualidad, la empresa tiene el 60% del mercado. Hay un total de 10 talleres de lubricación rápida en el área. Después de realizar una investigación de mercado básica, Eva logró captar las probabilidades iniciales o las participaciones en el mercado, junto con la matriz de transición, que representan las probabilidades de que un cliente cambie de un taller de lubricación a otro. Los valores se muestran en la tabla siguiente.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.4	0.3	0.1	0.1	0.05	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
2	0.03	0.8	0.01	0.01	0.01	0.1	0.01	0.01	0.01	.03
3	0.01	0.01	0.7	0.01	0.01	0.1	0.01	0.05	0.05	0.05
4	0.01	0.01	0.01	0.9	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02
5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.89	0.01	0.03	0.01	0.01	0.01
6	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.91	0.01	0.01	0.01	0.01
7	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1	0.7	0.01	0.1	0.04
8	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1	0.03	0.8	0.01	0.01
9	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1	0.01	0.1	0.7	0.04
10	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1	0.1	0.05	0	0.7

Valor original .8

Ajustado la 5,5 = .89

Las probabilidades iniciales o participaciones en el mercado para las tiendas 1 a 10 son 0.6,0.1,0.1,0.1, 0.05,0.01,0.01,0.01,0.01 y 0.01.

- a) Con estos datos, determine la participación en el mercado para el siguiente periodo para cada uno de los 10 talleres.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

	.0244	.0581	.0393	.1109	.0915	.4189	.06	.0884	.053	.0556
--	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-----	-------	------	-------

b) ¿Cuáles son las participaciones en el mercado en equilibrio?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	.0244	.0581	.0393	.1109	.0915	.4189	.06	.0884	.053	.0556

c) Eva cree que las estimaciones originales para las participaciones en el mercado estaban equivocadas. Piensa que la tienda 1 tiene 40% del mercado y la tienda 2 tiene 30%. Todos los demás valores son iguales. Si esto es cierto, ¿cuál es el impacto sobre las participaciones en el mercado para el siguiente periodo y las participaciones en el mercado en equilibrio?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Participación de mercado	.0164	.0703	.037	.1043	.0888	.4271	.0599	.0879	.0526	.0558
Equilibrio	.0164	.0703	.037	.1043	.0888	.4271	.0599	.0879	.0526	.0558

d) Una consultora de marketing piensa que el taller 1 tiene un enorme atractivo. Cree que este taller retendrá el 99% de su mercado actual, y que 1% puede cambiar al taller 2. Si la consultora está en lo cierto, ¿tendrá el taller 1 el 90% el mercado a largo plazo?

R: El taller 1 tiene la menor probabilidad de cambiar de estado. Por lo tanto, la consultora estaría en lo correcto.

4. La industria de teléfonos celulares es muy competitiva. Dos compañías en el área de Panamá, Horizon y Local Cellular, están compitiendo constantemente en un intento por controlar el mercado. Cada compañía tiene un acuerdo de servicio de un año. Al final de cada año, algunos clientes renuevan, en tanto que otros cambian a la otra compañía. Los clientes de Horizon tienden a ser leales y 80% renuevan, mientras que 20% se cambian. Cerca de 70% de los clientes de Local Cellular renuevan con ellos y alrededor de 30% cambia a Horizon. Si Horizon tiene 100,000 clientes este año y Local Cellular 80,000, ¿cuántos se espera que tenga cada compañía el próximo año?

Horizon

100K clientes

80% se quedan

20% se van Local Cellular

Local Cellular

80k clientes

70% se quedan

30% se va a Horizon

Estados/Compañía	Horizon	Local Celular
Horizon	0.8	0.2
Local Celular	0.3	0.7

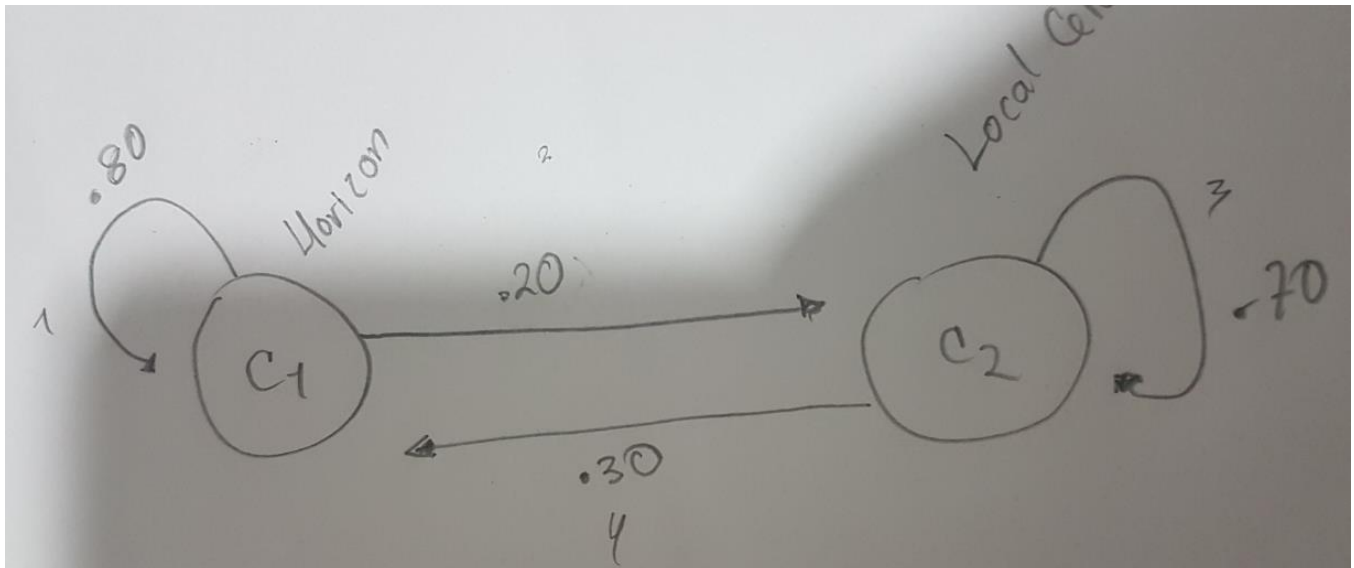
Matriz de Probabilidades

Horizon	Local Celular
100,000	80,000

Horizon	Local Celular
0.8	0.2
0.3	0.7

Horizon:  $(100,000 \cdot 0.8) + (80,000 \cdot 0.3) = 104,000$

Local Cellular:  $(100,000 \cdot 0.2) + (80,000 \cdot 0.7) = 76,000$



	Initial	State 1	State 2
State 1	.56	.8	.2
State 2	.44	.3	.7

(untitled) Solution		
	State 1	State 2
State 1	.8	.2
State 2	.3	.7
Ending probability (given ini...	.58	.42
Steady State probability	.6	.4

5. La industria de las computadoras personales avanza con rapidez y la tecnología proporciona una motivación para que los clientes actualicen sus computadoras cada pocos años. La lealtad a la marca es muy importante y las compañías tratan de hacer cosas para conservar a sus clientes contentos. Sin embargo, algunos clientes cambian a otra compañía. Tres marcas en particular, Lonovo, Bell y Kumpaq, tienen las mayores participaciones de mercado. De las personas que tienen computadoras **Lonovo, 80% comprarán otra Lonovo en la siguiente actualización, en tanto que el resto cambiarán a una de las otras compañías por partes iguales.** Entre los dueños de una **computadora Bell, 90% comprarán Bell de nuevo, mientras que 5% comprarán Lonovo y 5% Kumpaq.** **Cerca del 70% de los dueños de una Kumpaq elegirán la misma marca la siguiente vez, 20% comprará Lonovo, y el resto, Bell.** Si cada marca hoy tiene 200,000 clientes, que planean comprar una nueva computadora el próximo año, ¿cuántas computadoras de cada tipo se comprarán?

Si tienen:

Lonovo

80% comprará Lonovo

10% cambia a Bell

10% cambia a Kumpaq

Bell

90% comprará Bell

5% cambia a Lonovo

5% cambia a Kumpaq

Kumpaq



70% comprará Kumpaq

20% cambia a Lonovo

10% cambia a Bell

Clientes c/u 200,000

### Estados

Estados/Compañía	Lonovo	Bell	Kumpaq
Lonovo	0.80	0.10	0.10
Bell	0.05	0.90	0.05
Kumpaq	0.20	0.10	0.70

### Matriz de Probabilidades

Lonovo	Bell	Kumpaq
200,000	200,000	200,000

Lonovo	Bell	Kumpaq
0.80	0.10	0.10
0.05	0.90	0.05
0.20	0.10	0.70

Lonovo:  $(200,000 \cdot 0.8) + (200,000 \cdot 0.05) + (200,000 \cdot 0.2) = 210,000$

Bell:  $(200,000 \cdot 0.1) + (200,000 \cdot 0.90) + (200,000 \cdot 0.1) = 220,000$

Kumpaq:  $(200,000 \cdot 0.1) + (200,000 \cdot 0.05) + (200,000 \cdot 0.7) = 170,000$

### Respuesta:

Lonovo: 210,000 computadoras

Bell: 220,000 computadoras

Kumpaq: 170,000 computadoras

