

Modelos de Programación Lineal: Método Gráfico

Introducción

Programación Lineal (PL) es

- Una técnica de modelado matemático ampliamente utilizada
- Diseñada para ayudar a los gerentes en la planeación y la toma de decisiones
- Relacionadas a la asignación de recursos

PL es una técnica que ayuda en las decisiones de asignación de recursos

- ***Programar*** se refiere a modelar y resolver un problema matemáticamente.

Ejemplos de aplicaciones exitosas de PL

- 1. El Desarrollo de una programación de producción que:**
 - ***Satisfará la demanda futura de la producción de una gran compañía***
 - ***Mientras se minimizarán los costos totales de producción y de inventario***
- 2. Seleccionar la mezcla de producción**
 - ***Hacer el mejor uso de las horas-máquina y horas-hombre disponibles***
 - ***Mientras se maximizan el número de los productos***

- 3. Determinación de los grados de productos de petróleo que producen la máxima utilidad**
- 4. Seleccionar la mejor mezcla de materia prima de alimentos que produzca el menor costo**
- 5. Determinar el sistema de distribución que minimice los costos de transporte marítimo y algunos almacenajes a diferentes localidades.**

Requisitos de un problema de LP

Todos los problemas de PL comparten cuatro propiedades:

- **Todos los problemas buscan maximizar o minimizar alguna cantidad (la función objetivo)**
- **Las restricciones limitan el grado al cual el objetivo puede ser alcanzado.**
- **Debe tener alternativas disponibles.**
- **Las relaciones matemáticas son lineales.**

Hipótesis de LP

1. Certeza:

- ***Los coeficientes en la función objetivo y las restricciones son conocidas con certeza y no cambian en el periodo en que son estudiadas.***

2. Proporcionalidad

- ***Entre el objetivo y las restricciones***
- ***Concordancia entre los incrementos en la producción y la utilización de los recursos.***

3. Aditividad:

- ***El total de todas las actividades es igual a la suma de las actividades individuales.***

Hipótesis de LP (cont.)

4. Divisibilidad:

- *Las soluciones no tienen que ser números enteros*
- *Las soluciones son divisibles y pueden tomar valores de fracciones.*

5. No negatividad :

- *Todas las respuestas o valores de las variables son mayores o iguales a cero*
- *Los valores negativos de cantidades físicas es imposible*

Formulación de problemas de PL

- La formulación de un programa lineal implica el desarrollo de un modelo matemático que representa el problema administrativo.

- Una vez que se entiende el problema administrativo se inicia el desarrollo del enunciado matemático del mismo.

- Los pasos para formular un programa lineal son:

- 1. Entender por completo el problema administrativo que enfrenta*
- 2. Identificar los objetivos y las restricciones*
- 3. Definir las variables de decisión*
- 4. Utilizar las variables de decisión para escribir las expresiones matemáticas de la función objetivo y de las restricciones*

Formulación de problemas de PL

El problema de mezcla de productos

- **Se producen dos o más productos utilizando recursos limitados tales como:**
 - *personal, máquinas, materia prima, etc.*
- **La utilidad que la firma busca maximizar está basada en la contribución a la utilidad por unidad de cada producto.**
- **A la compañía le gustaría determinar cuántas unidades de cada producto deberá fabricar para maximizar la utilidad total dados sus recursos limitados.**

Flair Furniture Company

Horas requeridas para producir una unidad

Departamento	(M) Mesas	(S) Sillas	Horas disponibles esta semana
• Carpintería	4	3	240
• Pintura y barnizado	2	1	100
Utilidad por unidad	\$7	\$5	

Identificar la función objetivo y las restricciones

Maximizar las utilidades

Sujeto a:

Horas de carpintería usadas \leq 240 hrs.por semana

Horas de pintura y barnizado usadas \leq 100 hrs./sem.

Flair Furniture Company

Identificar la función objetivo y las restricciones

Maximizar las utilidades

Sujeto a:

Horas de carpintería usadas ≤ 240 hrs.por semana

Horas de pintura y barnizado usadas ≤ 100 hrs./sem.

Definir las variables de decisión:

X_1 = número de mesas producidas por semana

X_2 = número de sillas producidas por semana

Flair Furniture Company

Horas requeridas para producir una unidad

Departamento	(X_1) Mesas	(X_2) Sillas	Horas disponibles esta semana
• Carpintería	4	3	240
• Pintura y barnizado	2	1	100
Utilidad por unidad	\$7	\$5	

Formulación matemática:

$$\text{Max. utilidad } Z = 7 X_1 + 5 X_2$$

$$\text{Subject to: } 4 X_1 + 3 X_2 \leq 240 \text{ (Carpintería)}$$

$$2 X_1 + 1 X_2 \leq 100 \text{ (Pintura y Barniz)}$$

$$X_1 \geq 0 \quad (1^{\text{a}} \text{ restricción de no negatividad})$$

$$X_2 \geq 0 \quad (2^{\text{a}} \text{ restricción de no negatividad})$$

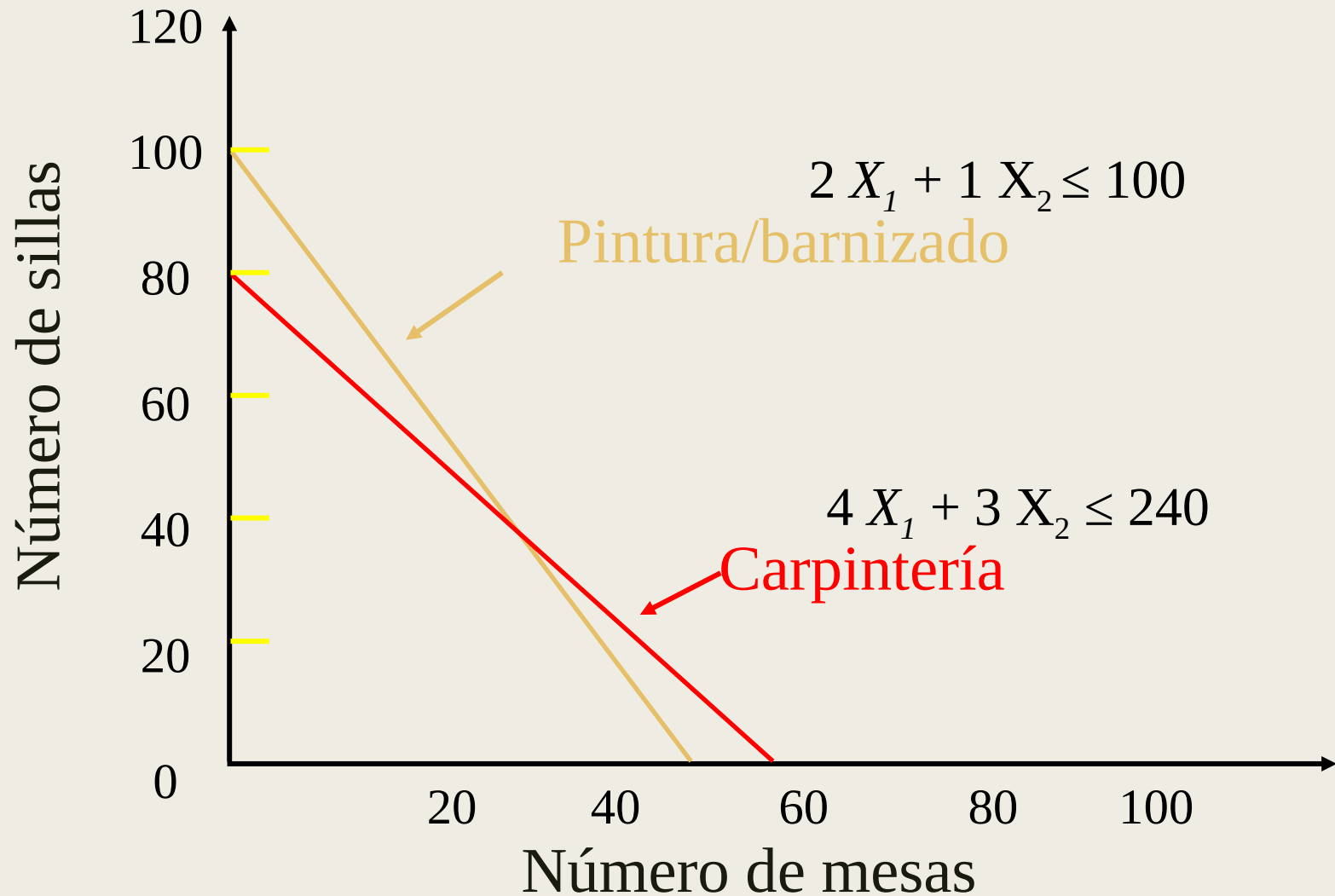
Flair Furniture Company

Restricciones

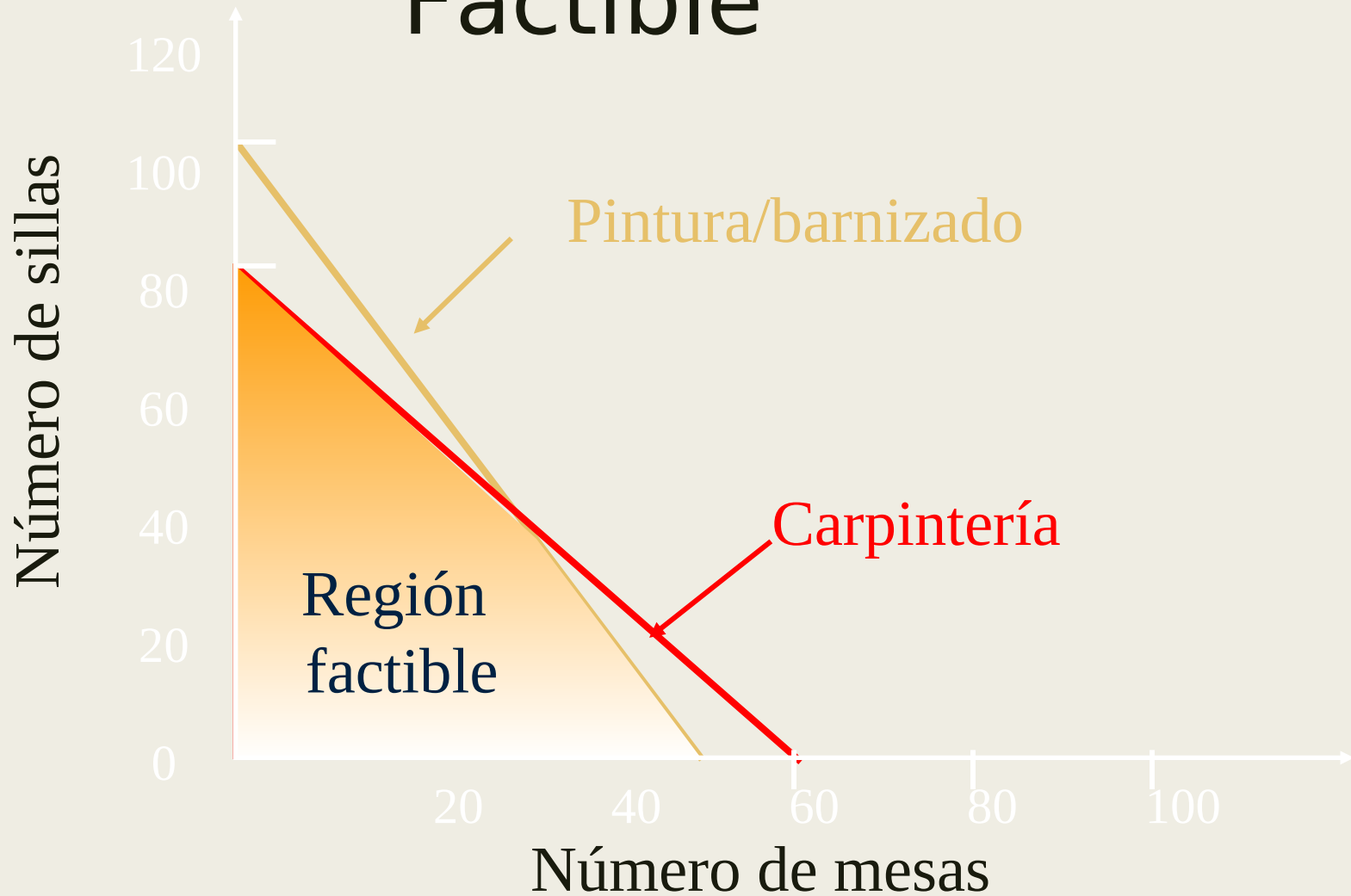
La forma más fácil de resolver un problema sencillo como el de Flair Furniture Company es a través del Método Gráfico

El método gráfico sólo se utiliza cuando se tienen problemas con dos variables de decisión, pero da una valiosa idea sobre cómo se estructura los problemas más grandes.

Flair Furniture Company



Flair Furniture Company Región Factible



Etapas para el método de línea de isoutilidad

- 1. Graficar las restricciones y encuentre la región factible.**
- 2. Seleccione la línea de utilidad o costo y grafíquela para encontrar la pendiente.**
- 3. Mover la línea de la función objetivo en la dirección del incremento de utilidad (o decremento de costo) manteniendo la inclinación de la pendiente. El último punto que toca in la región factible es la solución óptima.**
- 4. Encontrar los valores de las variables de decisión en el último punto y calcule la utilidad (o costo).**

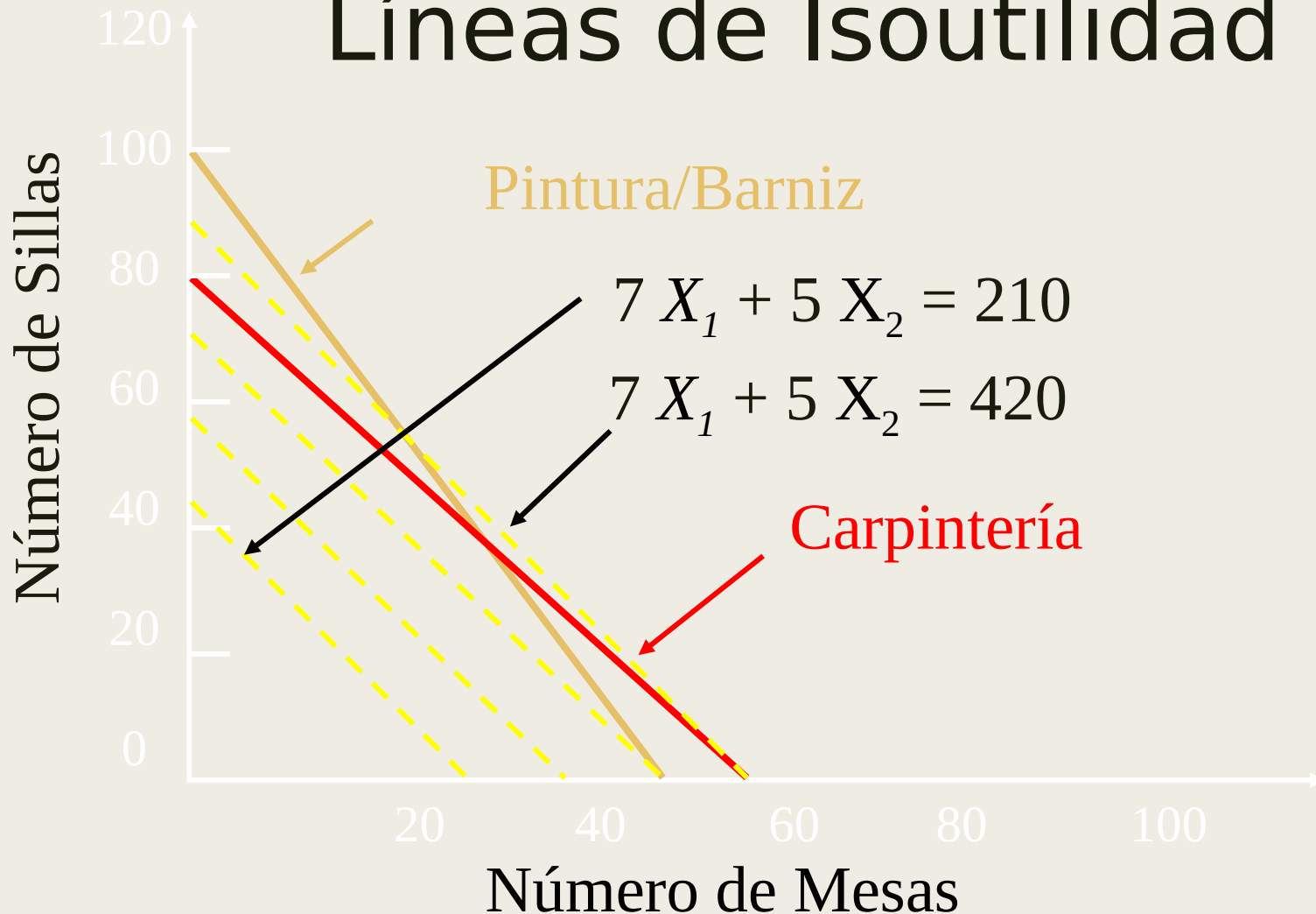
Flair Furniture Company línea de isoutilidad

Método de la línea de isoutilidad

- Empiece con utilidades igual a una cantidad arbitraria de dinero
- Escoja por ejemplo \$210.
- ***Esta es una cantidad que puede ser obtenida fácilmente sin violar ninguna de las restricciones***
- La función objetivo puede ser escrita como $\$210 = 7X_1 + 5X_2$.

Flair Furniture Company

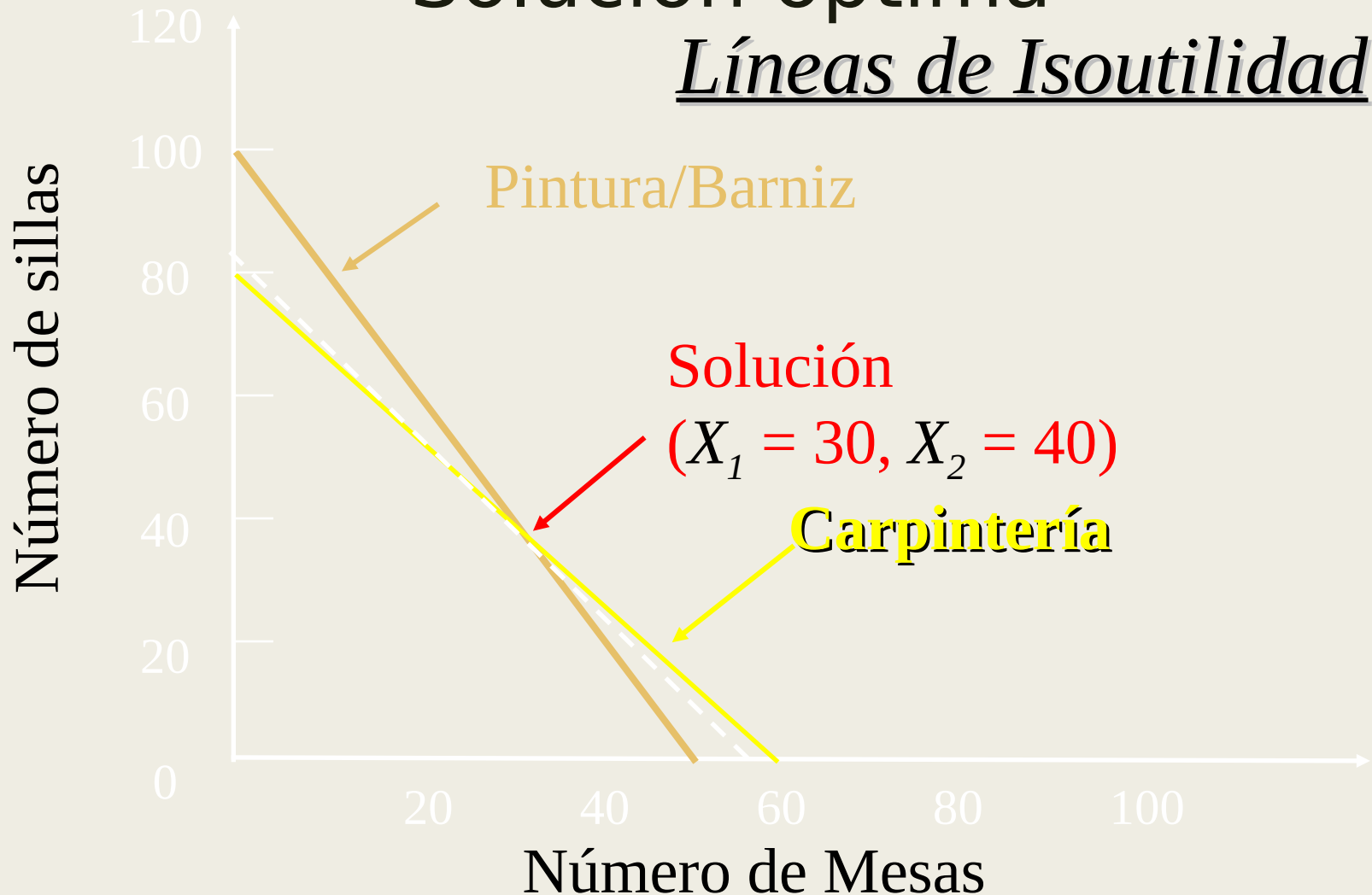
Líneas de Isoutilidad



Flair Furniture Company

Solución óptima

Líneas de Isoutilidad



Flair Furniture Company Punto de Esquina

Método de solución del punto de Esquina

Una segunda forma de resolver problemas de programación lineal

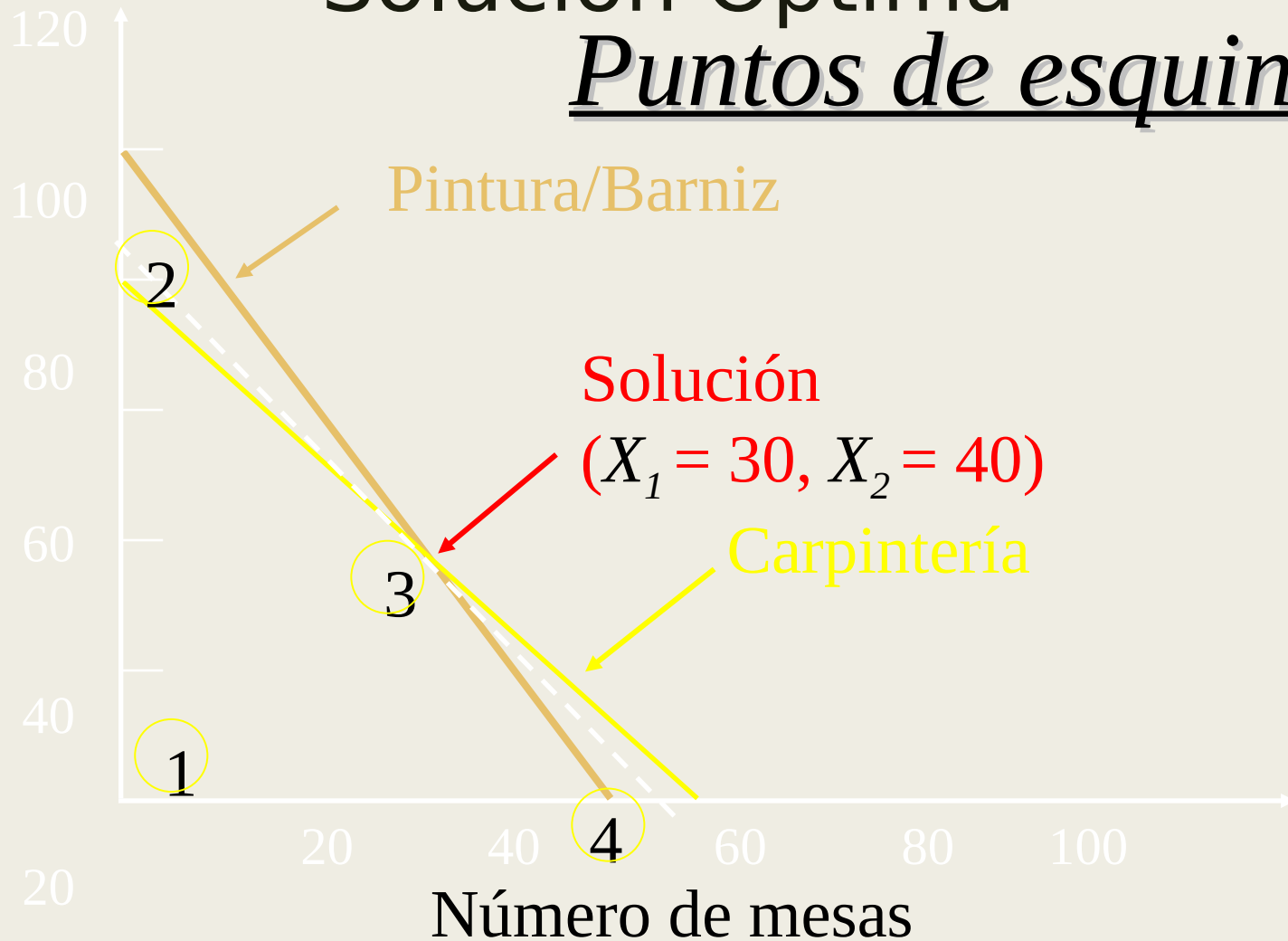
- **La teoría matemática detrás de la PL es que la solución óptima debe quedar en uno de los puntos de esquina en la región factible.**

Flair Furniture Company

Solución Óptima

Puntos de esquina

Número de sillas



Solucionando problemas de

Holiday Meal Turkey Ranch example

Minimizar: $2X_1 + 3X_2$

Sujeto a:

$$5X_1 + 10X_2 \geq 90 \text{ oz.} \quad (\text{A})$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 48 \text{ oz.} \quad (\text{B})$$

$$\frac{1}{2} X_1 \geq 1 \frac{1}{2} \text{ oz.} \quad (\text{C})$$

$$\text{where, } X_1, X_2 \geq 0 \quad (\text{D})$$

X_1 = Libras de la marca 1

X_2 = Libras de la marca 2

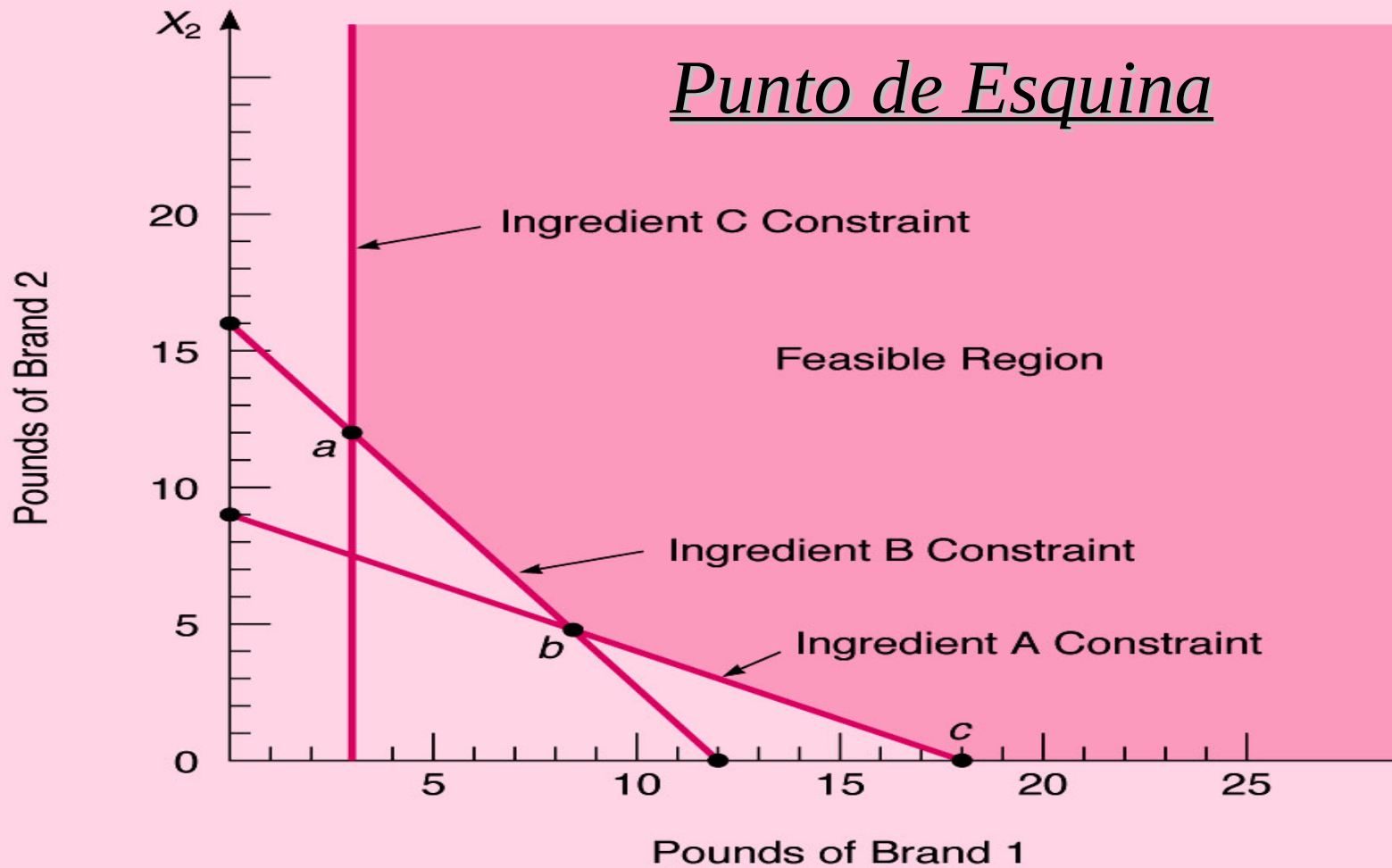
(A) = Restricción del ingrediente A

(B) = Restricción del ingrediente B

(C) = Restricción del ingrediente C

(D) = Restricción de no negatividad

Holiday Meal Turkey



Holiday Meal Turkey

