

Capítulo 2

Definición y Construcción de Modelos

Capítulo 2

Definición y Construcción de Modelos

Los objetivos de este capítulo son los siguientes:

- Presentar la definición e importancia de los modelos.
- Presentar los diversos usos de los modelos.
- Presentar las diferentes clasificaciones de los modelos.
- Definir los pasos necesarios para la construcción de un modelo.
- Enumerar los diferentes elementos que conforman la estructura de un modelo.

2.1 Introducción

Uno de los objetivos de la simulación, como vimos en el capítulo anterior, es realizar experimentos sin tener la necesidad de alterar o perturbar el sistema real, ya sea por razones económicas o como protección al sistema. Este tipo de estudio pretende llegar a predecir cómo será el comportamiento futuro del sistema, en función de los cambios de ciertos parámetros. También es cierto que en la mayoría de los casos no se pueden cambiar deliberadamente los parámetros de un sistema real debido a que podrían causar errores graves de funcionamiento.

Al realizar estudios con un sistema económico, por ejemplo, no es factible cambiar arbitrariamente la oferta y la demanda del producto (tratándose del sistema real). Aunque, en ocasiones se da el caso, de que una empresa experimenta con diferentes estrategias de publicidad o mercadotecnia para luego comparar los resultados obtenidos. En el sistema real, se tiene muy poco o ningún control porque no es posible mantener constantes todas las variables. Si se lograra algún cambio, en los parámetros del sistema real, escaparía de nuestras manos la capacidad de predecir de manera razonable su futuro comportamiento.

Para que la simulación logre un comportamiento semejante al sistema real, sin los problemas descritos, se necesita construir un modelo. A continuación, se define el concepto de *modelo* para pasar inmediatamente a sus usos.

2.2 Definición de Modelo

Se pueden encontrar diferentes definiciones del concepto de *modelo*, a continuación, mencionaremos algunas de ellas:

- Representación física o abstracta de un sistema (grupo de objetos o ideas) que de alguna manera es diferente a su forma original.
- Conjunto de información recogida sobre un sistema con el propósito de estudiarla.

- Descripción detallada de un sistema.
- Abstracción de las propiedades dominantes de un sistema.
- Imagen o representación de los aspectos del sistema que se encuentran bajo estudio.

Analicemos estas definiciones. El término abstracción significa separación mental de todos los objetos o parte de las cualidades de un sistema, para su mejor estudio. Describir es representar gráficamente o por medio del lenguaje, las circunstancias que sirven para dar una idea clara de un sistema. Podemos condensar estas ideas y decir entonces que un modelo es:

Modelo: Descripción o representación de la abstracción de un sistema real, que puede ayudarnos a explicar, entender, predecir o mejorar el sistema bajo estudio.

2.3 Usos de los Modelos

En el capítulo anterior mencionamos que los estudios de simulación sirven como apoyo en el análisis y diseño de sistemas de cualquier tipo. Esto quiere decir, que los modelos, los cuales son herramientas de simulación, tendrán los mismos usos. Además, permiten diseñar procedimientos del sistema y posteriormente evaluarlos. Frecuentemente se reconocen cinco usos comunes y legítimos de los modelos:

2.3.1 Una Ayuda al Pensamiento

Esto significa que es un recurso explicativo que permite definir un problema o sistema, ya que muestra los pasos necesarios, y la secuencia de estos, para poder llegar a la solución. Por ejemplo, al construir una red PERT¹ de un determinado proyecto, se están indicando los pasos necesarios para su adecuada realización y terminación (ver Figura 2.1).

¹ Program Evaluation and Review Technique.

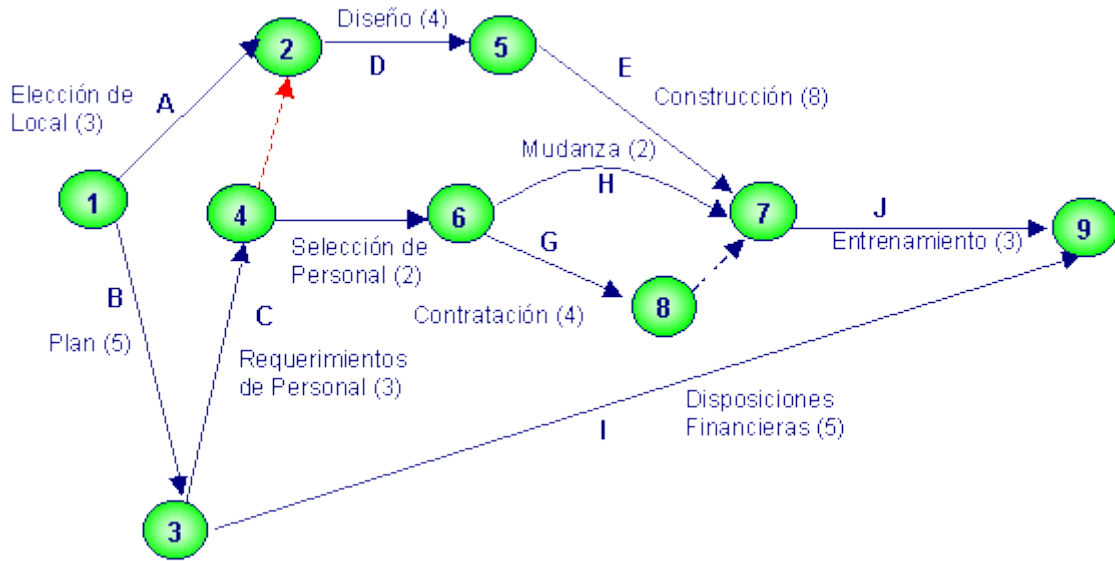


Figura 2.1 Ejemplo de un PERT

La red muestra las diferentes actividades y su secuencia, los tiempos de duración y los recursos que se requieren para cada actividad.

2.3.2 Una Ayuda a la Comunicación

Proporciona un modo de comunicación más eficiente y efectivo, permitiendo eliminar las ambigüedades que aparecen en un lenguaje verbal cuando se transmiten ideas o descripciones complejas. Hace más comprensible las relaciones causa y efecto (ver Figura 2.2).

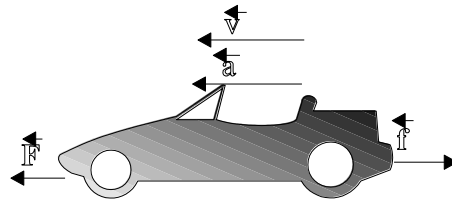


Figura 2.2 Ejemplo de un Modelo Visual

2.3.3 Una Ayuda al Entrenamiento e Instrucción

Los modelos son ideales para entrenar a las personas porque permiten:

- Practicar con el ambiente.
- Experimentar situaciones de crisis.
- Enfrentarse a eventualidades antes que estas ocurran.

Ejemplos:

- Vehículos espaciales para entrenar astronautas.
- Modelos para enseñar a conducir automóviles.
- Modelo de defensa aérea²: El propósito principal de este modelo es el de proporcionar ayuda en la evaluación de ciertos parámetros de dichos sistemas defensivos en contra de ataques a poca altura por parte del avión enemigo. Mientras, el objetivo de la defensiva, entonces, es tratar de ocasionarle un alto costo a la ofensiva. El modelo presentado puede adaptarse con facilidad a situaciones más complejas y así poder observar su comportamiento.



Figura 2.3 Ayuda al Entrenamiento Espacial

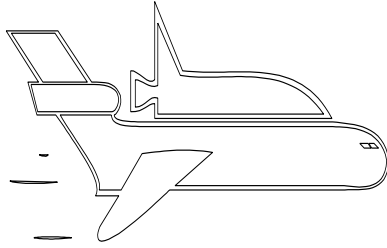
<http://tecnio.com/wp-content/uploads/helicopter-simulator-thumb.jpg>

2.3.4 Una Herramienta de Predicción y Ayuda al Desarrollo

El modelo ayuda a indicar si el proyecto es o no económicamente factible permitiendo elaborar planes de desarrollo. Piense, por ejemplo, en el caso de un proyecto para construir una represa con ciertas especificaciones, o una nueva nave espacial, o un rascacielos, etc.

Ayudan a prevenir circunstancias de emergencia, verificando las medidas más correctas antes de que la situación se presente. Suponga el estudio de un nuevo aparato de buceo; el modelo permitiría determinar reacciones del aparato sometido a ciertos niveles de presión y velocidad. El poder prevenir ciertas reacciones de crisis hará posible realizar cambios en el proyecto para su mejor desarrollo. (ver Figura 2.4)

² Robert Shannon, "Simulación de Sistemas", pp. 320-329.



Se puede utilizar para predecir cuanto combustible se necesita para recorrer con una carga, una determinada distancia.

Figura 2.4 Ejemplo de Ayuda al Desarrollo

2.3.5 Una Ayuda a la Experimentación

Experimentar en este caso significa “investigar, analizar, probar, estudiar, sopesar con un modelo en vez del sistema real”.

La simulación entonces permite probar y evaluar nuevos sistemas o cambios propuestos en los sistemas actuales, ya que experimentar con el sistema real es demasiado costoso, poco práctico o ambos. En general, al experimentar en un modelo de un sistema complejo, podemos aprender más acerca de su interacción interna y de sus elementos, de lo que aprenderíamos por medio de la manipulación del sistema real. Esto se debe al control de la estructura organizacional del modelo, su mensurabilidad, y por la facilidad de variación de sus parámetros.

Las funciones del modelo antes descrito nos permiten hacer deducciones acerca del sistema, dándonos la ventaja de trabajar con él:

- Sin necesidad de reproducir el sistema, debido a que sólo se tiene que plantear como un modelo.
- Sin perturbar el sistema; podemos experimentar con el modelo para analizar su comportamiento, al variar sus parámetros³.
- Sin destruirlo, si estamos simulando el sistema para determinar los límites de resistencia del mismo.

2.4 Clasificación de los Modelos

Los modelos pueden clasificarse de diversas formas. Desdichadamente ninguna es completamente satisfactoria, aunque cada una sirve a un propósito particular. Es necesario

³ Variables independientes.

conocer las diferentes clasificaciones porque sólo así sabremos qué tecnologías debemos utilizar. Algunos de los esquemas de clasificación son los siguientes:

1. Clasificación de acuerdo con el enfoque del modelo.
2. Clasificación de acuerdo con los cambios o variaciones del modelo.
3. Icónicos versus Físicos versus Análogos.
4. Determinísticos versus Estocásticos.

2.4.1 Clasificación de Acuerdo con el Enfoque del Modelo

Esta clasificación se puede esquematizar de la siguiente forma:

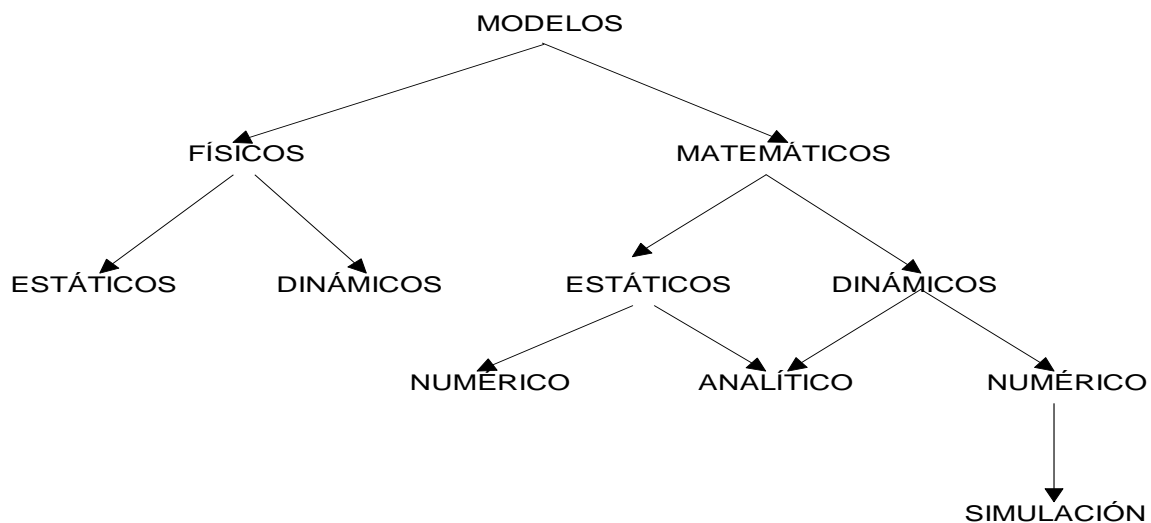


Figura 2.5 Tipos de Modelos

El enfoque de este libro tiene que ver primordialmente con modelos matemáticos, dinámicos, y numéricos.

2.4.1.1 Modelos Físicos

Los modelos físicos se asemejan al sistema en estudio, y se pueden basar en alguna analogía entre sistemas. En otras palabras, son réplicas o cuasi-réplicas del sistema real.

Por ejemplo, los sistemas eléctricos, mecánicos o hidráulicos, en donde las actividades del sistema son reflejadas por las leyes físicas que dirigen el modelo, y los atributos del sistema se representan por medidas tales como el voltaje, posición de un eje o motor eléctrico.

Estos modelos, pueden basarse en representaciones a escalas, como las maquetas de edificios, maqueta de una red de tuberías, etc. Este tipo de representaciones se utiliza usualmente para ver la proporción de espacio que hay entre sus elementos. Los modelos físicos se usan tanto en demostraciones como en la experimentación directa. Se les conoce también con el nombre de *icónicos* (ver Figura 2.6).



Figura 2.6 Modelo a escala

http://www.aeropaixao.com/Fotosmodelos/MOD_EH101_FAP.jpg

2.4.1.2 Modelos Matemáticos

Se utiliza notación simbólica y ecuaciones para representar los modelos. Los atributos del sistema son representados por funciones⁴ matemáticas que indican las relaciones entre las variables. Son más generales que otros tipos de modelos. Existe peligro en su uso por su carácter de idealización abstracta de un problema, porque requieren de suposiciones y de simplificaciones para ser resueltos. Debe tenerse especial cuidado para asegurar que el modelo sea una representación válida del sistema (ver Figura 2.7).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimizar } f(x) \\ \text{sujeto a} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ x \in S \subset \mathbb{R}^n. \end{array} \right.$$

Figura 2.7 Ejemplo de Modelo Matemático

<http://victoryepes.blogs.upv.es/files/2012/05/Modelo-matematico.jpg>

⁴ Fórmulas

2.4.1.3 Modelos Estáticos

Los modelos estáticos son aquellos que muestran los atributos del sistema solamente cuando este se encuentra en equilibrio.

En la investigación de operaciones, con raras excepciones, la mayoría de los trabajos en el área de programación lineal, se han basados en modelos estáticos (ver Figura 2.8).

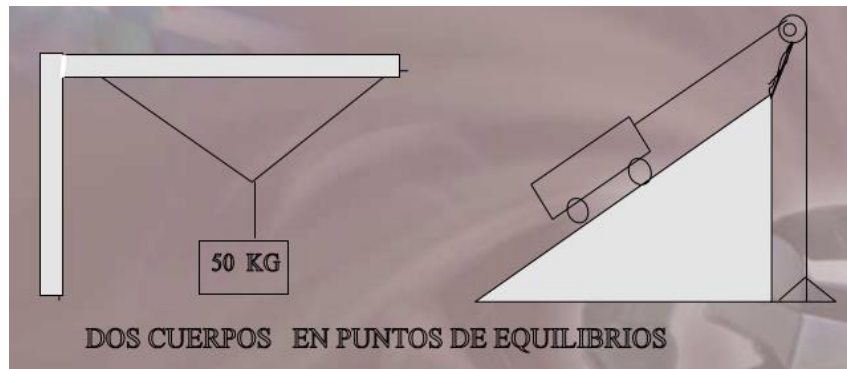
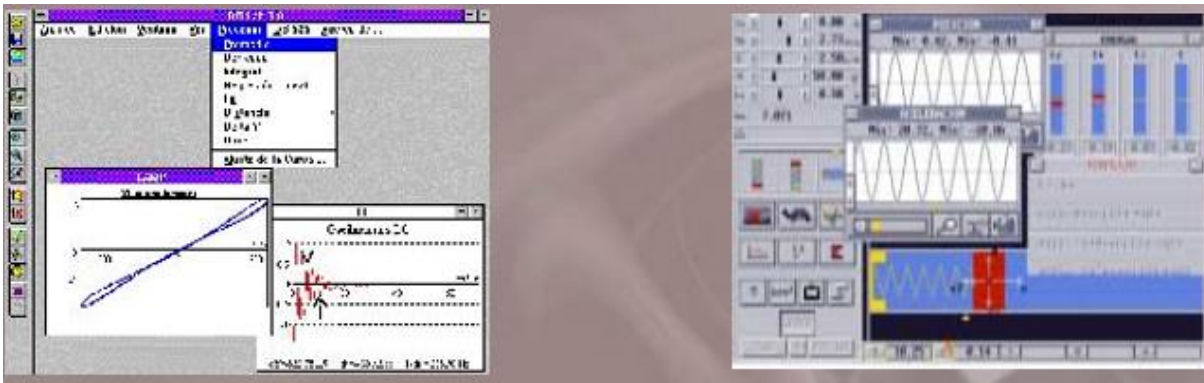


Figura 2.8 Ejemplo de un Modelo Estático

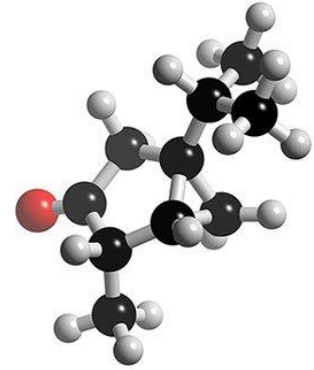
2.4.1.4 Modelos Dinámicos

Siguen los cambios del sistema a *través del tiempo* como resultado de sus actividades. Pueden ser con modelos físicos o matemáticos.



2.4.1.5 Modelos Físicos-Estáticos

Son semejantes al sistema real y lo representan en un punto de equilibrio. Los más conocidos son los modelos a escala usados para representar barcos y aviones. En el área científica se utiliza este tipo de modelo para representar el átomo y un modelo de esta naturaleza jugó un papel importante para descifrar la molécula del ADN. Son usados porque resultan más convenientes que tener que producir dibujos complicados en tres dimensiones. Es posible que tiendan a desaparecer ciertos niveles por la facilidad de representación tridimensional de las computadoras.



2.4.1.6 Modelos Físicos-Dinámicos

Son aquellos que cuentan con alguna analogía entre el sistema estudiado y algún otro sistema de diferente naturaleza. Esta analogía depende de la semejanza de las fuerzas que gobiernan el comportamiento de los sistemas, y pueden entrar en la categoría de modelos análogos. Un ejemplo de modelo físico-dinámico es un modelo a escala de un avión probado en un túnel aerodinámico para examinar su estabilidad. La siguiente figura muestra un modelo físico con la capacidad de movimiento que permite analizar sus cambios en el tiempo (ver Figura 2.9).

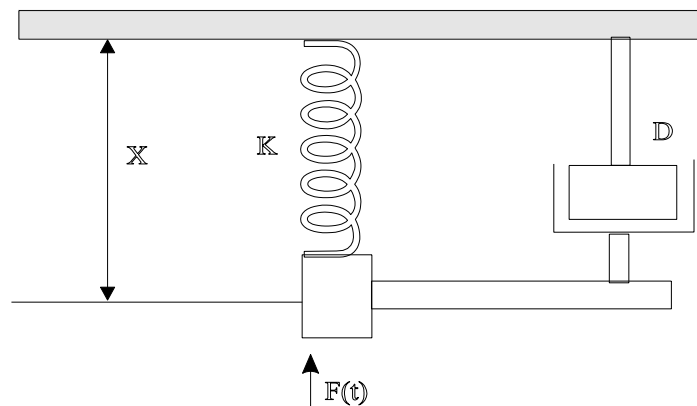


Figura 2.9 Ejemplo de Modelo Físico-Dinámico

El diagrama representa un sistema de amortiguamiento cuyo comportamiento varía de acuerdo con la ecuación:

$$Mx'' + Dx' + Kx = KF(t)$$

Donde X = distancia

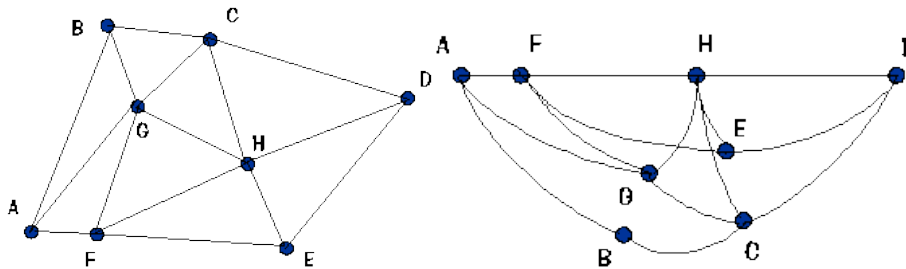
M = masa

K = constante del resorte

D = factor de amortiguamiento

El modelo bien puede estar representando un sistema de amortiguamiento para un determinado automóvil, para mejorar el diseño, aunque sus estructuras no sean idénticas.

Otro ejemplo sería el de un mapa impreso, construido mediante un conjunto de convenciones cartográficas que hacen legibles propiedades tales como las altitudes, distancias, localización física de objetos geográficos, etc. Este ejemplo entra en la categoría de modelado análogo.



Arriba: modelo análogo utilizado para resolver el problema del camino más corto entre dos vértices de un grafo. Los lugares se representan mediante pequeñas anillas y los caminos entre ellos se modelizan mediante hilos de la misma longitud que el camino real. Para localizar la ruta más corta entre dos puntos, A y D, se cogen las anillas correspondientes y se tensa la red. Los hilos tensos definen la ruta mínima: $A \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow D$

2.4.1.7 Modelos Matemáticos-Estáticos

Estos modelos indican las relaciones entre los atributos del sistema cuando este se encuentra en equilibrio. Si el punto de equilibrio cambia, por la alteración de cualquiera de sus atributos, el modelo habilita los nuevos valores para todos los atributos en estudio; pero no muestra la forma en la cual ellos cambian a sus nuevos valores. Por ejemplo, en mercadeo, un artículo tiene un equilibrio entre la oferta y la demanda y ambos factores dependen del precio. Un modelo de mercadeo sencillo muestra el precio en el cual ocurre el equilibrio.

A continuación, en la figura 2.10, mostramos una gráfica de la relación entre la oferta (Q) y el precio (P).

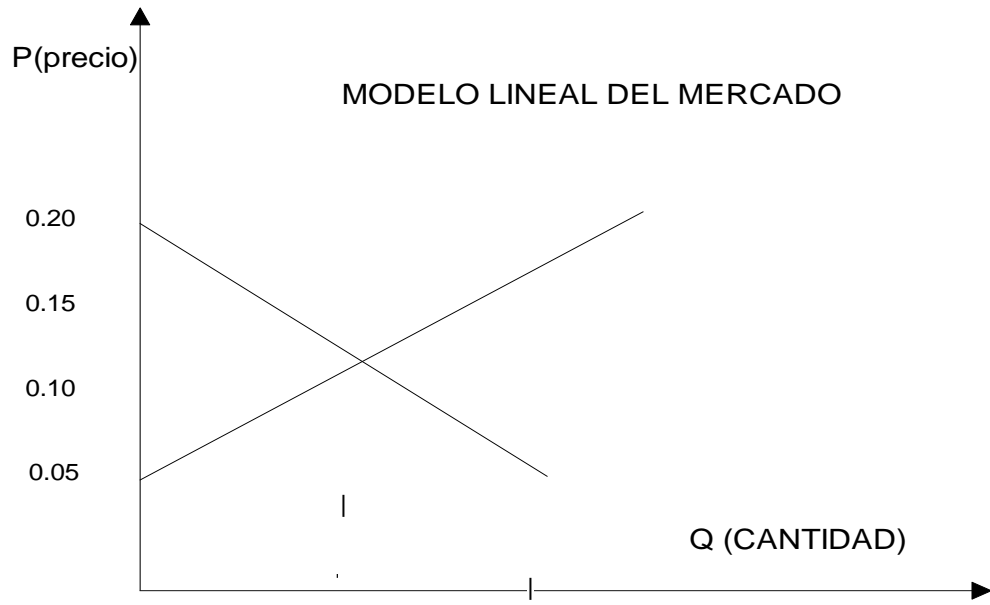


Figura 2.10 Ejemplo de Modelo Matemático-Estático

Se aprecia que la demanda del producto será baja cuando el precio sea alto y aumentará al caer el precio.

Otro ejemplo sería:

En la producción de herramientas, el método para deformar acero a temperatura normal mantiene una relación inversa con la dureza del mismo ya que, a medida que la deformación crece, se ve afectada la dureza del acero. Para investigar esta relación se ha tomado la siguiente muestra:

<i>X: deformación (en mm)</i>	6	9	11	13	22	26	28	33	35
<i>Y: dureza Brinell (en kg/mm²)</i>	68	67	65	53	44	40	37	34	32

Tabla 1: Deformación y Dureza Brinell

Representamos mediante un diagrama de dispersión indicando la recta de regresión, su ecuación y el coeficiente de determinación correspondiente.

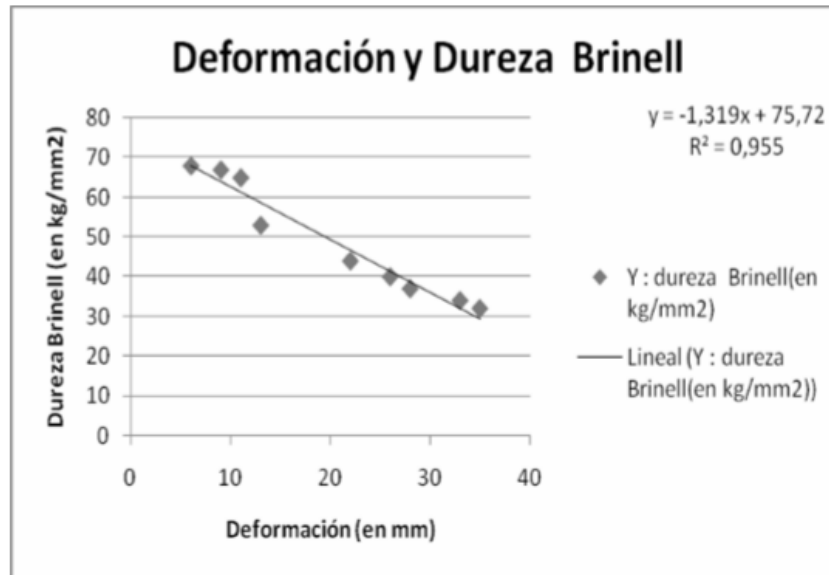


Gráfico 2: Diagrama de dispersión y recta de regresión para los datos de la Tabla 1.

Como podemos ver a medida que la deformación crece, se ve afectada la dureza del acero.

2.4.1.8 Modelos Matemáticos-Dinámicos

Muestran los cambios de los atributos de un sistema como una función del tiempo. La derivación puede hacerse como una solución analítica o con una computación numérica, dependiendo de la complejidad del modelo. La ecuación que describe la suspensión de un auto es un ejemplo de este tipo de modelo, y esta puede resolverse analíticamente.

$$X'' + 2zW X' + W^2 X = W^2 F(t)$$

donde $2zW = D/M$

$$W^2 = K/M$$

Expresado en la forma anterior, se puede obtener una solución en términos de la variable wt .

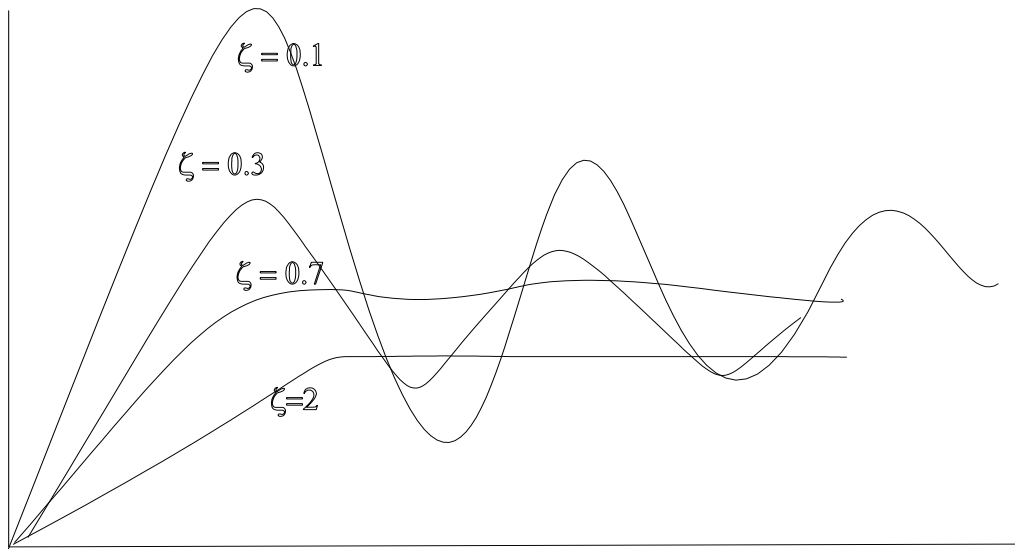


Figura 2.11 Ejemplo de Modelo Matemático-Dinámico

La figura 2.11 muestra como x varía en respuesta a una fuerza constante aplicada al tiempo $t=0$; como ocurriría si una carga se monta repentinamente sobre el automóvil. En la gráfica se muestra la solución para algunos valores de z . Cuando z es menor que 1, se trata de un fenómeno oscilatorio.

El factor z es llamado tasa de amortiguamiento. Si el movimiento es oscilatorio, la frecuencia de oscilación se determina por la fórmula: $W = 2\pi f$, donde f es el número de ciclos por segundos.

2.4.1.9 Técnicas Numéricas usadas para resolver Modelos Matemáticos

Involucra la aplicación de procedimientos computacionales⁵ y tablas matemáticas para resolver las ecuaciones.

⁵ Hojas electrónicas como MS Excel.

Para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, hasta donde satisfaga, hacer

Calcular $X_{n+1} = X_n - f(X_n) / f'(X_n)$

Algoritmo del método de Newton dada $f(X_n)$ continuamente diferenciable y un punto X_0 .

2.4.1.10 Técnicas Analíticas usadas en Modelos Matemáticos

Involucra el razonamiento deductivo de las teorías matemáticas para resolver el modelo. Son convenientes cuando se inicia el estudio del sistema. Estas técnicas producen soluciones manejables y sólo pueden resolver ciertas formas de ecuaciones. Por ejemplo, las ecuaciones diferenciales lineales.

2.4.2 Clasificación de acuerdo con los Cambios o Variaciones del Modelo

Esta clasificación tiene que ver con los cambios *continuos* o *discretos* que ocurran en el modelo.

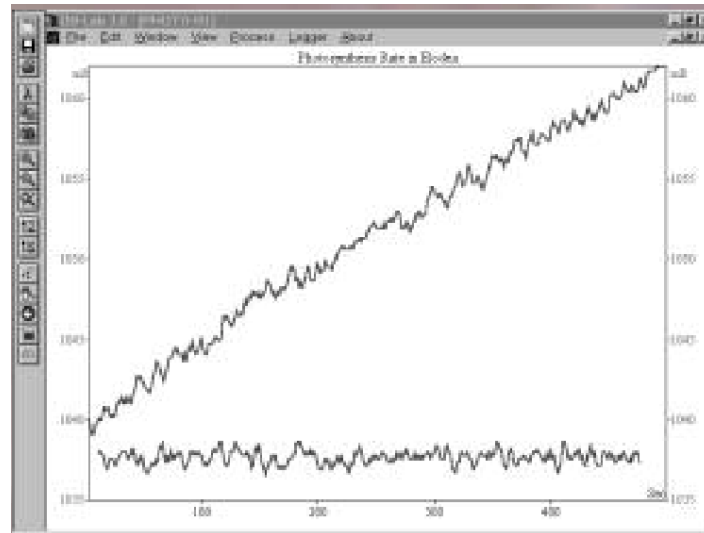
Las **variables independientes**: son aquellas que pueden tomar cualquier valor porque no están sometidas a ninguna regla o dependencia.

Las **variables dependientes** son las que están relacionadas con las independientes matemáticamente, tomando valores dependiendo de esta.

En muchas simulaciones, el tiempo es la variable independiente y las restantes que dependen de él, son las variables dependientes. El comportamiento de las variables dependientes está determinado por el tipo de simulación ya sea discreto o continuo. En realidad, es posible modelar el mismo sistema con cambios continuos o discretos en el modelo. Todo depende del enfoque y objetivo que se le esté dando a la simulación.

2.4.2.1 Simulación Discreta: Modelo Discreto

En la simulación discreta, el sistema simulado se observa únicamente en puntos seleccionados en el tiempo, o sea, que es cuando las variables dependientes cambian discretamente, en puntos específicos del tiempo.



Aquí se muestra cómo se vería un modelo discreto

Un ejemplo común de una simulación discreta es un sistema de líneas de espera en el cual se unen clientes a una línea de espera o se les ofrece servicio y abandonan la instalación de servicio después de ser atendidos. Supongamos que se está simulando el cajero de un banco⁶. Las variables dependientes serían el estado del cajero y el número de clientes esperando. Los eventos en el tiempo corresponderían a los tiempos de llegada de clientes y también su salida del sistema, después de ser atendidos por el cajero. Esto ocurre en puntos específicos del tiempo.

En general, los valores de las variables dependientes en los modelos discretos no cambian entre eventos en el tiempo. Es decir, mantienen un valor constante a lo largo de cada subintervalo de tiempo. La siguiente figura muestra la respuesta de una variable dependiente en una simulación discreta.

⁶ Taha Hamdy A., "Investigación de Operaciones", pp. 653-712.

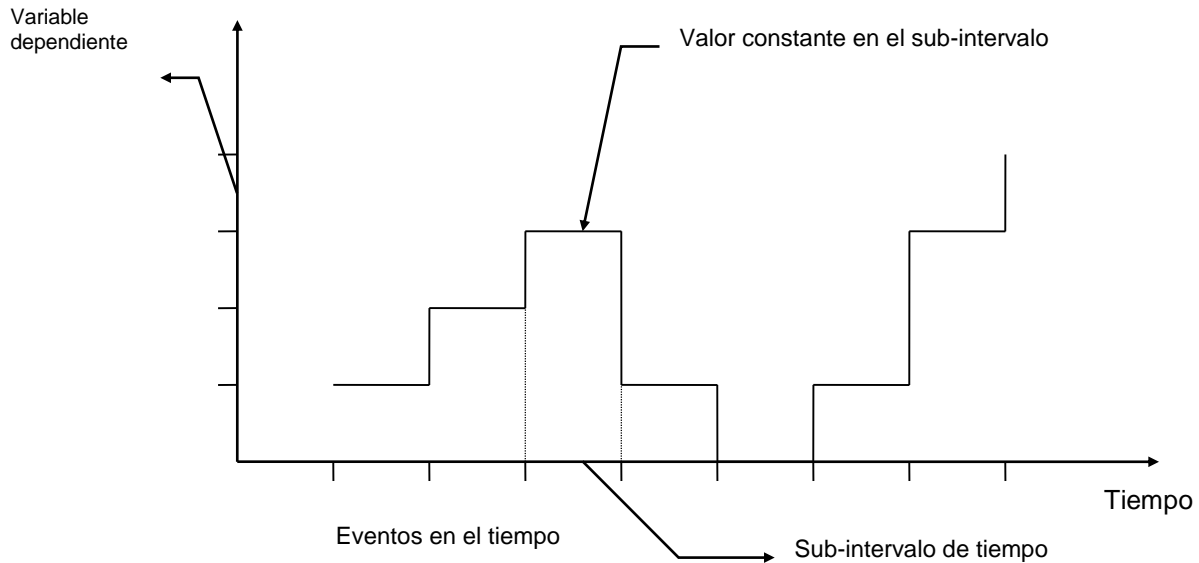


Figura 2.12 Datos Discretos

En la figura 2.12 se muestran medidas de las respuestas de un Simulador de Eventos Discretos. Se puede observar que durante cada intervalo de tiempo se tiene una cantidad dada de clientes.

Es importante mencionar que en algunos casos se usan modelos con una representación continua, cuando en realidad se están simulando sistemas cuyas variables son discretas. Como en el modelo las variables se desarrollan como continuas, diríamos entonces que estamos realizando una simulación continua. Este tipo de experimentación se realiza cuando las entidades en el sistema se consideran en una forma global, antes que como una entidad individual. Por ejemplo, al modelar la población de animales en un lago, el modelador puede usar una representación continua, aunque ésta cambia realmente en una forma discreta.

Un ejemplo más detallado de simulación discreta se presenta en el punto 2.7 de este capítulo.

2.4.2.2 Simulación Continua: Modelo Continuo

Hablamos de simulación continua cuando las variables dependientes del modelo cambian continuamente durante el tiempo simulado. Por lo general, los modelos de simulación continuos involucran una o más ecuaciones diferenciales que indican la relación entre las variables con respecto al tiempo.

Un modelo continuo puede representarse como continuo o discreto en el tiempo. Estos dos casos se presentarán o no, de acuerdo con sí se les permite o no, a las variables dependientes, presentarse en todos los puntos del tiempo o solamente en puntos específicos de la simulación. Ejemplos de situaciones donde resulta apropiada una representación continua son: El modelo de la concentración de la reacción de un proceso químico y la posición y velocidad de un avión. Otro ejemplo de simulación continua puede ser la variación de la temperatura estacional, para ser más específica una representación de las temperaturas medias diarias para Dayton, Ohio de enero de 1978 a septiembre de 1979⁷. Se puede representar como continuo o discreto en el tiempo (ver figuras 2.13 y 2.14).

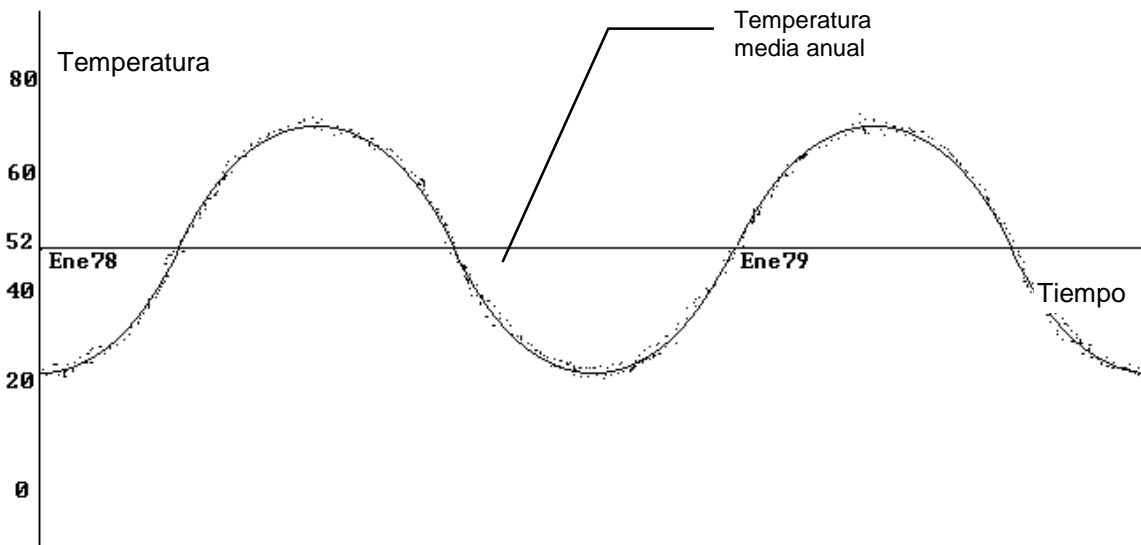


Figura 2.13 Datos Continuos

⁷ Rice Bernard, "Trigonometría Plana", pp. 170-171.

Se puede observar en estas figuras las mediciones de la respuesta de un simulador de eventos continuos.

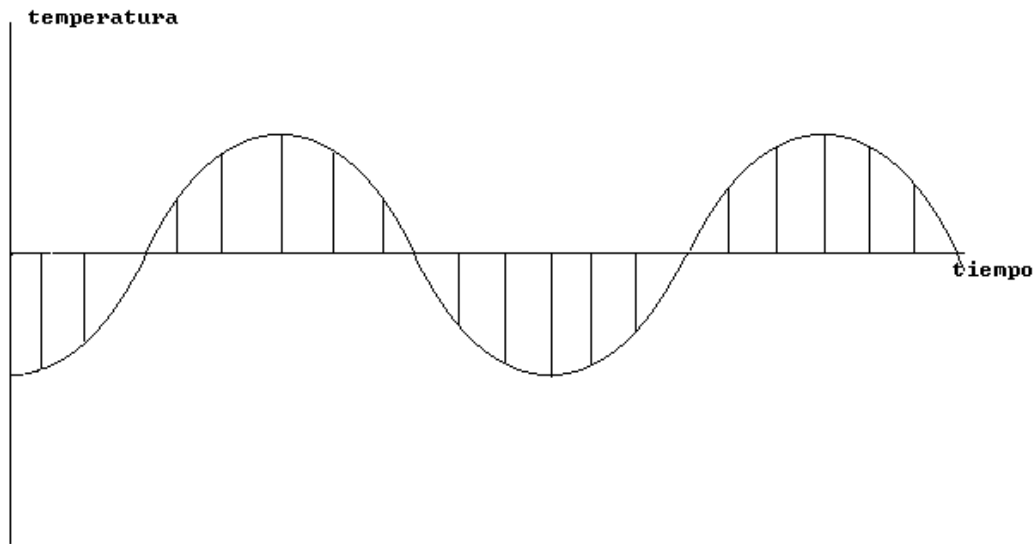


Figura 2.14 Datos Continuos

Mediciones de la respuesta de un simulador continuo usando intervalos de tiempo discreto.

2.4.2.3 Simulación Combinada: Modelo Combinado

Se dice que una simulación es combinada cuando algunas variables dependientes de un modelo pueden cambiar discretamente y otras continuamente.

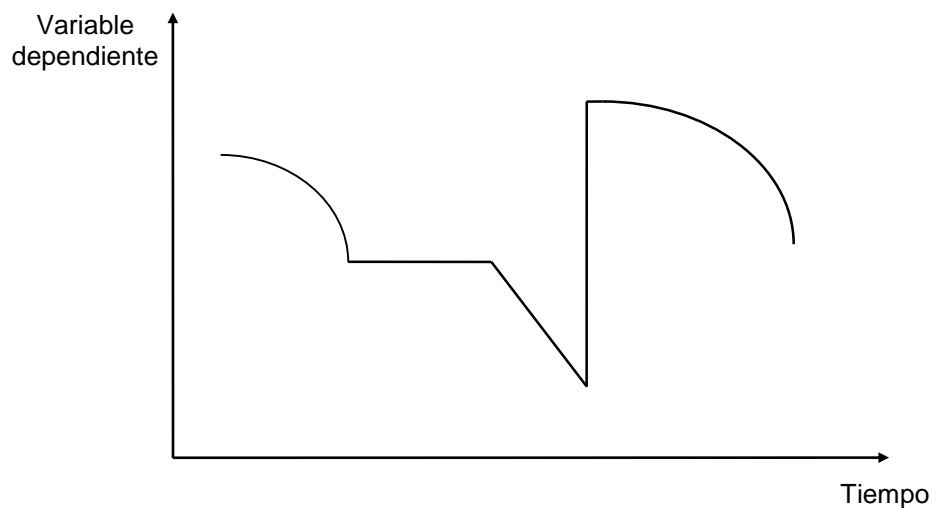


Figura 2.15 Medición de la respuesta de un simulador combinado

También puede variar continuamente con puntos discretos en el tiempo. El tiempo puede considerarse discreto. La interacción que tiene lugar entre las variables con cambios discretos o continuos es lo más importante en este tipo de combinación.

2.4.3 Otra Clasificación

Una tercera clasificación agrupa a los **modelos como icónicos versus simbólicos versus análogos**. Los tres tipos fueron descritos previamente en la primera clasificación, ya que los modelos icónicos son los físicos, los simbólicos son los matemáticos y algunos modelos análogos son también físicos. Sin embargo, hemos querido ampliar un poco más en esta sección la explicación de modelos análogos.

Modelos análogos son aquellos en los cuales una propiedad de un objeto real se representa por una propiedad substituida, la cual presenta un comportamiento similar. El problema se resuelve en el estado substituto y se trasladan las respuestas a las propiedades originales.

Por ejemplo, en una computadora análoga, el voltaje a través de una red (malla) puede representar el flujo de elementos, tales como: artículos, datos, productos, etc. a través de un sistema. Otro ejemplo de modelo análogo muy usado son las gráficas. En ellas, las distancias muestran propiedades tales como el tiempo, edad, etc., presentando la relación entre diferentes cantidades. Una de sus ventajas es que ayudan a predecir los cambios entre estas cantidades cuando alguna de ellas varía.

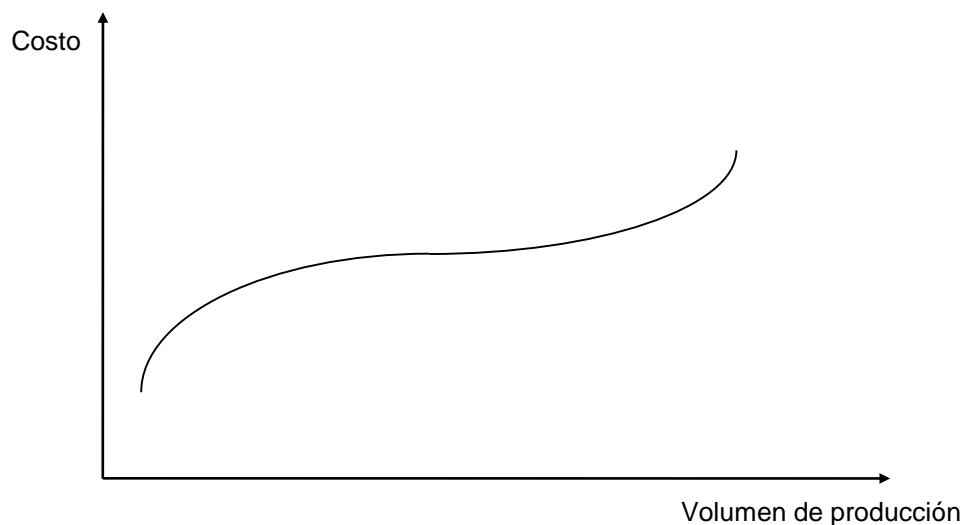


Figura 2.16 Curva del Costo de Producción

En la figura 2.16 se aprecia la relación entre el costo de producción y el volumen. Podemos predecir lo que ocurrirá con el costo cuando el volumen aumenta o disminuye. Estos modelos permiten resolver problemas relativamente simples.

El diagrama que mostramos a continuación presenta otro caso de modelo análogo. (ver Figura 2.17).

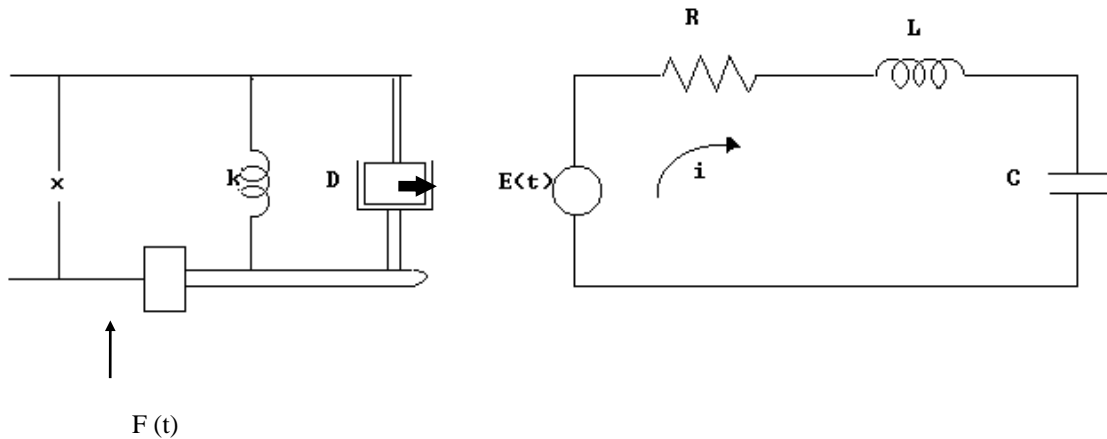


Figura 2.17 Ejemplo de Modelo Análogo

El circuito RLC mostrado se puede usar como modelo del fenómeno producido en el sistema mecánico de la izquierda.

En resumen, podemos decir que es difícil establecer el modelo de un sistema complejo. Sin embargo, el investigador puede recurrir a una combinación de más de uno de los tipos de modelos discutidos, para el estudio de un mismo sistema. Esta combinación puede variar ampliamente en complejidad y configuración. "Para un mismo sistema se pueden realizar muchos y muy diversos estudios a partir de los modelos que del se construyan".

Por lo general, los modelos simples conducen a modelos más complejos de acuerdo a cómo el investigador continúe analizando y entendiendo más profundamente el problema.

Cuando se desarrolla un modelo de simulación, el modelador necesita establecer un marco de trabajo, para describir el sistema que va a modelar. Este marco de trabajo no es más que la perspectiva dentro de la cual se perciben y describen las relaciones funcionales del sistema. Si el modelador utiliza un lenguaje de simulación la perspectiva mencionada estará implícita en él.

2.5 Esquema de la Implementación de un Modelo

El diagrama que se muestra a continuación (ver figura 2.18) ilustra la posición que ocupa un modelo con respecto al sistema que representa y a su implementación. Es importante resaltar que:

- El modelo se encuentra en un punto intermedio entre el sistema y su implementación.
- El modelo toma del sistema elementos tales como un propósito, sus entidades y atributos más importantes y pertinentes, sus límites, alternativas, etc. La evaluación rigurosa del modelo determina su validez y calidad.
- La implementación del modelo se realiza a partir de las evaluaciones que resultan de la simulación.

La solución de un problema a través de la simulación implica el seguimiento de una serie de pasos, los cuales son explicados en la siguiente sección.

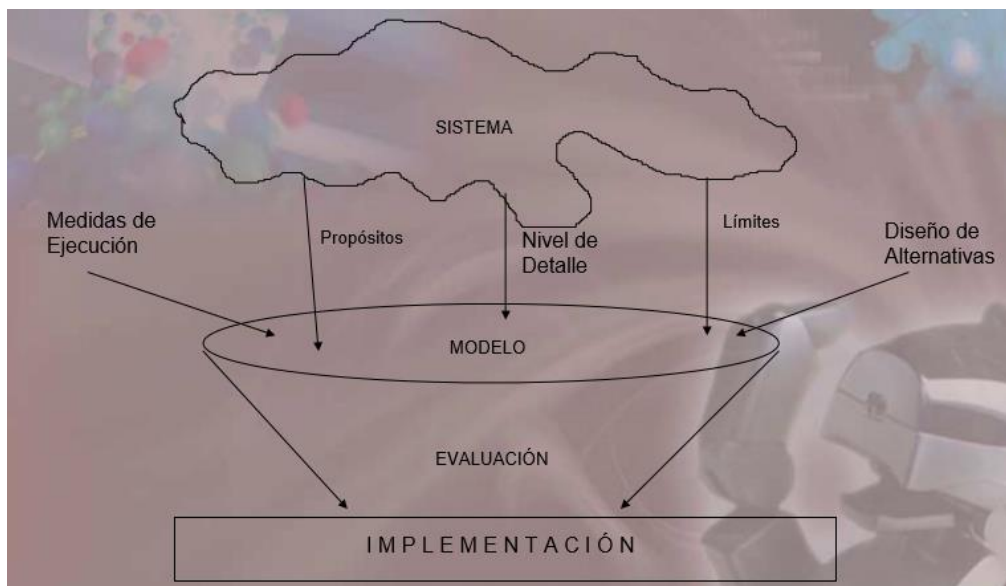


Figura 2.18 Construcción de un Modelo

2.6 Etapas en la Construcción de un Modelo

El éxito de una simulación consiste en iniciar un modelo e ir mejorándolo progresivamente al ir adecuando los requerimientos para la solución del problema. Dentro de este contexto podemos identificar las siguientes etapas:

2.6.1 Definición del Problema

Para realizar la definición del problema, primero hay que establecer los objetivos tanto del sistema como del problema, así como las condiciones de la frontera. Si se dan las condiciones necesarias, se inicia un proceso interactivo entre quienes tienen el problema y quienes van a construir el modelo.

La definición del problema se realiza a partir de las vistas o revisiones internas del problema y a través de preguntas adecuadas.

Imaginemos que el problema que se nos ha presentado consiste en la construcción de un nuevo puente sobre el Canal de Panamá.

Los puntos que ayudan a definir los objetivos son los siguientes:

	DEFINICION	EJEMPLOS
Preguntas que deben contestarse	Este es un conjunto refinado de preguntas que deben ser planteadas en base a una secuencia lógica.	¿Es necesario un nuevo puente sobre el Canal de Panamá? ¿Dónde se debe construir un nuevo puente?
Hipótesis que deben verificarse o refutarse	La formulación del problema se logra aceptando o refutando un conjunto de hipótesis.	“La construcción del nuevo puente acelerará el desarrollo o deteriorará la calidad de vida de sus habitantes” “El nuevo puente acortará el tiempo de tránsito de los habitantes que conmutan entre sus hogares y la Ciudad de Panamá”
Efectos que hay que estimar	Es necesario listar los efectos que tienen las actividades exógenas en el sistema bajo estudio en base a una secuencia lógica de preguntas que deben formularse.	¿Cómo afectará al transporte foráneo que llega a la ciudad, el hecho de que el nuevo puente sobre el canal se localice a la altura de Colón? ¿Cuánto perjudicará el nuevo puente al ecosistema?

En este paso la participación activa de los que tienen y entienden el problema es una condición necesaria.

2.6.2 Creación del Modelo

Una vez definido el problema se inicia la etapa de creación del modelo. El modelo consistirá en una representación estática o dinámica del sistema en estudio. Este proceso es realmente un arte. El modelador debe entender la estructura y reglas de operación del sistema.

Por eso el modelador debe:

- Establecer el propósito para la creación del modelo.
- Determinar si una entidad (elemento u objeto) es lo suficientemente significativo de acuerdo con el propósito establecido.
- Determinar cuáles son las características más importantes de cada entidad.
- Establecer las relaciones entre estas entidades.

En primer lugar, el establecimiento de las estructuras del modelo, que consiste en determinar:

Entidades	son las partes que ejecutan alguna función o proceso.
Fronteras	son los límites del sistema. Indican qué forma y qué no forma parte del sistema por estudiar.
Atributos	manifestaciones apreciables o propiedades que describen a las entidades.
Actividades	procesos que causan cambios en el sistema.
Otros.	

Los conceptos anteriores fueron descritos con mayor detalle en el capítulo 1.

El éxito del modelador depende de la exactitud que logre en cada uno de los puntos antes mencionados. En el ejemplo del sistema de tránsito que involucra el área del canal, podemos identificar algunos elementos:

Entidades	Atributos	Actividades
Carros Señales Puente	Velocidad, Distancia (distribución), Localización geográfica, Número de carriles, Longitud	Desplazarse de un lado al otro del puente

Aquí se escoge alguna forma de representación, una gráfica, maqueta, planos, conjunto de ecuaciones, etc.

Toda la formulación del problema como la del modelo requieren de una interacción estrecha por parte del personal del proyecto. En su etapa inicial, la construcción, análisis y discusión del modelo requerirá de suposiciones apropiadas por parte del modelador, que a su vez debe estar dispuesto a experimentar su ignorancia potencial del sistema. Por ejemplo, no podemos conocer inicialmente la preferencia de los conductores sobre la utilización del Puente de las Américas o el nuevo Puente Centenario, así como cualquier otro factor que no imaginemos pero que pueda aparecer durante el desarrollo.

2.6.3 Adquisición⁸ de Datos

El suministro de los datos que va a utilizar el modelo es muy importante y se cuenta con tres posibles fuentes para generarlos:

- **Datos históricos y series de tiempo:** Recopilaciones de datos realizadas a través del tiempo.
- **Opiniones de expertos:** La experiencia puede suministrar valiosa información y bastante acertada.
- **Estudios de campo:** Estudio detallado del problema y la obtención de los datos recolectados donde se encuentra el sistema. (el capítulo 4 explica esta opción en más detalle).

El modelador debe preocuparse por los datos referentes a las entradas y salidas del sistema estudiado, así como la información acerca de los componentes del sistema y de las interconexiones o relaciones entre ellos. Por lo tanto, se interesa en la recolección de datos cuantitativos y cualitativos, y debe decidir qué datos se necesitan, si son importantes, si los datos que existen son válidos para sus propósitos, y cómo recopilar esta información⁹. Involucra la identificación, especificación y colección de datos. Algunos se pueden tener en el acto, mientras que otros pueden involucrar un tiempo y costos considerables para su recolección. Estos datos pueden ser hipotéticos inicialmente o se basan en un análisis preliminar. En muchas ocasiones los valores exactos para uno o más datos de entrada pueden tener pequeños efectos o variaciones en los resultados de la simulación. La sensibilidad en los resultados de la simulación por cambios en los datos de entrada del modelo, pueden evaluarse realizando una serie de corridas de simulación variando los valores de los parámetros de entrada. Puede usarse el modelo para determinar cuál es la mejor forma de asignar el dinero y el tiempo en lo referente a la entrada de datos. Un fracaso común en los estudios de simulación es que se concentra tanto en ésta, que de la

⁸ Recolección.

⁹ Shannon R., "Simulación de Sistemas", p. 39.

simulación se extraen más datos de los necesarios o de los que pueden validarse con los datos disponibles¹⁰.

Por ejemplo, para nuestro modelo de simulación del tránsito en un puente nuevo sobre el Canal de Panamá, podríamos usar valores recogidos por la Autoridad Nacional de Tránsito y Transporte Terrestre en períodos normales sobre el Puente de las Américas y en períodos críticos como carnavales, Semana Santa, Navidad, fines de semana largos. Podríamos recoger datos tomándolos nosotros mismos sobre el puente actual y luego agrupándolos.

El capítulo 4 trata este tema con mayor detalle.

2.6.4 Codificación del Modelo

En esta etapa preparamos el modelo para los procesos de computación. Una vez desarrollado el modelo y establecidas las estimaciones iniciales de entrada, el siguiente paso es traducir el modelo a una forma aceptable por la computadora. En otras palabras, es traducir el modelo a un lenguaje entendible por la computadora.

Dado un modelo matemático, la construcción de un programa de computadora para el modelo es una tarea relativamente bien definida, no implicando que sea fácil de hacer. Es probable que la tarea de formular el modelo se haga a la vez que el traspaso a la computadora y no separadas¹¹.

Aunque un modelo de simulación puede programarse usando un lenguaje de propósitos generales, hoy en día existen indudables ventajas al usar un lenguaje de simulación; los cuales nos ahorran tiempo de programación y ayuda en la formulación del modelo. Esta ayuda la proveen mediante un conjunto de conceptos que permiten articular la descripción del sistema. Más adelante se presentan los lenguajes de simulación ARENA y GPSS.

2.6.5 Verificación y Validación

Este es un punto donde se requiere de un buen juicio, ya que los simuladores pueden parecer reales, y tanto los modeladores como los usuarios pueden encontrarlos fácilmente creíbles. Lamentablemente, con frecuencia los simuladores ocultan sus suposiciones del observador casual y algunas veces del modelador. Por tanto, si no se llevan a cabo

La *verificación* consiste en determinar si el modelo realiza las ejecuciones en la computadora como ideó el modelador.

¹⁰Gordon Geoffrey, Simulación de Sistemas, Pág. 38

¹¹Gordon Geoffrey, Simulación de Sistemas, Pág. 38

cuidadosa y detalladamente, pueden aceptarse resultados erróneos con consecuencias desastrosas¹².

Validar es determinar si el modelo es una representación razonable y aceptable del sistema. Es recomendable validar las entradas, los elementos del modelo, los subsistemas y puntos de interfaces.

Ambas no deben confundirse. La *verificación* implica la revisión de la lógica usada mientras que la *validación* compara los resultados del modelado con resultados históricos producidos por el sistema real, bajo las mismas condiciones.

En conclusión, se deben responder preguntas como: ¿es posible que el modelo dé respuestas absurdas si se lleva a los parámetros a valores extremos? También, si los resultados del modelo parecen razonables. Esto se puede resolver encontrando gente que intervengan directamente en el sistema real y solicitarles que comparen los resultados del simulador con las salidas reales. Para hacer esto un poco científico, se suministran datos reales y datos simulados a gente experimentada para ver si identifican las diferencias.

Por ejemplo, cuando se nos pide un programa sobre inventario, este se prueba antes de entregarlo para confirmar que corre en la forma adecuada. Al verificar, estamos evaluando si ejecuta todas las rutas lógicas posibles y la forma como se describió. Al comparar los resultados, estamos validando.

2.6.6 Planeación de Técnicas y Estrategias

La planeación estratégica es la recopilación de información original que proporcionará el suficiente conocimiento acerca de los fenómenos del sistema, para permitir que se obtengan inferencias válidas acerca de su desempeño. Esto se puede lograr ya sea encontrando la combinación de valores de parámetros que optimizarán a la variable de respuesta, o explicando la relación entre la variable de respuesta y los factores controlables dentro del sistema. Y la planeación técnica controla los aspectos de eficiencia a través del control de cómo se llevará cada una de las corridas del simulador que se especifican en la planeación estratégica.

Un factor que debe considerarse es el costo que se incurre al realizar una cantidad grande de experimentos, por tal razón se debe planear cuántos de ellos deben ser corridos y que cumplan con los objetivos propuestos. Hay casos en que este factor no es de mayor

¹² Shannon Robert, "Simulación de Sistemas", p. 41.

importancia, pero aun así debe considerarse la planeación debido a que el estudio podría fallar debido a que el modelador se encuentra abrumado con la excesiva cantidad de resultados de la computadora¹³.

En consecuencia, la planeación puede mejorar notablemente la síntesis del nuevo conocimiento y la conjetura de nuevas ideas, y al mismo tiempo, minimizar el esfuerzo, tiempo y costo del experimento.

2.6.7 Experimentación y Análisis de Resultados

En esta fase se ejecuta el modelo y se interpreta los resultados de la corrida. Cuando los resultados de la experimentación se usan para desarrollar suposiciones o pruebas de hipótesis, se emplean los métodos estadísticos. O sea, se pasarán a realizar los experimentos que han sido planeados en el paso anterior.

Se ejecutarán las corridas de simulación e interpretación de los resultados con la intención de responder a un conjunto bien definido de preguntas que se hayan planeado con anterioridad para llegar a tomar hipótesis¹⁴. En otras palabras, la experimentación es el proceso de observación y análisis que proporciona la información que conduce a las soluciones.

En esta fase empezamos a encontrar los defectos y errores de nuestra planeación y a volver sobre nuestros pasos hasta alcanzar los objetivos originalmente establecidos (ver figura 2.19).

2.6.8 Implementación de los Resultados y Documentación del Modelo

La etapa final de este proceso es la implementación de resultados conjuntamente con la documentación. No se puede considerar que un modelo de simulación esté completo hasta que sus resultados son aceptados, entendidos y usados en el proceso de toma de decisiones.

Las actividades en este punto son prolongadas y dependen del grado en el cual el modelador haya ejecutado acertadamente las otras actividades en el desarrollo del proceso de simulación. Si el modelador y el usuario del modelo han trabajado conjuntamente y ambos entienden el modelo y sus salidas, entonces es probable que los resultados del proyecto sean implementados con precisión. De otra forma, si no se han comunicado eficientemente la formulación del modelo y los subsiguientes pasos será más problemática la implementación de las recomendaciones a pesar de la elegancia y validez del modelo.

¹³ Gordon Geoffrey, "Simulación de Sistemas", p. 39.

¹⁴ Gordon Geoffrey, "Simulación de Sistemas", p. 39.

La documentación se relaciona estrechamente con la implementación. La documentación cuidadosa y completa del desarrollo y la operación del modelo pueden incrementar notablemente su vida útil y sus oportunidades para una exitosa implementación. La buena documentación facilita la modificación y asegura que el modelo pueda usarse a pesar de que los servicios que se encargan del desarrollo ya no estén disponibles. Además, el llevar una documentación cuidadosa puede ayudarle al modelador a aprender de sus propios errores y quizás proporcionarle una fuente de subprogramas que pueden volverse a usar en futuros proyectos¹⁵.

Las etapas o fases que se describieron, raramente se desarrollan en la secuencia que se ha indicado, ya que un proyecto de este tipo involucra suposiciones erradas, entradas falsas, las cuales se abandonan para formular nuevamente el objetivo del problema y repetir la evaluación y rediseño del problema. Este es un proceso iterativo como se puede apreciar en el siguiente diagrama de flujo. (Ver Figura 2.19 Diagrama de Construcción de un Modelo¹⁶)

¹⁵ Shannon, Robert, "Simulación de Sistemas", p. 45.

¹⁶ Ídem, p.24.

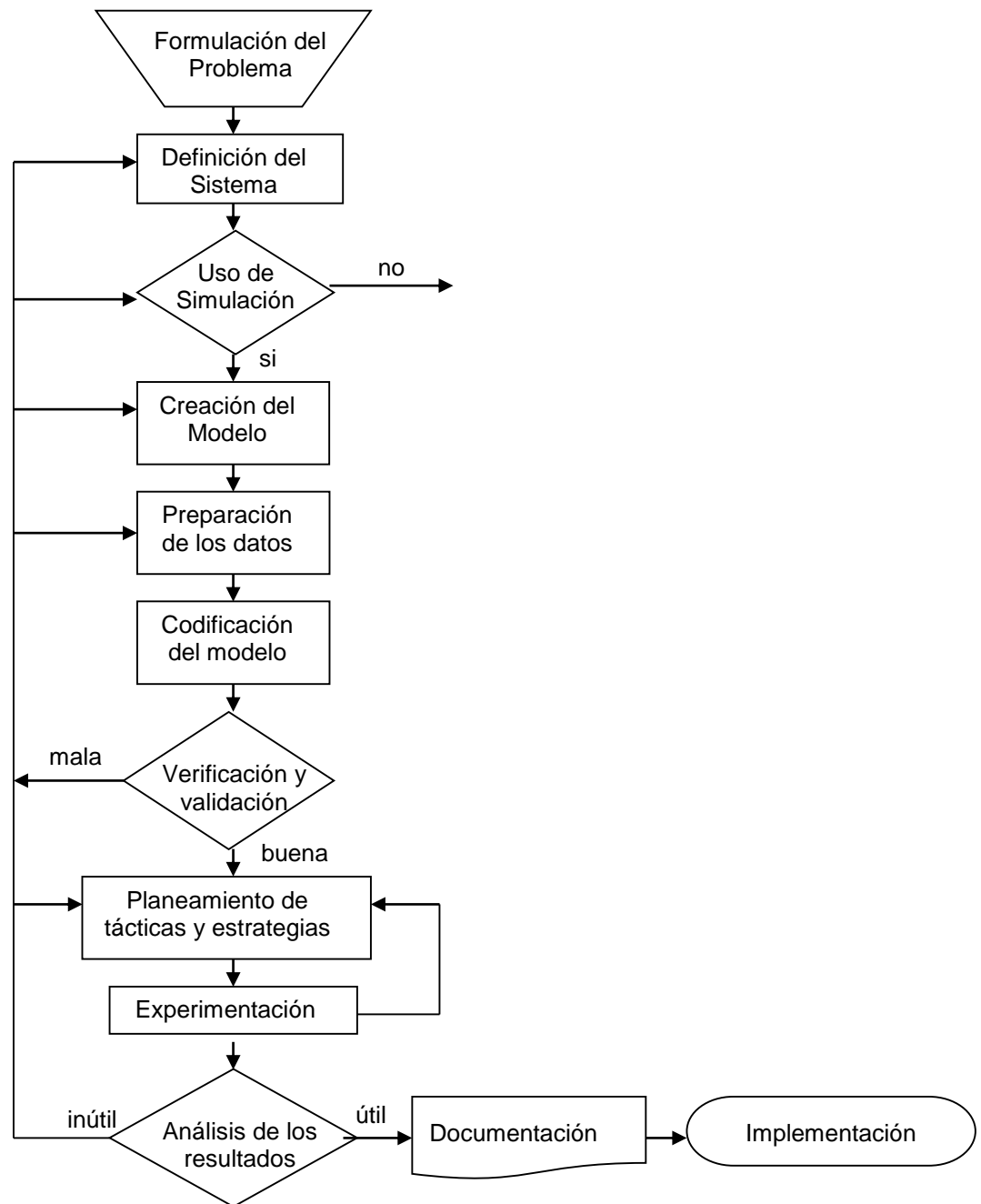


Figura 2.19 Diagrama de Construcción de un Modelo

2.7 El Problema de la Percepción

Percepción se define como el proceso mediante el cual la información que nuestros sentidos captan del medio es interpretada por las funciones básicas de nuestro cerebro. Dicho de otra forma, los datos recibidos por nuestros sentidos no son simplemente registrados en un banco de memoria, sino que les son asignados ciertos atributos

predeterminados por nuestros paradigmas, valores, principios y organizados sobre la base de los mismos.

Como vemos las cualidades del modelo descansan en la percepción de quien lo modela puesto que se trata de una abstracción. Si encargamos a varios pintores la ejecución de la representación de un paisaje cualquiera, veremos diferencias apreciables en cada una de las obras, ya sean pintores abstractos o no. Esto es debido al fenómeno de la percepción.

El primer problema de la percepción es que no puede ser comunicada. El estudio de los sistemas mediante los modelos se hace cada vez menos preciso en la medida en que el sistema sea más complejo y que el estudio involucre una mayor cantidad de eslabones en la cadena de investigadores, quienes estarán confinados a emular el uno del otro la percepción que tengan del sistema, e incluso del modelo.

Uno de los objetivos de utilizar un modelo para el estudio de un sistema es poder conocer a fondo las relaciones entre sus elementos. Nace así la discrepancia de cuál será la relación más importante en el estudio para dedicarle mayor tiempo. En sistemas poco complejos esto no parece tener sentido. En el sistema de una Intersección de una Avenida con una Calle (ver capítulo 1) la relación tiempo de espera / cantidad-de-autos-por-el-carril es una, sino la de mayor importancia. Pero en sistemas sociales, las relaciones políticas no requieren tanto estudio como las de salud, en la opinión de un médico, pero sí para un legislador.

Tanto es así, que, dependiendo del modelador, algunas relaciones realmente importantes podrían ser pasadas por alto.

Una serie de experimentos demuestran que “la percepción ya sea en sentido positivo o negativo es influida por factores emocionales. Tendemos a ver aquello para lo que estamos preparados o dispuestos y a no ver lo que nos perturba”.

Para evitar los errores que pueda causar la percepción, es necesario establecer métodos precisos y sistemáticos, acorde con el tipo de sistema que nos lleven por una senda segura de modelado.

2.8 Ejemplo 1: Simulación de Eventos Discretos

Considérese una empresa de servicio con un solo servidor, por ejemplo, un operador de una barbería o una ventanilla donde se suministra información en un aeropuerto, para el cual quisiéramos estimar el promedio de clientes que llegan diariamente. El tiempo que esperara un cliente comienza cuando entra a la cola hasta que empieza a ser servido. Para estimar el tiempo invertido por cada cliente, se establecen variables discretas. Algunas:

- El servidor, ocupado u ocioso,
- El número de clientes esperando en la cola para ser servido, y
- El tiempo de llegada de cada persona en la cola.

El estado del servidor se necesita para determinar, si el cliente que llega será atendido inmediatamente o debe agregarse al final de la cola. Cuando el servidor termina de atender a un cliente, seguirá con el siguiente cliente de la cola, si no hay más clientes el servidor estará ocioso.

Hay dos tipos de eventos para este sistema, llamados:

- Llegadas de clientes (o tiempos entre arribo) y
- Tiempos de servicio de los clientes.

Una llegada de un cliente es un evento porque provoca que el servidor cambie de ocioso a ocupado, o que el número de clientes en la cola aumente en 1.

Correspondientemente, una salida del servidor es un evento, ya que provoca que el estado del servidor cambie a ocioso o el número de la cola disminuye en 1.

Para la solución de este problema necesitamos las siguientes variables:

T_i	=	Tiempo de arribo de i -ésimo cliente (se comienza con $t_0 = 0$).
A_i	=	$T_i - T_{i-1}$ = tiempo entre el arribo del i -ésimo cliente y el $(i-1)$ cliente.
S_i	=	Tiempo que el servidor actualmente gasta sirviendo al i -ésimo cliente (excluyendo la demora en la cola del cliente).
D_i	=	Demora en la cola del i -ésimo cliente.
C_i	=	$D_i + S_i$ = Tiempo que el i -ésimo cliente demora en total (en cola y para ser servido e irse).
S_i	=	Tiempo de ocurrencia del i -ésimo evento de cualquier tipo (excluyendo el valor $S_0 = 0$).

Cada una de las colas será definida generalmente por una variable aleatoria. Asumiendo la distribución de probabilidad de los tiempos de intervalos A_1, A_2, \dots y la del tiempo de servicio S_1, S_2, \dots son conocidas y ambas denotadas por $F(A)$, y $F(S)$, respectivamente. (En general, $F(A)$ y $F(S)$ estarán determinadas por la recolección de datos del sistema de interés y la

distribución apropiadas de estos datos¹⁷). En el tiempo $S_0=0$ el estado del servidor es “desocupado”, y el tiempo del primer arribo t_1 , está determinado por la generación de A_1 de $F(A)$ (técnicas para generar valores aleatorios de una distribución específica) y adicionando esto a 0. El reloj de la simulación es entonces incrementado desde S_0 al tiempo del próximo evento, $S_1 = T_1$. (Observe la figura 2.20, donde la flecha curva representa el incremento del reloj de simulación). Desde la llegada del cliente en el tiempo T_1 , encontrando al servidor vacío, él es inmediatamente servido y el tiempo de demora en la cola $D_1=0$ y el estado del servidor cambia de ocioso a ocupado. El tiempo, C_1 , cuando el cliente ha llegado hasta que el servicio es completado puede ser computado por la generación S_1 de $F(S)$ y adicionando este a T_1 . Finalmente, el tiempo del segundo entre arribo, T_2 , es calculado como $T_2 = T_1 + A_2$, donde A_2 es generado de $F(A)$, si $T_2 < C_1$, como se descubre en la figura 2.20, el reloj de la simulación es incrementada de S_1 al tiempo del siguiente evento, $S_2 = T_2$. Si C_1 fue menor que T_2 , el reloj será incrementado de S_1 a C_1 . Después el cliente llega en un tiempo T_2 , encontrado al servidor ocupado, el número de clientes en la cola es incrementado de 0 a 1 y el tiempo de llegada de este cliente es almacenado; sin embargo, el tiempo de servicio S_2 no es generado. También, el tiempo del tercer arribo, T_3 , es computado como $T_3 = T_2 + A_3$. Si $C_1 < T_3$, como se describe en la figura 2.20, el reloj de simulación es incrementado de S_2 al tiempo de próximo evento, $S_3 = C_1$, donde el servicio del cliente es completado, el cliente en la cola empieza a ser servido y su demora en la cola y el tiempo para completar el servicio son computado como $D_2 = C_1 - T_2$ y $C_2 = C_1 + S_2$ (S_2 es generado ahora de F_2), y el número de clientes en la cola es decrementado de 1 a 0. Si $T_3 < C_2$, el reloj de simulación es avanzado de S_3 al tiempo del próximo evento, $S_4 = T_3$, etc. La simulación puede ser eventualmente terminada cuando se llega al número de clientes, cuya demora tiene que ser observada al alcanzar su valor especificado.

¹⁷ Los capítulos 3 y 4 presentan los conceptos necesarios para determinar las distribuciones de probabilidad del tiempo de entre arribo y del tiempo de servicio.

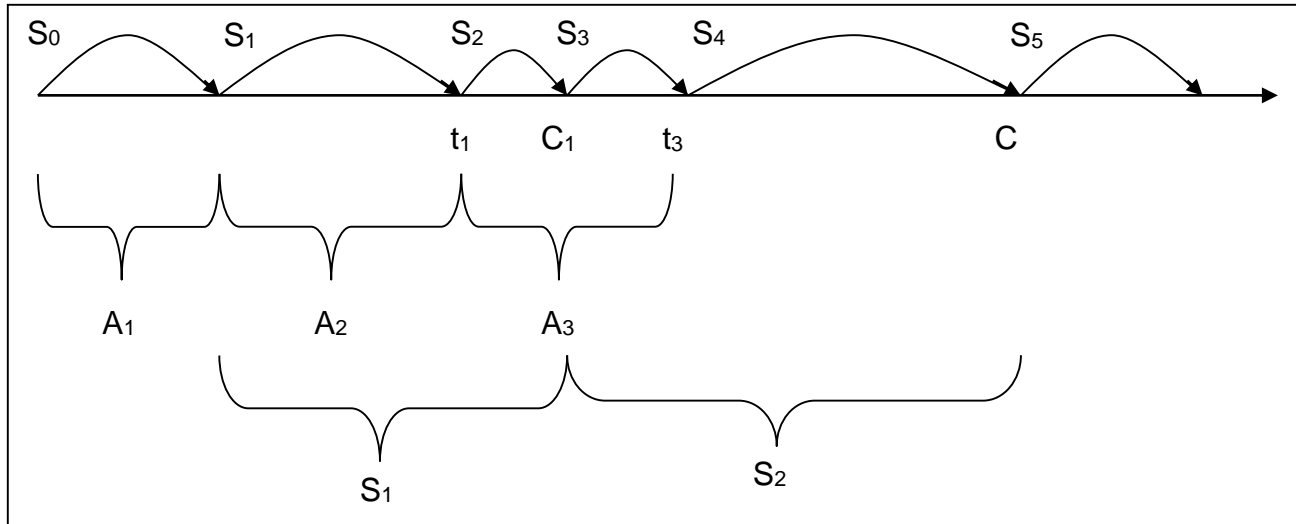


Figura 2.20 Eventos a través del tiempo

2.9 Ejemplo 2: Simulación Continua

Consideremos un modelo continuo, la competencia entre dos poblaciones. Modelo biológico, el cual es llamado modelo “depredador y presa”. Un ambiente consistente en las dos poblaciones, las cuales interactúan entre sí. Las presas son pasivas, pero los depredadores dependen de ella como fuente de alimento. Por ejemplo, el depredador puede ser un león y las presas pueden ser las gacelas de las que se alimenta. Sean cada una $x(t)$ y $y(t)$ respectivamente, el número de individuos de cada población en un tiempo dado. Supóngase que hay un amplio suministro de presas y la ausencia de depredadores, que la tasa de crecimientos es $rx(t)$, para $r > 0$. Podemos pensar en r como el número de nacimientos menos el número de muertes naturales (rata de crecimiento = rata de nacimientos – rata de defunciones). De la interacción entre depredador y presa, es razonable suponer que el promedio de muertes de las presas debido a la interrelación es proporcional al producto de las dos poblaciones, dadas por $x(t)$ $y(t)$, por lo que el porcentaje total de cambios de la población, dx/dy , está dada por:

$$dx/dy = rx(t) - ax(t)y(t) \quad (1)$$

Donde a es una constante positiva de proporcionalidad.

Como el depredador depende de la presa para su existencia, el porcentaje de cambio del depredador en ausencia de presa es $-sy(t)$, para toda $s > 0$. Además, la interacción entre las dos poblaciones causa que la población de depredadores se decremente en un porcentaje el cual es proporcional a $x(t)y(t)$. Debido a esto, el porcentaje total de cambio de la población de depredadores, dx/dy , es

$$dx/dy = -sy(t) + bx(t)y(t) \quad (2)$$

Donde b es una constante positiva.

Dadas las condiciones iniciales $x(0) > 0$ y $y(0) > 0$, la solución del modelo está dada por las ecuaciones 1 y 2, las cuales tienen que tener la propiedad $x(t) > 0$ y $y(t) > 0$, para toda $t > 0$. Por lo tanto, la población de presa nunca será completamente extinguida por los depredadores. La solución $\{x(t), y(t)\}$ es en sí una función periódica del tiempo. Sea T el período, dado $T > 0$, tal que $x(t+nT) = x(t)$ y $y(t+nT) = y(t)$ para toda $n = 1, 2, \dots$. Estos resultados no serán inesperados. Cuando la población de depredadores incrementa, la población de presas decrementa. Esto causa el decrecimiento de la tasa de crecimiento de los depredadores que a su vez causa que el número de presas incremente. Considere los valores particulares $r = 0.001$, $a = 2E-6$, $s = 0.01$, $b = 10E-6$ y los valores iniciales del tamaño de las poblaciones $x(0) = 12000$ y $y(0) = 600$. La figura 2.21 muestra la solución numérica para este ejemplo.

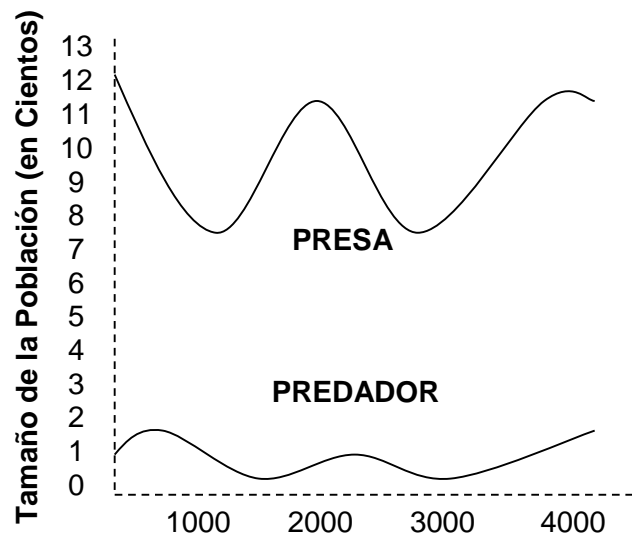


Figura 2.21 Solución numérica de predador y presa

Un ejemplo sencillo de una simulación continua es de:

Una aeronave que se desplaza en el aire es un ejemplo de sistema continuo puesto que sus variables de estado tales como su posición y su velocidad pueden cambiar instantáneamente con respecto al tiempo



Aeronave que se desplaza en el aire

2.10 Ejemplo 3: Simulación Combinada

Barcos con tanques llenos de aceite crudo llegan a desembarcar a un puerto para aprovisionar un depósito que alimenta una refinería a través de un oleoducto. Una descarga del barco envía aceite al tanque de almacenaje especificada por una rata constante. Los barcos que llegan cuando el puerto está ocupado se unen a la cola. El depósito sule de aceite a la refinería en diferentes especificaciones de cantidad. El puerto está abierto de 6 a.m. a 12 p.m., por consideraciones de seguridad. La descarga de los barcos cesa cuando el puerto está cerrado.

Los eventos discretos para este modelo simplificado son las llegadas de los barcos tanques para descargar, el cierre del puerto a las 12 p.m. y la apertura a las 6 a.m. Los niveles de aceite descargado de los barcos y del depósito está dada por variables continuas, cuyas variaciones son dadas por diferentes ecuaciones. La descarga de los barcos es considerada como completa cuando el nivel de aceite de los barcos es menor del 5% de su capacidad, pero la descarga de los barcos puede ser detenida temporalmente si el nivel del tanque de almacenaje alcanza su capacidad máxima. La descarga puede ser reasumida cuando el nivel del tanque disminuye a un 80% de su capacidad. Si el nivel de aceite en el tanque cae debajo de los 5000 barriles, la refinería tiene que ser cerrada temporalmente. Con el propósito de evitar los frecuentes cierres y aperturas de la refinería, los barcos no reiniciarán el abastecimiento hasta que este contenga 50,000 barriles. Cada uno de los

cinco eventos concernientes a los niveles de aceites, por ejemplo, el nivel de aceite de los barcos cae debajo del 5% de su capacidad, llamado estado de eventos. Puede ocurrir un estado de evento no planeado, pero estos ocurren cuando un estado de las variables continuas cruza su límite establecido.



Refinería

2.11 Ejemplo 4: Simulación de un Servicio de Respuesta para Consultas a un Centro de Información

Este ejemplo se seleccionó con el propósito de proporcionar al lector una visión global de los tipos de asuntos que el modelador debe enfrentar y resolver. Particularmente nótese la discusión de la *recolección de datos* y la *planeación táctica*.

El centro de información de partes del programa APOLO es un centro de información para recabar, almacenar y divulgar la información sobre las partes y materiales de dicho programa. Específicamente, el centro se interesa sobre las partes y materiales, tales como identificación de partes, información de requerimientos, datos de calidad, datos de prueba, datos de fallas, datos de entorno y datos límites del medio, datos de uso y datos de inspección.

La figura 2.22 resume los procedimientos generales para insertar información al centro. La información requerida para la recuperación se extrae de los diferentes documentos de entrada y se almacena en disco magnético para conformar el archivo bibliográfico. Posteriormente, los documentos originales son almacenados en gabinetes estándares de archivo.

El centro ofrece a sus usuarios dos servicios principales: Las capacidades de un índice y la consulta. El índice es una publicación periódica que presenta de manera abstracta información para una parte o material específico. La función primordial del índice es proporcionar al usuario un resumen de la información proveniente del centro, que se encuentra disponible. La capacidad de consulta es el principal servicio ofrecido por el centro, ya que le permite al usuario hacer consultas telefónicas al centro y recibir una respuesta ya sea telefónica o por correo.

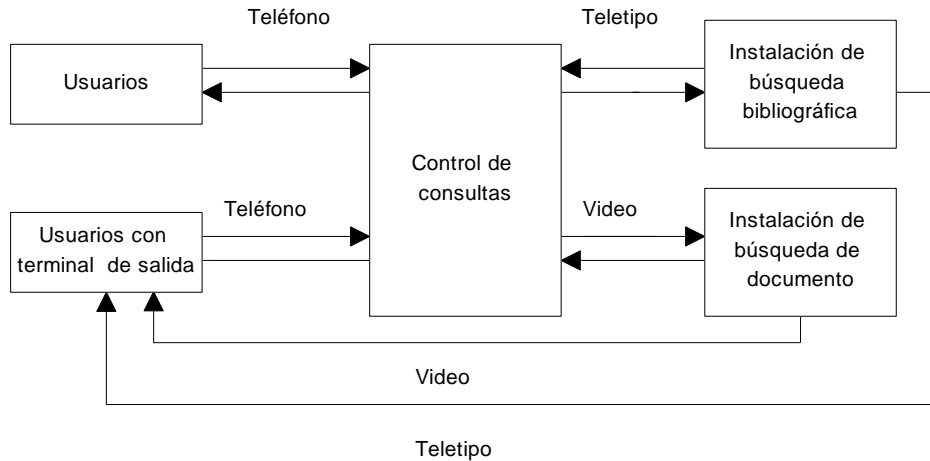


Figura 2.22 Diagrama de Flujo Generalizado de Respuestas a Consultas

Flujo de Procesamiento de Consultas:

Todas las consultas se reciben en la sección de control de consultas por vía telefónica, donde hay dos líneas telefónicas con dos teléfonos cada una. Debido a la complejidad de los tipos de consultas, no existe la posibilidad de que el usuario consulte el centro. En lugar de esto, el centro utiliza el personal técnico para que reciba, estandarice y codifique las consultas. Existen tres rutas de procesamiento según las clases de consultas: La búsqueda manual especial, la búsqueda bibliográfica y la búsqueda de documentos:

La búsqueda manual	se lleva a cabo para las consultas que no pueden ser contestadas con los archivos bibliográficos.
La búsqueda bibliográfica	es una búsqueda automática en los archivos bibliográficos para determinar, en forma resumida, la información que se encuentra disponible en el centro.

La búsqueda automática	de documentos es una adición propuesta con respecto al centro. Esta clase de consulta es una petición de copias específicas de los documentos almacenados en los archivos de documentos.
-------------------------------	--

Desarrollo del Modelo:

En la actualidad, el centro de información es operacional; sin embargo, fue esencial una evaluación para asegurarse de que el centro podía responder al incremento estimado del número de consultas. Además, numerosos estudios de equipo han resultado en las recomendaciones referentes a los tipos de hardware para la expansión del centro. Sin embargo, había un vacío en cuanto a la integración de estas recomendaciones en el centro actual, y luego en la evaluación de la operación del mismo.

El objetivo de este estudio era evaluar el centro actual, incluyendo las adiciones propuestas, para determinar la capacidad de las instalaciones del centro para recibir y responder a las consultas. El planteamiento seleccionado para evaluar el centro fue determinar el tiempo de respuesta al servicio propuesto de consultas. El tiempo de respuesta se define como el tiempo total transcurrido, una vez que el solicitante ha entrado en contacto con el control de consultas a través del procesamiento de la consulta, hasta el momento en que la respuesta es remitida al solicitante.

Se usó una serie de instrucciones simples de cálculo para describir la respuesta de una consulta. La clasificación de estas instrucciones como componentes operativos y de demora, así como la suma de estos, dieron como resultado expresiones que representan el tiempo de respuesta. Una vez que se ha construido el modelo con las expresiones del tiempo de respuesta, el centro puede simularse bajo una variedad de condiciones. Debido a que estas condiciones eran controlables, el centro podía ser probado mediante la variación de un parámetro o combinación de parámetros.

El modelo se basó en el siguiente conjunto de definiciones:

1. El procesamiento de una consulta requiere de la utilización de un conjunto definido de instalaciones (F_1, F_2, \dots, F_M).
2. Puede existir una cola de servicio (Q_1, Q_2, \dots, Q_N) entre las instalaciones.
3. Un componente (C_1, C_2, \dots, C_K) se define como una expresión de tiempo. El tiempo para procesar una consulta en la instalación se define como un componente operativo [$t_1(F_1), t_2(F_2), \dots, t_i(F_M)$]. El tiempo que puede transcurrir en una fila de espera se define como un componente de demora [$t_1(Q_1), t_2(Q_2), \dots, t_i(Q_N)$].
4. El tiempo de respuesta para cada tipo de consulta es una función de un conjunto de componentes (C_1, C_2, \dots, C_K) y puede expresarse como:

$$T_q = f(C_1, C_2, \dots, C_K) \quad (1)$$

El conjunto de componentes operativos y de demora asociados con cada T_q pueden expresarse como una función de:

$$T_q = f [t_1(F_1), t_2(F_2), \dots, t_i(F_M) \text{ y } t_1(Q_1), t_2(Q_2), \dots, t_i(Q_N)] \quad (2)$$

Asumiendo que los componentes operativos y de demora son independientes entre sí, podemos expresar T_q como:

$$T_q = \sum_{i=1}^m t_i(F_M) + \sum_{j=1}^n t_j(Q_N) \quad (3)$$

Donde T_q es el tiempo de respuesta para cada tipo de consulta ($q= 1, 2, \dots, 10$), $t_i(F_M)$ es el tiempo requerido en la instalación M para procesar una consulta, y $t_j(Q_N)$ es el tiempo que puede transcurrir en la fila N antes de que se encuentre disponible la siguiente instalación para aceptar la consulta.

Recolección de Datos:

El esfuerzo de recolección de datos estaba orientado hacia la recolección de los datos representados por los componentes operativos, $t_i(F_M)$, y por las entradas adicionales requeridas para el programa de simulación. La recolección de datos se dividió en dos fases: La recolección de los datos empíricos disponibles, y la generación de los datos para los cuales no se encontraban disponibles los datos empíricos y que estaban asociados con las adiciones propuestas con respecto al centro.

Las fuentes principales de datos eran los registros de bitácora, grabaciones telefónicas e informes semanales y mensuales del estado interno. Se determinó a través de la prueba estadística que la distribución de las llegadas de las consultas entrantes era de tipo de Poisson. Debido a que las llegadas eran de tipo Poisson, el tiempo entre las consultas siguió la distribución exponencial negativa. Por consiguiente, las distribuciones exponenciales adecuadas se generaron a partir de las tasas de crecimiento proyectadas de las consultas. Se determinó que varias distribuciones de tiempo de servicio eran de tipo Erlang, tales como el tiempo que se empleaba en el teléfono y el tiempo en que se conduce una búsqueda bibliográfica. Varias de las distribuciones no podían ser aproximadas por

cualquiera de las distribuciones teóricas estándar. Algunas de estas eran el número de preguntas por consultas de la clase 1, el número de documentos por respuestas y el número de páginas por documento. En estos ejemplos, los datos reales de los muestreos se usaron como entrada.

Planeación Táctica:

Al probar las capacidades de respuesta a consultas del centro, se puede considerar una combinación de parámetros como variables de entrada para la simulación, tales como los flujos proyectados de llegada de consultas. Por consiguiente, las instalaciones y las filas de esperas del centro se evalúan como una función de las varias tasas de flujos de llegada. Antes de ejecutar el modelo de simulación, se tuvo que determinar las condiciones de arranque, la definición del equilibrio, las condiciones de paradas y el tamaño de la muestra.

Debido a que el modelo de simulación requiere que transcurra una cierta cantidad de tiempo de operación para que el sistema se acerque a su estado de equilibrio o estabilización, debe emitirse una parte inicial de la ejecución a partir de los resultados obtenidos en la salida. Este período de estabilización es una función del número de consultas que se encuentran en el centro y del número de consultas que éste ha procesado. De acuerdo con R.L. Conway, no hay criterios objetivos para determinar cuándo debería empezar a recolectarse las mediciones de los resultados; sin embargo, recomienda el truncamiento de una serie de medidas hasta que una medida no sea el máximo ni el mínimo de las mediciones anteriores.

El tiempo requerido para que el sistema se acerque al equilibrio depende de la condición inicial de arranque. Debido a que el modelo comienza con todas sus instalaciones y filas inactivas y vacías, cualquier condición de arranque que no se encuentre inactiva y vacía disminuiría el tiempo requerido para que el sistema alcance el equilibrio. En forma ideal, la condición de arranque debería seleccionarse de manera que correspondiera con la condición cuando el centro haya alcanzado el equilibrio. Sin embargo, debido a que no se tiene dicho conocimiento en el centro, la selección de la condición de arranque debe ser subjetiva. La condición de arranque seleccionada por el centro inicialmente iba a generar 10 llegadas en el tiempo cero o inicial.

Después de que se generan estas llegadas, se usan las tasas seleccionadas de llegadas de entradas. El planteamiento adoptado por Conway se usa para determinar el punto de estabilización del centro. Las consultas se agrupan en conjuntos de 25 en el orden de su terminación con respecto al centro. El tiempo medio para cada conjunto se computa y se presenta en la figura 2.23. Los resultados que se muestran en ésta también muestran las condiciones de arranque previamente establecidas. La primera media, que no es ni el máximo, ni el mínimo de las series anteriores, se encuentra en el quinto conjunto. Por

consiguiente, no fueron incluidos en los resultados de salida, los datos para las primeras 125 consultas. Este punto de estabilización se mantuvo constante en todas las ejecuciones.

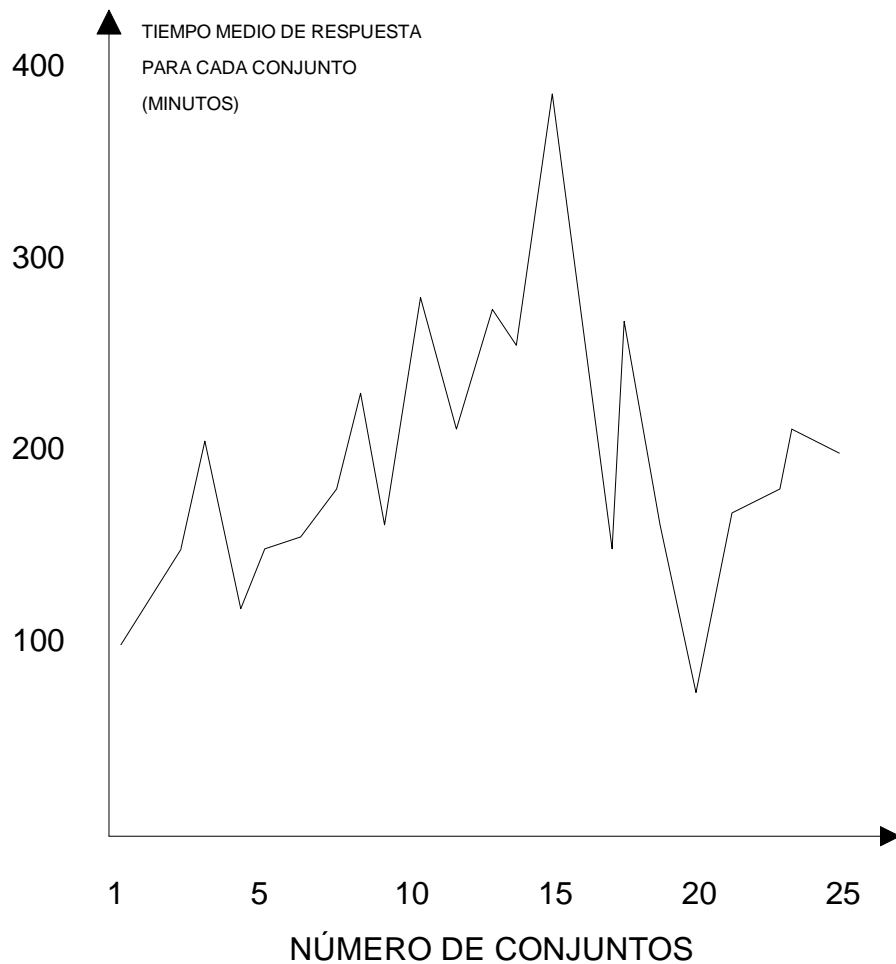


Figura 2.23 Tiempo medio de respuesta de consulta para cada conjunto de 25 consultas

La condición de parada del modelo es la de detener la ejecución después de que un número determinado de consultas haya sido procesado por el centro. No se asigna ningún máximo al número de consultas insertadas en el modelo. Por lo tanto, después que se obtiene la condición de parada, todavía pueden encontrarse algunas consultas que están siendo atendidas en las instalaciones o siendo demoradas en las filas de servicios.

Se usan muchos métodos para determinar los tamaños de la muestra. Una técnica que a menudo se usa es determinar el tamaño de la muestra que se necesita para obtener cierta confianza de que una instalación o fila se encuentre en un estado o condición determinada. Debido a que el centro tiene muchas instalaciones y filas, y debido a que éstas no se usan con una gran frecuencia, dicho planteamiento requeriría de una muestra muy grande.

Consecuentemente, el tiempo de respuesta de la consulta se usó para determinar el tamaño de la muestra. Entonces, se usó una comparación relativa de las alternativas entre los resultados de las instalaciones y las filas.

A fin de determinar el tamaño de la muestra, se agruparon las consultas en conjuntos de 25 en el orden de su terminación con respecto al centro. Al computar el tiempo medio de respuesta para cada conjunto se obtuvo un grupo de n mediciones $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Si se considera el teorema del límite central, es posible asumir que la x de cada grupo está distribuida normalmente.

Salidas del Modelo:

Las salidas de los modelos proporcionan información con respecto a los siguientes aspectos del centro:

- El tiempo medio para contestar los varios tipos de consultas (por ejemplo, el tiempo de respuesta).
- La utilización promedio de las instalaciones del centro.
- Los tiempos promedios de retardo en las instalaciones del centro.

Para complementar las salidas anteriores al modelo también son salidas:

- La distribución de los tiempos de respuesta.
- La distribución de los tiempos de demora en las filas.
- La longitud máxima de la fila.
- Las longitudes promedio de la fila.
- Las entradas totales que pasaron un tiempo cero en las colas.

El análisis de los resultados de las ejecuciones de simulación indica que, si se obtuvieran las tasas proyectadas de llegadas, el centro solamente tendría la necesidad de hacer algunas modificaciones menores referentes a la configuración del equipo y a la asignación del personal. La mayoría de estas modificaciones sólo requieren de una pieza adicional de hardware o de un incremento o reubicación del personal asignado a las varias instalaciones.

Este caso nos convence de que es necesario conocer muy bien los conceptos de distribución de probabilidades, pruebas de hipótesis, etc. Por tales motivos, los dos siguientes capítulos repasan los conceptos más importantes de estos temas.

2.12 Estructura de los Modelos de Simulación

Antes de iniciar el proceso de desarrollo de un modelo, se debería comprender la estructura básica a partir de la cual se construyen los modelos. Aunque un modelo puede ser muy complicado matemática o físicamente, su estructura fundamental es muy simple.

En una perspectiva un poco más amplia, encontramos que casi cualquier modelo consiste en alguna combinación de los siguientes elementos:

- **Componentes:** Por componentes entendemos las partes constituyentes que en conjunto forman el sistema. Algunas veces, también nos referimos a los componentes como elementos o subsistemas.
- **Variables:** Sólo pueden suponer aquellos valores que la forma de la función permite. Las variables pueden ser cualesquiera entidad o atributo de la entidad. Podemos reconocer dos tipos de variables en un modelo de un sistema, las exógenas y las endógenas. Las variables exógenas también se llaman variables de entrada, es decir, éstas son variables que se originan o se producen fuera del sistema o que surgen debido a causas externas. Las variables endógenas son aquellas producidas dentro del sistema o que resultan de causas internas. También podemos referirnos a las variables endógenas, ya sea como variables de estado o variables de salida. Los estadísticos llaman a las variables exógenas independientes y a las variables endógenas dependientes.
- **Parámetros:** Son cantidades a las cuales el operador del modelo puede asignarles valores arbitrarios, a diferencia de las variables. Otra manera de ver esto es que los parámetros, una vez establecidos, son *constantes* y no varían. Con frecuencia, el análisis estadístico implica intentos para determinar estos parámetros desconocidos, pero fijos, para un conjunto de datos.
- **Relaciones funcionales:** Describen a las variables y a los parámetros de tal manera que muestran su comportamiento dentro de un componente o entre componentes de un sistema.
- **Restricciones:** Son limitaciones impuestas a los valores de las variables o a la manera en la cual los recursos pueden asignarse o consumirse. Estas restricciones pueden ser autoimpuestas por el modelador o impuestas por el sistema mediante la naturaleza del mismo.
- **Objetivos:** Es una definición explícita de los objetivos o metas del sistema y de cómo se evaluarán. Por lo general, el objetivo es una parte integral del modelo y la

manipulación del mismo se logra por los intentos para optimizar o satisfacer los criterios establecidos.

Conclusiones

- En este capítulo lo que vimos fueron los modelos y lo que se ve es que para la creación de un modelo hay que seguir una serie de pasos para que nuestro modelo se vea completo.
- Primero que todo antes de modelar debemos saber con qué sistema estamos trabajando.
- Como vimos existen muchos modelos para diferentes sistemas.
- Existen diferentes maneras para poder crear un modelo, pero las que se nos presenta es una de las más entendibles o algo fáciles de trabajar.

2.13 Bibliografía

D'azzo John y Houpis Constantine H., "Feedback Control Sistema Analysis and Synthesis", Segunda Edición, Tokio, McGraw-Hill, 1996 XX 824p.

Gordon Geoffrey, "Simulación de Sistemas", México, D.F., 1996.

Gallagher Charles, "Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones", McGraw-Hill, 1987.

Hostetter Gene H., Clement J. Sarant, Raymon Steffani, "Sistemas de Control de Realimentación", Traducción Adolfo Bustamante Ramos, México D.F., Interamericana, 1984 XV, 44p.

Lau Averill M., "Simulation: Modeling and Analysis", New York, McGraw-Hill, 1982.

Medina Enrique y Solís Darío, "Simulación y Optimización Digital de Sistemas Dinámicos", Sexta Edición, Panamá, 1987.

Shannon Robert, "Simulación de Sistemas: Diseño, Desarrollo e Implementación", Traducción Fernando Alderete, México D.F., Trillas, 1988.

Rincón Juana, "Concepto de Sistema y Teoría General de Sistemas", <http://members.tripod.com/~gepsea/sistema.htm>.

https://www.google.com/search?q=ejemplo+de+un+modelo+pert&client=firefox-b-ab&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiKy7Ok2-PWAhWH1CYKHdLgDcQQ_AUICigB&biw=1366&bih=669#imgsrc=RExUeaPj_YFPVM:

<http://www6.uniovi.es/~feli/CursoMDT/Tema1/Page2.html>

<http://soarem.org.ar/Documentos/50%20Minaard.pdf>

https://www.bing.com/images/search?view=detailV2&ccid=M7QVMaiG&id=5DCD678EF2467382A555F63ABF135E59DF6C9855&thid=OIP.M7QVMaiG92xd-j5c_gvarQEsDI&q=aeronave&simid=608021629793274371&selectedIndex=4&ajaxhist=0