

Proyecto Final: Control Digital de un Sistema.

Autor: Fernando Flores Pérez (NUA: 909732). Universidad de Guanajuato

Palabras clave— Aproximación, Arduino, control automático, controladores, derivadas, discretización, Eagle, Euler hacia atrás, Función de transferencia, Matlab, método, PCB, PWM, sintonización, sistema.

I. INTRODUCCIÓN

Las acciones básicas de control y sus combinaciones generan las diferentes leyes de control que caracterizan a los controladores, normalmente, estas vendrán expresadas como funciones de transferencia. La discretización es un proceso que transfiere funciones continuas a funciones discretas con ayuda de la transformada Z.

Para poder ingresar una función de transferencia de un controlador a una tarjeta programable como Arduino es necesario discretizar la función de transferencia de dicho controlador así podrá ser ejecutada para poder controlar un sistema, que para el caso de esta práctica el sistema es un motor DC.

Hay diferentes métodos que sirven para obtener a partir de un controlador continuo un controlador digital equivalente, para este proyecto se mostrará el método de aproximación denominado Euler hacia atrás, este método servirá para poder implementar una interfaz gráfica la cual se utiliza para la discretización de cualquier controlador.

En la actualidad los controles automáticos se han vuelto de gran importancia ya que son utilizados para controlar desde el sistema más simple, hasta el más complejo de los sistemas como el guiado de proyectiles por dar un ejemplo.

El control automático juega un papel vital en el avance de la ingeniería y la ciencia ya que los controles brindan los medios para lograr el funcionamiento óptimo de sistemas dinámicos, mejorar la calidad y abaratar los costos de producción, liberar de la complejidad de muchas rutinas de tareas manuales respectivas, etc.

Hoy en día en las modernas fábricas e instalaciones industriales, se hace cada día más necesario disponer de sistemas de control o de mando, que permitan mejorar y optimizar una gran cantidad de procesos, en donde la sola presencia del hombre es insuficiente para gobernarlos. [1]

El objetivo de este proyecto es implementar un controlador discreto a un pequeño motor de DC para poder cambiar o ajustar su velocidad, además el circuito físico implementado para el sistema será simulado con ayuda del software Eagle a manera ilustrativa y posteriormente implementado en una PCB.

II. MARCO TEÓRICO

Métodos de Discretización de Sistemas en Tiempo

Para obtener un controlador digital a partir de uno continuo es deseable que la respuesta transitoria y la respuesta frecuencial del sistema sean equivalentes. Además, las características del controlador digital dependerán del valor de T que afectará a la respuesta del sistema.

A continuación, se describen los métodos de aproximación mencionados en la introducción:

1. Método de Euler hacia Atrás

El método aproxima la integral bajo $f(t)$ por la suma de rectángulos hacia atrás tal como se muestra en la figura 1. [1]

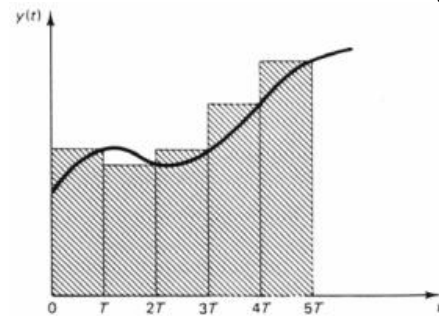


Fig. 1. Aproximación del método de Euler hacia atrás.

Donde:

$$f(x(t), y(t)) = cte = f(x(kT), y(kT))$$

En:

$$(k-1)T < t < kT$$

Obteniendo así:

$$y(kT) = y((k-1)T) + [-a \cdot y(kT) + a \cdot x(kT)] \cdot T$$

Y su función de transferencia en Z del controlador es:

$$G_c(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a \cdot T}{1 - z^{-1} + a \cdot T} = \frac{a}{\frac{1 - z^{-1}}{T} + a}$$

Lo que equivale a:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T} \quad (1)$$

En la figura 2 se muestra el mapeo obtenido con el método de Euler hacia atrás:

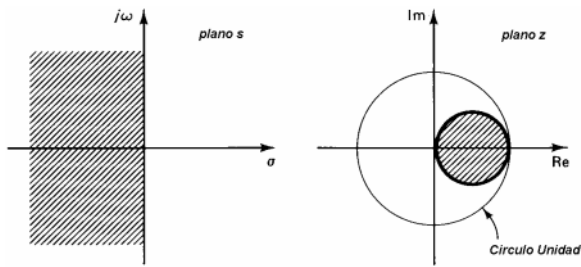


Fig. 2. Mapeo de la aproximación del método de Euler hacia atrás.

Controlador Proporcional Integral PI

Para este controlador el valor de las constantes dependerá del tipo de aproximación que se utilice y como se utilizará el método de Euler hacia atrás.

La función de transferencia para este controlador es la siguiente:

$$G_c(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = kp + \frac{kp}{ti} \quad (2)$$

Euler hacia atrás

Para este método en la ecuación (2) se debe sustituir el valor de s por la ecuación (1) y se pasa al dominio de Z:

$$G_c(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} = kp + \frac{kp}{ti \left(\frac{1-z^{-1}}{T} \right)}$$

Despejando Y(z):

$$Y(z) = kpE(z) + \frac{kpE(z)}{\frac{ti}{T}(1-z^{-1})}$$

$$Y(z)(1-z^{-1}) = kpE(z)(1-z^{-1}) + \frac{Tkp}{ti}E(z)$$

$$Y(z) = kpE(z) - kpE(z)z^{-1} + \frac{Tkp}{ti}E(z) + Y(z)z^{-1}$$

$$y(n) = \left(kp + \frac{Tkp}{ti} \right) e(n) - kpe(n-1) + y(n-1)$$

$$y(n) = a_0 e(n) + a_1 e(n-1) + b_0 y(n-1) \quad (3)$$

$$a_0 = kp + \frac{Tkp}{ti}$$

$$a_1 = -kp$$

$$b_0 = 1$$

Discretización de Controladores

Para obtener un controlador digital a partir de uno continuo es deseable que la respuesta transitoria y la respuesta frecuencial del sistema sean equivalentes. Además, las características del controlador digital dependerán del valor de T que afectará a la respuesta del sistema.[1]

Para poder realizar cualquier acción de control se puede crear una especie de formula general para cualquier controlador

utilizando cualquier método de aproximación que se requiera, dicha formula es la siguiente.

$$y(n) = a_0 e(n) + a_1 e(n-1) + a_2 e(n-2) + b_0 y(n-1) \quad (4)$$

En esta fórmula solo cambian los valores de a_0 , a_1 , a_2 y b_0 , esto como se menciona depende del controlador que se utilice y del método de aproximación.

Para un mejor manejo de las constantes obtenidas para el sistema a discretizar del método de Euler hacia atrás para el controlador PI, a continuación, se muestran en una tabla los valores de las constantes obtenidas a partir de la ecuación 3.

Euler Hacia Atrás

Controlador	a0	a1	a2	b0
PI	$kp + \frac{Tkp}{ti}$	$-kp$	0	1

Tabla. 1. Valores de las constantes del controlador PI obtenidas para la discretización.

Diseño de Sistemas de Control Basados en el Análisis del Dominio de la Frecuencia.

El método de análisis de la respuesta en frecuencia tiene la ventaja de ayudar en gran medida a determinar las funciones de transferencia o en su defecto establecer el espacio de estados de un sistema a partir de mediciones o toma de datos en una planta.

En el diseño de controladores se usan además representaciones gráficas tales como diagramas de Bode cuyo uso se justifica en la posibilidad de representar un amplio espectro de frecuencias en un solo gráfico, o la aparición de parámetros como margen de fase o margen de ganancia, mismos que resultan cruciales para la búsqueda de soluciones óptimas que lleven a los sistemas a la estabilidad o a su vez ayuden a sintonizar diferentes controladores.

El análisis del margen de ganancia y margen de fase para el diseño de controladores supone una estrategia interesante e información crucial sobre las posibles medidas que se pueden tomar frente a la aparición de respuestas inestables, esto ya que son medidas de estabilidad relativa. Esto en otras palabras quiere decir que si algunos de los márgenes obtenidos del sistema son negativo se puede concluir que es un sistema inestable.

Además, los conceptos de margen de ganancia y fase no solo indican la estabilidad en términos absolutos, también permiten dar un margen sobre qué tan lejos está en sistema de la estabilidad o inestabilidad, esto ya que mientras más pequeños se hagan los valores del margen de ganancia y de fase más tenderá el sistema hacia la inestabilidad y viceversa. [2]

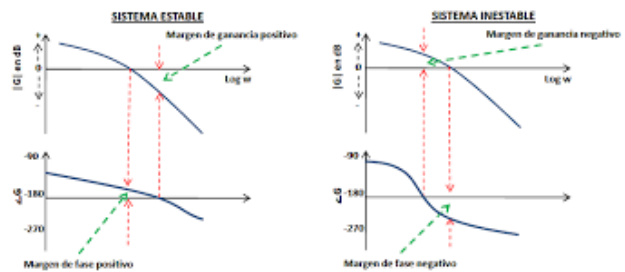


Fig. 3. Márgenes de fase y ganancia de un sistema estable e inestable.

III. METODOLOGÍA

Como

IV. RESULTADOS

Para

V. CONCLUSIONES

La

VI. REFERENCIAS

[1]. Www2.isa.uma.es. 2021. Control por Discretizacion.

[2]. Revistaenergia.cenace.org.ec. 2021. Vista de Diseño de Sistemas de Control Basados en el Análisis del Dominio en Frecuencia | Revista Técnica