

ECM253 – Linguagens Formais, Autômatos e Compiladores

Lista de Exercícios

Métodos de prova em lógica proposicional

Marco Furlan

23 de fevereiro de 2022

Esta lista tem **peso 2** nas atividades da disciplina.

1. Utilizar o **algoritmo TestarTautologia** para provar que as expressões a seguir são tautologias:

(a) $[\neg B \wedge (A \rightarrow B)] \rightarrow \neg A$

Exemplo:

- **Nos parâmetros:**
 - $P = \neg B \wedge (A \rightarrow B)$
 - $Q = \neg A$
- **Antes da repetição:**
 - $P = V$ ou $\neg B \wedge (A \rightarrow B) = V$
 - $Q = F$ ou $\neg A = F$ ou ainda $A = V$
- **Primeira repetição:**
 - $\neg B = V$ (ou $B = F$) e $A \rightarrow B = V$ (por causa do “ \wedge ”)
- **Segunda repetição:**
 - $A = F$, pois $(A \rightarrow B) = V$ e $B = F$
- **Fora da repetição:**
 - A possui dois valores verdade, logo se trata de uma tautologia.

$$(b) [(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$$

$$(c) (A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B$$

$$(d) (A \wedge B) \wedge \neg B \rightarrow A$$

2. Traduzir em **Lógica Proposicional** os **argumentos** apresentados a **seguir** e, **depois, provar** que são **argumentos válidos** utilizando **sequências de prova** com **regras de equivalência** e **regras de inferência** a partir de **hipóteses** (como apresentado em aula). Empregar os símbolos proposicionais indicados.

- (a) A colheita é boa, mas não há água suficiente. Se tivesse bastante chuva ou não tivesse bastante sol, então haveria água suficiente. Portanto, a colheita é boa e há bastante sol. (C, A, H, S)

Exemplo:

$$(C \wedge \neg A) \wedge ((H \vee \neg S) \rightarrow A) \rightarrow (C \wedge S)$$

- | | |
|---|---------------|
| 1. $C \wedge \neg A$ | (hipótese) |
| 2. $H \vee \neg S \rightarrow A$ | (hipótese) |
| 3. $\neg(H \vee \neg S) \vee A$ | (2, imp) |
| 4. $A \vee \neg(H \vee \neg S)$ | (3, com) |
| 5. $\neg A \rightarrow \neg(H \vee \neg S)$ | (4, imp) |
| 6. $\neg A$ | (1, sim) |
| 7. $\neg(H \vee \neg S)$ | (5, 6, mp) |
| 8. $\neg H \wedge S$ | (7, DeMorgan) |
| 9. S | (8, sim) |
| 10. C | (1, sim) |
| 11. $C \wedge S \quad \square$ | (9, 10, conj) |

- (b) Rússia tinha um poder superior, e ou a França não era forte ou Napoleão cometeu um erro. Napoleão não cometeu um erro, mas se o exército não tivesse falhado, a França seria forte. Portanto, o exército falhou e a Rússia tinha um poder superior. (R, F, N, E)
- (c) Não é verdade que se as taxas de eletricidade subirem, o consumo diminuirá, nem é verdade que novas usinas de energia serão construídas ou as contas não serão atrasadas. Portanto o consumo não diminuirá e as contas serão atrasadas. (T, C, U, Co)

- (d) Se José pegou as joias ou a sra. Krasov mentiu, então ocorreu um crime. O sr. Krasov não estava na cidade. Se ocorreu um crime, então o sr. Krasov estava na cidade. Portanto José não pegou as jóias. (J, M, C, E)

3. Estabelecer a **validade** (válido ou inválido) do argumento por dedução (sequência de prova):

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow (R \wedge S)) \wedge (\neg R \vee (\neg T \vee U)) \wedge (P \wedge T)) \rightarrow U$$