

Exercício 1

Utilizar o algoritmo Testar Tautologia para provar que as expressões a seguir são tautologias:

c) $(A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B$

Resolução:

1. $P = [(A \vee B) \wedge \neg A] = V$
2. $Q = B = F$
3. $\neg A = V$ ($A = F$) $\wedge (A \vee B) = V$ (por causa do \wedge)
4. Logo, $B = V$, então, a FBF é uma Tautologia.

Exercício 2

Traduzir em Lógica Proposicional os argumentos apresentados a seguir e, depois, provar que são argumentos válidos utilizando sequências de prova com regras de equivalência e regras de inferência a partir de hipóteses (como apresentado em aula). Empregar os símbolos proposicionais indicados.

b) *Rússia tinha um poder superior, e ou a França não era forte ou Napoleão cometeu um erro. Napoleão não cometeu um erro, mas se o exército não tivesse falhado, a França seria forte. Portanto, o exército falhou e a Rússia tinha um poder superior. (R, F, N, E)*

Resolução:

$R \rightarrow$ Rússia tinha um poder superior

$N \rightarrow$ Napoleão cometeu um erro

$F \rightarrow$ França era forte

$E \rightarrow$ Exército falhou

$$(R \wedge (\neg F \vee N)) \wedge (\neg N) \wedge (\neg E \rightarrow F) \rightarrow (E \wedge R)$$

- | | | |
|----|-----------------------------|------------|
| 1. | R | (h1) |
| 2. | $\neg F \vee N$ | (h2) |
| 3. | $\neg N$ | (h3) |
| 4. | $\neg E \rightarrow F$ | (h4) |
| 5. | $N \vee \neg F$ | (2,com) |
| 6. | $\neg N \rightarrow \neg F$ | (5,imp) |
| 7. | $\neg F$ | (3,6,mp) |
| 8. | E | (4,7,mt) |
| 9. | $E \wedge R$ | (1,8,conj) |

c) Não é verdade que se as taxas de eletricidade subirem, o consumo diminuirá, nem é verdade que novas usinas de energia serão construídas ou as contas não serão atrasadas. Portanto o consumo não diminuirá e as contas serão atrasadas. (T, C, U, Co)

Resolução:

$T \rightarrow$ taxas de eletricidade subiram $U \rightarrow$ usinas de energia são construídas

$C \rightarrow$ consumo diminui $Co \rightarrow$ contas serão atrasadas

$$\neg(T \rightarrow C) \wedge \neg(U \vee \neg Co) \rightarrow \neg C \wedge Co$$

- | | |
|----------------------------|------------|
| 1. $\neg(T \rightarrow C)$ | (h1) |
| 2. $\neg(U \vee \neg Co)$ | (h2) |
| 3. $\neg U \wedge Co$ | (2,dm) |
| 4. Co | (3,sim) |
| 5. $\neg(\neg T \vee C)$ | (4,imp) |
| 6. $T \wedge \neg C$ | (5,dm) |
| 7. $\neg C$ | (6,sim) |
| 8. $\neg C \wedge Co$ | (4,7,conj) |

d) Se José pegou as joias ou a sra. Krasov mentiu, então ocorreu um crime. O sr. Krasov não estava na cidade. Se ocorreu um crime, então o sr. Krasov estava na cidade. Portanto José não pegou as jóias. (J, M, C, E)

Resolução:

$J \rightarrow$ José pegou as joias

$C \rightarrow$ ocorreu um crime

$M \rightarrow$ sra. Krasov mentiu

$E \rightarrow$ sr. Krasov estava na cidade

$$((J \vee M) \rightarrow C) \wedge (\neg E) \wedge (C \rightarrow E) \rightarrow \neg J$$

- | | |
|-------------------------------|------|
| 1- $(J \vee M) \rightarrow C$ | (h1) |
| 2- $\neg E$ | (h2) |
| 3- $C \rightarrow E$ | (h3) |

Exercício 3

Estabelecer a validade (válido ou inválido) do argumento por dedução (sequência de prova):

$$((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow (R \wedge S)) \wedge (\neg R \vee (\neg T \vee U)) \wedge (P \wedge T)) \rightarrow U$$

Resolução:

- | | |
|------------------------------------|---------------|
| 1. $P \rightarrow Q$ | (h1) |
| 2. $Q \rightarrow (R \wedge S)$ | (h2) |
| 3. $\neg R \vee (\neg T \vee U)$ | (h3) |
| 4. $P \wedge T$ | (h4) |
| 5. P | (4, sim) |
| 6. Q | (1, 5, mp) |
| 7. $R \wedge S$ | (2, 6, mp) |
| 8. R | (7, sim) |
| 9. $R \rightarrow (\neg T \vee U)$ | (3, imp) |
| 10. $\neg T \vee U$ | (8, 9, imp) |
| 11. $T \rightarrow U$ | (10, imp) |
| 12. T | (4, sim) |
| 13. U | (11, 12, mp) |
| 14. $U \wedge S$ | (7, 13, conj) |