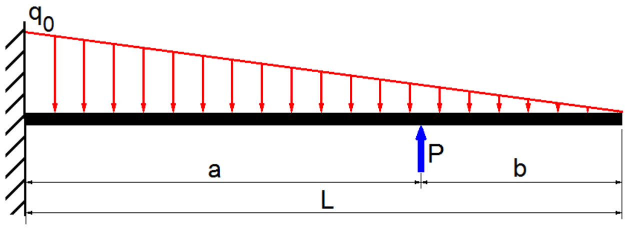
Lista de Exercícios

1. Elabore um programa que permite ao usuário digitar os coeficientes de um polinômio de grau **n** na seguinte ordem: a_n, a_{n-1}, ... , a_2, a_1 e a_0. O programa deve exibir duas listas, uma contendo as raízes reais e outra as complexas.

2. Elabore um programa que permite ao usuário digitar as coordenadas de **n** pontos medidos em uma experiência do laboratório, bem como a ordem do polinômio que deverá ser ajustado à esses pontos. O programa deve exibir a equação ajustada, bem como o valor do coeficiente de determinação R^2.
Além disso, deve apresentar um gráfico com os pontos medidos e a curva ajustada, sem se esquecer da legenda. O domínio do polinômio deve ser definido entre os valores mínimo e máximo digitados para x.

3. A figura a seguir representa uma viga engastada de comprimento **L**, que suporta um carregamento distribuído triangularmente, de intensidade máxima $\mathbf{q_o}$ e uma força **P** aplicada a uma distância **b** da extremidade livre.



Sabe-se que o deslocamento vertical **y** (denominado flecha) pode ser obtido pela soma do deslocamento causado pelo carregamento triangular e pelo da força **P**.

$$y_{carreg} = \frac{q_0}{120 \cdot L \cdot E \cdot I} \cdot \left(x^5 - 5 \cdot L \cdot x^4 + 10 \cdot L^2 \cdot x^3 - 10 \cdot L^3 \cdot x^2\right) \qquad y_{força} = \frac{P \cdot b}{6 \cdot L \cdot E \cdot I} \cdot \left(-x^3 + \left(L^2 - b^2\right) \cdot x\right)$$

Elabore um programa que calcula a distância **x** em que a deformação vertical **y** da barra é nula. O usuário deverá digitar um valor real entre 0 e 1, indicando a proporção da distância **b** em relação ao comprimento total da viga **L**. Considere: L = 3 m; $q_o = 192 \text{x} 10^3$ N/m; $E = 207 \text{x} 10^9$ N/m^2; $I = 2{,}25 \text{x} 10^{-4}$ m^4 e $P = 200 \text{x} 10^3$ N.
Dica: o valor de **x** que é desejado é a única raiz real maior do que zero e menor ou igual a **a**.

4. Elabore um programa que calcule $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 2 \cdot x^2 - x + 2}{x^3 - 7 \cdot x + 6}$.
Dica: Crie dois polinômios, sendo um para o numerador e outro para o denominador.

5. O custo de produção de um produto é dado por $C(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 3$ e a receita das vendas por $R(x) = 9 \cdot x$, sendo **x** a quantidade de itens, em milhares de unidades.
Elabore um programa que apresente a equação característica do lucro $\left(L(x) = R(x) - C(x)\right)$ e a quantidade de itens que gera lucro máximo e a do prejuízo máximo.

6. Um motorista dirige em uma rodovia e, ao avistar uma placa de limite de velocidade (junto ao radar), pisa no freio. Durante essa redução, a velocidade do automóvel é dada por:

$$v(t) = 3{,}14 \cdot t^3 - 19{,}78 \cdot t^2 + 10{,}51 \cdot t + 121{,}71$$

Sendo **v**, a velocidade em km/h e **t**, o instante de tempo em s.

Elabore um programa que permite ao usuário informar a velocidade limite da via e apresentar como resposta:

a) O instante de tempo em que o automóvel atinge a velocidade limite da via.
Dica 1: subtraia esse valor do polinômio da velocidade e, em seguida, divida todos os termos por 3,6 para obter a velocidade em m/s.
Dica 2: Serão obtidas 3 raízes. Ordene-as e utilize a primeira raiz positiva como o instante de tempo que o veículo atinge a velocidade desejada.

b) A distância percorrida até que o veículo atinja a velocidade digitada.

c) os gráficos, lado a lado, da posição (m), velocidade (km/h) e aceleração (m/s²), considerando como domínio $0 \le t \le t_{limite}$. O gráfico da velocidade é o representado pela equação deste enunciado.

7. Em um experimento do laboratório de Química, desejava-se estudar a velocidade de reação entre dois reagentes e determinar a energia de ativação **Ea** ($kJ \cdot mol^{-1}$) necessária para iniciar a reação entre eles. Sabe-se que a constante de velocidade **k** (s^{-1}) é expressa pela equação de Arrhenius:

$$k = A \cdot e^{-\frac{Ea}{R \cdot T}}$$

Para linearizar a equação, deve-se aplicar o logaritmo, obtendo: $\ln(k) = \ln(A) - \frac{Ea}{R} \cdot \frac{1}{T}$.

Podemos escrever $X = \frac{1}{T}$ e $Y = \ln(k)$, gerando a equação linear $Y = -\frac{Ea}{R} \cdot X + \ln(A)$.

Com base no que foi exposto, elabore um programa que calcula a energia de ativação **Ea** da reação a partir de um conjunto de **n** medições informadas pelo usuário em dois arrays **k** e **T**. Será necessário fazer o ajuste **linear** para as variáveis **X** e **Y**.

O coeficiente angular obtido será negativo, assim, determine o valor de **Ea** (positivo) multiplicando o módulo do coeficiente angular pela constante R = 8,314 ($J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$). Divida o valor por 1000 para expressar **Ea** em $kJ \cdot mol^{-1}$.

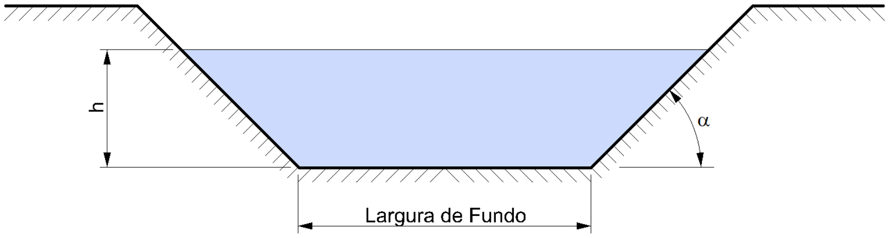
Durante o experimento, foram obtidos os seguintes valores. Eles podem ser utilizados para testar o seu programa.

k (s^{-1})	$2{,}52 \times 10^{-5}$	$5{,}25 \times 10^{-5}$	$6{,}30 \times 10^{-4}$	$3{,}16 \times 10^{-3}$
T (K)	463,0	471,9	503,3	524,2

Fonte: adaptado de Brown,L et al. Química A Ciência Central, 2010.

Lembre-se que o logaritmo neperiano em Python é dado pela função **`np.log`**.

8. Um engenheiro civil precisa projetar um canal trapezoidal para irrigação, como mostra a figura a seguir:



Sabe-se que a vazão do canal é dada por $Q = A \cdot v$, sendo **Q** a vazão, em m³/s, **A** a área da seção transversal do canal, em m², e **v** a velocidade média de escoamento do fluido, em m/s. Elabore um programa que calcula o nível da água **h**, a partir da vazão, velocidade de escoamento, largura de fundo **LF** e ângulo de inclinação do talude α, informado em graus.

Note que a área da seção transversal do canal é dada por $A = \dfrac{1}{\tan(\alpha)} \cdot h^2 + LF \cdot h$.

A equação $Q = A \cdot v$ pode ser reescrita como $A - \dfrac{Q}{v} = 0$, ou seja, a altura **h** é dada pela raiz positiva de:

$$\frac{1}{\tan(\alpha_{rad})} \cdot h^2 + LF \cdot h - \frac{Q}{v} = 0$$

9. Em 1962, o engenheiro Pierre Bézier, que trabalhava no design de automóveis da Renault, publicou um trabalho equacionando um tipo de curva gerada a partir de **NP** pontos. As curvas de Bézier são geradas por duas equações paramétricas, uma para **x** e outra para **y**. Essas curvas são polinômios de grau **n**, sendo $n = NP - 1$.

$$x(u) = \sum_{i=0}^{n} B_{n,i}(u) \cdot x_i \quad e \quad y(u) = \sum_{i=0}^{n} B_{n,i}(u) \cdot y_i$$

Para calcular as curvas x(u) e y(u) são necessário **NP** pontos (x_i, y_i), bem como as equações que formam as bases de Bernstein.

$$B_{n,i}(u) = \frac{n!}{i! \cdot (n-i)!} \cdot u^i \cdot (1-u)^{n-i}$$

Em Python, um termo da base pode ser escrito como:

```
B=factorial(n)/(factorial(i)*factorial(n-i)) * np.poly1d([1,0])**i * np.poly1d([-1,1])**(n-i)
```

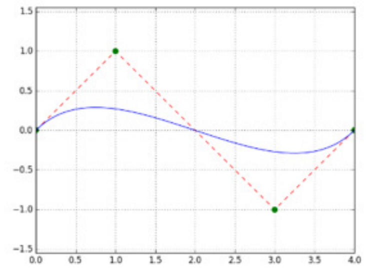
Com isso, elabore um programa que permita ao usuário digitar **NP** pontos, dados pelas coordenadas **x**$_i$ e **y**$_i$. O programa deve calcular as equações paramétricas x(u) e y(u). Como resultado, deve exibir em um gráfico com grade ao fundo:

- linhas tracejadas vermelhas, ligando os pontos;
- adicione marcadores verdes, com tamanho 8, em cada um dos pontos;
- trace a curva de Bézier utilizando x(u) e y(u), em cor azul, com domínio $0 \le u \le 1$.

Lembre-se de importar a função **`factorial`** do módulo **`math`**.

Por exemplo, se forem utilizados 4 pontos é necessário calcular as quatro curvas da base de Bernstein: $B_{3,0}(u)$, $B_{3,1}(u)$, $B_{3,2}(u)$ e $B_{3,3}(u)$, que serão multiplicados pelos quatro valores de x: $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$ e $\mathbf{x_3}$ para obter x(u). O mesmo processo deve ser feito, multiplicando as quatro bases pelas componentes $\mathbf{y_0}$, $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{y_2}$ e $\mathbf{y_3}$ para obter y(u).

```
Digite o número de pontos: 4
Digite x0: 0
Digite y0: 0
Digite x1: 1
Digite y1: 1
Digite x2: 3
Digite y2: -1
Digite x3: 4
Digite y3: 0
```



10. Elabore um programa que desenha o gráfico da função $C(x)$, com $-10 \le x \le 10$. O usuário deverá informar o valor de **n**.

$$C(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + \frac{x^{2\cdot n}}{(2\cdot n)!}$$

Lembre-se de importar a função **`factorial`** do módulo **`math`**.