1. ¿Qué condiciones para la distribución binomial, si hay alguna, no se cumplen en las siguientes situaciones?

   a) El número de individuos que tienen un resfriado en una reunión familiar a la que asisten 30 personas.

   b) Entre los 8 proyectores del departamento, 2 no funcionan de manera adecuada pero no están marcados como defectuosos. Se seleccionan dos y se registra el número de los que no funcionan adecuadamente.

   Respuesta(s): a) Ensayos no independientes. b) Ensayos no independientes.

2. Se toma una muestra de 5 piezas mecánicas troqueladas en el Taller Mecánico. Se sabe que la troqueladora arroja 10 % de piezas defectuosas.

   a) Determine la probabilidad de que ninguno de los elementos de la muestra esté defectuoso.

   b) La probabilidad de que sólo 1 de ellos esté defectuoso.

   c) La media y la varianza del número de piezas defectuosas en la muestra.

3. Una variable aleatoria X tiene una distribución binomial y una variable aleatoria Y tiene una distribución de Poisson, tanto X como Y tienen medias iguales a 3. ¿Es posible determinar qué variable aleatoria posee la varianza más grande?. Elija una de las siguientes opciones:

   a) Sí, X tiene una varianza más grande

   b) Sí, Y tiene una varianza más grande

   c) No, porque se necesitaría conocer la probabilidad de éxito p, para X

   d) No, porque se necesitaría conocer el valor de λ para Y

4. Un ingeniero consultor recibe, en promedio, 0.7 solicitudes por semana. Si el número de solicitudes sigue un proceso de Poisson, encuentre la probabilidad de que

   a) en una semana dada, habrá al menos 1 solicitud;

   b) en un periodo dado de 4 semanas, habrá al menos 3 solicitudes.

5. En un patrón aleatorio de ocho bits utilizado para probar un microcircuito, cada bit tiene la misma probabilidad de ser 0 o 1. Suponga que los valores de los bits son independientes.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos los bits sean 1?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente tres de los bits sean 1?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos seis de los bits sean 1?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos de los bits sean 1?

6. Un prominente médico afirma que 70 % de las personas con cáncer pulmonar son fumadores empedernidos. Si su aseveración es correcta,

   a) encuentre la probabilidad de que de 10 de tales pacientes con ingreso reciente en un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos;

   b) encuentre la probabilidad de que de 20 de tales pacientes que recientemente hayan ingresado a un hospital, menos de la mitad sean fumadores empedernidos.

7. Unas figurillas de porcelana se venden a 10 dólares si no tienen imperfección, y a 3 dólares si la presentan. Entre las figurillas de cierta compañía, 90 % no tiene imperfecciones y 10 % sí tiene. En una muestra de 100 figurillas ya vendidas, sea Y el ingreso ganado por su venta y X el número de éstas que no presenta imperfecciones.

   a) Exprese Y como una función de X.

   b) Determine μ_Y.

   c) Determine s_Y.

   Respuesta(s): a) $Y = 7X + 300$ b) \$930 c) \$21

8. Cierto cargamento viene con la garantía de que contiene no más de 15 % de unidades defectuosas. Si la proporción de unidades defectuosas es mayor a 15 %, aquél será regresado. Se extrae una muestra aleatoria de diez unidades. Sea X el número de unidades defectuosas en la muestra.

   a) Si, de hecho, 15 % de las unidades en el cargamento está defectuoso (por lo que apenas el cargamento es aceptable), ¿a qué es igual $P(X \geqslant 7)$?

   b) Con base en la respuesta del inciso a), si 15 % de las unidades del cargamento está defectuoso, ¿siete piezas defectuosas en una muestra de diez es un número inusualmente grande?

   c) Si se descubre que siete de las diez unidades de la muestra está defectuoso, ¿esto sería una evidencia de que se debe regresar el cargamento? Explique.

   d) Si, de hecho, 15 % de las unidades en el cargamento está defectuoso, ¿a qué es igual $P(X \geqslant 2)$?

   e) Con base en la respuesta al inciso b), si 15 % de las unidades del cargamento está defectuoso, ¿dos muestras defectuosas entre diez sería un número inusualmente grande?

   f) Si se descubre que dos de las diez unidades de la muestra están defectuosas, ¿ello sería una evidencia de que se debe regresar el cargamento? Explique.

   Respuesta(s): a) $1.346 \cdot 10^{-4}$ b) Sí, sólo aproximadamente 13 o 14 de cada 100 000 muestras de tamaño 10 tendrían siete o más unidades defectuosas.
   c) Sí, debido a que siete unidades en una muestra de tamaño 10 es un número inusualmente

grande para un buen cargamento.
d) 0.4557 e) No, en aproximadamente 45 % de las muestras de tamaño 10, dos o más unidades estarían defectuosas.
f) No, debido a que dos defectuosas en una muestra de tamaño 10 no es un número inusualmente grande para un buen cargamento.

9. La superficie de un tablero circular para dardos tiene un pequeño círculo central llamado ojo de toro y 20 regiones en forma de rebanada de pastel numeradas del 1 al 20. Asimismo, cada una de estas regiones está dividida en tres partes, de manera que una persona que lanza un dardo que cae en un número específico obtiene una puntuación igual al valor del número, el doble del número o el triple de éste, según en cuál de las tres partes caiga el dardo. Si una persona atina al ojo de toro con probabilidad de 0.01, atina un doble con probabilidad de 0.10, un triple con probabilidad de 0.05 y no le atina al tablero con probabilidad de 0.02, ¿cuál es la probabilidad de que 7 lanzamientos tengan como resultado ningún ojo de toro, ningún triple, un doble dos veces y dar fuera del tablero? **Respuesta(s):** 0.0095

10. Las probabilidades de que un delegado a cierta convención llegue por avión, autobús, automóvil o tren son, respectivamente, 0.4, 0.2, 0.3 y 0.1. ¿Cuál es la probabilidad de que entre 9 delegados a esta convención seleccionados al azar, 3 lleguen por avión, 3 por autobús, 1 en automóvil y 2 en tren? **Respuesta(s):** 0.0077

11. Alguien afirma que cierta suspensión contiene al menos siete partículas por mL. Extrae una muestra de 1 mL de la solución. Sea X el número de partículas en la muestra.

    a) Si el número promedio de partículas es exactamente siete por mL (de manera que la afirmación es verdad, pero apenas), ¿a qué es igual $P(X \leqslant 1)$?

    b) Con base en la respuesta del inciso (a), si la suspensión contiene siete partículas por mL, ¿una partícula en una muestra de 1 mL sería un número inusualmente pequeño?

    c) Si encuentra una partícula en la muestra, ¿esto sería una evidencia de que la afirmación es falsa? Explique.

    d) Si la media del número de partículas es exactamente 7 por mL, ¿a qué es igual $P(X \leqslant 6)$?

    e) Con base en la respuesta del inciso (d), si la suspensión contiene siete partículas por mL, ¿seis partículas en una muestra de 1 mL sería un número inusualmente pequeño?

    f) Si cuenta seis partículas en la muestra, ¿esto sería una evidencia de que la afirmación es falsa? Explique.

Respuesta(s): a) $7.295 \cdot 10^{-3}$ b) Si la media de la concentración es siete partículas por mL, entonces sólo aproximadamente siete de cada mil muestras de 1 mL contendrían una o menos partículas.
c) Sí, debido a que una partícula en una muestra de 1 mL es un número inusualmente pequeño si la media de la concentración es siete partículas por mL.
d) 0.4497 e) No. Si la media de la concentración es siete partículas por mL, entonces aproximadamente 45 % de todas las muestras de 1 mL contendrán seis o menos partículas.

f) No, debido a que seis partículas en una muestra de 1 mL no es un número inusualmente pequeño si la media de la concentración es de siete partículas por mL.

12. Un semáforo localizado en cierta intersección está en verde 50 % de las veces, en ámbar 10 % y en rojo 40 %. Un automóvil pasa por esta intersección una vez al día. Sea X el número de días que ha transcurrido, incluyendo la primera vez que el automóvil se topa con una luz roja. Suponga que cada día representa un experimento independiente.

    a) Determine $P(X \geqslant 3)$.

    b) Determine $P(X \leqslant 3)$.

    c) Determine μ_X.

    d) Determine s_X^2

13. Una fuerza de tarea gubernamental sospecha que algunas fábricas infringen los reglamentos federales contra la contaminación ambiental en cuanto a la descarga de cierto tipo de producto. Veinte empresas están bajo sospecha pero no todas se pueden inspeccionar. Suponga que 3 de las empresas infringen los reglamentos.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que la inspección de 5 empresas no encuentre ninguna infracción?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que el plan anterior encuentre a dos que infringen el reglamento?

    Respuesta(s): a) 0.3991; b) 0.1316

14. Los baches en ciertas carreteras pueden ser un problema grave y tener la necesidad constante de repararse. Con un tipo específico de terreno y mezcla de concreto, la experiencia sugiere que hay, en promedio, 2 baches por milla después de cierta cantidad de uso. Se supone que el proceso de Poisson se aplica a la variable aleatoria "número de baches".

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de un bache aparezca en un tramo de una milla?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 4 baches ocurrirán en un tramo dado de 5 millas?

15. En las revisiones de equipaje en el aeropuerto se sabe que 3 % de la gente inspeccionada lleva objetos cuestionables en su equipaje. ¿Cuál es la probabilidad de que una serie de 15 personas cruce sin problemas antes de que se atrape a un individuo con un objeto cuestionable? ¿Cuál es el número esperado en una fila que pasa antes de que se detenga a un individuo?

16. Un candidato invitado para una visita tiene probabilidad de 0.6 de ser contratado. Sea X el número de candidatos que visitan antes de contratar a 2. Encuentre

    a) $P(X \leqslant 4)$;

    b) $P(X \geqslant 5)$.

17. En una caja hay 20 pelotas entre las cuales 15 son nuevas y 5 usadas. Para un juego se escogieron al azar dos pelotas que, una vez terminado el juego, se volvieron a colocar en la caja. Luego para un segundo juego se extraen dos pelotas una vez más. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo juego se lleve a cabo con pelotas nuevas? **Respuesta(s):** 0.445014

18. Una empresa elabora ladrillos prensados para acabados de la construcción de los cuales, se sabe, que el 10 % de la producción presenta algún defecto en su fabricación.

    a) Para un proceso de control de calidad, toman al azar 10 ladrillos, calcule la probabilidad de que al menos 9 ladrillos no tengan defecto alguno.
    b) La empresa envía lotes empacados de 30 ladrillos a sus clientes. Sabiendo que, si al inspeccionar el cliente al azar 8 ladrillos de un lote enviado, encuentra 2 o más ladrillos con algún defecto les devuelven el lote, cuál es la probabilidad de que no se rechace el envío.
    c) El cliente necesita 12 ladrillos sin defectos. Calcule la probabilidad de que tenga que inspeccionar máximo 14 ladrillos para obtener lo que necesita.
    d) Para elaborar ladrillos refractarios, estos pasan por un horno de banda a altas temperaturas a un promedio de 6 ladrillos cada 2 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que no ingrese ningún ladrillo en 1 minuto en el horno?.

19. Cierto tipo de disco magnético debe funcionar en un ambiente donde está expuesto a gases corrosivos. Se sabe que 10 % de estos discos tiene tiempos de vidas menores que o iguales a 100 horas, 50 % lo tiene mayor a 100 horas, pero menor o igual a 500, y 40 % incluye tiempos superiores a 500 horas. Sea Z el número de horas en tiempo de vida de un disco elegido aleatoriamente. ¿Z es continua o discreta? Determine $P(Z \leqslant 500)$. ¿Se pueden calcular todas las probabilidades para Z? Explique.

20. Un embarque de 8 microcomputadoras similares para una tienda al detalle contiene 3 que están defectuosas. Si una escuela hace una compra al azar de dos de estas computadoras, encuentre la distribución de probabilidad para el número de defectuosas.

21. Si una agencia automotriz vende 50 % de su inventario de cierto vehículo extranjero equipado con bolsas de aire, encuentre una fórmula para la distribución de probabilidad del número de automóviles con bolsas de aire entre los siguientes 4 vehículos que venda la agencia.

22. La proporción de personas que responden a cierta encuesta enviada por correo es una variable aleatoria continua X que tiene la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x+2)}{5} & \text{si } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

    a) Muestre que $P(0 < X < 1) = 1$.
    b) Encuentre la probabilidad de que más de $\frac{1}{4}$ pero menos de $\frac{1}{2}$ de las personas contactadas respondan a este tipo de encuesta.

23. Un factor negativo en el combustible sólido para proyectiles es el tamaño de sus partículas contaminantes. Cuando las partículas son demasiado grandes se presentan problemas importantes. A partir de datos de producción históricos se determinó que la distribución del tamaño $\boldsymbol{X}$ (en micras) de las partículas contaminantes presentes en el combustible se caracteriza por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x^4}, & \text{si } x \geq 1, \\ 0, & \text{caso contrario.} \end{cases}$$

a) Determinar la función de distribución F.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una partícula cualquiera del combustible fabricado sea mayor que 4 micras?

c) Calcular $P(X > 2 | X \leq 2.5 \cup X > 4)$

d) Para calcular el precio de venta se selecciona al azar una partícula contaminante en el combustible y se evalúa su tamaño, el precio de venta inicial del combustible es de \$1000 dólares y se reduce en \$30 dólares por cada micra en el tamaño de la partícula seleccionada. Determine el valor esperado y la desviación estándar de Y**:"Precio de venta del combustible"**.

24. Una firma de inversiones ofrece a sus clientes bonos municipales que vencen después de varios años. Dado que la función de distribución acumulada de T, el número de años de vencimiento para un bono que se elige al azar, es

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 1, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 1 \leq t < 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 \leq t < 5, \\ \frac{3}{4} & \text{si } 5 \leq t < 7, \\ 1 & \text{si } t \geq 7. \end{cases}$$

a) $P(T = 5)$

b) $P(T \geqslant 3)$

c) $P(T > 3)$

d) $P(1.4 \leqslant T \leqslant 6)$

25. En 100 días diferentes, un ingeniero especializado en el tránsito de automóviles cuenta el número de éstos que pasan por cierto crucero entre las 5:00 y 5:05 p.m. Los resultados se presentan en la tabla siguiente.

Número de automóviles	Número de días	Proporción de días
0	36	0.36
1	28	0.28
2	15	0.15
3	10	0.10
4	7	0.07
5	4	0.04

a) Sea X el número de automóviles que pasan por el crucero entre las 5:00 y las 5:05 p.m. en un día elegido aleatoriamente. Alguien sugiere que para cualquier entero positivo x, la de masa de probabilidad de X es $p_1(x) = (0.2)(0.8)^x$. Usando esta función, calcule $P(X = x)$ para valores de x de 0 a 5 inclusive.

b) Otra persona sugiere que para cualquier entero positivo x, la función de masa de probabilidad es $p_2(x) = (0.4)(0.6)^x$. Usando esta función, calcule $P(X = x)$ para valores de x de 0 a 5 inclusive.

c) Compare los resultados de los incisos a) y b) con los datos de la tabla. ¿Cuál función de masa de probabilidad parece ser el mejor modelo? Explique.

d) Alguien dice que ninguna de las funciones es un buen modelo ya que ninguna coincide exactamente con los datos. ¿Esto es correcto? Explique.

26. El propietario de una farmacia local sabe que, en promedio, llegan a su farmacia 100 personas cada hora.

a) Encuentre la probabilidad de que en un periodo dado de 3 minutos nadie entre a la farmacia.

b) Encuentre la probabilidad de que en un periodo dado de 3 minutos entren más de 5 personas a la farmacia.

Respuesta(s): a) 0.0067; b) 0.3840

27. Una compañía aérea observa que el número de componentes que fallan antes de cumplir 100 horas de funcionamiento es una variable aleatoria de Poisson. Si el número promedio de fallos es 8. Se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que falle un componente en 25 horas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen menos de 2 componentes en 50 horas?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que fallen por lo menos tres componentes en 125 horas?

Rtas: a) 27 %, b) 9 %, c) 99.7 %

28. En una fábrica se sabe que la probabilidad de que r artículos sean defectuosos es:

$$P[X = k] = \frac{4^k \cdot e^{-4}}{k!}$$

Determinar la probabilidad de que en 100 días el número de artículos defectuosos esté comprendido entre [400, 600].

Rta: 50 %

29. En ciudades grandes los administradores de los hospitales se preocupan por la cuestión del tráfico de personas en las salas de urgencias de los nosocomios. Para un hospital específico en una ciudad grande, el personal disponible no puede alojar el tráfico de pacientes cuando hay más de 10 casos de emergencia en una hora dada. Se supone que la llegada del paciente sigue un proceso de Poisson y los datos históricos sugieren que, en promedio, llegan 5 emergencias cada hora.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una hora dada el personal no pueda alojar más al tráfico?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 20 emergencias lleguen durante un turno de 3 horas del personal?

    Respuesta(s): a) 0.0137; b) 0.0830

30. En una sala de cine hay $n+k$ butacas y entran n personas y se sientan al azar. Calcular la probabilidad de que estén ocupados m puestos señalados en la sala, con $m \leqslant n$.

31. Se tienen dos buses de pasajeros. En el primero hay 19 hombres y una mujer. El segundo bus tiene 15 pasajeros hombres. Por motivos de espacio, del primer bus se bajan al azar 5 pasajeros y suben al segundo bus. Sucede luego un imprevisto y al azar bajan 8 pasajeros del segundo bus y regresan al primer bus. ¿Cuál es la probabilidad de que la pasajera mujer continúe en el primer bus?

32. Hace unos años atrás, se realizó un estudio de prueba de producto dejando la muestra en el hogar para que lo utilicen durante 1 semana. Se calculó una muestra de 200 hogares para la prueba y los análisis, pero, considerando que no todos los hogares lo utilizarían por diferentes razones con una probabilidad de no uso de $p = 0.2$, se hizo la entrega en 250 hogares. ¿Cuál es la probabilidad de cumplimiento efectivo de la muestra calculada?

33. Con base en las propiedades de variables aleatorias y la ley normal de probabilidades pruebe que
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-4x^2 + 16x - 16)\, dx = 2\sqrt{\pi}$$

34. El diámetro, x de un círculo mide aproximadamente $5 \leq x \leq 6$ cm. Considerando el diámetro como una magnitud aleatoria X distribuida uniformemente en el intervalo $[5, 6]$. Halle

    a) La probabilidad de que el diámetro sea mayor que 5.8 cm.

    b) La esperanza y la varianza del área del círculo.

35. Un científico ecologista está preocupado por la tasa a la que se absorbe cierta solución tóxica en la piel. Sea X el volumen en microlitros de la solución absorbida por 1 pulg^2 de piel en 1 min.

Suponga que la función de densidad de probabilidad de X se aproxima bien por la función

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}}{2\sqrt{2\pi}} \end{aligned}$$

a) Determine la media del volumen absorbido en 1 min.

b) Determine la desviación estándar del volumen absorbido en 1 min.

Respuesta(s): a) 10; b) 2

36. Dada la variable X normalmente distribuida con media 18 y desviación estándar 2.5, encuentre

    a) $P(X < 15)$;

    b) el valor de k tal que $P(X < k) = 0.2236$;

    c) el valor de k tal que $P(X > k) = 0.1814$;

    d) $P(17 < X < 21)$.

    Respuesta(s): a) 0.1151; b) 16.1; c) 20.275; d) 0.5403

37. Un abogado viaja todos los días de su casa en los suburbios a su oficina en el centro de la ciudad. El tiempo promedio para un viaje sólo de ida es 24 minutos, con una desviación estándar de 3.8 minutos. Suponga que la distribución de los tiempos de viaje está distribuida normalmente.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que un viaje tome al menos 1/2 hora?

    b) Si la oficina abre a las 9:00 A.M. y él sale diario de su casa a las 8:45 A.M., ¿qué porcentaje de las veces llegará tarde al trabajo?

    c) Si sale de su casa a las 8:35 A.M. y el café se sirve en la oficina de 8:50 A.M. a 9:00 A.M., cuál es la probabilidad de que se pierda el café?

    d) Encuentre la longitud de tiempo por arriba de la cual encontramos e1 15 % de los viajes más lentos.

    e) Encuentre la probabilidad de que 2 de los siguientes 3 viajes tomen al menos 1/2 hora.

    Respuesta(s): a) 0.0571; b) 99.11 %; c) 0.3974; d) 27.952 minutos; e) 0.0092

38. Se hace una perforación cilíndrica en un molde y se coloca un pistón cilíndrico en la perforación. La holgura es igual a la mitad de la diferencia entre los diámetros de la perforación y el pistón. El diámetro de la perforación se distribuye normalmente con media de 15 cm y desviación estándar de 0.025 cm, y el diámetro del pistón se distribuye con media 14.88 cm y desviación estándar 0.015 cm.

    a) Determine la media de la holgura.

    b) Determine la desviación estándar de la holgura.

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que la holgura mida menos de 0.05 cm?

    d) Determine el 25o. percentil de la holgura.

e) Las especificaciones requieren que la holgura mida entre 0.05 y 0.09 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que la holgura satisfaga la especificación?

f) Se puede ajustar la media del diámetro de la perforación. ¿A qué valor debe ajustarse para maximizar la probabilidad de que la holgura esté entre 0.05 y 0.09 cm?

Respuesta(s): a) 0.06 cm b) 0.01458 cm c) 0.2451 d) 0.0502 cm e) 0.7352
f) El diámetro de la perforación tendría una media de 15.02 cm. La probabilidad de satisfacer la especificación será entonces de 0.8294.

39. Una compañía recibe importante cargamento de pernos. Éstos se utilizarán en una aplicación que necesita de una torsión de 100 J. Antes de que se acepte el cargamento, un ingeniero especialista en control de calidad sacará una muestra de 12 pernos y medirá la torsión necesaria para romper a cada uno de ellos. El cargamento será aceptado si el ingeniero concluye que menos de 1 % de los pernos tiene torsión de ruptura menor a 100 J.

a) Si los 12 valores son 107, 109, 111, 113, 113, 114, 114, 115, 117, 119, 122, 124, calcule la media y la desviación estándar muestral.

b) Suponga que se saca una muestra de 12 valores de una población normal, y suponga que la media y la desviación estándar muestrales calculadas en el inciso a) son realmente la media y la desviación estándar de la población. Calcule la proporción de pernos cuya torsión de ruptura es menor a 100 J. ¿Será aceptado el cargamento?

c) ¿Qué pasará si los 12 valores hubieran sido 108, 110, 112, 114, 114, 115, 115, 116, 118, 120, 123, 140? Utilice el método descrito en los incisos a) y b) para determinar si el cargamento hubiera sido aceptado.

d) Compare los conjuntos de 12 valores en los incisos a) y c). ¿En qué muestra los pernos son más resistentes?

e) ¿El método es válido para ambas muestras? ¿Por qué sí o por qué no?

Respuesta(s): a) la media es 114.8 J; la desviación estándar es 5.006 J.
b) Sí, sólo 0.15 % de los pernos tendrían torsiones de ruptura menores de 100 J.
c) La media es 117.08 J; la desviación estándar es 8.295 J. Aproximadamente 2 % de pernos tendrían torsiones de ruptura menores de 100 J, por lo que el cargamento no sería aceptado.
d) Los pernos del inciso c) son más resistentes.
e) El método efectivamente no es válido para los pernos del inciso c). Esta muestra contiene un dato atípico (140), por lo que la distribución normal no se debe usar.

40. El nivel de colesterol X en chicos de 14 años tiene aproximadamente una distribución normal, con una media de 170 y desviación estándar de 30.

a) Determine la probabilidad de que el nivel de colesterol de un chico de 14 años, elegido al azar, exceda 230.

b) En una escuela secundaria hay 300 chicos de 14 años. Determine la probabilidad de que por lo menos 8 niños tengan un nivel de colesterol que exceda 230.

Respuesta(s): a) 0.0228; b) 0.3974

41. Una prueba de opción múltiple tiene 200 preguntas, cada una de las cuales con 4 respuestas posibles de las que sólo 1 es la correcta. ¿Cuál es la probabilidad de que solamente adivinando se obtengan de 25 a 30 respuestas correctas para 80 de los 200 problemas, sobre los que el estudiante no tiene conocimientos? **Respuesta(s):** 0.1196

42. Un par de dados se lanza 180 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra un total de 7 al sumar los valores de sus caras en un lanzamiento

    a) al menos 25 veces?

    b) entre 33 y 41 veces inclusive?

    c) exactamente 30 veces?

43. Si una variable aleatoria X tiene una distribución gamma con $\alpha = 2$ y $\beta = 1$, encuentre $P(1.8 < X < 2.4)$. **Respuesta(s):** 0.1545

44. La longitud de tiempo para que un individuo sea atendido en una cafetería es una variable aleatoria que tiene una distribución exponencial con una media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de 3 minutos en, al menos, 4 de los siguientes 6 días? **Respuesta(s):** 0.3968

45. Cierta masa radiactiva emite partículas alfa periódicamente. El tiempo entre emisiones, en segundos, es aleatorio, con función de densidad de probabilidad:

$$f(t) = \begin{cases} 0.1e^{-0.1t} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

    Determine la esperanza, varianza y la mediana del tiempo entre emisiones. Determine el 60avo. percentil de los tiempos.

46. En una actividad de investigación biomédica se determinó que el tiempo de supervivencia, en semanas, de un animal cuando se le somete a cierta exposición de radiación gamma tiene una distribución gamma con $\alpha = 5$ y $\alpha = 10$.

    a) ¿Cuál es el tiempo medio de supervivencia de un animal seleccionado al azar del tipo que se utilizó en el experimento?

    b) ¿Cuál es la desviación estándar del tiempo de supervivencia?

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que un animal sobreviva más de 30 semanas?

    Respuesta(s): a) 50; b) $\sqrt{500}$; c) 0.815

47. El tiempo de respuesta de una computadora es una aplicación importante de las distribuciones gamma y exponencial. Suponga que un estudio de cierto sistema de computadoras revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?

Respuesta(s): a) 0.1889; b) 0.0357

48. Un sistema usa un componente cuya duración en años es una variable aleatoria con distribución exponencial con media de 4 años. Si se instalan 3 de estos componentes y trabajan independientemente, determine la probabilidad que al cabo de 6 años, dos de ellos sigan funcionando.

49. La llegada de los barcos a un puerto tiene distribución de Poisson con media de 4 por día. Calcule la probabilidad que el tiempo transcurrido entre la llegada de dos barcos consecutivos en algún día sea menor a 4 horas.

50. Se sabe que históricamente la concentración de contaminantes producidos por plantas químicas exhiben un comportamiento que se parece a una distribución logarítmica normal. Esto es importante cuando se consideran problemas respecto de la obediencia de las regulaciones gubernamentales. Suponga que la concentración de cierto contaminante, en partes por millón, tiene una distribución logarítmica normal con parámetros $\mu = 3.2$ y $\sigma = 1$. ¿Cuál es la probabilidad de que la concentración exceda 8 partes por millón? **Respuesta(s):** 0.1314

51. El número de automóviles que llegan a cierta intersección por minuto tiene una distribución de Poisson con una media de 5. El interés se centra alrededor del tiempo que transcurre antes de que 10 automóviles aparezcan en la intersección.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 automóviles aparezcan en la intersección durante cualquier minuto dado?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que se requieran más de 2 minutos antes de que lleguen 10 automóviles?

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de 1 minuto entre llegadas?

    d) ¿Cuál es el número medio de minutos que transcurren entre llegadas?

52. Se sabe que un satélite controlado tiene un error (distancia del objetivo) que se distribuye normalmente con media cero y desviación estándar de 4 pies. El fabricante del satélite define un "éxito" como un disparo en el cual el satélite llega a 10 pies del objetivo. Calcule la probabilidad de que el satélite falle. **Respuesta(s):** 0.0244

53. Suponga que la proporción de embarques defectuosos de un proveedor, que varía un poco de embarque a embarque, puede considerarse como una variable aleatoria que tiene la distribución beta con $\alpha = 1$ y $\beta = 4$.

    a) Encuentre la media de esta distribución beta; a saber, la proporción promedio de defectos en un embarque de este proveedor.

    b) Determine la probabilidad de que un embarque de este proveedor contendrá 25 % o más defectos.

54. El tiempo de funcionamiento de cierto tipo de chip se distribuye exponencialmente con un tiempo medio de falla de 600 horas.

    a) ¿Cuál es la proporción de chips que tienen un tiempo de funcionamiento 1.5 veces mayor a la media del tiempo de funcionamiento?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 10 chips al menos 3 de ellos dejen de funcionar en menos de 400 horas?

    c) Para realizar el control de calidad la empresa productora realiza revisiones periódicas del tiempo de funcionamiento de sus chips. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que revisar 10 chips hasta encontrar 2 que dejen de funcionar en menos de 400 horas?

55. En cierta población se ha visto que en promedio ocurre un accidente automovilístico fatal por día.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana (7 días) ocurran al menos 10 accidentes fatales?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo transcurrido entre dos accidentes fatales sea de máximo 16 horas?

    Respuesta(s): a) 0.1695; b) 0.4865

56. En una ciudad se estima que la temperatura diaria máxima en el mes de junio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación estándar 5°.

    a) ¿Cuál es la temperatura diaria máxima que se podría observar en el 30 % de los días menos calurosos?

    b) Calcular el número de días del mes (30 días) en los que se espera alcanzar temperaturas máximas entre 21° y 27°.

57. Una empresa lleva a cabo una prueba para seleccionar nuevos empleados. Por la experiencia de pruebas anteriores, se sabe que las puntuaciones siguen una distribución normal de media 80 y desviación típica 25.

    a) ¿Qué porcentaje de candidatos obtendrá entre 75 y 100 puntos?

    b) La empresa decide aceptar a todos los aspirantes del 30 % de notas mas altas. ¿Cuál es la nota mínima que debería obtener un candidato para ser seleccionado?

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que de 10 evaluados máximo 3 de ellos tengan notas superiores a 86?

    Respuesta(s): a) 0.3674; b) 93; c) 0.3693

58. Si el 85 % de los vehículos que pasan por el peaje Oyacoto tienen placas de la provincia de Pichincha. ¿Cuál es la probabilidad de que en los siguientes 20 vehículos que pasen por el peaje hasta 2 no tengan placas de Pichincha?

59. Un pequeño aeropuerto en la Amazonía recibe en promedio una avioneta cada 10 minutos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que arriben exactamente 4 avionetas en la siguiente hora?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que arriben más de 5 avionetas en la siguiente hora?

c) Si el aeropuerto está abierto 12 horas por día ¿Cuál es la probabilidad de que arriben menos de 75 avionetas el siguiente día laborable?

60. Suponga que el número de partículas radiactivas identificadas por cierto sensor sigue una distribución de Poisson. Las partículas pasan a través de cierta malla a una tasa de 60 partículas por milisegundo.

    a) ¿Cuál es número esperado de partículas que pasarán por la malla en un segundo?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar entre 18 y 21 partículas, en un tercio de milisegundo?

61. El tiempo que tardan los estudiantes en un examen de probabilidad se distribuye normalmente con una media de 28 minutos y una desviación estándar 1,5 minutos.

    a) Encuentre la proporción de estudiantes que terminarán el examen si se establece un tiempo límite de 30 minutos.

    b) 6 estudiantes están tomando el examen hoy. Encuentre la probabilidad de que los 6 terminen el examen dentro de los 30 minutos.

62. En una fábrica de celulares se conoce que la probabilidad de que cualquier celular salga defectuoso es igual a 0.18.

    a) Si se venden 8 celulares, halle la probabilidad de que al menos de 2 sean defectuosos.

    b) Halle la probabilidad de que sea necesario revisar como máximo 3 celulares hasta obtener 1 no defectuoso.

    c) Si cada celular se vende en 600 dólares y la fábrica se compromete a devolver 300 dólares por cada celular defectuoso. Calcule el ingreso esperado si se venden 10 celulares.

63. El tiempo de vida media de un marcapasos sigue una distribución exponencial con media 16 años. Se pide:

    a) Probabilidad de que a una persona a la que se ha implantado un marcapasos se le deba de implantar otro antes de 20 años

    b) Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya de cambiarlo antes de 25 años?

    c) Interprete los resultados obtenidos

    Rtas: a) 71.4 %, b) 71.4 %, c) La duración que se espera tenga el marcapasos no influye en nada en el tiempo que lleva funcionando.

64. Por prescripción médica, un enfermo debe hacer una toma de tres píldoras de un determinado medicamento. De las doce píldoras que contiene el envase hay cuatro en malas condiciones. Se pide:

a) Probabilidad de que tome sólo una buena

b) Probabilidad de que de las tres píldoras de la toma al menos una esté en malas condiciones

c) ¿Cuál es el número de píldoras que se espera tome el enfermo en buenas condiciones en cada toma?

Rtas: a) 22 %, b) 51 %, c) 2 píldoras

65. La concentración de partículas en una suspensión es de 2 ml. Se agita por completo la concentración y posteriormente se extraen 3 ml. Determine la probabilidad de que 5 partículas sean retiradas. **Rtas:** 10

66. La variable discreta X tiene como distribución de probabilidad:

$$P(X = k) = 1/10$$

Se pide:

a) La función de distribución

b) $P(X > 7)$

c) $P(X < 5)$

d) $P(3 \leq X < 7)$

67. Suponiendo que es equiprobable el tener hijo o hija, determinar el número esperado de varones en una familia de ocho hijos, así como la probabilidad de que efectivamente resulte este número. **Rtas:** 27

68. Se ha comprobado que la distribución del índice de colesterol para un gran número de personas es la siguiente: inferior a 165 centigramos, 58 %; comprendido entre 165 y 180 centigramos, 38 %. Se sabe que dicha distribución sigue una ley normal.

a) Calcular el valor medio del índice de colesterol y su desviación típica.

b) Se admite que las personas cuyo índice es superior a 183 centigramos deben ser sometidas a tratamiento. ¿Cuál es el número de personas a tratar en una población de 100000 individuos?

69. Dada la función:

$$f(x) = e^{-2x}$$

a) Comprobar si puede ser función de densidad de una variable aleatoria X cuando su campo de variación es el intervalo $x \geq 0$

b) En caso de que no lo fuera, qué modificaciones habría que introducir para que lo fuera.

SUGERENCIA DEBER: Realizar los ejercicios: 3,5,7,8,18,22,27,28,36,61, 62