

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



Probabilidad y Estadística Probabilidad - Hoja 2

Cátedra de Probabilidad y Estadística

Noviembre 2023

EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1. Demuestre que $P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$
- 2. Demuestre que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) P(A \cap B)$
- 3. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger un número de tres cifras al azar las tres cifras sean diferentes? Respuesta(s): 0.72
- 4. ¿De cuántas maneras pueden colocarse un alfil blanco y uno negro en un tablero de ajedrez de modo que se ataquen mutuamente (es decir, que estén en una misma diagonal)?
- 5. Un testigo de un accidente de tránsito, en el cual huyó el culpable, dice a la policía que el número de la matrícula contenía las letras *PHA* seguidas de 4 dígitos, cuyo primer número es un 1. Si el testigo no puede recordar los últimos 3 dígitos, pero tiene la certeza de que los 4 eran diferentes, encuentre el número máximo de matrículas de automóvil que la policía tiene que verificar.
- 6. ¿Cuántos pares ordenados de fichas de dominó pueden formarse de modo tal que "liguen", es decir, que tengan al menos un dígito en común? (Suponga que hay suficientes fichas de todos los tipos.)
- 7. ¿De cuántas maneras se pueden colocar las figuras blancas (un rey, una dama, dos alfiles, dos torres y dos caballos) en la primera fila del tablero de ajedrez?
- 8. Se reciben al azar 2 cartas de una baraja normal de 52 cartas. Halle la probabilidad de recibir As y figura (J,Q,K) o figura y As, si:
 - *a*) Se sacar de una en una, sin reponer la primera.
 - b) Se sacan de una en una, reponiendo la primera.
 - c) Se sacan las dos al mismo tiempo.
- 9. De un grupo de seis hombres y cuatro mujeres,
 - a) ¿Cuántas comisiones de tres personas se pueden formar?
 - b) ¿Cuántas en las que haya exactamente un hombre?
 - c) ¿Cuántas en las que haya al menos un hombre?

- 10. En una bolsa se tiene 4 bolas negras y 3 bolas blancas, en otra bolsa, en cambio, están 2 azules, 2 rojas y 3 amarillas. Si se representa al evento de sacar una bola blanca de la primera bolsa como *B* y al evento de sacar una bola azul de la segunda bolsa como *A*, determine la probabilidad de que ocurra *B* dado que sucedió *A*.
- 11. Se sabe que en un avión van 100 personas de las cuales 10 son mujeres que fuman y 20 hombres que no fuman; si van tantas personas que fuman como personas que no fuman, halle las siguientes probabilidades:
 - a) Si se escoge una persona al azar sea mujer;
 - b) Si se escoge una persona al azar, sea mujer que fuma;
 - c) Si se escoge una mujer, que sea de las que fuman;
 - d) Si se escoge una persona al azar, sea mujer o que fume.
- 12. La probabilidad de que una persona que se detiene en una gasolinera solicite una revisión de neumáticos es de 0.12, la probabilidad de que pida la revisión de aceite es de 0.29, y la probabilidad de que solicite ambas cosas es 0.07.
 - *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se detiene en esa gasolinera pida la revisión de neumáticos o aceite?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se detiene en esa gasolinera no solicite la revisión de neumáticos ni la de aceite?
- 13. María y Luis tiran un dado cada uno. Quien obtenga el número más alto gana; si ambos tiran el mismo número de veces, ninguno gana.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que Luis gane?
 - b) Si María tira un 3, ¿cuál es la probabilidad de que gane?
 - c) Si María tira un 3, ¿qué probabilidad hay de que Luis gane?
 - d) Si María gana, ¿cuál es la probabilidad de que Luis haya tirado un 3?
 - e) Si María gana, ¿cuál es la probabilidad de que María haya tirado un 3?
- 14. Un programa de control de calidad en una línea de montaje de botellas de plástico implica inspeccionar botellas terminadas para detectar fallas, como huecos microscópicos. La proporción de botellas que tiene tal falla en realidad es de sólo 0.0002. Si una botella tiene una falla, la probabilidad es 0.995 de que no pasará la inspección. Si una botella no tiene falla, la probabilidad es 0.99 de que pasará la inspección.
 - a) Si una botella no pasa la inspección, ¿cuál es la probabilidad de que tiene falla?
 - b) ¿Cuál de las siguientes es la interpretación más correcta de la respuesta del inciso a)?
 - *I*) La mayoría de las botellas que no pasan la inspección no tienen falla.
 - II) La mayoría de las botellas que pasan la inspección tienen falla.
 - c) Si una botella pasa la inspección, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga falla?

- d) ¿Cuál de las siguientes es la interpretación más correcta de la respuesta del inciso c)?
 - *I*) La mayoría de las botellas que no pasan la inspección tienen falla.
 - II) La mayoría de las botellas que aprueban la inspección no tienen falla.
- *e*) Explique por qué una probabilidad pequeña en el inciso a) no es un problema, tan grande como una gran probabilidad del inciso c).
- 15. Una caja contiene diez fusibles. Ocho de ellos de capacidad 10 amperios (A) y los otros dos de capacidad 15 A. Se seleccionan dos fusibles aleatoriamente.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer fusible sea de capacidad 15 A?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo fusible sea de 15 A, dado que el primer fusible sea de 10 A?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo fusible sea de 15 A, dado que el primer fusible sea de 15 A?

Respuesta(s): a) 2/10, b) 2/9, c) 1/9

- 16. Un sistema de aspersión automático especial tiene dos tipos diferentes de dispositivos de activación para cada regadera. Un tipo tiene una confiabilidad de 0.9; es decir, la probabilidad de que se active cuando debe el aspersor es 0.9. El otro tipo, que opera independientemente del primer tipo, tiene una confiabilidad de 0.8. Si se dispara cualquier dispositivo, el aspersor se activará. Suponga que empieza un fuego cerca de una regadera.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que la regadera se active?
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que la regadera no se active?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos dispositivos de activación trabajen adecuadamente?
 - d) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo el dispositivo con 0.9 de confiabilidad trabaje adecuadamente?

Respuesta(s): a) 0.98, b) 0.02, c) 0.72, d) 0.18

- 17. Un ingeniero ambiental sospecha de contaminación por mercurio en un área que contiene tres lagos y dos ríos. Verificará los cinco para indicios de contaminación por mercurio.
 - *a*) Exprese cada resultado usando dos coordenadas, de modo que (2,1); por ejemplo, represente el evento de que dos de los lagos y uno de los ríos estarán contaminados. Dibuje un diagrama, donde el eje *x* represente la cantidad de lagos contaminados *y* el eje y represente la cantidad de ríos contaminados. Identifique el espacio muestral.
 - *b*) Si *R* es el evento de que igualmente tanto lagos como ríos están contaminados, *T* es el evento de que ninguno de los ríos esté contaminado y *U* es el evento de que menos lagos que ríos están contaminados, exprese simbólicamente cada uno de dichos eventos al mencionar sus elementos.
 - c) ¿Cuál de los tres pares de eventos, R y T, R y U y T y U, son mutuamente excluyentes?

d) Mencione los resultados que comprendan cada uno de los siguientes eventos, y también exprese con palabras los eventos.

 $R \cup T$

 $R \cap T$

 R^c

 T^c

- 18. Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Use la notación 4C, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y 3CS para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después un sello en la moneda; construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral *S*.
 - *a*) liste los elementos que corresponden al evento A de que en el dado salga un número menor que 3;
 - b) liste los elementos que corresponden al evento B de que ocurran 2 cruces;
 - c) liste los elementos que corresponden al evento A^c ,
 - *d*) liste los elementos que corresponden al evento $A \cap B$,
 - *e*) liste los elementos que corresponden al evento $A \cup B$.
- 19. El papá de un bebé próximo a nacer quiere que su hijo se llame Juan, Camilo o Felipe. La mamá por su parte, pretende que se llame Andrés o Pablo. Para que ambos queden felices deciden combinar los nombres propuestos, considerando que primero irá el del papá y, luego, el de la mamá. ¿De cuántas formas diferentes se pueden proponer un nombre para el bebé?. Escriba el espacio muestral.

Respuesta(s): Siendo J:Juan; C:Camilo; F:Felipe; A:andrés; P:Pablo; $\Omega = \{JA, JP, CA, CP, FA, FP\}$

20. La tabla muestra las calificaciones obtenidas en una prueba y el coeficiente intelectual de los postulantes para ocupar el cargo de Gerente de una institución financiera:

Coeficiente intelectual Calificación	75-80	81-85	86-90	91-95	96-100	101-105
51-58		2	5		1	1
43-50	3	2				2
35-42	1		3	4	1	1
27-34	2	3		3	1	
19-26	3	4	2			
11-18	3		3			

a) Si se escoge una persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su coeficiente intelectual esté entre 86 y 90 y pertenezca al grupo cuya calificación esté entre 35 y 42?

- b) Si únicamente aquellas personas con una calificación superior a 42 y un coeficiente intelectual mayor a 95 pasarán a la fase de entrevistas, cuál es la probabilidad de que este suceso ocurra?
- 21. Una contraseña de computadora consta de ocho caracteres.
 - *a*) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito?
 - b) ¿Cuántas contraseñas diferentes son posibles si cada caracter puede ser cualquier letra minúscula o dígito y al menos un caracter debe ser un dígito?
 - c) Un sistema de computadora requiere que las contraseñas contengan al menos un dígito. Si se generan ocho caracteres aleatoriamente y cada uno es igualmente probable de ser cualesquiera de las 26 letras o de los diez dígitos, ¿cuál es la probabilidad de que se genere una contraseña válida?

Respuesta(s): a) 2.821×10^3 , b) 7.836×10^{11} , c) 5/18

22. Supongamos que cada automóvil se identifica mediante una sucesión de tres letras seguidas de tres dígitos, y que las placas se otorgan en orden alfabético-numérico comenzando con la *AAA*000. Las letras que se utilizan son las veintiséis siguientes:

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

- a) ¿Cuántas placas diferentes son posibles con este sistema?
- b) ¿Cuántos carros se matricularon antes que el de placa CGU735?
- 23. Se tiene una baraja de 52 naipes.
 - *a*) Si se saca una carta al azar, describa el espacio muestral en un diagrama donde el eje *x* sea la denominación de la carta sacada y el eje *y* el palo (corazones, picas, diamantes o tréboles).
 - b) Si se extraen dos cartas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de ambas sea 7?, ¿11?, ¿4?.
 - c) ¿De cuántas maneras se pueden seleccionar cuatro cartas, de modo que haya una de cada palo?.
 - d) Si se extraen diez al azar. ¿Cuál es la probabilidad de no sacar ningún as?, ¿de sacar al menos un as? y ¿de sacar exactamente uno?.
 - e) ¿Cuál es la probabilidad de al sacar 5 cartas estas formen una escalera imperial?
 - f) Si el mazo se separa como para jugar CUARENTA. Realice los literales a), b), c) y d) para los perros y para la baraja de juego.
- 24. Un inspector de edificios debe verificar el alambrado en un nuevo edificio de apartamentos ya sea el lunes, el martes, el miércoles o el jueves, y a las 8 a.m., a la 1 p.m., a las 2 p.m o las 6

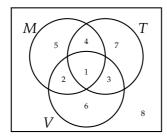
- p.m. Dibuje un diagrama de árbol que ilustre las diversas formas en que el inspector puede programar la inspección del alambrado del nuevo edificio de apartamentos.
- 25. Los currículum de dos aspirantes masculinos para el puesto de profesor de química en una facultad se colocan en el mismo archivo que los currículum de dos aspirantes mujeres. Hay dos puestos disponibles y el primero, con el rango de profesor asistente, se cubre mediante la selección al azar de 1 de los 4 aspirantes. El segundo puesto, con el rango de profesor titular, se cubre después mediante la selección aleatoria de uno de los 3 aspirantes restantes. Utilizando la notación M_2F_1 , por ejemplo, para denotar el evento simple de que el primer puesto se cubra con el segundo aspirante hombre y el segundo puesto se cubra después con la primera aspirante mujer:
 - *a*) liste los elementos de un espacio muestral *S*;
 - *b*) liste los elementos de *S* que corresponden al evento *A* de que el puesto de profesor asistente se cubra con un aspirante hombre;
 - *c*) liste los elementos de *S* que corresponden al evento *B* de que exactamente 1 de los 2 puestos se cubra con un aspirante hombre;
 - *d*) liste los elementos de *S* que corresponden al evento *C* de que ningún puesto se cubra con un aspirante hombre;
 - *e*) liste los elementos de S que corresponden al evento $A \cup B$,
 - f) liste los elementos de S que corresponden al evento $A \cup C$,
 - *g*) construya un diagrama de Venn para ilustrar las intersecciones y las uniones de los eventos *A*, *B* y *C*.
- 26. Suponga que una familia sale de vacaciones de verano en su casa rodante y que M es el evento de que sufrirán fallas mecánicas, T es el evento de que recibirán una boleta de infracción por cometer una falta de tránsito y V es el evento de que llegarán a un lugar para acampar que esté lleno. Refiérase al diagrama de Venn de la figura,
 - a) Exprese con palabras los eventos representados por las siguientes regiones:

```
región 5;
región 3;
regiones 1 y 2 juntas;
regiones 4 y 7 juntas;
regiones 3, 6, 7 y 8 juntas.
```

Exprese los números de las regiones que representan los siguientes eventos:

- b) La familia no experimentará fallas mecánicas y no cometerá infracciones de tránsito, pero encontrará que el lugar para acampar estará lleno.
- c) La familia experimentará tanto fallas mecánicas como problemas para localizar un lugar disponible para acampar, pero no recibirá una multa por infracción de tránsito.
- d) La familia experimentará fallas mecánicas o encontrará un lugar para acampar lleno, pero no recibirá una multa por cometer una infracción de tránsito.

e) La familia no llegará a un lugar para acampar lleno.



- 27. Un testigo de un accidente de tránsito, en el cual huyó el culpable, dice a la policía que el número de la matrícula contenía las letras *RLH* seguidas de 3 dígitos, cuyo primer número es un 5. Si el testigo no puede recordar los últimos 2 dígitos, pero tiene la certeza de que los 3 eran diferentes, encuentre el número máximo de matrículas de automóvil que la policía tiene que verificar.
- 28. Tres cajas iguales tienen las siguientes bolas: La primera caja 12 bolas blancas y 16 negras. La segunda caja 13 bolas blancas y 15 negras. La tercera caja 18 bolas blancas y 10 negras. Se toma una caja al azar, se extrae una bola y resulta ser blanca. ¿Qué probabilidad hay que pertenezca a la segunda caja?
- 29. Pruebe que el número máximo de fichas que se pueden colocar en un tablero cuadrado de $n \times n$ sin que haya dos en una misma diagonal es 2n 2.
- 30. De un grupo de 8 mujeres y 6 hombres, un comité que consiste de 3 mujeres y 3 hombres debe ser formado. De cuántas formas posibles se puede formar el comité si
 - a) 2 de los hombres se rehúsan a estar juntos en el comité
 - b) 2 de las mujeres se rehúsan a estar juntas en el comité
 - c) 2 de los hombres sólo formaran parte del comité si están juntos
 - d) 1 hombre y 1 mujer se rehúsan a estar juntos en el comité.

Respuesta(s): a) 896; b) 1000; c) 448 d) 910

31. Los empleados de una compañía se distribuyen de la siguiente manera:

	Hombre (H)	Mujer (M)
Administrativos (A)	20	30
Técnicos (T)	60	140
Ventas (V)	100	50

Se elige aleatoriamente a un empleado, establecer:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que trabaje en ventas?

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y trabaje de técnico?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre o trabaje de técnico?

Respuesta(s): a) 0.55 b) 0.38 c) 0.15 d) 0.8

- 32. En una urna se colocan 11 figuras de 3 colores diferentes: 2 de color negro, 4 de color blanco y 5 de color rojo. Si se toma una figura al azar, calcule:
 - a) La probabilidad que no sea de color negro.
 - b) La probabilidad que sea de color rojo o negro.
 - c) La probabilidad que sea de color rojo o no sea de color blanco.
- 33. Delegados de 10 países, incluida Rusia, Francia, Inglaterra y los Estados Unidos deben estar sentados en una fila. ¿Cuántas formas diferentes de sentarse son posibles si el delegado francés y el delegado inglés deben sentarse juntos y los delegados de Rusia y Estados Unidos no? Respuesta(s): 564 480
- 34. Un grupo de 6 hombres y 6 mujeres es dividido aleatoriamente en 2 grupos de tamaño 6 cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos grupos tengan el mismo número de hombres? ¿Como cambiaría la probabilidad si a cada grupo se le asignará una actividad diferente?

Respuesta(s): 0.4329

- 35. Suponga que, en el mantenimiento de un gran archivo de registros médicos, la probabilidad de un error en: el procesamiento es de 0.0010, el llenado es de 0.0009, la recuperación de datos es de 0.0012, el procesamiento así como en el llenado es de 0.0002, el procesamiento así como en la recuperación de datos es de 0.0003 y el procesamiento y el llenado así como en la recuperación de datos es de 0.0001. ¿Cuál es la probabilidad de cometer al menos uno de dichos errores?
- 36. Un fabricante de automóviles está preocupado por el posible retiro del mercado de su sedán de cuatro puertas con mayor venta. Si hubiera un retiro, existe una probabilidad de 0.25 de que haya un defecto en el sistema de frenos, de 0.18 en la transmisión, de 0.17 en el sistema de combustible y de 0.40 en alguna otra área.
 - *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que el defecto esté en los frenos o en el sistema de combustible, si la probabilidad de defectos simultáneos en ambos sistemas es 0.15?
 - *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya defecto en los frenos o en el sistema de combustible?
- 37. En las fábricas a los trabajadores constantemente se les motiva para que practiquen la tolerancia cero para prevenir los accidentes en el lugar de trabajo. Los accidentes pueden ocurrir porque el ambiente o las condiciones laborales son inseguros en sí mismos. Los accidentes también pueden ocurrir por negligencia o simplemente por fallas humanas. Además, los horarios de trabajo de 7:00 A.M. a 3:00 P.M. (turno matutino), de 3:00 P.M. a 11:00 P.M. (turno vespertino) y de 11:00 P.M. a 7:00 A.M. (turno nocturno) pueden ser un factor en la cantidad de accidentes. El año pasado ocurrieron 300 accidentes. Los porcentajes de los accidentes por la combinación de condiciones son como sigue:

	Condiciones	Fallas
Turno	inseguras	humanas
Matutino	5%	32 %
Vespertino	6%	25 %
Nocturno	2 %	30 %

Si se elige aleatoriamente un reporte de accidente de entre los 300 reportes,

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido en el turno nocturno?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a una falla humana?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a las condiciones inseguras?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido durante los turnos vespertino o nocturno?
- 38. Las probabilidades subjetivas pueden satisfacer o no el tercer axioma de probabilidad. Cuando lo hacen, se dice que son consistentes; cuando no lo hacen, no se debieran tomar con demasiada seriedad.
 - a) El proveedor de equipo óptico delicado cree que las probabilidades son 7 a 5 contra un embarque llegue tarde, así como de 11 a 1 contra que no llegue en absoluto. Más aún, considera que hay una posibilidad de 50/50 (las probabilidades son 1 a 1) de que tal embarque o llegará tarde o no llegará en absoluto. ¿Las probabilidades correspondientes son consistentes?
 - b) Existen dos autos Ferrari en una carrera, por lo que un experto siente que las probabilidades contra su triunfo son: 2 a 1 y 3 a 1, respectivamente. Más aún, afirma que hay una posibilidad menor que par de que alguno de los dos Ferrari ganará. Discuta la consistencia de dichas afirmaciones.
- 39. Para tres o más eventos dependientes, la probabilidad de que todos ocurran a la vez se obtiene al: multiplicar la probabilidad de que uno de los eventos ocurra, por la probabilidad de que un segundo de los eventos ocurra dado que el primer evento ocurrió, por la probabilidad de que un tercero de los eventos ocurra, dado que los dos primeros eventos hayan ocurrido y así sucesivamente.
 - a) Si seis balas, de las cuales tres son de salva, se insertan al azar en una arma de fuego, ¿cuál es la probabilidad de que las primeras tres balas disparadas sean todas de salva?
 - b) En cierta ciudad, durante el mes de mayo, la probabilidad de que a un día lluvioso seguirá otro día lluvioso es de 0.80, y la probabilidad de que a un día soleado siga un día lluvioso es de 0.60. Si se supone que cada día se clasifica como lluvioso o soleado, y que el clima en cualquier día dado tan solo depende del clima del día anterior, encuentre la probabilidad de que en la ciudad dada a un día lluvioso en mayo le sigan dos días lluviosos más, luego un día soleado y finalmente otro día lluvioso.

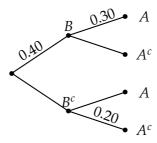
- c) Una tienda por departamentos que factura las cuentas corrientes de los clientes una vez al mes. Encontró que si un cliente paga puntualmente un mes, la probabilidad de que también pagará puntualmente el mes siguiente es de 0.90; sin embargo, si un cliente no paga puntualmente un mes, la probabilidad de que pagará puntualmente el mes siguiente solo es de 0.50. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente que pagó puntualmente un mes no pagará puntualmente los tres meses siguientes?
- d) Si 5 de los 12 camiones de reparto de una compañía no cumplen con los estándares de emisión y 4 de los 12 camiones se eligen al azar para inspección, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cumpla con los estándares de emisiones?

Respuesta(s): a) 1/20, b) 0.0768, c) 0.025, d) 1/99

- 40. Un suero de la verdad tiene la propiedad de que 90 % de los sospechosos que son culpables se juzgan de forma adecuada; mientras que 10 % de los sospechosos que son culpables erróneamente son juzgados inocentes. Por otro lado, a los sospechosos que son inocentes se les juzga de manera errónea 1 % de las veces. Si se selecciona de un grupo de sospechosos, de los cuales sólo 5 % alguna vez han cometido un delito y el suero indica que es culpable, ¿cuál es la probabilidad de que sea inocente? Respuesta(s): 0.17
- 41. En Quito se realizó un encuesta para determinar el número de lectores de diario El Comercio y Últimas Noticias. Los resultados muestran que el 32 % lee El Comercio, el 27 % lee Últimas Noticias y el 8 % lee ambos diarios.
 - a) Si se selecciona de manera aleatoria a un lector del diario Últimas Noticias. ¿Cuál es la probabilidad de que sea también un lector del diario El Comercio?
 - b) Si se elige a un lector de diario El Comercio. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea un lector de diario Últimas Noticias?
- 42. Se sabe que en las mujeres de más de 60 años se desarrolla cierta forma de cáncer con una probabilidad de 0.07. Se dispone de una prueba de sangre para la detección de tal padecimiento, aunque no es infalible. De hecho, se sabe que 10 % de las veces la prueba da un falso negativo (es decir, incorrectamente la prueba da un resultado negativo) y 5 % de las veces la prueba da falso positivo (es decir, incorrectamente la prueba da un resultado positivo). Si una mujer de más de 60 años que se sometió a la prueba y recibió un resultado favorable (negativo), ¿cuál es la probabilidad de que ella tenga la enfermedad?
- 43. Una explosión en un tanque de almacenamiento de gas natural licuado en el proceso de reparación pudo haber ocurrido como resultado de: presencia de electricidad estática, mal funcionamiento del equipo eléctrico, una llama abierta en contacto con vapor o una acción intencional (sabotaje industrial). Las entrevistas con los ingenieros que intervienen en el análisis de los riesgos condujeron a estimaciones de que tal explosión ocurriría con probabilidad de 0.25 como resultado de electricidad estática, de 0.20 como resultado de mal funcionamiento del equipo eléctrico, de 0.40 como resultado de una llama abierta y de 0.75 como resultado de acción intencional. Dichas entrevistas también produjeron estimaciones subjetivas de las probabilidades a

priori de tales cuatro causas de 0.30, 0.40, 0.15 y 0.15, respectivamente. ¿Cuál fue la causa más probable de la explosión?

- 44. Use la información del diagrama de árbol de la figura para determinar el valor de
 - a) P(A)
 - b) P(B|A)
 - c) $P(B|A^c)$



- 45. Dados P(A) = 0.35, P(B) = 0.404 y $P(A \cap B) = 0.20$, encuentre:
 - a) $P(A \cup B)$
 - b) $P(B \setminus A)$
 - c) $P(A \setminus B)$
 - *d*) $P(A \triangle B)$
 - e) $P(A^c \cup B^c)$
 - f) ¿A y B son independientes?
- 46. La siguiente tabla de frecuencias presenta la clasificación de 58 vertederos en un estado, de acuerdo con su concentración de las tres sustancias químicas peligrosas: arsénico, bario y mercurio.

		Bario					
		A	lta	Baja			
		Mercurio					
		Alta	Baja	Alta	Baja		
Arsénico	Alta	1	3	5	9		
	Baja	4	8	10	18		

Si un vertedero se selecciona al azar, encuentre la probabilidad de que tenga

- a) alta concentración de mercurio;
- b) alta concentración de bario y baja concentración de arsénico y mercurio;
- c) altas concentraciones de cualesquiera dos de los químicos y baja concentración del tercero;
- *d*) alta concentración de cualquier químico y baja concentración de los otros dos.

47. Demostrar que si se tienen $B_1, B_2, ..., B_n$ eventos mutuamente excluyentes, tales que su unión es el espacio muestral, entonces se tiene que

$$\sum_{i=1}^n P(B_i|A) = 1$$

48. Cierta universidad en su primer año de funcionamiento tiene tres ramas:Ingeniería, Ciencias y Administración. La clasificación de los estudiantes por su sexo, es como sigue

	Ingeniería	Ciencias	Administración
Hombres	200	250	350
Mujeres	50	100	50

Se selecciona un estudiante aleatoriamente del grupo. Si se sabe que el estudiante es hombre.

- a) ¿Cuál es la probabilidad que esté en Ciencias?
- b) ¿Cuál que esté en Ingeniería?
- c) ¿Cuál que el estudiante esté matriculado en Administración?
- *d*) Realice un diagrama de árbol con las probabilidades conocidas y las calculadas para este caso.

Respuesta(s): a) 0.3125; b) 0.5; c) 0.4375

49. Calcular la probabilidad de acertar en el juego del POZO MILLONARIO el cual se juega todas las semanas en Ecuador.

Reglas del juego: Se tiene una tarjeta del juego que tiene 14 números (que no se repiten, y no importa el orden de los números). Estos 14 se toman de manera aleatoria del conjunto {1,2,...,25}. Cada tarjeta, a su vez puede ser reproducida 15 veces, diferenciadas únicamente por el símbolo de un animal.

Nota: En la resolución no se toma en cuenta los símbolos de los animales. Respuesta(s): $\frac{1}{4457400}$

50. Una empresa vende tres sabores de helados: almendra (A), vainilla (V) y chocolate (C). Los hábitos un consumidor seleccionado al azar está dado por la siguiente tabla:

Consume regularmente	A	V	C	$A \cap V$	$A \cap C$	$V \cap C$	$A \cap V \cap C$
Probabilidad	0.14	0.23	0.37	0.08	0.09	0.13	0.05

Determine:

- a) P(A|V)
- *b*) La probabilidad de que el consumidor seleccione el sabor Almendra, dado que regularmente consume los otros dos sabores.
- c) P(A | consume al menos un sabor)

- *d*) La probabilidad de que el consumidor compre al menos uno de los primeros dos sabores, dado que consume el tercero.
- 51. Una persona tiene cuenta en tres redes sociales: Twitter (T), Instagram (I) y TikTok (K). La mayoría de los mensajes que recibe (70 %) entran por Twitter, el 20 % entra por Instagram y el 10 % por TikTok. De los mensajes que resibe por Twitter solo el 1 % es spam (correo no deseado), mientras que el porcentaje a las otras dos cuentas es 2 y 5 %, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que un mensaje spam sea seleccionado al azar? Respuesta(s): P(el mensaje es spam) = 0.016
- 52. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de dos números enteros cualesquiera, termine en 2?
- 53. Siendo *n* un número entero cualquiera, ¿cuál será la probabilidad de que el cuadrado de *n* termine en 1?
- 54. En una carrera de 100 metros planos, participan 10 atletas, ¿de cuántas maneras se pueden otorgar las medallas de oro, plata y bronce?
- 55. En el juego del Pozo Millonario que se da en el Ecuador cada semana, se imprimen tarjetas de juego con 14 números a partir de los 25 números enteros positivos. Gana el premio acumulado si la tarjeta tiene los 14 números seleccionado en el sorteo. Las tarjetas con 3 puntos, ganan \$ 500 dólares, cuál es la probabilidad de tener una tarjeta con 3 puntos (sin tomar en cuenta el animal impreso en la tarjeta)? Respuesta(s): 8.17 E-5
- 56. En un consultorio médico de Quito, cuando juega la selección de fútbol por las eliminatorias al mundial de Qatar, el 40 % de los pacientes fingen tener una enfermedad (para obtener el certificado Médico) en el mencionado consultorio el 20 % de los pacientes son hombres. Se observa que ese día, la probabilidad de que un paciente hombre finja alguna enfermedad es del 50 %. Calcular la probabilidad de que un paciente que ingresa ese día sea hombre dado que finge tener una enfermedad. Respuesta(s): 0.25
- 57. En un cancel del Taller Mecánico de la facultad de Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Nacional se tienen solo 2 tipos de pernos (con sus respectivas tuercas). El 40 % de los pernos son milimétricos y el 60 % son en pulgadas. De los milimétricos, el 30 % son pernos, mientras que los que vienen en pulgadas, el 40 % son tuercas. Respuesta(s): 0.25
- 58. En el Taller de Máquinas Herramientas de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la EPN las 2 máquinas troqueladoras T1 y T2 producen el 60 % y el 40 % de todas las piezas troqueladas respectivamente. El porcentaje de piezas defectuosas (que están fuera de las tolerancias permitidas) que produce la troqueladora T1 es 5 % en tanto que, la troqueladora T2 arroja 10 % de piezas defectuosas. a) ¿Cuál es la probabilidad de que, tomando una pieza al azar, haya sido troquelada por la máquina T1 sabiendo que es defectuosa?

Respuesta(s): 0.43

59. Un mecanismo está compuesto de cuatro piezas mecánicas. La probabilidad de que la primera sea defectuosa es de 2 de cada 1.000, que la segunda sea defectuosa de 4 de cada 1.000, que la

- tercera sea defectuosa 7 de cada 1.000 y que la cuarta sea defectuosa 1 de cada 1.000. Calcular la probabilidad de que el producto tenga alguna pieza defectuosa. Respuesta(s): 0.014
- 60. En un club deportivo, el 52 % de los socios son hombres. Entre los socios, el 35 % de los hombres practica la natación, así como el 60 % de las mujeres. Si elegimos un socio al azar: a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación? b) Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer? Respuesta(s): a) 0.47; b) 0.6
- 61. Un determinado sistema puede experimentar tres tipos de defectos. Sea A_i (i = 1, 2, 3) el evento en el que el sistema tiene un defecto tipo i, suponga que:

$$P(A_1) = 0.12, P(A_2) = 0.07, P(A_3) = 0.05$$

 $P(A_1 \cup A_2) = 0.13, P(A_1 \cup A_3) = 0.14$
 $P(A_2 \cup A_3) = 0.10, P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.01$

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema no tenga un defecto tipo 1?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga tanto el defecto tipo 1 como el 2?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga los defectos tipo 1 y tipo 2, pero no un tipo 3?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga a lo sumo dos de esos defectos?
- 62. Tres parejas de casados compraron boletos para el teatro y se sientan en una fila que consiste sólo en seis asientos. Si eligen sus asientos de un modo totalmente aleatorio, determine:
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que Jim y Paula (marido y mujer) elijan dos asientos del extremo izquierdo?:
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que, por lo menos, una de las esposas termine sentada junto a su marido?
- 63. Dos inspectores comprueban si tienen defectos los componentes a un distribuidor (ambos inspectores comprueban cada componente). El primer inspector detecta 90 % de los componentes defectuosos al igual que el segundo inspector. Por lo menos un inspector no detecta un defecto en 20 % de los componentes defectuosos.
 - *a*) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo el primer inspector detecte un componente defectuoso?
 - *b*) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente uno de los dos inspectores detecte un componente defectuoso?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos inspectores no detecten los tres componentes defectuosos de un lote (suponiendo que las inspecciones de componentes diferentes son independientes entre sí)?
- 64. Un golfista tiene 12 camisas en su clóset. Suponga que 9 son blancas y las demás azules. Como se viste de noche, simplemente toma una camisa y se la pone. Juega golf dos veces seguidas y

no las lava. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos camisas elegidas sean blancas? **Respuesta(s):** 0.55

- 65. Una máquina operada por un trabajador produce un artículo defectuoso con una probabilidad de 0,01, si el trabajador sigue exactamente las instrucciones de funcionamiento de la máquina y con una probabilidad de 0,03 si no lo hace. Si el trabajador sigue las instrucciones el 90 % del tiempo, ¿qué proporción de todos los artículos producidos por la máquina serán defectuosos? Respuesta(s): 0.012
- 66. Los historiales médicos indican que diferentes enfermedades pueden producir síntomas idénticos. Supongamos que un conjunto particular de síntomas, que denominaremos evento H, ocurre sólo cuando ocurre cualquiera de las tres enfermedades (A, B o C). (En aras de la simplicidad, asumiremos que las enfermedades A, B y C son mutuamente excluyentes). Los estudios muestran estas probabilidades de contraer las tres enfermedades:
 - P(A) = 0.01
 - P(B) = 0.005
 - P(C) = 0.02

Las probabilidades de desarrollar los síntomas H, dado una enfermedad específica, son:

- P(H|A) = 0.90
- P(H|B) = 0.95
- P(H|C) = 0.75

Suponiendo que una persona enferma presenta los síntomas H, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad A?

Respuesta(s): 0.3130

SUGERENCIA: Ejercicios: 3, 7, 15, 45, 51, 64, 65,66.