# Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Fernando Eliceo Huilca Villagómez   Curso GR6SW   29/06/2024

Demuestre que: $V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$

- En variable aleatoria continua la varianza se define por:

$$V(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)\,dx$$

- Desarrollamos el binomio

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 - 2x\mu + \mu^2) f(x)\,dx$$

- Propiedad distributiva

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 f(x) - 2x\mu f(x) + \mu^2 f(x))\,dx$$

- Integral de una suma es la suma de las integrales

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - 2\mu \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx + \mu^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$$

- Como $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - 2\mu \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx + \mu^2$$

- Por la definición de la esperanza en V.C $\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - 2\mu^2 + \mu^2$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - \mu^2$$

- Por el teorema $E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x)\,dx$ donde $g(x) = x^2$ (en este caso)

$$= E(x^2) - \mu^2$$

- Dado que $\mu = E(X)$ se concluye que:

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \quad \text{Lqqd}$$