



HOJA DE TRABAJO 05
ACELERACIÓN Y CLASIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO

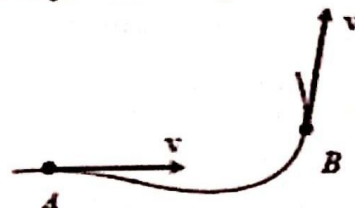
PREGUNTAS

Aceleración y clasificación de movimiento

- De los siguientes enunciados, señale la afirmación correcta:
 - siempre que la aceleración es constante, la trayectoria es rectilínea
 - siempre que la aceleración es variable, la trayectoria es curvilínea
 - si el ángulo formado entre la velocidad y la aceleración es obtuso, el movimiento de la partícula es uniforme
 - si el ángulo formado entre la velocidad y la aceleración es agudo, el movimiento de la partícula es retardado
 - si el ángulo formado entre la velocidad y la aceleración es obtuso, el movimiento de la partícula es retardado
- La figura muestra cuatro trayectorias que podría tomar una partícula que se desplaza con rapidez constante v . Clasifíquelas de manera descendente de acuerdo con la magnitud de la aceleración que experimentaría: *al momento que está pasando por la curva*
 - $a_2 > a_4 > a_1 > a_3$
 - $a_3 > a_4 > a_1 > a_2$
 - $a_1 > a_4 > a_2 > a_3$
 - $a_2 > a_3 > a_1 > a_4$
 - $a_2 > a_3 > a_4 > a_1$
- Un satélite artificial orbita alrededor de la Tierra a lo largo de una circunferencia con rapidez constante. Entonces su:
 - velocidad es constante
 - aceleración es constante
 - aceleración es variable en magnitud y constante en dirección
 - aceleración es variable en dirección y constante en magnitud
 - aceleración es nula
- Si la dirección de la aceleración tangencial de una partícula apunta a favor de su velocidad, entonces necesariamente su rapidez:
 - aumenta
 - disminuye
 - aumenta y luego disminuye
 - disminuye y luego aumenta
 - no se puede determinar
- De los siguientes enunciados, señale la afirmación correcta:
 - si $|\vec{a}_T|$ es constante y diferente de cero, el movimiento es uniforme
 - si $|\vec{a}_T|$ es constante y diferente de cero, el movimiento es uniformemente variado
 - si $|\vec{a}_T|$ aumenta, el movimiento es acelerado
 - si $|\vec{a}_T|$ disminuye, el movimiento es retardado
 - si $|\vec{a}_T|$ es cero, el movimiento es variable



6. Una partícula se mueve con rapidez constante v a lo largo de la trayectoria de la figura. Entonces, es correcto afirmar que la:
- \vec{a}_T y \vec{a}_N son constantes
 - \vec{a}_T es variable y \vec{a}_N es constante
 - \vec{a}_T y \vec{a}_N son variables
 - \vec{a}_T es variable y \vec{a}_N es nula
 - \vec{a}_T es nula y \vec{a}_N es variable



PROBLEMAS

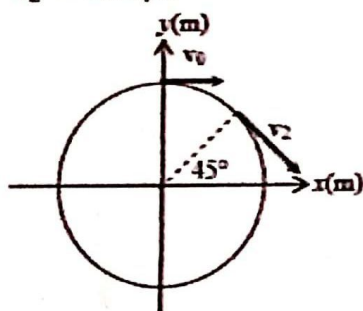
Aceleración y clasificación del movimiento

1. Una partícula que se desplaza a lo largo del eje x tiene una velocidad que viene dada por la función $\vec{v} = (4t^2 - 32) \vec{i}$ m/s, donde t es el tiempo y está en segundos. Determine la aceleración media de la partícula para el intervalo de 3 a 5 s.

R: $32 \vec{i}$ m/s²

2. Una partícula se mueve a lo largo de una circunferencia, como se indica en la figura. Determine la aceleración media del movimiento para el intervalo de 0 a 2 s. Considere que $v_0 = 20$ m/s y $v_2 = 60$ m/s.

R: $11,21 \vec{i} - 21,21 \vec{j}$ m/s²



3. Una partícula se mueve a lo largo de una circunferencia de 10 m de radio. En un instante dado, su rapidez es de 50 m/s y la magnitud de su aceleración tangencial es de 2,5 m/s². Para dicho instante, determine el ángulo θ , formado la aceleración y su componente normal.

R: $0,57^\circ$

4. Una partícula se mueve sobre una pista curvilínea. Al instante $t = 3$ s, experimenta una rapidez de 1 m/s que aumenta 2 m/s en cada segundo. Determine la magnitud de la aceleración a los 6 s, si en este instante el radio de curvatura de la trayectoria es de 10 m.

R: $5,29$ m/s²

5. Una partícula describe una trayectoria curvilínea con aceleración constante de $30 \vec{i} - 60 \vec{k}$ m/s². En el instante en que su velocidad es $\vec{v} = -30 \vec{i} - 40 \vec{k}$ m/s determine:
- el ángulo que forman la velocidad y la aceleración (R: $63,43^\circ$)
 - el tipo de movimiento (R: *curvilíneo variado acelerado*)

6. En cierto instante una partícula experimenta una aceleración $\vec{a} = -4 \vec{i} - 2 \vec{j}$ m/s² y su unitario tangencial es $\frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j}$. Determine:
- el ángulo que forman la velocidad y la aceleración (R: $176,56^\circ$)
 - el tipo de movimiento (R: *curvilíneo variado retardado*)



DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA FÍSICA



Problemas adicionales: proyección de la aceleración sobre la velocidad

7. Una partícula se mueve por el plano xy en sentido horario a lo largo de una circunferencia con centro en el origen. En el instante $t = 0$ s, pasa por la posición $-3\vec{i} + 4\vec{j}$ m con una aceleración de $8\vec{i} + 3\vec{j}$ m/s². Determine las componentes tangencial y normal de la aceleración de la partícula en ese instante.

$$R: \vec{a}_T = 6,56\vec{i} + 4,92\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a}_N = 1,44\vec{i} - 1,92\vec{j} \text{ m/s}^2$$

8. Para cierto instante, la velocidad de una partícula es $\vec{v} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ m/s y su aceleración es $\vec{a} = 8\vec{i} - 2\vec{j} + 9\vec{k}$ m/s². Determine:
- el ángulo entre \vec{v} y \vec{a} y el tipo de movimiento que experimenta (R: 143,56°; curvilíneo variado retardado)
 - la aceleración tangencial, en términos del unitario tangencial (R: $-9,82 \vec{u}_T$ m/s²)
 - la aceleración, en términos de los unitarios tangencial y normal (R: $-9,82 \vec{u}_T + 7,25 \vec{u}_N$ m/s²)
 - la aceleración tangencial, en términos de los vectores base (R: $-8,57\vec{i} - 4,28\vec{j} + 2,14\vec{k}$ m/s²)
 - la aceleración normal, en términos de los vectores base (R: $-0,57\vec{i} + 2,28\vec{j} + 6,85\vec{k}$ m/s²)
 - el radio de curvatura de la trayectoria en este punto (R: 2,89 m)



Problemas.

1.)

1. Mov. Retilíneo

$$2. \vec{v} = (4t^2 - 32)\vec{i} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_0 = (4(3)^2 - 32)\vec{i} \text{ [m/s]}$$

$$3. \vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{v}_0 = 4\vec{i} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_f = (4(5)^2 - 32)\vec{i} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}_m = \frac{68\vec{i} - 4\vec{i}}{5 - 3 \text{ s}} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_f = 68\vec{i} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}_m = \frac{64\vec{i} \text{ [m/s]}}{2 \text{ [s]}} \rightarrow \vec{a}_m = 32 \text{ [m/s}^2\text{]} \hat{i}$$

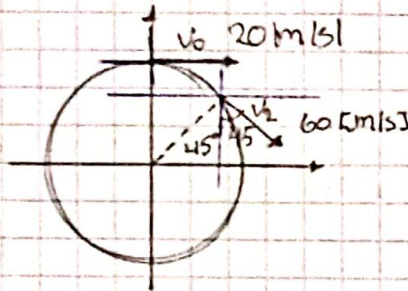
$$\vec{v}_0 = 20\vec{i} \text{ [m/s]}$$

2)

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$v_0 = 20 \text{ [m/s]}$$

$$v_2 = 60 \text{ [m/s]}$$



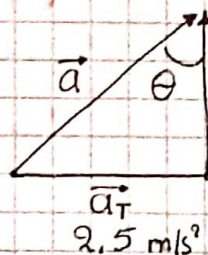
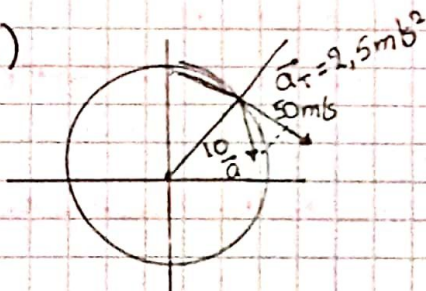
$$\vec{v}_2 = (60; 45^\circ) \text{ [m/s]}$$

$$\vec{v}_2 = (60 \cdot \sin 45^\circ)\vec{i} + (60 \cdot \cos 45^\circ)\vec{j}$$

$$\vec{v}_2 = 42,43\vec{i} + 42,43\vec{j} \text{ [m/s]}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{42,43\vec{i} + 42,43\vec{j} - 20\vec{i}}{2 \text{ s}} = \vec{a}_m = 11,215\vec{i} + 21,215\vec{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

3)



$$|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{R} \rightarrow \frac{(50 \text{ m/s})^2}{10 \text{ m}}$$

$$|\vec{a}_n| = 250 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$R = 10 \text{ m}$$

$$v = 50 \text{ m/s}$$

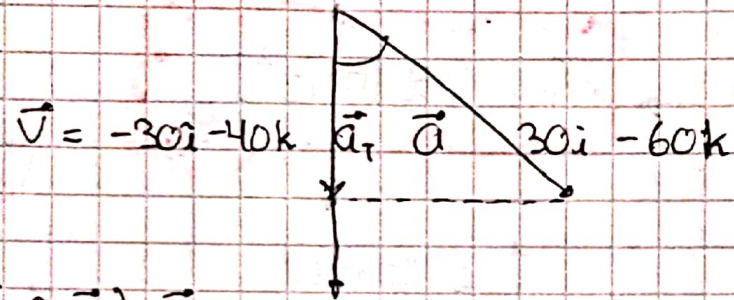
$$\vec{a}_T = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2,5 \text{ m/s}^2}{250 \text{ m/s}^2} \right)$$

$$\theta \vec{a} \vec{a}_n = ?$$

$$\theta = 0,57^\circ$$

5)



$$\vec{a}_T = \vec{a}_V = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{V}) \vec{V}}{|\vec{V}|^2}$$

$$\frac{1500}{2,500} (-30\hat{i} - 40\hat{k})$$

$$\begin{aligned} & \odot \frac{30\hat{i} - 60\hat{k}}{-30\hat{i} - 40\hat{k}} \\ & \frac{-900 + 2400}{1500} \end{aligned}$$

$$|\vec{V}| = 50$$

$$\vec{a}_T = -18\hat{i} - 24\hat{k}$$

$$|\vec{a}_T| = 30$$

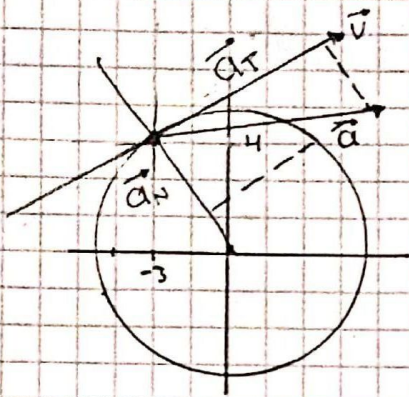
$$|\vec{a}| = 67,08$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{30}{67,08} \right)$$

$$\theta = 63,73^\circ$$

Movimiento curvilíneo variado
acelerado

7)



$$r = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$r = 5 \text{ m}$$

$$\vec{a}_N = \vec{a}_r = \frac{(\vec{a} \odot \vec{r})}{r^2} \vec{r}$$

$$\frac{(-12)(-3\hat{i} + 4\hat{j})}{25}$$

$$\vec{a}_N = +1,44\hat{i} - 1,92\hat{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{a} = 8\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{r} = -3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{a} \odot \vec{r} = -12$$

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\vec{a}_T = \vec{a}_N - \vec{a}$$

$$\vec{a}_T = -1,44\hat{i} - 1,92\hat{j}$$

$$\vec{a}_T = -0,56\hat{i} - 4,92\hat{j}$$

6)

$$\vec{a} = -4\hat{i} - 2\hat{j} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{u}_T = \vec{u}_v = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}$$

$$\cos \theta_{\vec{a}\vec{v}} = \frac{(\vec{a} \odot \vec{v})}{|\vec{a}| |\vec{v}|}$$

$$\frac{-4\hat{i} - 2\hat{j}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{4,4641}{4,4721} \right)$$

$$-3,4641 - 1 = -4,4641$$

$$\theta = 176,57^\circ$$

Mov. curvilíneo variado
decelerado

8) Para cierto instante, la velocidad de una partícula es $\vec{v} = -4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ [m/s] y su aceleración es $\vec{a} = 8\hat{i} - 2\hat{j} + 9\hat{k}$ [m/s²]. Determine

a) El ángulo entre \vec{v} y \vec{a} y el tipo de movimiento que experimenta

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = -4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k} \text{ [m/s]}$$

$$\cos \theta_{\vec{v}\vec{a}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{|\vec{v}| |\vec{a}|}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = 8\hat{i} - 2\hat{j} + 9\hat{k} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\theta_{\vec{v}\vec{a}} = \cos^{-1} \frac{-45}{55,90}$$

$$|\vec{v}| = 4,58 \text{ [m/s]}$$

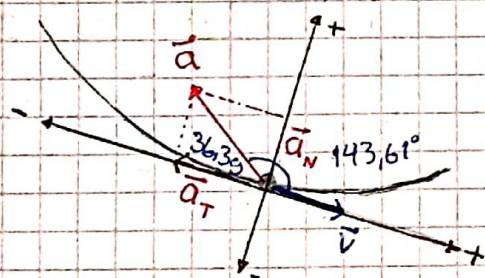
$$|\vec{a}| = 12,20 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\theta_{\vec{v}\vec{a}} = 143,61^\circ$$

Mov. Curvilíneo Retardado.

b) La aceleración tangencial, en términos del unitario tangencial

$$\vec{a}_T = \vec{a}_T = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v}) \vec{v}}{|\vec{v}|^2} = \frac{-45(-4\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})}{(4,58)^2} \frac{[\text{m}^3/\text{s}^4]}{[\text{m}^2/\text{s}^2]}$$



$$\vec{a}_T = 8,58\hat{i} - 4,29\hat{j} + 2,15\hat{k} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$|\vec{a}_T| = 9,83 \text{ [m/s}^2\text{]} \rightarrow -9,83 \hat{v}_T \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{v}_{a_T} = 0,87\hat{i} - 0,44\hat{j} - 0,22\hat{k}$$

c) La aceleración en términos de los unitarios tangencial y normal

$$|\vec{a}_N| = \sqrt{|\vec{a}|^2 - |\vec{a}_T|^2} = \sqrt{(12,20)^2 - (9,83)^2} = 7,23 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\vec{a} = -9,83 \hat{v}_T + 7,23 \hat{v}_N \text{ [m/s}^2\text{]}$$

d) La aceleración tangencial, en términos de los vectores base

$$\vec{a}_T = -8,57\hat{i} - 4,2\hat{j} + 2,14\hat{k} \text{ m/s}^2$$