

# Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Fernando Eliceo Huilca Villagómez

Fecha: 16/05/2024

Curso: Probabilidad y estadística básica GR6SU

Facultad: Sistemas

## Problema 1.

El jefe del personal de una empresa desea conocer si la distribución de salarios de la citada empresa es tan equitativa como afirma el gerente, que el salario máximo es de 1500 dólares y que ordenados los salarios de los 100 trabajadores en 5 clases de igual amplitud solo 10 de ellos ganan menos de 300 dólares y 20 ganan entre 900 dólares y 1200 dólares ¿tiene razón el gerente?

Justifique su respuesta, para ello haga la tabla de distribución de frecuencias y explique.

$$X_{\max} = 1500 \$$$

$$\text{Número Intervalos} = 5$$

$$n = 100 \text{ trabajadores}$$

$$X_{\min} = 300 \$$$

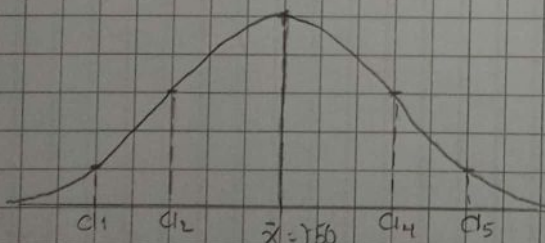
$$\text{Media aritmética} = 750 \$$$

$$\text{Rango} = 1500 - 300 = 1200$$

$$\text{Amplitud} = \frac{1500 - 300}{5}$$

$Li - Li+1$	$m_i$	$f_i$	$fr_i$	$F_i$	$F_{ri}$
[0 - 300)	150	10	0,1	10	0,1
[300 - 600)	450	20	0,2	30	0,3
[600 - 900)	750	40	0,4	70	0,7
[900 - 1200)	1050	20	0,2	90	0,9
[1200 - 1500)	1350	10	0,1	100	1,0

Para completar los datos se analiza la distribución normal



$$\text{Los datos } C_1 = C_5 = 10$$

$$\text{Los datos } C_2 = C_4 = 20$$

Propuesta:

Una vez ordenados los datos en su respectiva tabla de frecuencia y analizando la distribución de los salarios en la empresa se puede afirmar que:

El gerente tiene razón los salarios con respecto a los puestos de trabajo están bien distribuidos



## Problema 2

Se seleccionan 6 vehículos, de entre los que tienen permisos para estacionarse y se registran los datos siguientes:

Vehículo	Tipo	Marca	¿Culativo?	distancia de viaje en una dirección (millas)	Antigüedad del vehículo (años)
1	Auto	Honda	NO	23.6	6
2	Auto	Ford	NO	17.2	3
3	Camión	Ford	NO	10.1	4
4	Van	Dodge	SÍ	31.7	2
5	Moto	Harley-Davidson	NO	25.5	1
6	Auto	Chrysler	NO	5.4	9

a) ¿Cuáles son las unidades experimentales o individuos?

Son los vehículos que tienen permiso para estacionarse

b) ¿Cuáles son las variables que se miden? ¿Que tipo de variables son?

Tipo de vehículo / variable cualitativa nominal

Marca de vehículo / variable cualitativa nominal

¿Culativo? / variable cualitativa nominal

Distancia de viaje en una dirección / variable cuantitativa continua

Antigüedad en años / variable cuantitativa discreta

## Problema 4

En una clínica infantil se ha ido anotando, durante un mes, el número de metros que cada niño anda, aguielo y vincaer, el primer día que comienza a caminar obteniéndose la tabla.

Número de metros	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de niños	2	6	10	5	10	3	2	2

Se pide:

a) Tabla de frecuencias, Diagrama de barras para frecuencias absolutas, relativas y acumuladas

Variable: Cualitativa discreta  $\rightarrow$  número de metros andados

$$X_{\max} = 8$$

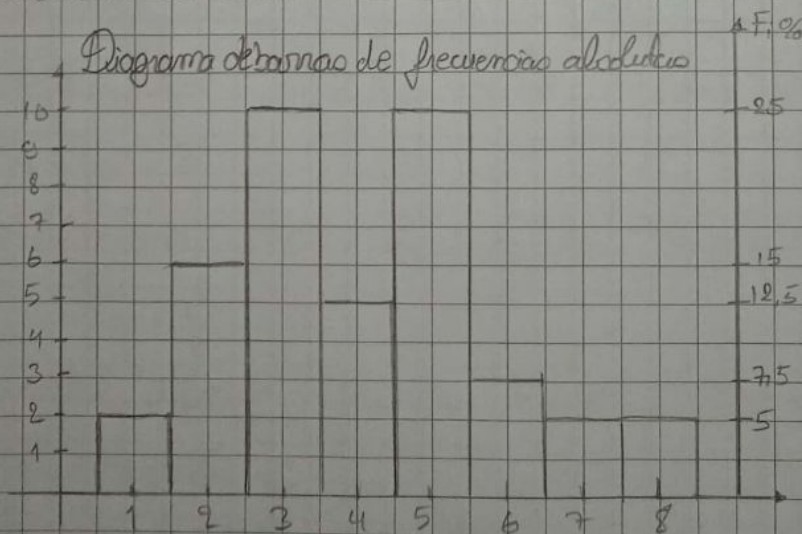
$$X_{\min} = 1$$

$$\text{Rango} = 8 - 1 = 7$$

$$n = \text{muestra} = 40$$

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$f_r$	$F_r$	$x_i \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
1	2	2	0,05	0,05	2	9,3	18,6
2	6	8	0,15	0,20	12	4,2	25,2
3	10	18	0,25	0,45	30	1,1	11
4	5	23	0,125	0,575	20	0,03	0,015
5	10	33	0,25	0,825	50	0,9	9
6	3	36	0,075	0,90	18	3,8	11,4
7	2	38	0,05	0,95	14	8,7	17,4
8	2	40	0,05	1,00	16	13,6	31,2
Total: 40			1,00		169		123,29

D. Frecuencias absolutas:

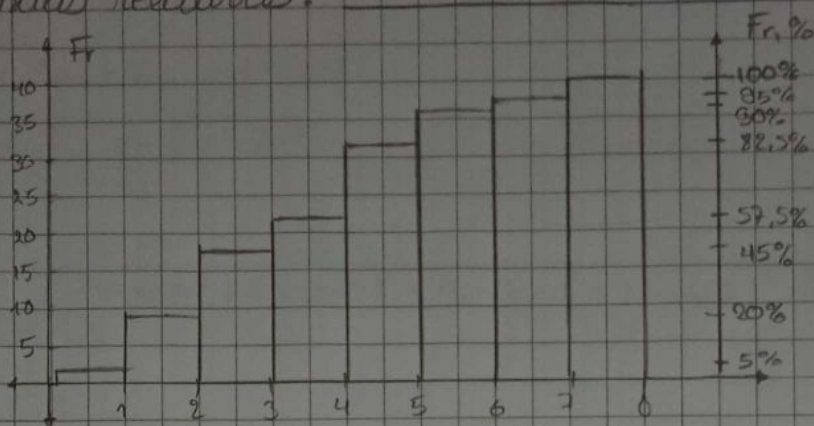


Descripción: El presente gráfico muestra el número de metros recorridos por niños en una clínica, seguido y vincaer en el primer día que comienzan a caminar.

Interpretación: la gráfica presenta un ligero sesgo a la derecha, no se observan valores atípicos ni insignificantes y destacan que para recorrer 10 metros solo lo hacen 8 de 40 niños.



## D. Frecuencias relativas:



**Descripción:** El presente diagrama de barras, detalla el número de metros caminado por un número determinado de niños en una clínica, el primer día que comienza a caminar durante un mes.

**Interpretación:** Se observa que existe una variación de los metros recorridos por encima del 50% de los niños, pues este grupo ha recorrido mucha más distancia.

## b) Mediana, media aritmética, moda, cuartiles y su interpretación

### Mediana

$$\frac{40}{2} = 20 \text{ como media } \rightarrow \frac{40+2}{2} = 21 \quad Me = \frac{X_{20} + X_{21}}{2} = \frac{4+4}{2} \quad \{Me = 4\}$$

### Media aritmética

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{462}{40} = 11.55$$

### Moda

$$Mo_1 = 3 \quad Mo_2 = 5$$

### Cuartiles

Cuartil inferior  $Q_1 = P_{25}$   $\frac{n \cdot k}{100} = 10$   $j=10$   $i=0$   $X_{10}=3$   
 $Q_1 = P_{25} = 3$   $X_{11}=3$

Cuartil medio  $Q_2 = P_{50}$   $\frac{n \cdot k}{100} = 20$   $j=20$   $i=0$   $X_{20}=4$   
 $Q_2 = P_{50} = 4$   $X_{21}=4$

Cuartil Superior  $Q_3 = P_{75}$   $\frac{n \cdot k}{100} = 30$   $j=30$   $i=0$   $X_{30}=5$   
 $Q_3 = P_{75} = 5$   $X_{31}=5$

**Interpretación** → Algo destacable es que los datos 6, 7, 8 se encuentran el 25% de los datos, además por debajo del segundo cuartil se tiene el 50% de los datos.

c) Rango y variancia, desviación típica y su interpretación

$$\text{Rango} = x_{\max} - x_{\min} = 8 - 1 = 7$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{(2-4,05)^2 + (6-4,05)^2 + (10-4,05)^2 + (5-4,05)^2 + (10-4,05)^2 + (3-4,05)^2 + (2-4,05)^2 + (2-4,05)^2}{39}}$$

$$S = 1,78$$

Interpretación. Una vez realizado los cálculos, se puede analizar que los valores varían 1,78 con respecto a la media.

d) ¿Entre qué dos valores se encuentran, como mínimo el 75% de las observaciones?

Aplicando el teorema de Chebyshev tenemos que:

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \cdot 100 = 75 \quad 100 - 75 = \frac{1}{k^2} \cdot 100 \quad k^2 = \frac{100}{25} = 4$$

El 75% de los datos se encuentran entre los valores

$$x - k_s = 4,05 - 2(1,78) = 0,49$$

$$x + k_s = 4,05 + 2(1,78) = 7,61$$



## Pregunta 7

De una estación de ha tomado los registros históricos mensuales acerca de la humedad relativa en el porcentaje que se presentó en un periodo de 5 años

81	75	76	77	78	76	80	77	75	77	83	82
79	82	80	81	79	81	79	82	79	81	79	79
77	81	79	78	75	83	77	81	76	83	78	80
76	80	78	83	79	79	75	82	83	76	83	80
81	80	80	77	77	76	80	77	80	80	75	78

- a) Calcule el número de meses en los que la humedad relativa fue mayor que 76% y no más de 81%

Tabla de frecuencias

Humedad Relativa ( $x_i$ )	$f_i$	$f_i = f_i/n$	$F_i$	$F_{ri} = F_i/60$
75	5	0,083	5	0,083
76	6	0,100	11	0,183
→ 77	8	0,133	19	0,317
78	5	0,083	24	0,400
79	9	0,150	33	0,550
→ 80	10	0,167	43	0,717
81	7	0,117	50	0,833
82	4	0,067	54	0,900
83	6	0,100	60	1
Total :	60	1		

$$\text{Total de meses} = 8 + 5 + 9 + 10 + 7 = 39 \text{ meses}$$

- b) Calcule el porcentaje de humedad relativa al 37-avo mes de menor humedad relativa y del 56-avo mes de menor humedad relativa

En la tabla de humedad relativa con respecto a la frecuencia acumulada para determinar que meses pasaron en esos porcentajes

Es decir, el 80% de la humedad relativa pasará por el 37-avo mes de menor humedad

y que el 83% de la humedad relativa pasará por el 56-avo mes de menor humedad



c) Calcule la humedad relativa mensual promedio y desviación estándar de los cinco años considerados

$$\bar{x} = \frac{75(5) + 76(6) + 77(8) + 78(5) + 79(9) + 80(10) + 81(7) + 82(4) + 83(6)}{60}$$

$$\bar{x} \approx 79,017$$

Respuesta: la media o promedio es 79,017

Para calcular la desviación estándar usamos la fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{5(75-79,017)^2 + 6(76-79,017)^2 + 8(77-79,017)^2 + 5(78-79,017)^2 + 9(79-79,017)^2 + 10(80-79,017)^2 + 7(81-79,017)^2 + 4(82-79,017)^2 + 6(83-79,017)^2}{60-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{340,983}{59}} \rightarrow S \approx 2,404$$

Respuesta: la desviación estándar es 2,404

d) Realice un histograma de humedad relativa mensual observada en los 5 años. Use clases de ancho igual a 1.



## Problema 11

De una facultad con 786 estudiantes se ha tomado una muestra representativa de 80, respecto al número de asignaturas aprobadas hasta la fecha que se obtuvo la muestra, con lo cual se ha desarrollado la tabla de frecuencias individuales adjunta

Número de Asignaturas	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Número de Estudiantes	2	4	5	8	13	12	9	11	7	6	3

Calcule:

- a) El número total de asignaturas aprobadas por los 15 estudiantes de la muestra que menos asignaturas tienen aprobadas

Para calcular el total es necesario identificar primero los 15 estudiantes con menos asignaturas aprobadas, que en este caso se encuentran en las primeras 4 columnas.

Entonces:

$$\text{Total} = (2 \times 18) + (4 \times 19) + (5 \times 20) + (4 \times 21)$$

$$\text{Total de asignaturas aprobadas} = 296$$

- b) El número total de asignaturas aprobadas por los 14 estudiantes de la muestra que más asignaturas tienen aprobadas.

$$\text{Total} = (3 \times 28) + (6 \times 27) + (5 \times 26)$$

$$\text{Total de asignaturas aprobadas} = 376$$

- c) El número de estudiantes en la muestra y en la facultad que han aprobado al menos 20 asignaturas y menos de 26 asignaturas

De la muestra:

$$\rightarrow \text{Total de estudiantes} = 5 + 8 + 13 + 12 + 9 + 11 = 58$$

De la facultad:

- 1) calcular el porcentaje de estudiantes con datos de la muestra y luego aplicarlo al total (asumiendo que los datos son representativos)

$$\frac{58 \cdot 100}{80} = 72,5\%$$

$$\rightarrow \text{Total de estudiantes} = \frac{786 (72,5)}{100} = 569,85 \text{ como son personas no hay decimales}$$

569 estudiantes



d) El número de estudiantes, en la muestra y en la facultad, que hay aprobado más del 25 asignaturas

En la muestra:

$$\text{Total de estudiantes} = 7 + 6 + 3 = 16$$

En la facultad:

$$\frac{16 \cdot 100}{80} = 20\%$$

$$\frac{786 \cdot 20}{100} = 157,2$$

$$\text{Total de estudiantes aprobados más de 25 asignaturas} = 157$$

### Problema 13

Al medir la altura en cm que pueden saltar un grupo de escolares, antes y después de haber efectuado cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los siguientes valores, ¿Puedes que el entrenamiento fue efectivo?

	Altura saltada en centímetros									
Alumno	Ana	Bec	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gici	Hulda	Inés	Juana
Antes	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Después	128	115	106	128	122	145	132	103	102	117

Solo con un analisis inicial se puede decir que el ejercicio fue efectivo mejorando la altura de los saltos, pero vamos a realizar algunos cálculos para comprobarlo:

$$\begin{aligned} \text{Promedio de altura antes del ejercicio} &= \frac{115 + 112 + 107 + 119 + 115 + 138 + 126 + 105 + 104 + 115}{10} \\ &= 115,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Promedio de altura después del ejercicio} &= \frac{128 + 115 + 106 + 128 + 122 + 145 + 132 + 103 + 102 + 117}{10} \\ &= 120,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Se concluye que como 120,4 es mayor que 115,6 entonces el ejercicio si fue efectivo.

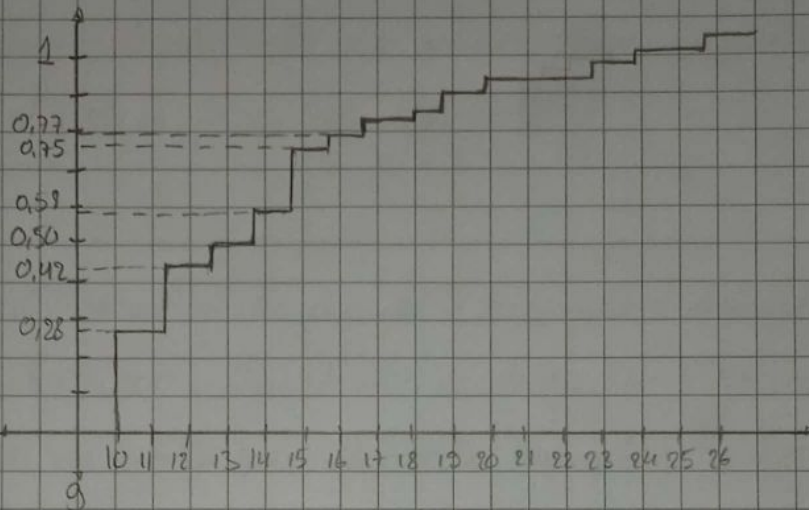
Nota: la media no está afectada porque no hay datos atípicos



## Problema 15

Se entiende por punto de riesgo un cruce, un tramo o una zona, donde se han producido más de 10 accidentes. En el área metropolitana de Barcelona se han contabilizado 200 puntos de riesgo. La distribución de  $x$ : el número de accidentes de tráfico en estos puntos se recoge en el siguiente diagrama de frecuencias relativas acumuladas:

a)



a) Indique el porcentaje de puntos de riesgo que presenten:

■ exactamente 12 accidentes

$$f(x=12) = F(12) - F(11) = 0,50 - 0,42 = 0,08 \quad 8\%$$

■ más de 12 accidentes

$$f(x > 12) = 1 - F(12) = 1 - 0,50 = 0,50 \quad 50\%$$

■ como mínimo 14 accidentes

$$f(x \geq 14) = 1 - F(13) = 1 - 0,58 = 0,42 \quad 42\%$$

■ como máximo 13 accidentes

$$f(x \leq 13) = F(13) = 0,58 \quad 58\%$$

b) ¿Cuántos de estos 200 puntos de riesgo han presentado exactamente 15 accidentes?

$$f(x=15) = F(15) - F(14) = 0,77 - 0,75 = 0,02$$

$$n(x=15) = 200(0,02) = 4$$



c) ¿Podemos afirmar que el número mínimo de accidentes en el 25% de los puntos con más riesgo es 20 accidentes?

No se puede afirmar que el mínimo de accidentes en 25% es 20 accidentes porque  $F(20) > 0.25 \neq 0.25$

d) ¿Cuántos accidentes como máximo presenta un punto que se encuentra entre el 50% con menor riesgo?

El número máximo de accidentes que puede tener un punto de riesgo para estar entre el 50% es de 12 accidentes

### Problema 25

Si la remuneración anual media pagada a los ejecutivos senior de tres firmas de ingeniería es \$175,000 ¿Uno de ellos puede recibir \$550,000?

Hay que tener en cuenta que la media aritmética es 175,000 \$ por lo que:

$$\bar{x} = 175000 = \frac{550000 + w + w}{3}$$

$$(175000)3 - 550000 = 2w$$

$$2w = -25000$$

$$w = -12500$$

donde  $w$ :  
es la remuneración  
de las 2 firmas  
restantes

Respuesta: dado que las otras dos empresas deberían recibir -125,000 \$ lo que no es posible se concluye que una de las firmas no puede recibir una remuneración de 550,000 \$