# Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Fernando Eliceo Huilca Villagómez  Curso: GR6SW  Fecha: 07/07/2024

Resolver con detalle de pasos los ejercicios: 3, 8, 12, 21, 26, 34.

## Problema 3.

Una empresa de renta en línea dispone de 6 líneas telefónicas. Sea $x$ el número de líneas en uso en un tiempo especificado. Suponga que la función de masa de probabilidad de $x$ es la que se da en la siguiente tabla:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,20 | 0,10 | 0,06 | 0,04 |
| $F(x)$ | 0,15 | 0,35 | 0,60 | 0,80 | 0,90 | 0,96 | 1 |

$F(x)$: Frecuencia Acumulada

Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes eventos:

X: el número de líneas en uso en un tiempo especificado. V.A. discreta
Exp: Observar el número de líneas telefónicas en uso en un momento específico

a) A: {Cuando mucho tres líneas estén en uso}

$$P(A) = P(x \leq 3) = \sum_{n=0}^{3} P(X=n) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= F(3) = 0,80 \rightarrow 80\%$$

b) B: {menos de tres líneas estén en uso}

$$P(B) = P(X < 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = F(2) = 0,60 \rightarrow 60\%$$

c) C: {por lo menos tres líneas estén en uso}

$$P(C) = P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$$
$$0,20 + 0,10 + 0,06 + 0,04 = 0,40 \rightarrow 40\%$$

También podemos usar el complemento de B $\rightarrow P(C) = P(B^c) = 1 - P(B)$

d) D: {Entre dos y cinco líneas estén incluidas en uso

$$P(D) = P(2 \leq X \leq 5) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$
$$0,25 + 0,20 + 0,10 + 0,06$$
$$= 0,61$$

Hay un 61% de probabilidad de que entre dos y cinco líneas estén en uso

e) $F = \{$Entre dos y cuatro líneas, incluidas, no estén en uso

Por ejemplo: Cuando 3 líneas están en uso quedan 3 en no uso
Cuando 4 líneas están en uso quedan 2 en no uso
Cuando 2 líneas están en uso quedan 4 en no uso

Entonces $P(F) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$
$0,10 + 0,20 + 0,25$
$= 0,55$

Es decir, hay un 55% de que dos, tres y cuatro líneas no estén en uso.

f) $G = \{$ por lo menos cuatro líneas no estén en uso $\}$

Siguiendo el mismo criterio anterior:

$P(G) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$
$0,15 \quad 0,20 \quad 0,25$

$= 0,60$

Es decir, hay un 60% de probabilidad de que por lo menos 4 líneas no estén en uso.

Pregunta 8

Sea $X$ = { el resultado cuando un dado imparcial es lanzado una vez }.
Si antes de lanzar el dado le ofrecen entre dos opciones, aceptar $\frac{1}{4,5}$ dólares o jugar según $h(x) = \frac{1}{x}$ dólares, ¿Aceptaría la suma garantizada o jugaría? Sugerencia, en general, no se verifica que

$$\frac{1}{E(x)} = E=\left(\frac{1}{(x)}\right).$$

→ En la primera oferta se me está dando 0,22 dolares es decir 22 centavos

→ Analizamos la segunda oferta donde tenemos:

$$p(x) = \left\{ \frac{1}{6} \quad si \; x = \{1, 2, \dots, 6\} \right.$$

Calculemos el valor medio esperado al lanzar el dado:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{6} p(i) x_i = \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)$$

$$E(x) = \frac{21}{6} \to \frac{7}{2} \to 3,5 \to \frac{1}{3,5} = \frac{2}{7} = \frac{1}{E(x)} = 0,29$$

Ahora

$$E(1/x) = \sum_{i=1}^{6} p(i) 1/x_i = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

$$E(1/6) = \frac{49}{120} = 0,408$$

Concluimos que:

$$E(1/x) \neq 1/E(x)$$

Respuesta = Dado que en promedio la segunda oferta me va a dejar una ganancia de 0,408 dolares y la primera oferta me hace ganar automaticamente 0,22 dolares será mas ventajoso jugar el juego.

## Pregunta 12

Una variable aleatoria X puede tomar valores 30, 40, 50 y 60 con probabilidades de 0,20; 0,4; 0,30; 0,10 Represente en una tabla la función de probabilidad, $P(X=x)$, y la función de distribución de probabilidad $F(x) = P(X \le x)$ y determine lo siguiente:

X: Variable aleatoria discreta

$$p: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \to p(x) = \begin{cases} 0{,}20 & \text{si } x = 30 \\ 0{,}40 & \text{si } x = 40 \\ 0{,}30 & \text{si } x = 50 \\ 0{,}10 & \text{si } x = 60 \end{cases}$$

| X | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| p(x) | 0,20 | 0,40 | 0,30 | 0,10 |
| F(x) | 0,20 | 0,60 | 0,90 | 1 |

→ 1

a) $P(X \le 25)$

↳ Evento imposible ya que la variable X no puede tomar el valor de 25 o inferior.

Respuesta = hay un 0% de probabilidad

b) $P(X \ge 60)$

↳ $= P(X=60) = 0{,}10$

Respuesta = hay un 60% de probabilidad de que X tome valores mayores o iguales a 60

c) $P(X < 40)$

↳ $P(X=30) = 0{,}20$

Respuesta = hay un 20% de probabilidad de que X tome valores menores a 40

d) $P(X > 40)$

↳ $P(X=50) + P(X=60) = 0{,}30 + 0{,}10 = 0{,}40$

Respuesta = hay un 40% de probabilidad de que X tome valores mayores a 40.

e) $P(30 \leq X \leq 60)$ ↳ $P(X=30) + P(X=50) + P(X=40) + P(X=60)$

↳ $0,2 + 0,4 + 0,3 + 0,10$

$= 1$

Respuesta: Básicamente se nos está preguntando cuál es la probabilidad de que el evento suceda lo cual es un evento seguro con una probabilidad del 100%.

## Pregunta 21

Un ingeniero de control de calidad inspecciona una muestra aleatoria de 3 baterías de cada lote de 24 baterías automotrices listas para embarcarse. Si un lote contiene 6 baterías con pequeños defectos ¿Cuales son las probabilidades de que la muestra del inspector contenga:

a) ninguna de las baterías con defecto?

Exp: Seleccionar al azar 3 de 24 baterías de un lote

X: Número de baterías con defecto al seleccionar 3 al azar.

n: 3 $\quad img(X) = \{0, 1, 2, 3\}$

p: probabilidad de encontrar una batería con defecto

$p := \frac{6}{24} \rightarrow \frac{1}{4} \qquad q: \frac{18}{24} \rightarrow \frac{3}{4}$

$$X \sim Bi(3; 1/4)$$

$$P(X=x) = \binom{3}{x}\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} \rightarrow P(X=x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

a) Ninguna de las baterías con defectos

$$P(X=0) = \binom{3}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(\frac{3}{4}\right)^3 \rightarrow P(X=0) = \frac{27}{64} \rightarrow 0,4219$$

Respuesta: hay una probabilidad de 42,19% de que no se escoja ninguna batería con defectos

b) Tan solo una de las baterías con defectos.

$$P(x=1) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow P(x=1) = \frac{27}{64} = 0{,}4219$$

Respuesta: Existe una probabilidad del 42.19% de que se escoja solo una batería con defecto.

c) Al menos dos de las baterías con defectos

$$P(x \geq 2) = P(x=2) + P(x=3) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^1 + \binom{3}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{9}{64} + \frac{1}{64} = \frac{10}{64} = 0{,}1563$$

O usamos el complemento de lo antes calculado ?

$$P(X \geq 2) = 1 - (2(0{,}4219)) \approx 0{,}1562$$

Respuesta: Existe una probabilidad de 15,63% de escoger al menos dos baterías con defectos.

## Problema 26

Un estudiante matriculado en 3 asignaturas. La probabilidad de que apruebe cada una de ella es de 0.7. Obtenga la función de probabilidad y la función de distribución para la variable aleatoria x.

Exp. Analizar si un estudiante matriculado en 3 asignaturas aprueba cada una

X: número de asignaturas aprobadas

$n = 3$ $\quad img(x) = \{0, 1, 2, 3\}$ $\quad X \sim Bi(3; 0{,}7)$

$p$ = aprobar cada una de ellas $\quad p = 0{,}7 \quad q = 0{,}3$

$$P(X=0) = \binom{3}{0}(0{,}7)^0(0{,}3)^3 = 0{,}027 \qquad P(X=1) = \binom{3}{0}(0{,}7)^1(0{,}3)^2 = 0{,}189$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2}(0{,}7)^2(0{,}3)^1 = 0{,}441 \qquad P(X=3) = \binom{3}{3}(0{,}7)^3(0{,}3)^0 = 0{,}343$$

Respuesta:

| X | P(x) |
|---|---|
| 0 | 0,027 |
| 1 | 0,189 |
| 2 | 0,441 |
| 3 | 0,343 |

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0, \\ 0{,}027 & si \quad 0 \leq x < 1 \\ 0{,}216 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 0{,}657 & si \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & si \quad x \geq 3 \end{cases}$$

Problema 34.

En un juego con una baraja de 52 cartas, se plantea lo siguiente al sacar una carta al azar:

i) Gana 100$ si saca un As

ii) Gana 50$ si saca una reina

iii) Gana 10$ si saca un rey

iv-) Pierde su apuesta de 20$ si saca cualquier otra carta

¿Cuál es la ganancia esperada del juego?

Exp: Sacar una carta de un mazo de 52 al azar.

X: Ganancia al sacar una carta determinada

$$p(x) = \begin{cases} \frac{4}{52} & \text{si } x = 100 \\ \frac{4}{52} & \text{si } x = 50 \\ \frac{4}{52} & \text{si } x = 10 \\ \frac{40}{52} & \text{si } x = -20 \end{cases}$$

$$E(x) = \sum_{i=1}^{52} p(i) x_i$$

$$E(x) = \frac{4}{52}(100) + \frac{4}{52}(50) + \frac{4}{52}(10) + \frac{40}{52}($$

$$E(x) = -\frac{40}{13} \approx -3{,}0769$$

Respuesta: La esperanza matemática sobre las ganancias al jugar este juego es de $-3{,}0769$, lo que quiere decir que en promedio se espera perder 3 dolares en cada partido, por lo que se recomienda mejor no jugar