Escuela Politécnica Nacional

1) Segun los consumidores las empresas pasteurizadoras de leche no entregan la cantidad exacta de producto. Para verificar esta denuncia se tomó una muestra de 36 fundas, cuyo contenido teórico era de 1 litro de leche. Se encontró un promedio de $360 cm^2$ y una desviación estándar de $50 cm^3$. Con base en un intervalo de confianza de 98 %, ¿Se puede decir que la denuncia de los consumidores tiene fundamento? Explique

Exp: determinar si la cantidad promedio de leche es inferior a la teórica
X: Cantidad de leche en cada funda en cm^3

$n = 36$; $n-1 = 35$ $\qquad$ $1-\alpha = 0,98$ $\qquad$ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\bar{x} = 960$ $\qquad$ $\alpha = 0,02$

$s = 50 \rightarrow s^2 = 50^2$ $\qquad$ $\alpha/2 = 0,01$

$$E = Z_{1-0,01} \frac{s}{\sqrt{n}} = (2,33) \frac{50}{\sqrt{36}} = 19,42$$

$LIC = 960 - 19,42 = 940,58$ $\qquad$ $LSC = 960 + 19,42 = 979,42$

$IC: [940,58 \ ; \ 979,42]$ 98% $\qquad$ $P(940,58 \leq \mu \leq 979,42) = 0,98$

Con base a los resultados obtenidos se concluye que la denuncia si es válida

5) Una muestra aleatoria de 100 propietarios de automóviles muestra que, en el estado de Virginia, un automóvil se maneja, en promedio, 23500 kilómetros por un año con una desviación estándar de 3900 kilómetros. Suponga que la distribución que la distribución de las mediciones es aproximadamente normal.

a) Construya un intervalo de 99% para el número promedio de kilómetros que se maneja un automovil anualmente en Virginia

Exp: Estimar el número promedio de kilómetros que se maneja en Virginia
X: kilómetros que se maneja anualmente en Virginia

$n = 100$

$n-1 = 99$ $\qquad$ $s = 3900$

$\bar{x} = 23500$ $\qquad$ $s^2 = 3900^2$

$1-\alpha = 0,99$ $\qquad$ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\alpha = 0,01$

$\alpha/2 = 0,005$

$$E = Z_{1-0,005} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = (2,575) \frac{3900}{\sqrt{100}} = 1004,$$

IDEAL

$LIC = 23500 - 1004,25 = 22495,75$

$LSC = 23500 + 1004,25 = 24504,25$

$IC = (22495,75 ; 24504,25) 99\%$

$p(22495,75 \leq \mu \leq 24504,25) = 0,99$

b) ¿Qué puede afirmar con 99% de confianza acerca del tamaño posible de nuestro error, si estimamos que el número promedio de kilómetros manejados por los propietarios de automóviles en Virginia es 23.500 kilómetros por año?

Se dice que es 99% seguro que el error de estimación no será mayor de aproximadamente 1004 es decir $E \leq 1004$

7) En un estudio de los costos de seguros contra choques de automóviles, una muestra aleatoria de 80 costos de reparación de carrocería para un tipo específico de daño tiene una media de $472,36 y una desviación estándar de $62,35. Si $\bar{x} = \$472,36$ se usa como una estimación puntual del verdadero costo de reparación promedio de este tipo de daño ¿Con qué confianza puede uno afirmar que el error no supera los $10?

Exp: Estimar el costo promedio de reparación de carrocería

X: Costo de reparación de carrocería en dólares

$n = 80$

$n-1 = 79$

$\bar{x} = 472,36$

$S = 62,35 \quad S^2 = 62,35^2$

$E = 10$

$E = Z_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$= Z_{1-\alpha/2} = \dfrac{E\sqrt{n}}{S}$

$Z_{1-\alpha/2} = \dfrac{10\sqrt{80}}{62,35} = 1,43$

$P(Z \leq 1,43) = 0,9236 = 1 - \alpha/2 \rightarrow \alpha = (1 - 0,9236)(2)$

$= \alpha = 0,1528 = 1 - 0,1528 = 0,8472 \rightarrow 84,72\%$

Se puede afirmar con un nivel de confianza de aproximadamente 84,72% que el error de contaminación no supera los $10

10) De acuerdo con un reporte del Roanoke Times & World-News aproximadamente 2/3 de los 1600 adultos encuestados vía telefónica que piensan que el programa del transbordador espacial es una buena inversión para el país

a) Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la proporción de adultos estadounidense que piensan que el programa del transbordador espacial es una buena inversión para el país

b) ¿Que podemos asegurar con una confianza del 95% acerca de la posible magnitud de nuestro error, si estimamos que la proporción de adultos estadounidenses que piensan que el programa del transbordador espacial es una buena inversión del 2/3?

Exp: Encuestar a 1600 adultos sobre su opinión acerca del programa de transbordador espacial

$n=1600 \quad \hat{p}=2/3 \quad 1-\hat{p}=1-2/3=1/3 \quad \hat{p}\sim N(2/3, 1/7200)$

$1-\alpha=0{,}95, \quad \alpha=0{,}05 \quad \alpha/2=0{,}025$

a) $E=Z_{1-0{,}025}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=(1{,}96)\sqrt{\frac{2/3(1/3)}{1600}}=0{,}023$

$LIC=2/3-0{,}023=0{,}644$

$LSC=2/3+0{,}02=0{,}69$

$IC:(0{,}644;0{,}69)\,95\%$

$P(0{,}644\leq p\leq 0{,}69)=0{,}95$

Respuesta b: Se puede afirmar que el error en la estimación de la proporción de adultos estadounidenses que piensan que el programa del transbordador es buena inversión para el país no supera el 2,3%

14) Las cuotas de ocupación de disco duro (en Mbytes) para diferentes usuarios de una cierta estación de trabajo son

35	45	47	50	31
30	25	33	35	40
45	47	49	42	40
50	46	55	42	46

a) Calcular el intervalo de confianza del 99% para la desviación típica que presentan la cuota de ocupación de dicha estación de trabajo.

Exp: Medir la cuota de ocupación de disco duro para los usuarios de una estación de trabajo

X: Cuota de ocupación de disco duro en MB

$n = 20$ $\quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$n-1 = 19$

$\bar{x} = 41,65$

$S = 7,9$

$S^2 = 62,41$

$\alpha - 1 = 0,99$

$\alpha = 0,01$

$\alpha/2 = 0,005$

a) $LIC = \frac{(n-1)S^2}{X_{0,995}} = \frac{19(62,41)}{38,58} = 30,73$

$LSC = \frac{(n-1)S^2}{X_{0,005}} = \frac{19(62,41)}{6,844} = 173,26$

$IC: (30,73; 173,26)\ 99\% \rightarrow P(\sqrt{30,73} \le \sqrt{\sigma^2} \le \sqrt{173,26}) = 0,99$

$P(5,54 \le \sigma \le 13,16) = 0,99 \rightarrow IC: (5,54; 13,16)\ 99\%$

b) $P(X < 34 \cup X > 46)$

$P\left(Z < \frac{34-41,65}{7,9}\right) \cup \left(Z > \frac{46-41,65}{7,9}\right)$

$P(Z < -0,97 \cup Z > 0,55) = P(Z < -0,97) + P(Z > 0,55)$

$= 0,1660 + 1 - 0,7088 = 0,4572\ (45,72\%)$

23. Suponga que se midió la longitud del pie derecho a 41 estudiantes de su universidad. El promedio de todas las mediciones fue de 28,4 cm y la desviación estandar fue 5,1 cm.

a) Encuentre un intervalo de confianza del 96% para la longitud media del pie derecho de todos los estudiantes de su universidad.

Exp: Medir la longitud de pie derecho a un grupo de estudiantes universitarios

X: longitud del pie derecho en centimetros

$n = 41$ $\quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$n - 1 = 40$

$\bar{x} = 28,4$

$S = 5,1$

$S^2 = 26,01$

a) $1 - \alpha = 0,96$

$\alpha = 0,04$

$\alpha/2 = 0,02$

$E = Z_{1-0,02} \frac{S}{\sqrt{n}} = (2,05) \frac{5,1}{\sqrt{41}} = 1,63$

$LIC = 28,4 - 1,63 = 26,77$ Rango $= 2(1,63) = 3,26$

$LSC = 28,4 + 1,63 = 30,03$

$IC = (26,77 , 30,03)\ 96\%$

$P(26,77 \leq \mu \leq 30,03) = 0,96$

b) Si usted hubiera encontrado un intervalo de confianza al 90% ¿Como habría diferido del intervalo antes obtenido?

$1 - \alpha = 0,9$

$\alpha = 0,1$

$\alpha/2 = 0,05$

$E = Z_{1-0,05} \frac{S}{\sqrt{n}} = (1,645) \frac{5,1}{\sqrt{41}} = 1,31$

$LIC = 28,4 - 1,31 = 27,09$ Rango $= 2(1,31) = 2,62$

$LSC = 28,4 + 1,31 = 29,7$

$IC = (27,09 \leq \mu \leq 29,71) = 0,9$

El intervalo de confianza al 90% es mas estrecho que el intervalo del 96% ya que un nivel de confianza menor corresponde a un valor critico menor, esto significaria que seria menos seguro que la media poblacional este en el intervalo

c) Si la muestra hubiera constado de 141 estudiantes (los restantes datos se mantienen iguales) ¿Como habría variado el intervalo de confianza?

$n = 141$

$n - 1 = 140$

$E = Z_{1-0,02} \frac{S}{\sqrt{n}} = (2,05) \frac{5,1}{\sqrt{141}} = 0,88$

$LIC = 28,4 - 0,88 = 27,52$

$LSC = 28,4 + 0,88 = 29,28$

$IC (27,52 ; 29,28)\ 96\%$

$P(27,52 \leq \mu \leq 29,28) = 0,96$

Rango $= 2(0,88) = 1,70$

Escaneado con CamScanner