Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Fernando Eliceo Huilca Villagomez   Curso: G.11

3) Resolver los siguientes ejercicios

$\vec{A} = 5\vec{i} + 2\vec{j}\ u$ $|\vec{A}| = \sqrt{5^2+2^2}$

$\vec{B} = 2\vec{i} + 6\vec{j}\ u$ $|\vec{A}| = \sqrt{29}$

$A \odot B = 10 + 12 = 22$ $|\vec{B}| = \sqrt{40}$

$\theta_{AB} = \cos^{-1} \frac{A \odot B}{AB}$

$\theta_{AB} = \cos^{-1} \frac{22}{\sqrt{29}\sqrt{40}}$

$\theta_{AB} = 49{,}76°$

$\vec{a} = 2{,}5\vec{i} + 2\vec{j}\ m/s^2$ $|\vec{a}| = \sqrt{2{,}5^2+2^2}$

$\vec{v} = -15\vec{i} + 3\vec{j}\ m/s$ $|\vec{a}| = \sqrt{10{,}25}$

$\vec{a} \odot \vec{v} = -37{,}5 + 6 = -31{,}5$ $|\vec{v}| = \sqrt{234}$

$\theta_{av} = \frac{a \odot v}{av} \cos^{-1}$

$\theta_{av} = \left(\frac{-31{,}5}{\sqrt{10{,}25}\sqrt{234}}\right) \cos^{-1}$

$\theta_{av} = 130{,}63°$

$\vec{F} = 500\vec{i} + 200\vec{j} + 100\vec{k}\ N$ $|\vec{F}| = \sqrt{500^2+200^2+100^2}$

$\Delta\vec{r} = 30\vec{i} + 40\vec{j} + 0\vec{k}\ m.$ $|\vec{F}| = 547{,}72$

$\vec{F} \odot \Delta\vec{r} = 15000 + 8000$ $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{30^2+40^2}$

$\vec{F} \odot \Delta\vec{r} = 23000$ $|\Delta\vec{r}| = 50$

$\theta_{\vec{F}\Delta\vec{r}} = \cos^{-1} \frac{23000}{(547{,}72)(50)}$

$\theta_{\vec{F}\Delta\vec{r}} = 32{,}88°$

$\vec{a} = 2{,}5\vec{i} + 2\vec{j}\ m/s^2$

$\vec{r} = -20\vec{i} + 25\vec{j}\ m/s$

$\vec{a} \odot \vec{r} = -50 + 50 = 0$

$|\vec{a}| = \sqrt{2{,}5^2 + 2^2}$

$|\vec{a}| = \sqrt{10{,}25}$

$|\vec{r}| = \sqrt{-20^2 + 25^2}$

$|\vec{r}| = \sqrt{1025}$

$\theta_{\vec{a}\vec{r}} = \dfrac{0}{\sqrt{10{,}25}\sqrt{1025}}\ \cos^{-1}$

$\theta_{\vec{a}\vec{r}} = 90°$

Pregunta 7

$\vec{A} = 5\vec{i} + 2\vec{j}\ u \quad \vec{B} = 2\vec{i} + 6\vec{j}\ u$

$\vec{A}_{\vec{B}} = \frac{(\vec{A} \odot \vec{B})}{B^2} \vec{B} \quad B^2 = 40$

$\vec{A}_{\vec{B}} = \frac{(22)}{40} 2\vec{i} + 6\vec{j}$

$\vec{A}_{\vec{B}} = 0{,}55\ (2\vec{i} + 6\vec{j}) = \vec{A}_{\vec{B}} = 1{,}1\vec{i} + 3{,}3\vec{j}\ \underline{\mathrm{ku}}$

$\vec{a} = 2{,}5\vec{i} + 2\vec{j}\ m/s^2$

$\vec{v} = -15\vec{i} + 3\vec{j}\ m/s \quad v^2 = 234$

$\vec{a}_{\vec{v}} = \frac{(\vec{a} \odot \vec{v})}{v^2} \vec{v}$

$\vec{a}_{\vec{v}} = \frac{-31{,}5}{234} (-15\vec{i} + 3\vec{j})$

$\vec{a}_{\vec{v}} = -0{,}13\ (-15\vec{i} + 3\vec{j}) \rightarrow \vec{a}_{\vec{v}} = 1{,}95\vec{i} - 0{,}39\vec{j}$

$\vec{F} = 500\vec{i} + 200\vec{j} + 100\vec{k}\ N$

$\vec{\Delta r} = 30\vec{i} + 40\vec{j}\ m \quad \Delta r^2 = 50$

$\vec{F}_{\vec{\Delta r}} = \frac{(\vec{F} \odot \vec{\Delta r})}{\Delta r^2} (\vec{\Delta r}) \rightarrow \vec{F}_{\vec{\Delta r}} = \frac{23000}{50} (30\vec{i} + 40\vec{j})$

$\vec{F}_{\vec{\Delta r}} = 13800\vec{i} + 18400\vec{j}$

$$\vec{a} = 2{,}5\vec{i} + 2\vec{j} \ m/s^2$$

$$\vec{r} = -20\vec{i} + 25\vec{j} \ m/s \quad r^2 = 1025$$

$$\vec{a}_{\vec{r}} = \frac{(\vec{a} \odot \vec{r})}{r^2}\vec{r}$$

$$\vec{a}_{\vec{r}} = \frac{(0)}{1025}(-20\vec{i} + 25\vec{j})$$

$$\vec{a}_{\vec{r}} = 0$$

impulsado por CamScanner

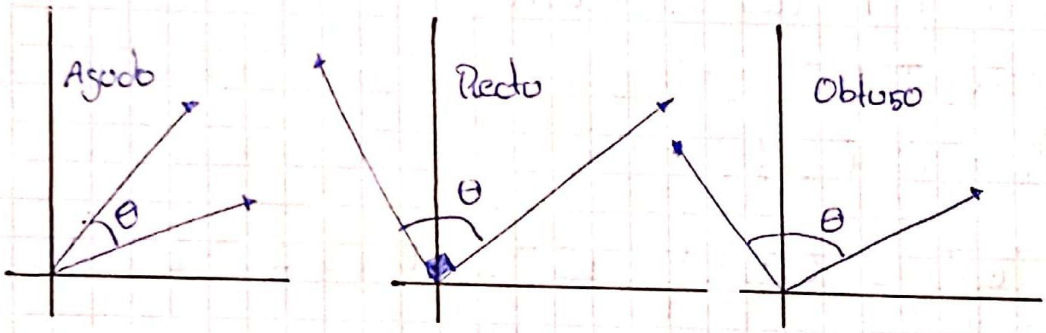
Producto Escalar o producto Punto $(\odot)$

$\vec{A} \odot \vec{B} = A B \cos \theta_{AB}$

θ = Ángulo entre los vectores

$$\begin{array}{r} \vec{A} = 4\vec{i} + \vec{j} \\ \odot \quad \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \\ \hline 8 + 3 \end{array}$$

$\vec{A} \odot \vec{B} = 11$



$$\left.\begin{array}{l} \vec{A} \odot \vec{B} > 0 \rightarrow \theta_{AB} \text{ es agudo} \\ \vec{A} \odot \vec{B} = 0 \rightarrow \theta_{AB} \text{ es recto} \\ \vec{A} \odot \vec{B} < 0 \rightarrow \theta_{AB} \text{ es obtuso} \end{array}\right\} \text{Muy importante}$$

Ángulo entre dos vector ¿Cómo calcular?

$\vec{A} \odot \vec{B} = AB \cos \theta_{AB} \longrightarrow \cos \theta_{AB} = \dfrac{\vec{A} \odot \vec{B}}{AB}$

$\vec{A} = 4\vec{i} + \vec{j}$

$\vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

$\vec{A} \odot \vec{B} = 8 + 3 = 11$ ✓

$|\vec{A}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$ ✓

$|\vec{B}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ✓

$\theta_{AB} = \cos^{-1} \dfrac{11}{\sqrt{17}\sqrt{13}}$

$\theta_{AB} = 42.27$

impulsado por CamScanner

Ángulo entre vectores (Pero usando el vector Unitario)

$$\cos\theta_{AB} = \frac{\vec{A}\odot\vec{B}}{AB} = \frac{\vec{A}\odot\vec{\mu}_B}{A(\mu_B)}$$

$$\vec{\mu}_B = \cos 45°\,\vec{i} + \cos 60°\,\vec{j} + \cos\alpha_B\,\vec{k}$$

Módulo del vector unitario

$$1^2 = \left(\sqrt{(\cos 45°)^2 + (\cos 60°)^2 + (\cos\alpha^2)}\right)^2$$

$$1^2 = (\cos 45)^2 + (\cos 60)^2 + (\cos\alpha)^2$$

$$\sqrt{(\cos\alpha)^2} = \sqrt{1 - (\cos 45)^2 - (\cos 60)^2}$$

$\cos\alpha = \pm 0{,}5$ → Escojo el positivo pues el ángulo en menor a 90°

$$\vec{\mu}_B = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k}$$

$$\cos\theta_{AB} = \frac{\vec{A}\odot\vec{B}}{A(\mu_B)} = \frac{(\sqrt{2} + 3/2 - \sqrt{3})}{5\cdot 1} = \theta_{AB} = \cos^{-1}\frac{(\sqrt{2}+3/2-\sqrt{3})}{5}$$

$$\theta_{AB} = 76{,}32$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-2\sqrt{3})^2}$$

$$|\vec{A}| = 5$$

$$|\vec{B}| = 1$$

$$\frac{\vec{A}\odot\vec{\mu}_B}{A(\mu_B)}$$

$$\odot\ \begin{array}{l} \vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\sqrt{3}\,\vec{k} \\ \vec{\mu}_B = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k} \\ \hline \end{array}$$

$$\vec{A}\odot\vec{\mu}_B = \sqrt{2} + \frac{3}{2} - \sqrt{3}$$

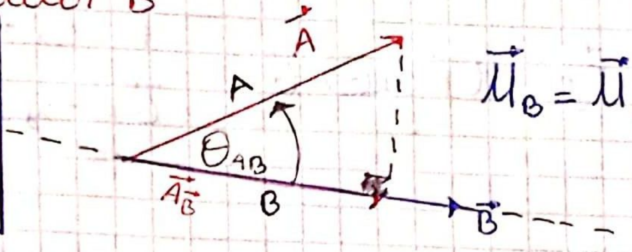
$$|\vec{A}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-2\sqrt{3})^2}$$

$$|\vec{A}| = 5$$

Proyección de un vector $\vec{A}$ sobre una línea de acción del vector $\vec{B}$

$$\boxed{\vec{A}_{\vec{B}} = \frac{(\vec{A}\odot\vec{B})\,\vec{B}}{B^2}}$$

✳



$\vec{\mu}_B = \vec{\mu}_{AB}$

$$\boxed{\vec{A}_{\vec{B}} = (\vec{A}\odot\vec{\mu}_B)\,\vec{\mu}_B}$$

① $\cos\theta_{AB} = \frac{A_B}{A} \rightarrow A_B = A\cos\theta_{AB}$

② $\cos\theta_{AB} = \frac{\vec{A}\odot\vec{B}}{AB}$

2en1 = $A_B = \cancel{A}\,\frac{\vec{A}\odot\vec{B}}{\cancel{A}\,B}$

Vector = (Módulo)x(Vector Unitario) → $A_B = \frac{\vec{A}\odot\vec{B}}{B}\,\vec{\mu}_B$

$\vec{\mu}_B$ ↓ ↓

$$\vec{A}_{\vec{B}} = \frac{(\vec{A}\odot\vec{B})}{B}\,\frac{\vec{B}}{B} = \vec{A} = \frac{(\vec{A}\odot\vec{B})\,\vec{B}}{B^2}$$

$$\vec{C}_{\vec{D}} = \frac{(\vec{C}\odot\vec{D})\,\vec{D}}{D^2}\ ;\quad \vec{E}_{\vec{F}} = \frac{(\vec{E}\odot\vec{F})\,\vec{F}}{F^2}$$