



**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA BRASILEIRA DE ADMINISTRAÇÃO PÚBLICA E DE EMPRESAS  
MESTRADO EXECUTIVO EM GESTÃO EMPRESARIAL**

**RISCO IDIOSINCRÁTICO E DIVERSIFICAÇÃO EM  
PORTFÓLIOS**

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ESCOLA BRASILEIRA DE ADMINISTRAÇÃO  
PÚBLICA E DE EMPRESAS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE

**JANINE MEIRA SOUZA PRIOLLI**  
Rio de Janeiro - 2013

**FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS**  
**ESCOLA BRASILEIRA DE ADMINISTRAÇÃO PÚBLICA E DE EMPRESAS**  
**CENTRO DE FORMAÇÃO ACADÊMICA E PESQUISA**  
**CURSO DE MESTRADO EM GESTÃO EMPRESARIAL**

*DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADO POR*

JANINE MEIRA SOUZA PRIOLLI

*TÍTULO*

***RISCO IDIOSSINCRÁTICO E DIVERSIFICAÇÃO EM PORTFOLIOS***

Orientador Acadêmico

**ROGERIO SOBREIRA**

# Índice

1- Introdução.....	6
2 – A “Velha Teoria”.....	8
3 - O efeito da diversificação quanto à quantidade de ativos .....	19
4 – Discussões acerca da volatilidade idiossincrática .....	28
5 - Por que tem ocorrido o aumento na volatilidade específica percebida nos ativos ao longo dos anos? .....	40
6 – Conclusão .....	45
Referências .....	46

## Índice de Figuras e Tabelas

Figura 1.....	9
Figura 2.....	11
Figura 3.....	12
Figura 4.....	14
Figura 5.....	17
Figura 6.....	24
Figura 7.....	32
Figura 8.....	36
Figura 9.....	38
Figura 10.....	39
Figura 11.....	40
Tabela 1.....	26
Tabela 2.....	34

## Resumo

A teoria tradicional de finanças indica a diversificação como uma maneira de tirar a exposição que um investidor tem ao risco específico das firmas. Ao investidor caberia a tarefa de construir um *portfolio* composto de  $N$  ativos tal que a parcela de risco idiossincrático tenda a zero. Os retornos desta carteira seriam advindos da remuneração pelo risco sistemático, ou de mercado. Estudos têm mostrado que o  $N$  necessário para atingir o benefício satisfatório de diversificação tem aumentado ao longo dos anos. O motivo para tal fenômeno seria a presença cada vez mais forte da parcela de risco idiossincrático, verificado empiricamente através de estudos das séries históricas dos retornos. O risco idiossincrático tem estado presente mesmo sem ter havido um crescimento no risco do mercado como um todo.

O objetivo deste estudo é discorrer sobre a literatura disponível acerca do assunto, mostrando como a partir da *Modern Portfolio Theory* o desafio de alcançar a diversificação tem sido cada vez mais complexo, como têm sido feitas as análises da presença o risco idiossincrático e quais motivos levaram isto a acontecer.

## ***Abstract***

Traditional finance theory indicates diversification as a way to remove investor's exposition to firm-specific risk. Investors should be able to build a *portfolio* with  $N$  assets so that the idiosyncratic portion should tend to zero. The returns from such a *portfolio* would be rewarded solely based on systematic, or market risk. Recent studies have shown that the  $N$  necessary to achieve a reasonable diversification benefit has been rising in the last years. The reason behind such a phenomenon would be the rising presence of idiosyncratic risk in returns, which was empirically verified in various historic studies upon such returns. Idiosyncratic risk has been present despite the fact that market risk as a whole has not shown any relevant upward trend.

The present work aims to present the recent debates in the literature, discussing how since the Modern Portfolio Theory, the challenge of achieving diversification has been more and more complex, what has been observed in idiosyncratic risk and the reasons behind it.

## 1- Introdução

A necessidade de diversificação de alocação de recursos por parte de um investidor é um conceito intuitivo e inerente ao indivíduo que deseja resguardar sua riqueza e garantir o patamar de retorno que lhe seja razoável. A *Modern Portfolio Theory* (“MPT”) de Harry Markowitz, foi a primeira iniciativa buscando formalizar um modelo para otimização desta alocação de investimentos numa carteira. Após seu estabelecimento, teóricos, dentre os quais o principal deles, William Sharpe, ao propor o *Capital Asset Pricing Model*, viabilizou o cálculo que tornou precificável o risco sistemático ou não diversificável. Isto porque pela lógica da MPT, um investidor racional buscaria naturalmente o caminho da diversificação e não estaria disposto a correr o risco específico das firmas.

Partindo da premissa de que a diversificação seria necessária e de que o risco específico não era passível de precificação, buscou-se estimar que tipo de carteira pudesse ser classificada como “bem diversificada”. A partir deste momento, uma série de autores buscou encontrar este patamar, através do exame dos números históricos dos retornos dos ativos disponíveis no mercado.

Entretanto, a pesquisa bibliográfica ressalta que o número de ativos que precisam formar uma carteira bem diversificada tem aumentado ao longo dos anos. Diante deste cenário, acredita-se que o risco idiossincrático tem estado cada vez mais presente, expondo o investidor a choques de risco específico apesar do esforço em construir um amplo portfolio.

No presente trabalho revisamos a literatura desde Markowitz até os tempos atuais, buscando entender em que caminho têm seguido os estudos de diversificação, assim como que propostas têm levantado para a necessidade (ou não) de precificação do risco idiossincrático dos ativos presentes numa carteira de investimentos.

O segundo capítulo visa entender a teoria tradicional, lançando os fundamentos estabelecidos por Markowitz (1952) e Sharpe (1964). Na sequência, trazemos quais os efeitos dos tamanhos das carteiras sobre a diversificação, principalmente nas discussões de Evans e Archer (1968) e Elton e Gruber (1977). Neste capítulo, examinamos o caminho analítico que mostra como o retorno do portfolio é calculado, assim como a expressão da variância dos ativos e da covariância entre eles dentro de uma carteira. Veremos como a quantidade de ativos  $N$ , à medida que se aproxima do *portfolio* de mercado, faz como que o risco esperado caia significativamente.

A seguir, mostramos os debates de autores quanto ao número de ativos a partir do qual os ganhos em redução de riscos seriam considerados insignificativos. Observaremos como verdades acerca de números de ativos, logo após serem estabelecidas como senso comum, eram em algum tempo derrubadas, com autores que advogavam a necessidade de uma carteira ainda maior, de Evans e Archer (1968), passando por Elton e Gruber (1983) e Statman (1987), até os mais recentes, como Campbell, Lettau, Malkiel e Xu (2001) e Bennett e Sias (2006).

No capítulo 5, mostramos como estes mesmos autores mais recentes, a partir de seus testes, detectam a presença do risco idiossincrático e também propõem que sejam refletidos na análise de retornos, seja de forma única, seja de forma desagregada, considerando a questão setorial e específica das firmas.

O sexto capítulo traz a discussão acerca dos motivos pelos quais a exposição idiossincrática tem crescido e no capítulo final, trazemos as principais conclusões deste estudo teórico.



## 2 – A “Velha Teoria”

Publicado há pouco mais de meio século, o artigo de Harry Markowitz, *“Portfolio Selection”* (1952), marcou o que muitos consideram como o nascimento da teoria financeira moderna. Neste trabalho, o autor foi o primeiro a recomendar formalmente o processo de diversificação de carteiras e a propor um modelo que busca a otimização da alocação de investimentos em *portfolios*.

A busca da diversificação, entretanto, não foi um conceito inaugurado nesta época. Por exemplo, bastante tempo antes, Daniel Bernoulli, em seu artigo de 1738, argumenta em um exemplo que investidores com aversão a risco desejariam diversificar:

*“...it is advisable to divide goods which are exposed to some small danger into several portions rather than to risk them all together”.*

Como Markowitz (1999) aponta, até mesmo na peça “O Mercador de Veneza”, William Shakespeare escreve sobre o assunto, nas falas de seu personagem Antonio:

*“... I thank my fortune for it, my ventures are not in one bottom trusted, nor to one place; nor is my whole estate upon the fortune of this present year...”.*

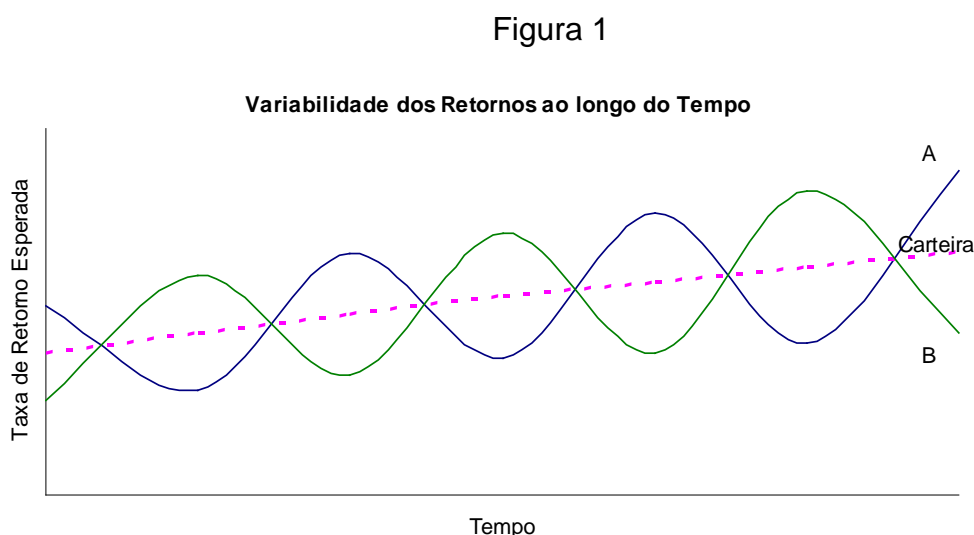
Sem entrar no mérito do tipo de ativo, o personagem de Shakespeare se tranquiliza com o fato de estar diversificado entre navios e terras.

Já a variância como medida de risco econômico foi sugerida por Irving Fisher em *The Nature of Capital and Income* (1906). Antes de Markowitz, alguns autores como Williams (1938) acreditavam que a diversificação seria suficiente para eliminar o risco por completo. Em *Portfolio Selection*, Markowitz foi o primeiro a defender que

a diversificação reduziria o risco, mas não poderia eliminá-lo completamente. Seu artigo foi o primeiro que trouxe uma formalização matemática para a idéia da diversificação de investimentos, mostrando que “o todo é maior que a soma das partes”. Pela diversificação, o risco pode ser reduzido (mas não totalmente eliminado) sem mudar o retorno esperado da carteira. O autor defende que um investidor pode maximizar o retorno esperado enquanto minimiza a variância destes retornos.

Um dos principais aspectos deste trabalho de Markowitz é mostrar que, para o investidor, o risco do ativo olhado de forma individual não é a informação mais importante. O investidor deve prestar atenção à contribuição que aquele ativo traz para a variância de todo o seu *portfolio*, o que seria uma questão de analisar a covariância de seus retornos com os retornos de todos os outros ativos.

Simplificando o conceito, se observarmos uma carteira de investimentos composta somente por ações de duas empresas, cujos negócios são perfeita e negativamente correlacionados, teríamos a situação exposta no gráfico a seguir:



Para um *portfolio* com quantidades iguais destas duas ações, A e B na figura 1, os retornos seriam a soma das duas, sendo que o risco (variância) da carteira seria muito menor do que a variância individual de cada ação. Com a correlação (ou covariância) negativa é reduzido o risco total do *portfolio*.

Entretanto, o risco advindo da variabilidade de retornos de todo o mercado, que poderia surgir como consequência de mudanças na atividade econômica, afetando todas as ações, não pode ser eliminado pela diversificação (risco sistemático). O investidor vai escolher uma série de opções de ativos ou carteiras de ativos baseando-se na relação entre seu risco e seu respectivo retorno.

O conceito básico da *Modern Portfolio Theory* (“MPT”) de Markowitz (1952), aperfeiçoada mais tarde pelo mesmo autor em 1959 (artigo em que aprofunda o modelo média-variância), é o do risco como a variabilidade do retorno de todo o *portfolio* ao invés de olhar o risco individual dos ativos. Portanto, a decisão de deter um ativo na carteira não deve ser feita simplesmente comparando seu retorno esperado e a variância, mas depende de que outros ativos o investidor deseja reter.

As hipóteses que fundamentam a MPT são as seguintes:

1- A rentabilidade de qualquer título ou carteira é uma variável aleatória de caráter subjetivo, cuja distribuição de probabilidade para o período de referência seja conhecida pelo investidor. O valor médio desta variável aleatória é aceitável como medida de retorno do investimento;

2- A dispersão, medida pela variância ou pelo desvio-padrão, é aceita como medida de risco da variável aleatória de retorno esperado, quer seja de um ativo, quer seja de uma carteira;

3- A conduta do investidor o leva a preferir as carteiras com maior rentabilidade e menor risco.

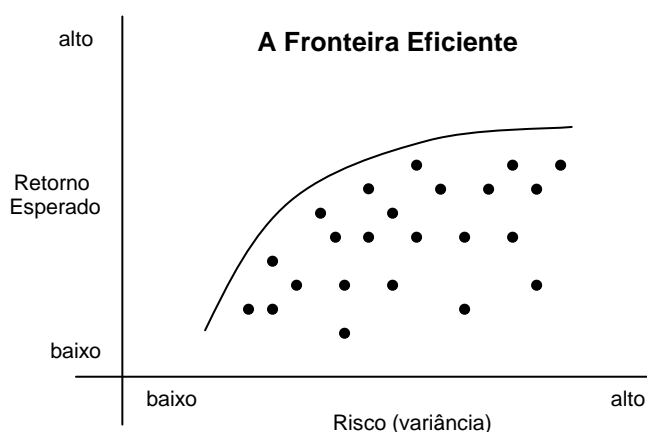
Portanto, para Markowitz (1952), a decisão de montar um *portfolio* se baseia em expectativas futuras a respeito da performance de retornos dos ativos. Considera a regra de que o investidor deve maximizar, a valor presente, este retorno esperado e rejeitar risco, buscando minimizá-lo.

A partir desta análise da relação entre retorno e risco na construção de carteiras surge o conceito de fronteira eficiente. Os investidores determinariam

todas as carteiras que otimizariam a relação retorno-risco, formando a fronteira eficiente, que marca o limite onde há o melhor conjunto possível de carteiras com o menor nível de risco para dado patamar de retorno. Para qualquer nível de risco, a fronteira eficiente identifica um ponto que é a carteira de retorno mais alta na sua classe de risco. Justamente por isso, para qualquer nível de retorno, a fronteira identifica a carteira de mais baixo de risco naquela classe de retorno. Ela se estende desde a carteira de retorno máximo até carteira de variância mínima.

Para um grupo de investimentos, aconteceria algo como demonstrado na figura 2 (cada ponto representa uma ação, título, ou combinações de investimentos):

Figura 2

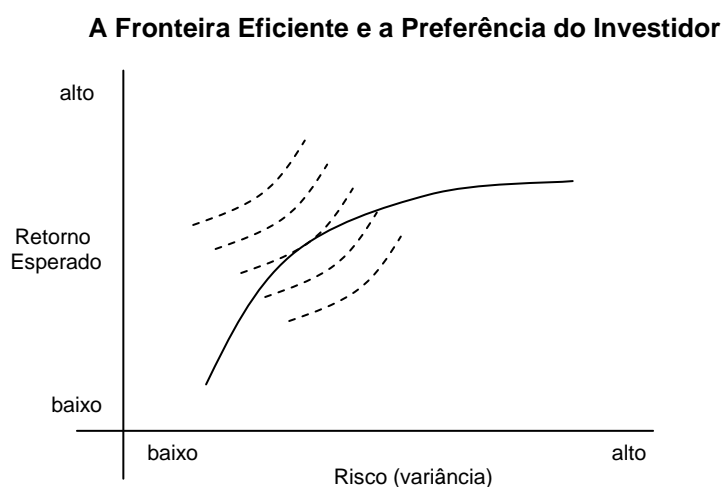


A pergunta básica a partir deste gráfico é: como o indivíduo escolhe entre estas possíveis combinações de investimentos? Se o investidor é racional, escolherá investimentos que proporcionem o maior retorno possível para um determinado nível de risco ou então aqueles que apresentem o menor risco dado um mesmo retorno. Estes investimentos compõem uma carteira que é chamada de *eficiente*. A curva desenhada na figura 2 é então chamada de *fronteira eficiente*. O posicionamento na fronteira dependerá do apetite do investidor por correr ou não determinado nível de risco. Um investidor com alta aversão a risco vai aceitar obter um menor retorno de seus investimentos para ter mais certeza deste retorno, enquanto um investidor que aceite tomar mais risco será premiado com um retorno maior. O *trade-off* risco-retorno de cada investidor pode ser representado

graficamente usando este conceito de fronteira eficiente (não existem ativos a noroeste da fronteira). Este nome foi dado justamente por que a linha representa o limite das combinações prováveis de riscos e retornos.

Cada curva na figura 3 abaixo mostra uma série de combinações de risco e retorno que igualmente satisfazem cada investidor. Quanto maior esta curva de utilidade, maior sua satisfação. O objetivo do investidor seria encontrar um investimento, ou *portfolio*, que trouxesse o maior grau de satisfação – o que estiver mais à esquerda e mais acima possível. O melhor que vai conseguir é um investimento cuja curva de utilidade toque (seja tangente) a fronteira eficiente. Existem investimentos em curvas de utilidade mais abaixo, mas estes não dariam ao investidor tanta utilidade (satisfação) quanto ao investimento na fronteira.

Figura 3



Para determinar o ponto de cada investimento ou carteira de investimentos no gráfico exposto na figura 3, precisaríamos estimar retornos futuros e sua respectiva variância, além da covariância entre eles. Conforme o tamanho do *portfolio*, seria necessário um grande número de cálculos, o que torna o modelo pouco operacional. Esta necessidade de cálculos não é o único obstáculo a ser vencido no modelo de Markowitz. Antes de estabelecer as correlações, teríamos que imaginar todos os cenários de combinações possíveis para chegar em um número a ser utilizado no modelo. Qualquer quantidade de cálculos inferior a todas as possíveis combinações estaria levando-nos a um erro nos coeficientes de correlação. A complexidade de

viabilizar o modelo de Markowitz fez com que não fosse muito utilizada por praticantes do mercado. Entretanto, sua lógica estimulou a criatividade de outros pesquisadores em busca de uma simplificação que fosse viável e, ao mesmo tempo, válida<sup>1</sup>.

A adaptação mais amplamente utilizada foi o *Capital Asset Pricing Model* (“CAPM”), de William Sharpe (1964), que lhe rendeu um prêmio Nobel de Economia em 1991, juntamente com Harry Markowitz e Merton Miller.

O *Capital Asset Pricing Model* tem como principais premissas que:

- 1 – Não há impostos ou custos de transação;
- 2 – Todos os investidores têm horizontes de investimentos idênticos;
- 3 – Todos os investidores têm as mesmas expectativas quanto a retorno, volatilidades e correlações dos investimentos disponíveis.

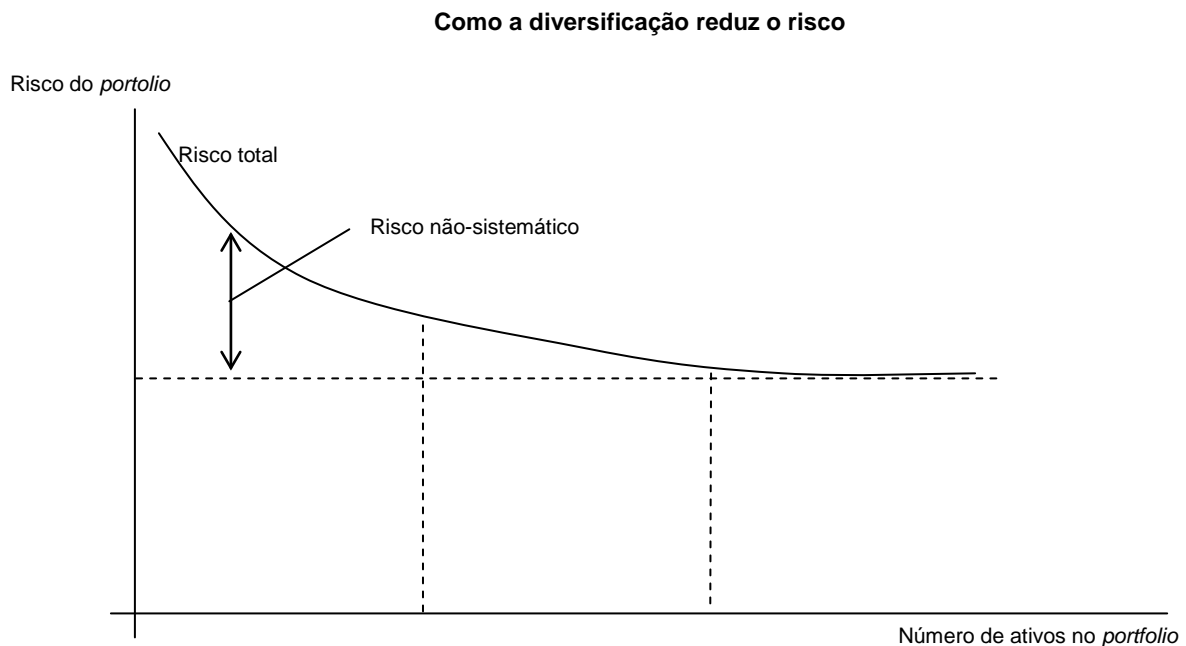
Para Sharpe (1964), a rentabilidade esperada de um ativo é afetada por dois tipos de riscos: um risco que lhe é próprio, ou “específico”, do qual dependem as características específicas da empresa, ou seja, da natureza de sua atividade produtiva, tais como a competência de sua gestão e seu grau de solvência financeira; e um segundo tipo de risco, chamado de sistemático ou de mercado, que não depende das características individuais do ativo, mas de outros fatores que incidem sobre o comportamento dos preços de todos os ativos. O primeiro se denomina “risco diversificável” ou “não sistemático” e o segundo, como “risco não diversificável” ou “sistemático”, sendo este último desta natureza por causa da correlação que existe entre a rentabilidade de um ativo e a rentabilidade dos outros títulos do mercado.

---

<sup>1</sup> O modelo de Sharpe para a adaptação de Markowitz foi publicado no seu artigo *A Simplified Model of Portfolio Analysis* *Management Science*, 9 (Janeiro de 1963) p. 227-9. Trabalho semelhante foi também desenvolvido por Lintner (1965) e Mossin (1966).

À medida que a carteira recebe mais ativos, o investidor fica com uma exposição mais relacionada ao risco de mercado e menos ligada às peculiaridades não-sistemáticas dos ativos individuais (ver figura 4 a seguir). De acordo com o CAPM, o mercado premia investidores por tomar o risco sistemático, mas não por estar exposto ao risco específico, pelo fato de este último ser diversificável. No limite, se um investidor detivesse uma carteira com número de ativos igual ao total de ativos do mercado, estaria cem por cento eliminando o risco específico. Neste “mundo simplificado”, com as premissas-chave do modelo, o *portfolio* mais eficiente seria o “*portfolio* de mercado”. Todos os investidores poderiam deter esta carteira, alavancando-se a uma taxa que seria referente a um ativo livre de risco (“*risk-free*”).

Figura 4



O CAPM define o risco sistemático como sendo a covariância dos retornos dos ativos com os retornos do mercado. Qualquer outra variabilidade seria diversificável através de uma formação de uma carteira diversificada, como visto anteriormente. Investidores que escolhessem ser menos do que totalmente diversificados não seriam premiados pelo risco total de sua posição, de acordo com

este modelo, gerando um incentivo para diversificação em um cenário onde os preços sejam precificados em um valor justo. O risco que pode ser eliminado é chamado de risco não-sistemático ou risco extra-mercado porque acontece em decorrência de ações específicas na gestão das firmas e é de difícil previsibilidade. Já quanto aos riscos que não são diversificáveis, estes são chamados de sistemáticos, pois são causados por mudanças sócio-econômicas ou políticas que afetem o retorno de todos os ativos. Ações com uma exposição a riscos sistemáticos maior do que a média de mercado serão precificadas de tal forma que se esperam retornos maiores de seus resultados.

O CAPM chama este risco sistemático de  $\beta$  (Como o mercado é a média, seu beta é 1,0. A fórmula do beta é a seguinte:

$$\beta = \frac{\text{cov}\left(\tilde{R}_m, \tilde{R}_j\right)}{\text{var}\left(\tilde{R}_m\right)} \quad (1)$$

, onde

$R_m$  = retornos esperados do *portfolio* de mercado  
 $R_j$  = retornos esperados de um determinado investimento  
 $\text{Cov } R_m, R_j$  = covariância entre os retornos de m e j  
 $\sim$  = projeção futura

De acordo com o beta, os ativos seriam classificados em três grandes grupos ou categorias:

- 1- Ativos pouco voláteis ou “defensivos”, cujo beta seja inferior a 1 (um);
- 2- Ativos muito voláteis ou “agressivos”, que são aqueles cujo beta seja superior 1 (um);



3- Ativos de volatilidade neutra, cujo beta seja igual a 1 (um).

No CAPM, o beta para um *portfolio* é a média ponderada dos betas para cada um dos ativos desta carteira, assim como o retorno é a média ponderada dos retornos esperados de cada um dos ativos.  $R_f$  é o retorno mínimo que qualquer investidor esperaria de um ativo. Para ativos com risco, o investidor demanda um prêmio adicional por este risco, conhecido por prêmio de risco. Portanto, a fórmula para determinar os retornos esperados de um ativo ou *portfolio* específico é:

$$\tilde{R}_j = \tilde{R}_f + \tilde{\beta}_j \left( \tilde{R}_m - \tilde{R}_f \right) \quad (2)$$

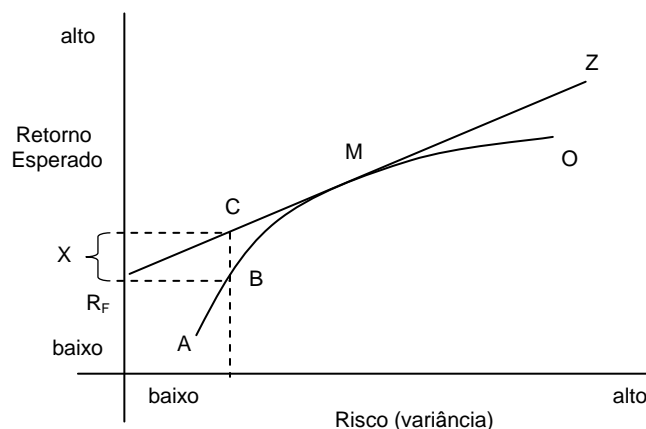
, onde

- $R_j$  = retorno do ativo ou *portfolio*  
 $R_f$  = retorno do ativo livre de risco (risk-free)  
 $R_m$  = retorno do mercado  
 $\beta_j$  = volatilidade do ativo ou *portfolio* em relação ao mercado m  
 $\sim$  = previsão futura.

Esta equação determinaria a Linha de Mercado de Capitais (LMC), como demonstrada na figura abaixo.

Figura 5

#### A Linha do Mercado de Capitais (LMC)



A linha da fronteira eficiente da MPT de Markowitz é representada na curva AO. Com o ativo livre de risco ( $R_F$ ), pode-se criar uma linha que é representada por  $R_FZ$ . Os *portfolios* (a não ser pelo *portfolio* de mercado) ou ativos que estejam nesta linha reta dão um retorno maior pelo mesmo risco, ou oferecem menos risco para um mesmo nível de retorno do que aqueles da fronteira eficiente anterior.  $R_FZ$  representa a nova fronteira eficiente, ou a linha do mercado de capitais (LMC). Um investidor avesso a risco que tenha escolhido o ponto B da fronteira eficiente anterior poderia obter mais retorno como mesmo nível de risco migrando para o ponto C. Para obter este retorno, basta que ele compre porções do *portfolio* de mercado, M e do ativo livre de risco,  $R_F$ , numa combinação que fosse de encontro ao seu grau de tolerância a risco. Um investidor que suporte estar mais exposto ao risco adquiriria uma porção grande de M.

O CAPM assume explicitamente que os investidores seguem as prescrições da MPT de Markowitz (1952). Ademais, incorpora premissas sobre as funções de utilidade dos investidores e assume que existe um mercado com um grande número de participantes, cada um dos quais tem o mesmo conjunto de informações. Um conceito-chave que se deve a Markowitz (1952) se deve à eficiência do *portfolio*. No contexto de um *portfolio*, o mesmo pode ser dito como eficiente quando é ótimo para um investidor com alguma tolerância a risco (o que seria o caso da carteira de mercado).

As principais implicações do CAPM (Sharpe, 1990) são as seguintes:

- 1 – O *portfolio* de mercado será sempre eficiente;
- 2 – Todos os *portfolios* eficientes serão equivalentes ao investimento no *portfolio* de mercado;
- 3 – Haverá uma relação linear entre o retorno esperado e o beta.

Existem diversas aplicações a partir destas relações, que vão além da identificação de estratégias de carteiras de investimentos por parte dos investidores (que podem fazê-lo individualmente, ou através de fundos mútuos e/ou outros veículos

institucionais). Por exemplo, tomadores de decisão que investem em projetos podem utilizar o conceito da Linha de Mercado de Capitais (“LMC”) para determinar o retorno desejado de um projeto, ao compará-lo com retornos esperados similares aos de empresas que estejam no mercado de capitais, com betas semelhantes. Sharpe (1990) ainda aponta que, no mundo sem fricções do CAPM, cada investidor escolhe um *portfolio* que maximiza sua própria utilidade, o que leva a uma distribuição eficiente do risco na economia, dada a distribuição de riqueza entre os investidores.

### 3 - O efeito da diversificação quanto à quantidade de ativos

Desde o estabelecimento da teoria proposta por Sharpe (1964), pesquisadores como Evans e Archer (1968) e Elton e Gruber (1977) têm se dedicado a estudos sobre o número de ativos e a observar como a quantidade deles na carteira afeta o risco associado a seus retornos. Evans e Archer estudaram o grau de redução de variação nos retornos que é alcançada em *portfolios* aleatoriamente selecionados, em função do número de ativos presentes, do ponto de vista dos custos de transação envolvidos.

Como já foi dito anteriormente, o efeito incremental da redução de risco com a introdução de um novo ativo na carteira pode ser muito pequeno, dependendo do número de ativos já presente. Para entender este efeito, precisamos começar pelo cálculo de retorno do *portfolio*. Este retorno é uma média ponderada dos retornos dos ativos individuais. Vamos utilizar o caminho proposto por Elton e Gruber (1977 e 1995). O valor esperado dos retornos ( $R_p$ ) será a soma destes retornos esperados individuais ( $R_i$ ) ponderada pelo peso dos ativos na carteira ( $X_i$ ).

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i \quad (3)$$

Já a variância do *portfolio*  $P$ , designada por  $\sigma_p^2$ , é o valor esperado dos desvios padrão dos retornos do *portfolio* em relação ao retorno médio, ou  $\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2$ . Substituindo nesta expressão a fórmula para retorno do *portfolio* e a média dos retornos para uma carteira de dois ativos, teríamos

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 = E[X_1 R_{1j} + X_2 R_{2j} - (X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2)]^2 = E[X_1 (R_{1j} - \bar{R}_1) + X_2 (R_{2j} - \bar{R}_2)]^2 \quad (4)$$

Trabalhando a segunda esta última expressão como uma equação do segundo grau, temos:

$$\sigma_p^2 = E\left[X_1^2(R_{1j} - \bar{R}_1)^2 + 2X_1X_2(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2) + X_2^2(R_{2j} - \bar{R}_2)^2\right] \quad (5)$$

De outra forma, pode-se ler também que  $\sigma_p^2$  é:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= X_1^2 E\left[(R_{1j} - \bar{R}_1)^2\right] + 2X_1X_2 E\left[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)\right] + X_2^2 E\left[(R_{2j} - \bar{R}_2)^2\right] \\ &= X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_1X_2 E\left[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)\right] + X_2^2 \sigma_2^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$E\left[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)\right]$  é a covariância e pode também ser designada como  $\sigma_{12}$ . Assim podemos ter:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1X_2 \sigma_{12} \quad (7)$$

Esta fórmula poderia ser estendida para qualquer tamanho de *portfolio*, sendo que a primeira parte seria sempre representada por

$$\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 \quad (8)$$

e a segunda parte, por

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq j}}^N X_j X_k \sigma_{jk} \quad (9)$$

Unindo as partes da variância e da covariância, a expressão geral para a variância do *portfolio* fica

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq j}}^N X_j X_k \sigma_{jk} \quad (10)$$

Caso todos os ativos sejam independentes e a covariância entre eles seja zero,  $\sigma_{jk} = 0$  e a fórmula se torna

$$\sum_{j=1}^N X_j^2 \sigma_j^2 \quad (11)$$

Agora, retomando nossa questão a respeito da quantidade dos ativos, se um montante igual de cada ativo for investido numa carteira com  $N$  ativos, a proporção investida em cada ativo se torna  $1/N$ . Aplicando esta proporção à fórmula, temos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N (1/N)^2 \sigma_j^2 = 1/N \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_j^2}{N} \quad (12)$$

Elton e Gruber lembram que, na maioria dos mercados, a covariância entre ativos é positiva. Nestes casos, o risco do *portfolio* não consegue ir até zero, mas pode ser bem menor que a variância única de um ativo. Aplicando a proporção  $1/N$  acima na fórmula de variância do *portfolio* com covariância positiva, temos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N (1/N)^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq j}}^N (1/N)(1/N) \sigma_{jk} \quad (13)$$

Aplicando o fator  $(1/N)$  no primeiro termo e  $(N-1)/N$  no segundo chegamos a:

$$\sigma_p^2 = (1/N) \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\sigma_j^2}{N} \right] + \frac{(N-1)}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq j}}^N \left[ \frac{\sigma_{jk}}{N(N-1)} \right] \quad (14)$$

Sendo os termos em chaves médias (o segundo termo em chaves tem de ser  $N(N-1)$  porque  $k$  deve ser diferente de  $j$ ). Substituindo estes termos, que são somas, pelas médias, a equação fica:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}_j^2 + \frac{N-1}{N} \bar{\sigma}_{jk} \quad \text{ou} \quad \sigma_p^2 = \frac{1}{N} (\bar{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}_{jk}) + \bar{\sigma}_{jk} \quad (15)$$

Nesta expressão pode-se ver o efeito de investir numa carteira de ativos, no de sentido de que a contribuição da variância de um ativo individual na variância do *portfolio* tende a zero quando  $N$  torna-se um número grande. Entretanto, a covariância tende a ir em direção à média, à medida que  $N$  cresce. O risco individual pode ser diversificado, o que não acontece quanto à contribuição para o risco total da carteira, causado pela covariância. Elton e Gruber crêem que uma medida de risco mais apropriada seja a variação em relação ao retorno esperado da população de ativos que esteja sendo especificamente estudada. Este risco, chamado de risco total, seria composto de duas partes, sendo a primeira a variância do retorno do *portfolio* composto de  $N$  ativos em relação ao retorno médio esperado e a segunda, a variação causada pela diferença entre o retorno esperado do *portfolio* e o retorno esperado para toda a população de ações do mercado analisado. A variância do retorno de um *portfolio* composto de  $N$  ativos em relação ao mercado seria:

$$\frac{1}{N} \bar{\sigma}_j^2 + \frac{N-1}{N} \bar{\sigma}_{jk} + \frac{1}{N} \left(1 - \frac{N-1}{M-1}\right) \bar{\sigma}_r^2, \quad (16)$$

onde  $\bar{\sigma}_r^2$  é a variância do retorno esperado do ativo em relação ao retorno esperado da população em consideração. À medida que  $N$  se aproxima de  $M$ , o segundo termo da equação faz com que o risco em relação à população tenha redução cada vez mais expressiva.

A capacidade de um investidor de formar carteiras diversificadas é uma condição necessária para garantir que somente o risco sistemático seja remunerado e que se esteja livre dos riscos específicos das firmas. O número de ativos na carteira pode chegar a um ponto tal que o acréscimo de risco que cada novo ativo representa seja muito baixo e o efeito da diversificação seja alcançado em um nível confortável para o investidor em termos de variância total. Por exemplo, Burton G. Malkiel (1999), no clássico “*A random walk down Wall Street*” argumenta que um *portfolio* que contivesse 20 empresas bem diversificadas já teria alcançado o benefício da diversificação. Alexander, Sharpe e Baily (2001) concluem que uma carteira com iguais proporções de 30 ativos terá um montante muito pequeno de

risco específico – o risco total será um pouco maior do que o montante de risco presente no mercado.

O objetivo da diversificação, conforme os teóricos da *Modern Portfolio Theory* e seus desdobramentos, é garantir a composição de uma carteira em como uma cesta que abrigue uma quantidade de ativos  $N$ , para ter a certeza de que retornos esperados não correlacionados estejam reunidos.

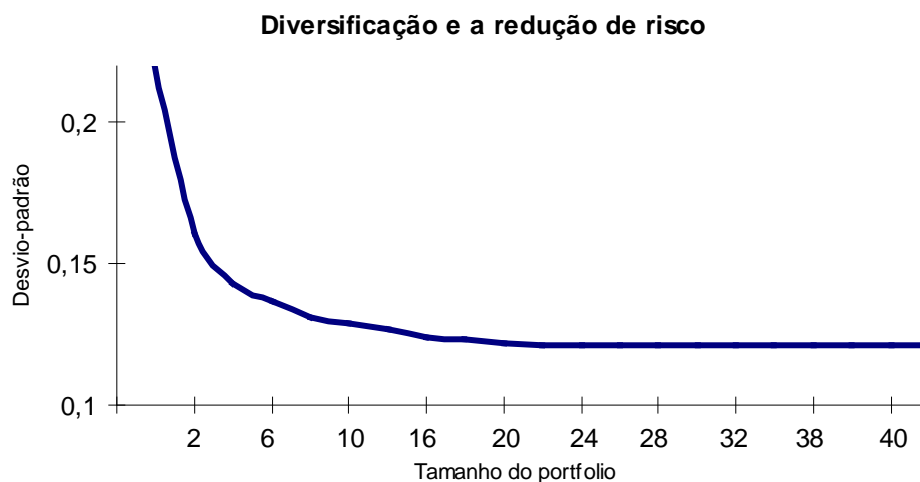
Apesar de estudos terem propostos algoritmos práticos, especialmente o de Sharpe, pouco se discutia a respeito do que seria necessário para atingir a eficácia da construção de *portfolios*, ou seja, em que extensão a diversificação já seria suficiente para obter a desejada redução no risco associado ao retorno esperado dos ativos.

Segundo Sharpe (1964), se a covariância entre os retornos surge somente como resultado de sua correlação como o retorno de mercado, quer dizer que a redução na variância de uma carteira através da diversificação deve ser totalmente uma função da redução da porção do risco não-sistemático. Portanto, se o número de ativos do *portfolio* se aproxima ao número de ativos do mercado, espera-se que a variância total da carteira deve ser aproximar do risco sistemático, ou do risco de mercado.

O primeiro estudo acerca do tamanho de *portfolio* foi desenvolvido por Evans e Archer (1968). Estes autores buscaram examinar em que proporção a variação dos retornos das carteiras poderia ser reduzida como uma função do número de ativos presentes. Mostraram o comportamento assintótico da curva, à medida que o número de ativos cresce. À época, chegaram na curva demonstrada na figura a seguir:



Figura 6



Fonte: Evans, J e Archer, S. *Diversification and the reduction of dispersion: an empirical analysis*. *The Journal of Finance*, 1968 (p. 765)

Os autores estudaram a maneira como o risco sistemático foi reduzido à medida que o número de ativos crescia. Conforme o número de ativos se aproximava o número de ativos do mercado, a dispersão em relação ao desvio padrão do *portfolio* estudado se aproximava de zero, já que, no limite, tendiam a ter o mesmo número de ações. Para Evans e Archer (1968), a relação observada na curva assintótica se aproximando do nível da variação sistemática do mercado os levou a crer que não haveria justificativa econômica em ter uma carteira com mais de 10 ativos.

Este estudo foi amplamente aceito e seu resultado, adotado por vários livros-texto subsequentes (Francis 1986, Gup 1983, Stevenson e Jennings 1984, Reilly 1985), que defendiam que, apesar de o CAPM requerer a compra do *portfolio* de mercado, um resultado muito próximo em termos de redução de risco poderia ser obtido com cerca de 10 ativos aleatoriamente selecionados. Da mesma forma, Elton e Gruber (1977) mostraram, como pode ser visto na tabela abaixo (Tabela 1), que 51% do desvio padrão poderia ser eliminado à medida que o *portfolio* fosse de 1 para 10 ativos. Aumentando o número de ativos para 30 eliminaria mais 2% do desvio-padrão.

Já um estudo mais recente de Statman (1987) nega a conclusão de Evans e Archer (1968) quanto à quantidade e estima que um *portfolio* bem diversificado deva ter um tamanho entre 30 e 40 ativos. Seu artigo traz uma discussão interessante acerca dos custos e benefícios da diversificação, utilizando o princípio econômico de custos marginais versus benefícios marginais. Por si, o fato de um *portfolio* de 10, 30 ou 100 ativos eliminar quase todo o risco sistemático não faz sentido. Nesta abordagem de Statman (1987), os custos de formar um *portfolio* são os custos de transação. Já o benefício se reflete na redução de risco dos retornos esperados da carteira. Mayshar (1979) usou abordagem semelhante para desenvolver um modelo que mostra que, na presença de custos de transação, o melhor caminho para a otimização seria a limitação do tamanho da carteira.

Tabela 1

Desvio padrão esperado dos retornos anuais do <i>Portfolio</i>	
Número de Ativos no <i>Portfolio</i>	Desvio Padrão esperado dos retornos anuais
1	49,236
2	37,358
4	29,687
6	26,643
8	24,983
10	23,932
12	23,204
14	22,670
16	22,261
18	21,939
20	21,677
25	21,196
30	20,870
35	20,634
40	20,456
45	20,316
50	20,203
75	19,860
100	19,686
200	19,423
300	19,336
400	19,292
450	19,277
500	19,265
600	19,247
700	19,233
800	19,224
900	19,217
1000	19,211
Infinito	19,158

Fonte: Elton, E. e Gruber, M. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 2ª edição. New York: John Wiley and Sons (1983), p. 35.

Ao longo do tempo, a diversificação tem sido um desafio cada vez maior para os investidores e outros autores afirmam que grandes *portfolios* podem ainda conter um percentual relevante de risco não-sistêmico. Estudos mais recentes (por exemplo, Campbell, Lettau, Malkiel e Xu, “CLMX”, 2001) apontam que o declínio na correlação média entre as ações e o aumento no risco específico ao longo do tempo tem aumentado o número de ativos necessários para que um *portfolio* seja bem diversificado. Esta evidência pode ser vista na reedição do mesmo livro de Malkiel citado no final do último capítulo deste presente trabalho, onde o autor eleva o número de ações para atingir a diversificação de 20 para 50 ativos. (Malkiel, 2003).

O recente estudo de Bennett e Sias (2006) mostra uma análise feita com *portfolios* construídos entre 10 e 4.000 ativos. Descobriram que mesmo com uma carteira tão grande como uma composta de 100 ações, analisando-se os números dos retornos de 1998 a 2002, foi obtido um desvio padrão de 7% em relação à exposição ao risco específico das firmas. A seguir relataremos como trabalhos recentes têm tratado esta presença cada vez maior do risco específico.

## 4 – Discussões acerca da volatilidade idiossincrática

O aumento do número de ativos necessários para se obter uma diversificação aceitável tem aumentado os debates sobre a porção do risco idiossincrático dos ativos na composição da carteira.

Considerado um dos principais artigos a respeito da presença do risco idiossincrático no retorno das ações, o trabalho de CLMX estudou a volatilidade do mercado no período de 1962 a 1997. Assim como Schwert (1989), que estudou também a volatilidade, mas no período de 1859 a 1987, não encontraram tendência significativa no nível de risco. A diferença no trabalho de CLMX foi a decomposição do risco em três partes: 1) o risco de mercado (MKT); 2) o risco da indústria (IND) e 3) o risco específico da firma (FIRM). Ao separar estas classes de risco e analisar seus dados separadamente, CLMX descobrem que a volatilidade específica da firma aumentou ao longo do período de 1962-1997, apesar do fato de o mercado de ações como um todo não ter se tornado mais volátil. Este artigo trouxe a reflexão de que um modelo de precificação baseado em volatilidade de mercado possa ter pouca capacidade explicativa para analisar os ativos.

Em seu modelo, assumindo que o efeito indústria seja representado por  $i$  e o efeito individual da firma seja representado por  $j$ , o retorno em excesso da firma  $j$  que pertence à indústria  $i$  no período  $t$  é denominado  $R_{jit}$ . Este retorno é considerado como o retorno acima de um ativo livre de risco como o *Treasury Bill*. O peso da firma  $j$  na indústria  $i$  é descrito como  $w_{jit}$ , portanto o retorno incremental da indústria  $i$  no período  $t$  é dado por  $R_{it} = \sum_{j \in i} w_{jit} R_{jit}$ . O peso da indústria no mercado é chamado de  $w_{it}$  e o retorno incremental sobre o de mercado será  $R_{mt} = \sum_i w_{it} R_{it}$ . Decompondo os retornos em retorno da indústria e da firma, os autores inspiram-se no modelo CAPM, modificando-o para efeitos de implementação empírica na análise histórica, assumindo que o intercepto seja zero nas equações:

$$R_{it} = \beta_{im} R_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it} \text{ para o retorno da indústria e} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
R_{jit} &= \beta_{ji} R_{it} + \tilde{\eta}_{jit} \\
R_{jit} &= \beta_{ji} \beta_{im} R_{mt} + \beta_{ji} \tilde{\varepsilon}_{it} \tilde{\eta}_{jit}
\end{aligned} \tag{18}$$

para o retorno específico da firma.

Na equação (19),  $\beta_{im}$  representa o beta para a indústria  $i$  em relação ao retorno de mercado e  $\tilde{\varepsilon}_{it}$ , o resíduo da indústria específica. Já na equação (18),  $\beta_{ji}$  representa o beta da firma  $j$  em relação à indústria e  $\tilde{\eta}_{jit}$ , o resíduo de retorno da firma. Os autores reconhecem que o beta individual por firma é de difícil estimação e instáveis por natureza. Por esta razão, optaram por simplificar o modelo sem os betas específicos da firma, trabalhando as variâncias da seguinte forma:

$$\text{Assumindo } R_{it} = R_{mt} + \tilde{\varepsilon}_{it} \tag{19}$$

e comparando à equação (19), temos:

$$\varepsilon_{it} = \tilde{\varepsilon}_{it} + (\beta_{im} - 1)R_{mt} \tag{20}$$

Decompondo a variância e a covariância entre os termos, se obtém:

$$\begin{aligned}
\sigma_{R_{it}}^2 &= \sigma_{R_{mt}}^2 + \sigma_{\varepsilon_{it}}^2 + 2\sigma_{R_{mt}, \varepsilon_{it}} \\
\sigma_{R_{it}}^2 &= \sigma_{R_{mt}}^2 + \sigma_{\varepsilon_{it}}^2 + 2(\beta_{im} - 1)\sigma_{R_{mt}}^2
\end{aligned} \tag{21}$$

Mas quando se faz uma média ponderada das variâncias entre as indústrias não se encontra mais a covariância que estava presente no retorno de uma indústria individual.

$$\begin{aligned}
\sum_i w_{it} \sigma_{R_{it}}^2 &= \sigma_{R_{mt}}^2 + \sum_i w_{it} \sigma_{\varepsilon_{it}}^2 \\
\sum_i w_{it} \sigma_{R_{it}}^2 &= \sigma_{mt}^2 + \sigma_{\varepsilon t}^2
\end{aligned} , \text{ onde} \tag{22}$$

$$\sigma_{mt}^2 \equiv \sigma_{R_{mt}}^2 \text{ e } \sigma_{\varepsilon t}^2 \equiv \sum_i w_{it} \sigma_{\varepsilon_{it}}^2.$$

O beta de todas as indústrias do mercado juntas é igual a 1, portanto o beta sai desta equação e não será mais necessária qualquer estimativa de betas.

Os autores seguem o mesmo caminho para os retornos específicos em relação às firmas, começando com o retorno por:

$$R_{jit} = R_{it} + \eta_{jit}, \text{ onde } \eta_{jit} \text{ é definido como} \quad (23)$$

$$\eta_{it} = \tilde{\eta}_{it} + (\beta_{im} - 1)R_{mt} \quad (24)$$

e a variância do retorno da firma,

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{jit}}^2 &= \sigma_{R_{it}}^2 + \sigma_{\eta_{jit}}^2 + 2\sigma_{R_{it}, \eta_{jit}} \\ \sigma_{R_{jit}}^2 &= \sigma_{R_{it}}^2 + \sigma_{\eta_{jit}}^2 + 2(\beta_{ji} - 1)\sigma_{R_{it}}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

e a média ponderada das variâncias da firma na indústria  $i$ ,

$$\sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{R_{jit}}^2 = \sigma_{R_{it}}^2 + \sigma_{\eta_{it}}^2, \text{ onde} \quad (26)$$

$$\sigma_{\eta_{it}}^2 \equiv \sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{\eta_{jit}}^2 \text{ é a média ponderada da volatilidade da firma na indústria } i.$$

Computando a média ponderada entre indústrias, usando a equação (22), novamente se tem uma decomposição da variância sem o beta:

$$\begin{aligned} \sum_i w_{it} \sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{R_{jit}}^2 &= \sum_i w_{it} \sigma_{R_{it}}^2 + \sum_i w_{it} \sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{\eta_{jit}}^2 \\ &= \sigma_{R_{mt}}^2 + \sum_i w_{it} \sigma_{\varepsilon_{it}}^2 + \sum_i w_{it} \sigma_{\eta_{it}}^2 \\ &= \sigma_{mt}^2 + \sigma_{\varepsilon_t}^2 + \sigma_{\eta_t}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

Onde  $\sigma_{\eta_t}^2 \equiv \sum_i w_{it} \sigma_{\eta_{it}}^2 = \sum_i w_{it} \sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{\eta_{jit}}^2$  é a média ponderada da volatilidade relacionada à firma entre todas as firmas. Ao analisar a variância, verifica-se a variância como:

$$\sigma_{\varepsilon t}^2 = \tilde{\sigma}_{\varepsilon t}^2 + CSV_t(\beta_{im}) \sigma_{mt}^2 \quad (28)$$

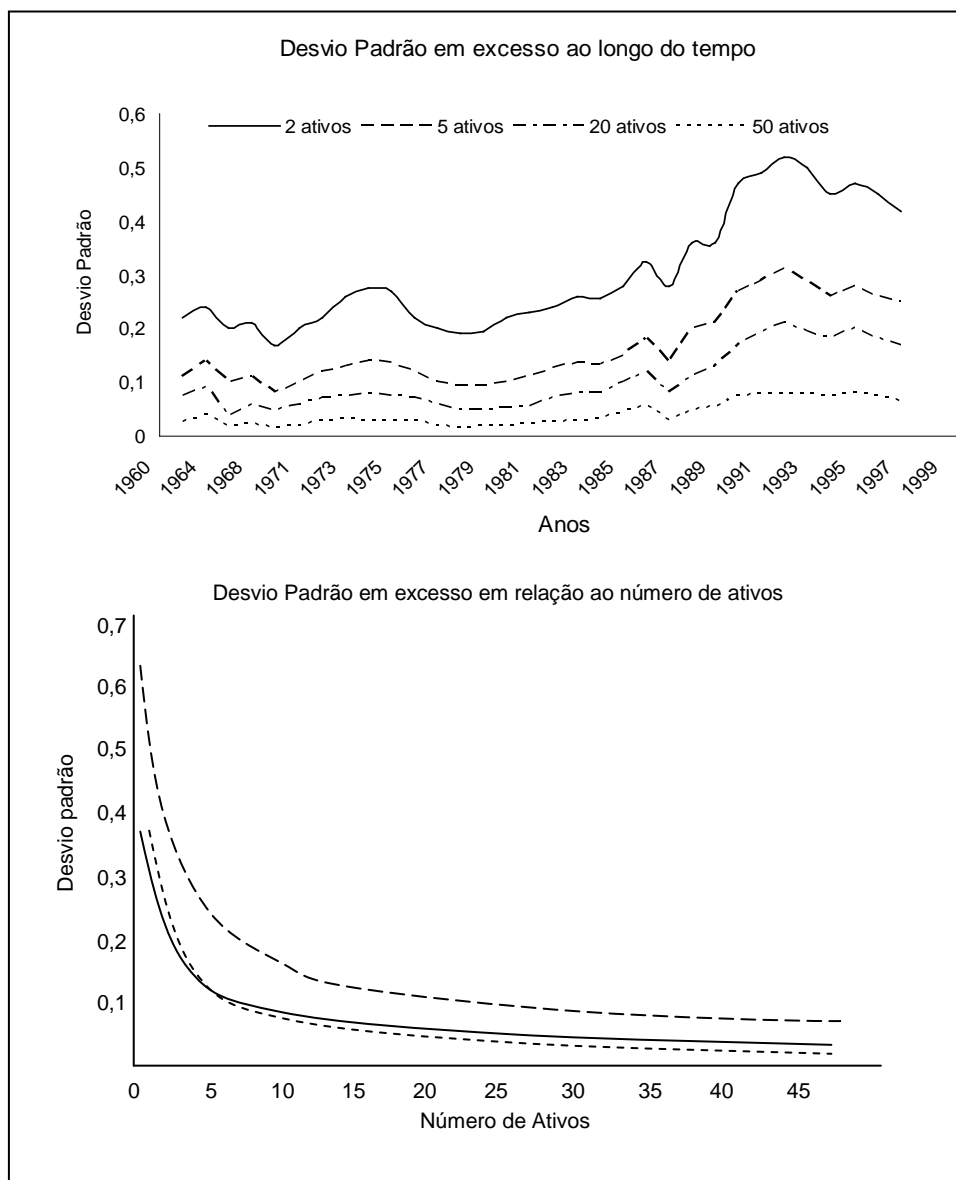
Onde  $\sigma_{\eta_t}^2 \equiv \sum_i w_{it} \sum_{j \in i} w_{jit} \sigma_{\eta_{jit}}^2$ ,  $CSV_t(\beta_{im}) \equiv \sum_i w_{it} \sum_j w_{jit} (\beta_{jm} - 1)^2$  é a variância de corte-seccional dos betas da firma no mercado contra todas as firmas em todas as indústrias, e  $CSV_t(\beta_{ji}) \equiv \sum_i w_{it} \sum_j w_{jit} (\beta_{ji} - 1)^2$ , a variância de corte-seccional dos betas da firma nos choques de indústria contra todas as firmas em todas as indústrias.

Toda esta decomposição para nós é importante porque ela ajuda a explicar o porquê de a volatilidade percebida no mercado tem aumentado. A partir desta formalização, CLMX estudaram uma série de dados desde 1962 até 1997 e descobriram que, na verdade, tem havido um aumento no risco específico da firma (FIRM). Suavizando os efeitos do *crash* do petróleo em 87, na sua análise notaram que, no total, a volatilidade de todo o mercado não mudou substancialmente, mas a parte referente à firma (FIRM) no total da volatilidade foi de 65% para 76%, enquanto a parte referente ao mercado (MKT) foi de 20% para 14% e a referente à indústria, caiu de 15% para 10%.

Na figura a seguir, podemos ver o resultado desta conclusão de acordo com estes autores, em nível de desvio-padrão em relação ao tempo e em relação ao número de ativos. Os autores selecionaram carteiras aleatoriamente para ilustrar *portfolios* de 2, 5, 20 e 50 ações e seus desvios padrão acima daquele observado no índice de mercado. Observando esta figura, há um pequeno aumento no *portfolio* de 50 ações, mas um aumento significativo nos *portfolios* menores.



Figura 7



Fonte: CLMX (2001). No primeiro gráfico, as linhas representam: portfolio de 2 ativos (linha sólida), portfolio de 5 ativos (primeira linha tracejada), portfolio de 20 ativos (segunda linha tracejada) e portfolio de 50 ativos (terceira linha tracejada). No segundo, é mostrado o desvio-padrão nos períodos de 1963 – 1973 (linha sólida), 1974 – 1985 (linha tracejada inferior) e 1986 – 1997 (linha tracejada superior).

Na parte de baixo do gráfico, vemos o que já foi mencionado no capítulo anterior, que no último período analisado, que engloba o final dos anos 80 e parte dos anos 90, para obter o mesmo nível de volatilidade do passado, já era necessário um *portfolio* de 50 ações.

Mesmo confirmando o crescimento da volatilidade específica, principalmente nas décadas de 1980 e 1990, uma medida diferente foi utilizada por Xu e Malkiel

(2003). Adotando perspectiva diferente de CLMX, dividiu o risco em dois componentes: volatilidade sistemática e volatilidade idiossincrática. Estes autores estudam as similaridades e as diferenças entre a abordagem indireta de CLMX e a abordagem direta, utilizando o modelo de três fatores de Fama e French (1993) para decompor a volatilidade total.

Enquanto a metodologia proposta por CLMX para estimar a volatilidade idiossincrática é de decomposição indireta, ou seja, é dependente de um modelo em que a volatilidade saia por resíduo, Xu e Malkiel (2003) utilizam os três fatores como sendo: 1) Retorno de Mercado ( $R^M$ ); 2) Retorno de acordo como tamanho da empresa ( $R^{SMB}$ ) e 3) uma *proxy* de retorno *book-to-market* ( $R^{HML}$ ). Os autores consideram esta abordagem mais eficaz para explicar os retornos do que o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Adequando o modelo para ativos individuais teríamos:

$$R_{i,t} = \beta_i^M R_t^M + \beta_i^{SMB} R_t^{SMB} + \beta_i^{HML} R_t^{HML} + r_{i,t} \quad (29)$$

Neste caso, a volatilidade condicional agregada seria estimada como:

$$\sigma_{i,t}^2 = \sum_{i=1}^N w_i \text{Var}(r_{i,t}) \quad (30)$$

Os autores utilizam tanto o método indireto como este direto para concluir, a partir da análise dos dados dos retornos pós-2ª Guerra, que existe uma tendência positiva no crescimento da variância idiossincrática.

Xu e Malkiel (2003) investigaram, com a base de dados mencionada, as volatilidades das ações mais voláteis para perceber que as ações mais voláteis mostraram uma variação muito superior à do índice. Por exemplo, a volatilidade média das 20 ações mais arriscadas é 40 vezes superior à do índice nos anos 90 (vide tabela a seguir)

Tabela 2

Volatilidade	Anos 60	Anos 70	Anos 80	Anos 90
Mercado	0,48	0,75	0,82	0,70
Ações mais voláteis				
Top 20	10,6	13,2	19,4	28,2
Top 50	8,63	11,1	16,1	24,3
Top 10%	5,70	6,47	8,00	11,4
Top 27%	4,25	4,86	5,75	8,09

*Adaptado de XU, Y. e MALKIEL, B.G. Investigating the behavior of idiosyncratic volatility. Journal of Business (2003) p. 613 - 644*

Na tabela acima, vemos que a volatilidade das 20 ações mais arriscadas na década de 90 é quase 3 vezes superior à volatilidade presente nos anos 60.

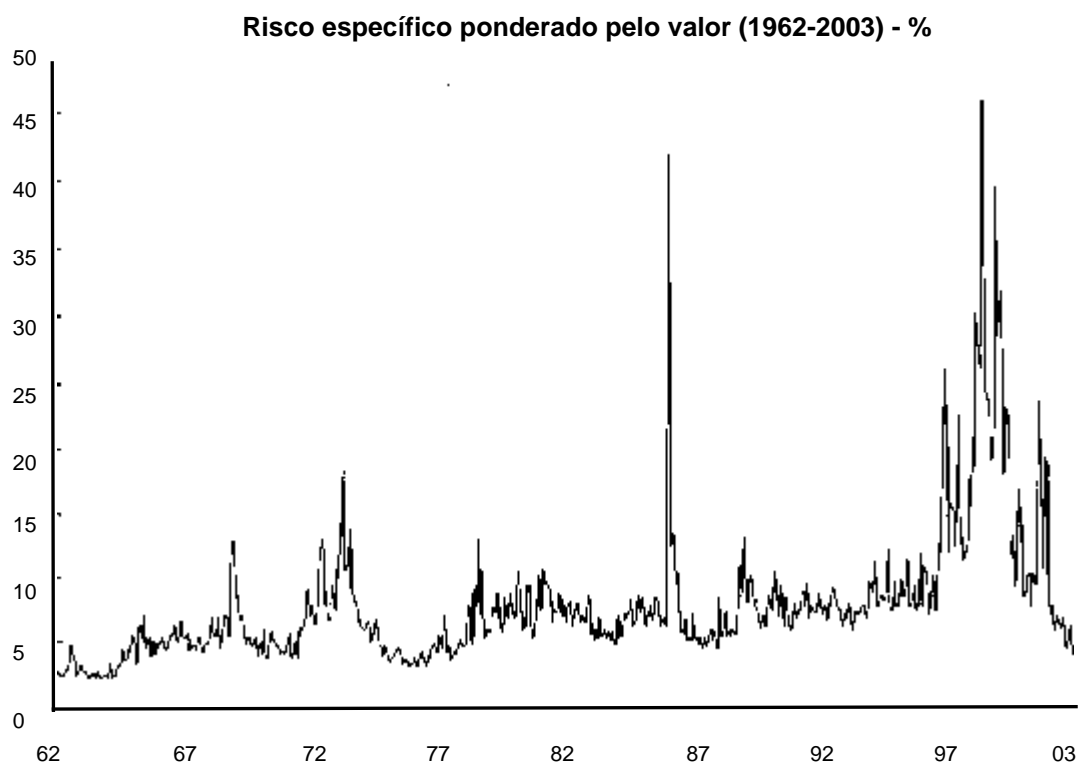
Goyal e Santa-Clara (2003), em seu artigo *Idiosyncratic Risk Matters!*, apresentam um argumento que vai de encontro ao modelo tradicional do *Capital Asset Pricing Model*, o CAPM. Estudaram retornos médio das ações (acima do retorno de mercado) presentes nas bolsas NYSE, Amex e Nasdaq, observando uma série histórica no período de 1963 a 1999, numa metodologia similar à de CLMX. Apesar de o CAPM ser baseado, como vimos, na variância de mercado, neste estudo a evidência estudada mostrou que o mesmo não é suficiente para explicar os retornos. Seus testes indicaram que existe uma relação positiva entre a variância média das ações e o retorno de mercado. Uma vez que o risco médio da ação é em grande parte direcionado pelo risco idiossincrático, os resultados são diferentes do que indica a maioria dos modelos que determinam que somente o risco sistemático deveria afetar os retornos.

Este último artigo, no entanto, tem sido criticado, tanto que foi objeto de questionamento no mesmo periódico em que havia sido publicado, o *The Journal of Finance*, por parte de Bali, Cakici, Yan e Zhang (2005, "BCYZ"), que publicaram com o título *Does Idiosyncratic Risk Really Matter?* Estes autores lembram que CLMX foi importante para a discussão do risco idiossincrático, mas não tinham a intenção

de prever retornos de mercado. No entanto, questionam Goyal e Santa Clara (2003), no exercício de propor uma nova abordagem para testar a importância do risco específico na previsão dos retornos do mercado de ações de forma agregada. Dizem que os resultados extraídos então a partir dos dados empíricos não se confirmam se a série temporal for ampliada para 2001 e que também não repetem seu resultado se o peso relativo das ações for utilizado. Ao utilizar a média e no período de tempo até 1999, BCYZ, também levantam que os dados de Goyal e Santa-Clara (2003) foram fortemente influenciados pelas ações de pequeno porte da Nasdaq. Rodaram novamente os testes e ao excluir as ações de porte mínimo, praticamente nenhuma liquidez e baixo preço unitário negociadas nas bolsas NYSE, AMEX e Nasdaq e não encontraram evidência de qualquer ligação entre as medidas de risco e os retornos futuros do mercado, isto tanto no período mais curto, como no período estendido.

Já Benett e Sias (2006b) registram que o risco específico das firmas cresceu bastante entre 1962 e 1999 no mercado americano, atingiu um pico em 2000, mas apresentou declínio entre 2000 e 2003 (ver figura abaixo).

Figura 8



Fonte: Bennett e Sias: *Why Company-Specific Risk Changes over Time*. *Financial Analysts Journal*, September/October 2006, p. 91

Bennett e Sias (2006b) crêem que, apesar de a maioria dos trabalhos publicados sugerirem que mudanças no risco específico das firmas seriam uma mudança de fundamentos do mercado, estas mudanças poderiam na verdade ser reflexo de mudanças na composição das ações utilizadas para estimar o risco idiossincrático total. Seus testes empíricos suportaram suas hipóteses: Mudanças na importância relativa de ações mais arriscadas e mudanças no peso relativo de empresas menores podem afetar a percepção da presença do risco idiossincrático historicamente. Este trabalho recomenda que os investidores possam controlar sua exposição as variações temporais do risco idiossincrático selecionando seus ativos entre diferentes setores e tipos de empresa.

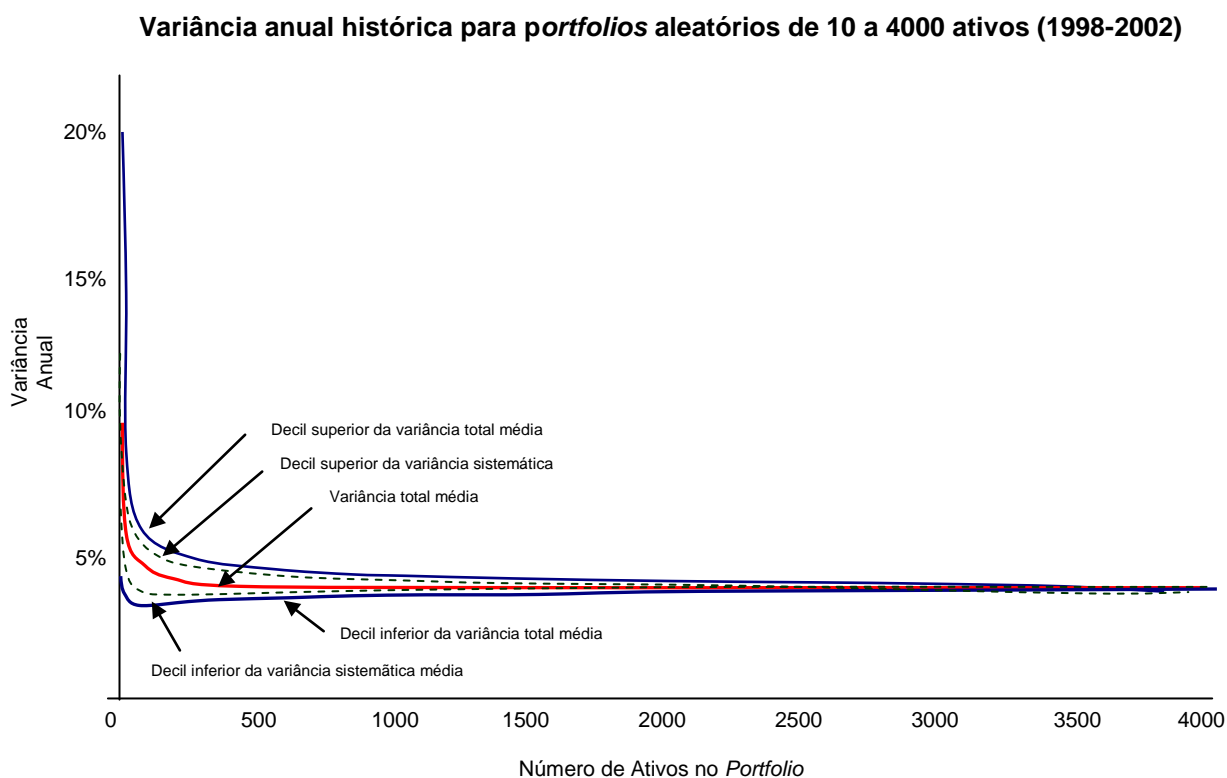
Os artigos que trabalham com a metodologia de série histórica tem sido bastante questionados, até porque, como vimos, seu argumento de crescente exposição idiossincrática pode ser questionado pelo fato de ter havido uma recente queda nos anos mais recentes. Entretanto, também encontramos na literatura grande debate utilizando outra metodologia, a do corte-seccional do retorno das ações. Malkiel e Xu (1997 e 2001) mostram a evidência do risco idiossincrático utilizando este método (assim como Bessembinder 1992). Bennett e Sias (2006) também utilizaram o corte-seccional, e chegaram à conclusão de que mesmo um *portfolio* de 50 ações selecionadas aleatoriamente não seria suficiente para eliminar a exposição do investido ao risco de um choque idiossincrático. Os autores analisaram carteiras selecionadas aleatoriamente, de N=10 até N=4000. Isolaram também o componente da firma, mas trataram todo o restante na denominação de risco sistemático. Com a abordagem do corte-seccional, analisaram a dispersão dos retornos em cada ponto do tempo. Em seus testes, descobrem que:

1) o fato de que um *portfolio* de 50 ativos selecionados aleatoriamente elimine 98% do risco específico não garante que cada *portfolio* de 50 ativos tenha a mesma performance e

2) o restante de risco não necessariamente se torna desprezível.

Abaixo, na próxima figura, vemos que os autores estudaram a variância na série histórica para *portfolios* de tamanhos diferentes. Os autores afirmam que seria um perigo para a análise assumir a linha mais grossa do gráfico (variância média total), por causa destes dois fatores há pouco mencionados. Utilizando um *portfolio* selecionado aleatoriamente, a variância pode ser bem diferente da média.

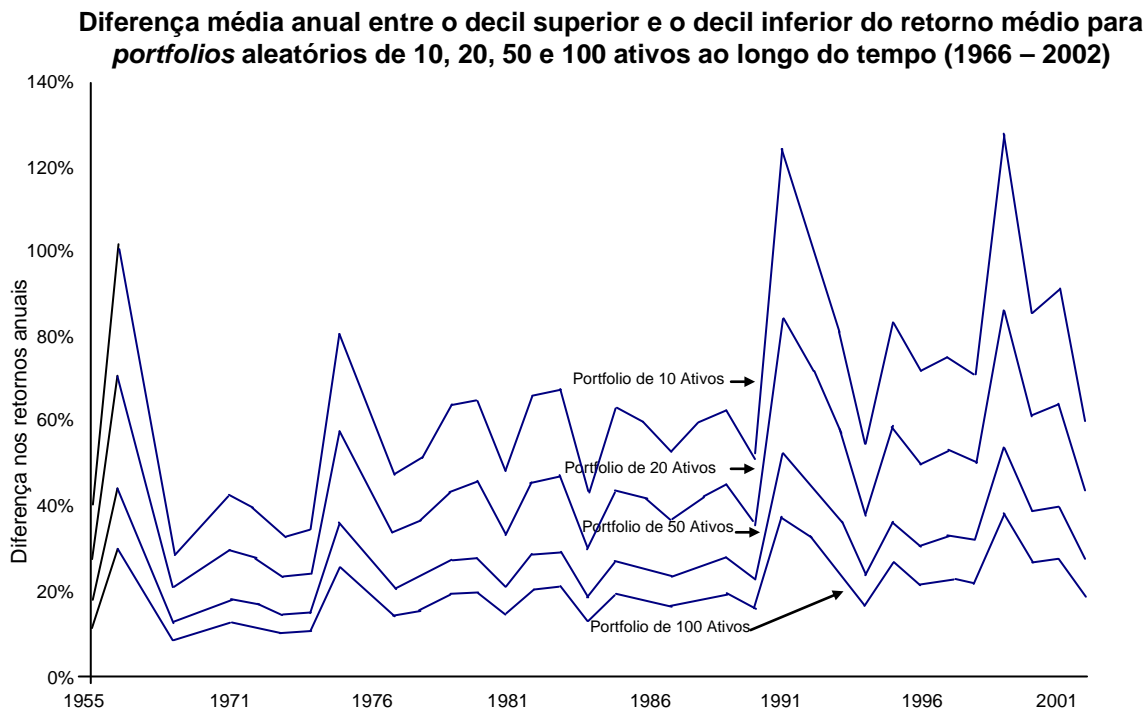
Figura 9



Fonte: BENNETT, J e SIAS, R.: *How diversifiable is firm-specific risk?* (Janeiro, 2006).

Já lembrando a análise histórica de CLMX (2001), Bennett e Sias (2006) acreditam que, mesmo analisando um período antigo, é possível que mesmo nos anos anteriores como os anos 60, uma carteira de 20 ativos tenha tido exposição a choques de risco específico. No gráfico abaixo (figura 10), é demonstrado o comportamento, ao longo do tempo, dos *portfolios* de diferentes tamanhos e a diferença entre retornos destas carteiras aleatoriamente selecionadas, se analisadas em cada ponto do tempo exposto (1966 a 2002).

Figura 10

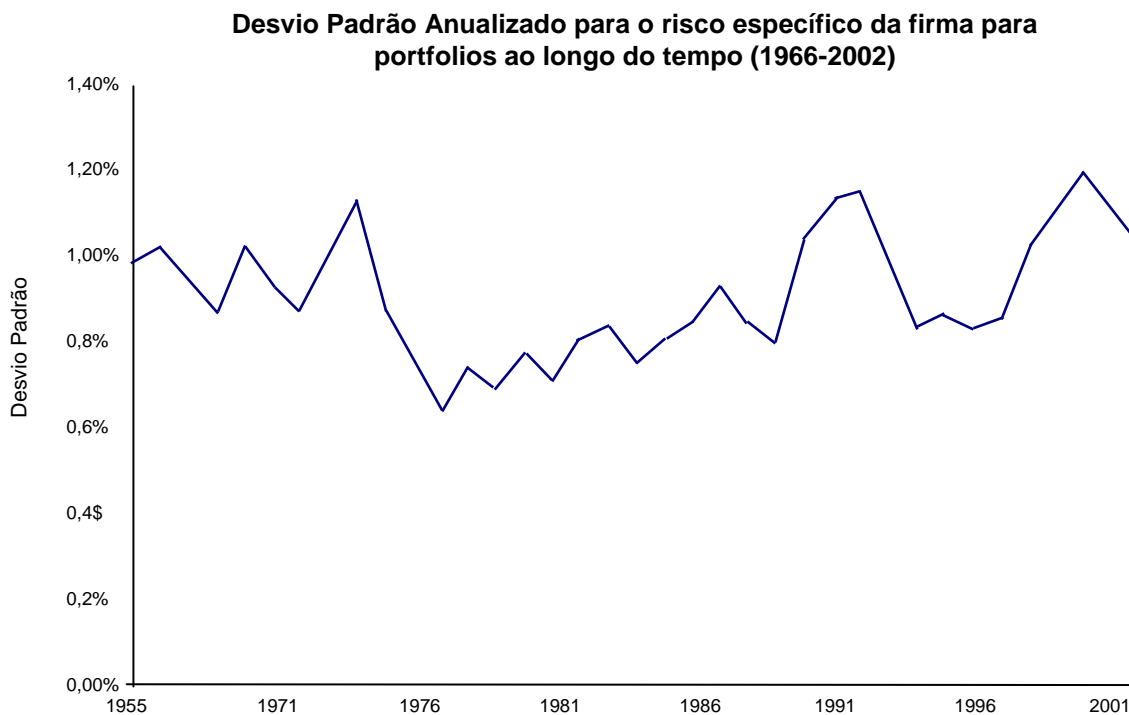


Fonte: BENNETT, J e SIAS, R.: *How diversifiable is firm-specific risk?* (Janeiro, 2006).

Uma outra reflexão interessante que estes autores trazem é: se obtivermos uma carteira igual ao do índice de mercado, seria este *portfolio* considerado como bem diversificado? O risco diversificável é normalmente definido como a diferença entre a volatilidade total de um único ativo e a volatilidade da carteira de mercado. Para eles, esta definição não pode ser igualada à de risco específico da firma a não ser que o *portfolio* de mercado seja, por si, bem diversificado. Fizeram então, utilizando o mesmo método, uma estimativa do risco específico relacionado à firma de um *portfolio* que tenha as mesmas características da carteira de mercado. O resultado que encontraram, utilizando uma série de 1966 a 2002, foi de que tal *portfolio* não consegue eliminar este risco (figura 10). Mais especificamente, o desvio-padrão deste tipo de *portfolio* chega, na média, a apenas 1%. Analisando um fundo que acompanha o S&P 500, o *Morgan Stanley Equal-Weighted S&P 500 Fund*, computaram a variância média na série de dados, na forma *cross-sectional* a cada ano, para retornos específicos das 500 maiores ações estudadas. Na média, um ativo no *portfolio* tem uma variância específica de 18,09%, no período de 1998 a

2002. Portanto, o desvio padrão estimado para os retornos para um investidor posicionado neste fundo seria de 1,9%  $((0,1809/500)^{0,5})$ .

Figura 11



Fonte: BENNETT, J e SIAS, R.: *How diversifiable is firm-specific risk?* (Janeiro, 2006).

Este recente trabalho, ao contrário dos demais, não tem por objetivo determinar qual o tamanho da carteira suficiente para eliminar o risco idiossincrático. Apesar de a maioria do risco idiossincrático poder ser eliminada, na média, com poucos ativos, não significa que ele seja absolutamente desprezível. Alguns dos *portfolios* apresentam exposição relevante, apesar da média não indicar que haja esta possibilidade.



## **5 - Por que tem ocorrido o aumento na volatilidade específica percebida nos ativos ao longo dos anos?**

A literatura recente tem buscado explicar que movimentos podem ter causado a maior proporção específica do risco das carteiras. Dentre os motivos elencados, temos:

### **1 - Redução no número de conglomerados**

Black e Scholes (1973) afirmam que o investimento em ações de uma firma que atua em vários segmentos da indústria pode ser visto como uma opção de compra em um *portfolio* cujos ativos provenham de empresas de diferentes segmentos. Caso a correlação entre o retorno de cada segmento seja menor que 1.0 e a firma se torna mais concentrada, ao desinvestir em um ou mais segmentos, a volatilidade idiossincrática dos retornos das ações aumentará.

Nas estruturas empresariais, a partir dos anos 80 tem havido a divisão dos grandes conglomerados em companhias mais focalizadas. A própria estrutura diversificada era uma garantia de diversificação para o investidor, mas a tendência tem sido a concentração em determinadas indústrias ou setores econômicos. As empresas, por consequência, são listadas em bolsa separadamente, podendo ter seu risco medido também desta forma (como em CLMX 2001).

Os ganhos de sinergia não são sempre evidentes e o mercado de capitais muitas vezes prefere garantir que os recursos empregados sejam aplicados em um determinado negócio. Quando o negócio não está destacado em uma empresa separada, seus resultados são de difícil acompanhamento por parte dos investidores (Stein 1997 e Gertner, Scharfstein e Stein 1994) e conglomerados que buscam recursos além dos seus próprios para financiar projetos começaram, a partir dos anos 80, a se dividir para garantir o foco no negócio e a captação separada por parte de cada empresa.

A presença de conglomerados pode ter facilitado o risco mais reduzido no passado, mitigando o efeito idiossincrático.

## **2 - Emissão de ações de empresas no início de seu ciclo de vida**

Autores como Fink, Fink, Grullon e Weston (2004, “FFGW”), assim como CLMX (2001), crêem que existem evidências que mostram que as flutuações no risco específico podem ser explicadas pela idade das empresas que compõem o mercado. Se nos anos 60 a idade média de uma empresa na sua emissão primária de ações (conhecida como *initial public offering* ou “IPO”) era de 40 anos, nos anos 90, esta idade passou a ser de menos de 5 anos (FFGW). Como empresas mais jovens tendem a ter fluxos de caixa com maior componente de risco, este declínio na idade combinado com o grande número de IPOs nas últimas décadas tem contribuído para o aumento da porção de risco idiossincrático no mercado. Fama e French (2004) apontam a grande expansão nas novas listagens de ações nos anos 80 e 90. O número de novas firmas listadas no mercado americano foi de 156 por ano no período de 1973 a 1979 para 549 por ano de 1980 a 2001. Também ressaltam em seu estudo o baixo índice de sobrevivência das empresas que promoveram tais emissões.

Wei e Zhang (2004) também observam que este é um dos mais fortes componentes para explicar a volatilidade específica observada ao longo dos anos. Analisaram o período de 1976 a 2001, quando o número de ativos no mercado mais do que dobrou de tamanho. Descobriram, analisando os dados de retornos e riscos, que a tendência de aumento na variância dos retornos se deve, um terço a ações que já existiam no mercado e dois terços a com listagem recente. Como sabemos, pelo estudo de FFGW, a idade das firmas que passaram por IPOs caiu drasticamente. Com esta informação é possível estabelecer esta correlação, confirmando a contribuição deste efeito para o aumento no nível geral de risco idiossincrático no risco total do mercado. Isto se dá porque com pouco tempo de existência, estas firmas ainda se encontram em estágios iniciais do seu ciclo de vida e seus fluxos de caixa esperados destas vêm somente em um futuro de certa forma, distante.

### **3 - Alavancagem financeira das firmas**

A teoria tradicional acerca da estrutura de capital indica que os investidores em firmas muito alavancadas podem afetar a variabilidade dos retornos das ações (Christie, 1982). O endividamento aumenta o Beta e um nível alto de dívida pode também comprometer os recursos disponíveis para acionistas, já que tem prioridade na distribuição do fluxo de caixa e expõe a firma a mais um compromisso fixo durante sua duração. Shapiro (1988) também observou que padrões de endividamento na economia durante períodos de tempo diferente poderiam levar a relações positivas entre a volatilidade e a alavancagem financeira.

Entretanto, os autores que estudam o nível de risco idiossincrático não crêem que a alavancagem financeira contribua para este tipo de risco (Braun, Nelson e Sunier, 1995 e Wei e Zhang, 2004). Malkiel e Xu (1999) descobriram, através da análise de dados históricos, que a volatilidade idiossincrática mostrou maior crescimento nos anos 90, exatamente no momento de maior desalavancagem por parte das firmas, uma vez que passava-se por um momento de “*bull market*”.

### **4 - Maior participação de propriedade institucional nas ações das empresas**

Um dos motivos mais fortes dos citados pela literatura é o aumento da participação por parte de instituições na estrutura acionária das empresas. Gompers e Metrick (1999) analisaram a preferência dos investidores institucionais por ações as implicações que estas preferências podem ter nos preços e retornos destes ativos. Descobriram, numa categoria de gestores com mais de US\$ 100 milhões sob seu controle, os 100 maiores investidores institucionais duplicaram seus investimentos em ações de 1980 a 1996. Segundo os autores, as preferências deste tipo de investidor têm muita influência em mudanças nos preços de retornos de grandes e pequenas ações.

Malkiel e Xu (1999) realizaram testes com dados históricos de 1989 a 1996 a partir do S&P 500, descobrindo uma relação positiva entre volatilidade idiossincrática e propriedade institucional das ações de empresas de um *portfolio* que imita o índice. Ressaltam que o mercado americano hoje em dia não é mais tão pulverizado, tendo participação na sua maioria de acionistas individuais que atuam de forma descoordenada. Ao contrário, é formado em grande parte por instituições que obtêm o mesmo tipo de informações e ao mesmo tempo, tendendo a agir em relação a uma determinada ação ou ao mercado de forma similar. Documentam que o percentual de ações nas mãos de instituições cresceu 7 vezes de 1950 a 1999 e que os *block trades* (ordens de compra ou venda com volume acima de 10.000 ações, geralmente executadas por investidores institucionais) passaram a ser metade do volume negociado em bolsa, chegando, na *New York Stock Exchange*, em alguns dias, a movimentação por parte de fundos mútuos e fundos de pensão a 90% do volume total. Afirmam também que em 1997, das 50 ações mais líquidas que compõem o índice S&P 500, em média 80% do total de sua estrutura acionária estava nas mãos de instituições. Sendo assim, com os *block trades* feitos por instituições, a movimentação diante de informações relevantes se tornou mais fácil, provocando movimentos bruscos no mercado diante de qualquer percepção adicional de risco.

## **5 - Maior quantidade de pequenas empresas no mercado**

Bennett e Sias (2006) argumentam que a presença de pequenas empresas no mercado são um componente relevante para explicar o aumento na volatilidade idiossincrática na composição total de risco. Estes autores observaram que não somente aumentou o número de ações de empresas pequenas no mercado (de 2039 ativos em 1962 para 9146 em 1997), como o seu perfil e papel também foi alterado. Com estas informações, investigam como esta mudança influencia a tendência de aumento de risco específico geral das firmas do mercado. Na verdade, Bennett e Sias afirmam que a tendência foi influenciada pelo fato de antes este tipo de empresa não ter tido acesso a processos de emissões de ações, por uma questão de custo. Com o advento de ações como a criação da NASDAQ, estas ações passaram a ser consideradas nas análises históricas e os autores afirmam, pela análise de dados, que não existe aumento individual no risco específico das

firmas, mas sua participação no mercado pode influenciar a análise de dados do risco idiossincrático presente no mercado como um todo.

Entretanto, autores como Malkiel e Xu (2002) crêem que mesmo com o aumento de participação de pequenas empresas no mercado, sua influência é pequena quando comparada à de grandes ações presentes no mercado. Já Wei e Zhang (2004) documentaram, pela análise de dados, que a influência de volatilidade por parte de pequenas empresas (pequenas empresas têm muita variância em seus retornos sobre ações) acontece mais fortemente no período de 1986 a 2000 do que no período de 1996 a 2000, uma vez que no primeiro houve mais presença deste tipo de empresa nas listagens. Mesmo assim, não julgam ser de grande relevância este tipo de influência.

## 6 – Conclusão

Creemos que o risco idiossincrático representa uma exposição relevante a ser considerada. A literatura estudada sugere que houve incremento desta porção de risco, analisando as séries temporais dos últimos quarenta anos. Entretanto, observando a série histórica após 2000, constata-se um declínio deste tipo de risco na composição do risco total. Vemos que a análise histórica estimulou o debate e tem permitido tentativas de estimar modelos de precificação desta parte do risco, específico das firmas. No entanto, vimos que a entrada de firmas pequenas e de retornos arriscados pela natureza de seus negócios ou pelo estágio de ciclo de vida em que se encontram podem ter influenciado a análise histórica dos dados, principalmente se não for levado em consideração seu peso relativo no mercado como um todo.

A análise de dispersão em torno dos retornos médios em cada ponto do tempo (utilizando o método de corte-seccional) permite conclusões mais ousadas sugerindo que na verdade nunca teria sido possível formar *portfolios* bem diversificados, nem se um investidor detivesse toda a carteira de mercado.

De qualquer forma, pode-se concluir que realmente um modelo de precificação de ativos baseada apenas em mercado pode não fazer mais sentido e vemos que a direção do debate atual tem sido a de caminhar em direção a um modelo que precifique a exposição idiossincrática. Creemos que a questão setorial, que esteve fora dos estudos desde Markowitz (1952) e que começa a ter algum espaço a partir de CLMX (2001) e em Bennett e Sias (2006) seja relevante, pois é difícil crer que a simples seleção aleatória de ativos na prática garanta uma baixa covariância entre os retornos dos papéis que constam numa carteira.

## Referências

- ALEXANDER, G. J., SHARPE, William F. e BAILY, J. V.: *Fundamentals of Investments*. Prentice Hall, New Jersey. (2001)
- BALI, T. G., NUSRET, C., XUEMIN, Y, ZHANG, Z. *Does Idiosyncratic Risk Really Matter? The Journal of Finance* (2005)
- BENNETT, J e SIAS, R.: *How diversifiable is firm-specific risk?* (Janeiro, 2006). Artigo ainda não publicado. Disponível no SSRN: <http://ssrn.com/abstract=728585> (página pesquisada em Julho de 2006.)
- BERNOULLI, D. *Specimen theoriae novae de mensura sortis, in Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitannae* 1738; traduzido do latim para o inglês por by L. Sommer, "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk," *Econometrica* 22, 23–36. (1738)
- BESSEMBINDER, H. *Systematic risk, hedging pressure and risk premiums in futures markets. Review of Financial Studies* 5, (1992) p. 637-677
- BLACK, F. e SCHOLES, M.: *The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy*, (Maio/Junho 1973), Vol. 81 Issue 3, p. 637
- BRAUN, P.A., NELSON, D.B. e SUNIER, A.M.: *Good News, Bad News, Volatility, and Beta. Journal of Finance* (1995) Vol. 50, p. 1575-1603
- CAMPBELL, J., LETTAU, M., MALKIEL, B. and XU, Y.: *Have individual stocks become more volatile? An empirical exploration of idiosyncratic risk, Journal of Finance* (2001) Vol. 49,1-43.
- CAMPBELL, J., LETTAU, M., MALKIEL, B. and XU, Y.: *Have individual stocks become more volatile? An empirical exploration of idiosyncratic risk, Journal of Finance* (2001) Vol. 49, p.1-43.
- CHRISTIE, A.: *The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects. Journal of Financial Economics* (Dezembro 1982) Vol. 10 Issue 4, p. 407-432
- ELTON, E. J. e GRUBER, M. J.: *Risk Reduction and Portfolio Size: An analytical solution. Journal of Business* (1977) p. 415-437
- \_\_\_\_\_. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 2ª edição. New York: John Wiley and Sons. New York (1983).
- \_\_\_\_\_. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 5ª edição John Wiley and Sons. New York. (1995)

EVANS, J. L. e ARCHER, S. H.: *Diversification and the reduction of dispersion: an empirical analysis*. *Journal of Finance*, (1968) p. 761-767

FAMA, E. e FRENCH, K. R. *New lists: Fundamentals and survival rates*. *Journal of Financial Economics* (Agosto 2004) Vol. 73 Issue 2, p. 229-269

FISHER, I. *The Nature of Capital and Income*. Macmillan, London. (1906)

FISHER, L e LORIE, J. H.: *Some Studies of Variability of Returns on Investment in Common Stocks*. *Journal of Business* (Abril, 1970), Vo. 43, Issue 2, p.99-134.

FINK, J., FINK, K., GRULLON, G., e WESTON, J.P. *Firm Age and Fluctuations in Idiosyncratic Risk*. Pesquisado em : <http://ssrn.com/abstract=891173> (2004)

GERTNER, R., SCHARFSTEIN, D. e STEIN, J.: *Internal vs. External Capital Markets*. *Quarterly Journal of Economics* (1994) Vol. 109, p. 1211-1230

GOMPERS, P. A. e METRICK, A. *Institutional Investors and Equity Prices*. Working Paper, Harvard University (1999)

GOYAL, A., e SANTA-CLARA, P. *Idiosyncratic Risk Matters! The Journal of Finance*. (2003) vol.. 58, n. 3 (Junho), p. 975-1007

MALKIEL, B.G e XU, Y.. *Risk and return revisited*. *Journal of Portfolio Management*, 23 (1997) p. 9-14

MALKIEL, B. G.: *A Random Walk down Wall Street*. W. W. Norton and Company, Inc., New York (1999)

\_\_\_\_\_.: *A Random Walk down Wall Street*. W. W. Norton and Company, Inc., New Yor, 8<sup>th</sup> edition (2003)

MARKOWITZ, Harry: *Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, vol. 7. (Março, 1952) p. 77-91

MARKOWITZ, Harry: *The early history of portfolio theory*. *Financial Analysts Journal* 1999

SCHWERT, G. W. e SEGUIN, P. J. *Heteroskedasticity in Stock Returns*. *Journal of Finance* (1989). Vol. 45, p. 1129-1155

SHAPIRO, M. D. *The Stabilization of the U.S. Economy: Evidence from the Stock Market*. *The American Economic Review*. (1988) Vol. 78 N. 5, p. 1067-1079.

SHARPE, W. F. *A Simplified Model of Portfolio Analysis*. *Managent Science*, 9. (Janeiro, 1963). p. 277-293

SHARPE, William F. *Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*, *Journal of Finance*, 19 (3), (1964). P. 425-442



SHARPE, William F. *Capital Asset Prices with and without negative holdings. Nobel Lecture*, 1990

STATMAN, M.: *How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?* *Journal of Financial & Quantitative Analysis* (Setembro 1987), Vol. 22, Issue 3, p. 353.

STATMAN, M.: *The Diversification Puzzle.* *Financial Analysts Journal.* (Jul/Ago 2004) Vol. 60 Issue 4, p. 44-53

STEIN, J.: *Internal Capital Markets and the Competition for Corporate Resources.* *Journal of Finance* (1997). Vol. 52, p. 111-133

WAGNER, W. H. e LAU, S. C.: *The Effect of Diversification on Risk.* *Financial Analysts Journal* (Novembro-Dezembro 1971) Vol. 27, p. 48-53.

WEI, S.X. e ZHANG, C. *Why did individual stocks become more volatile?* *Journal of Business* (2004)

WILLIAMS, J. B. *The Theory of Investment Value* North Holland Publishing, Amsterdam Fraser Publishing, Burlington, VT. (1938)

XU, Y. e MALKIEL, B.G. *Investigating the behavior of idiosyncratic volatility.* *Journal of Business* (2003) p. 613 - 644