

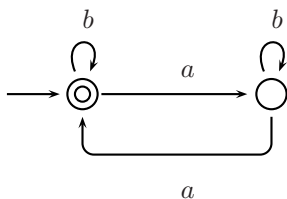
Problemas de Lenguajes y Autómatas

1. Para los lenguajes dados sobre $\Sigma = \{a, b\}$ construir una expresión regular de él y un Autómata Finito que lo acepte:

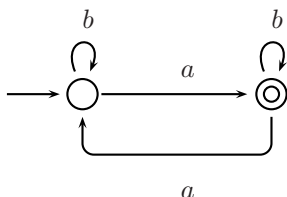
- a) $L = \{w \mid w \text{ tiene un numero par de } a's\}$
- b) $L = \{w \mid w \text{ tiene un numero impar de } a's\}$
- c) $L = \{w \mid w \text{ tiene un numero múltiplo de 3 de } a's\}$
- d) $L = \{w \mid \text{ toda } a \text{ en } w \text{ está entre dos } b's\}$
- e) $L = \{w \mid \text{ no hay dos } a's \text{ consecutivas en } w\}$
- f) $L = \{w \mid w \text{ no contiene la subpalabra } aa \text{ ni } bb\}$

2. Solución

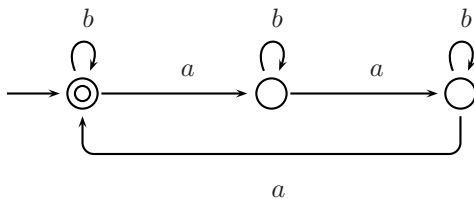
a) Una expresión regular que represente el lenguaje L es $b^*(ab^*ab^*)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:



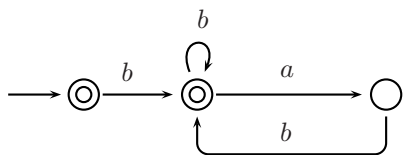
b) Una expresión regular para este lenguaje es: $b^*ab^*(ab^*ab^*)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:



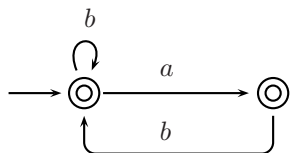
c) Una expresión regular para este lenguaje es: $b^*(ab^*ab^*a)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:



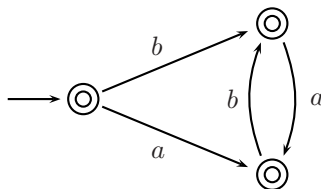
- d) Una expresión regular para este lenguaje es: $b^* \cup b^+(ab^+)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:



- e) Una expresión regular para este lenguaje es: $b^*(ab^+)^* \cup b^*a(b^+a)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:



- f) Una expresión regular para este lenguaje es: $\epsilon \cup (b + \epsilon)(ab)^* \cup (a + \epsilon)(ba)^*$. El diagrama de transición de un Autómata Finito es:

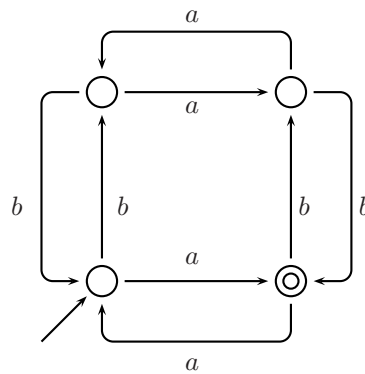


1. Hallar un autómata finito que acepte el lenguaje dado

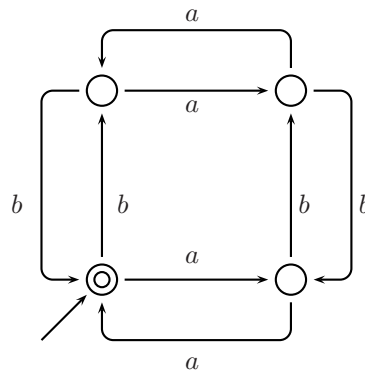
- a) $L = \{w \mid w \text{ contiene un número impar de } a's \text{ y un número par de } b's\}$
- b) $L = \{w \mid w \text{ contiene un número par de } a's \text{ y un número par de } b's\}$
- c) $L = \{w \mid w \text{ contiene un número impar de } a's \text{ y un número impar de } b's\}$
- d) $L = \{w \mid w \text{ contiene un } ab \text{ o } ba \text{ como subpalabras}\}$
- e) $L = \{w \mid w \text{ contiene un } ab \text{ y } ba \text{ como subpalabras}\}$
- f) $L = \{w \mid w \text{ contiene un } ab \text{ ó } ba \text{ como subpalabras, pero no ambas}\}$

2. Solución

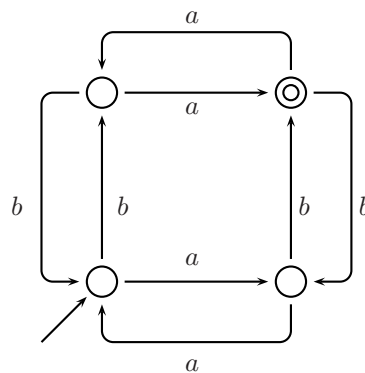
- a) Un diagrama de transición del autómata finito es:



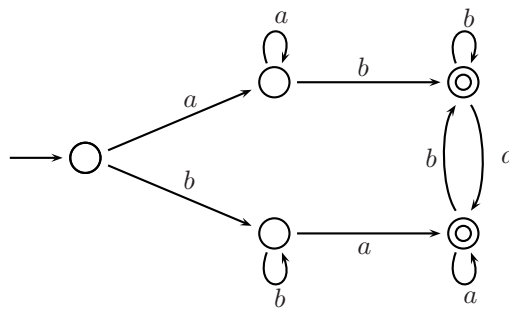
b) Cambiando el estado de aceptación del autómata representado arriba obtenemos el autómata:



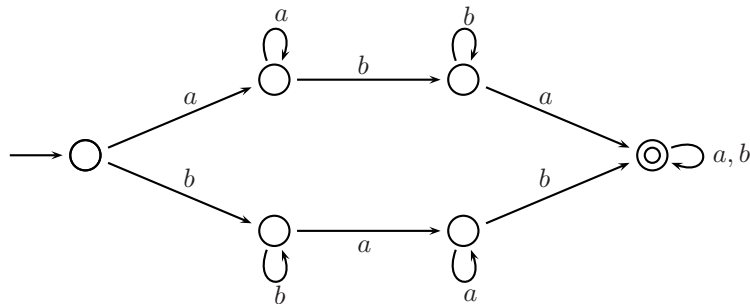
c) De nuevo cambiando el estado de aceptación obtenemos el autómata correspondiente



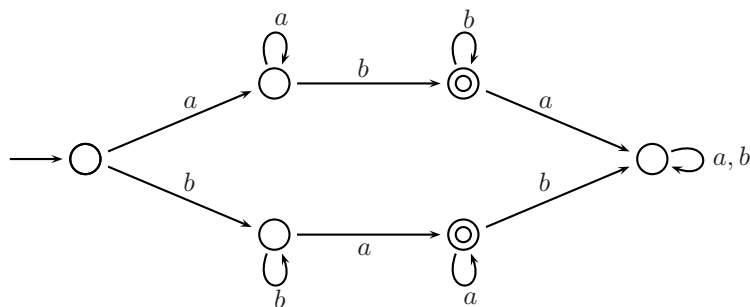
d) A continuación un diagrama de transición de un autómata finito determinista que acepta el lenguaje cuyas palabras contienen las subpalabras ab o ba o ambas



e) Este autómata acepta las palabras que contienen las subpalabras ab y ba



f) Este autómata acepta las palabras que contienen las subpalabras ab ó ba , pero no ambas



Ejercicios

1. Sean $A = \{0, 11\}$ y $B = \{00, 01\}$. Hallar cada uno de estos conjuntos.

a) AB

b) BA

c) A^2

d) B^3

2. Hallar todos los pares de conjuntos de palabras A y B para los que

$$AB = \{10, 111, 1010, 10111, 101000\}$$

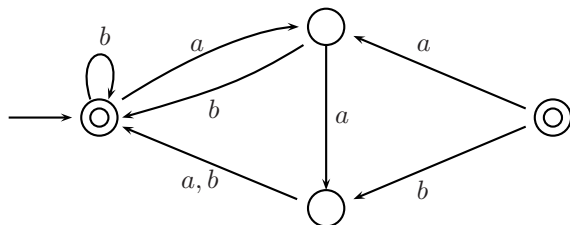
3. Describa los elementos del conjunto A^* para los valores de A siguientes:

- a) $\{ab\}$ b) $\{aaa\}$ c) $\{a, ab\}$ d) $\{a, aba\}$

4. Determine si la palabra $aaaba$ está o no encada uno de los siguientes conjuntos:

- a) $(a \cup b)^*$ b) $a^*b^*a^*$ c) aaa^*ba
d) $(aa)^*(ba)^*$ e) $(aaa)^*b^*a$ f) $(aaa \cup bbb)(bb \cup ba)$

5. Dado el siguiente diagrama de transición



i) Determinar las cadenas que son aceptadas o no por el autómata

- a) bab b) $aaba$ c) $aaaaaab$ d) $babababab$

ii) Determinar si los lenguajes dados son aceptados o no por el autómata

- a) $(a)^*$ b) aa^* c) ab^*
d) $(ab)^*$ e) a^*b^* f) $a(a \cup b)^*$

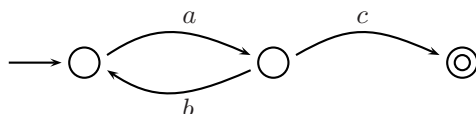
6. Hallar un autómata determinista que reconozca los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{x, y\}$

- a) $xyxxy$ b) $\{x^n : n > 2\}$ c) xy^+x^*
d) $x(yx)^*y$ e) $(x \cup y)(yx \cup yxy)^*$ f) $(x \cup y)(yx \cup yxy)^*$

7. De los lenguajes descritos por las expresiones regulares sobre el alfabeto $\Sigma = \{x, y, z\}$ ¿Cuáles son infinitos? Describa en una oración los lenguajes infinitos y haga una lista exhaustiva de los lenguajes finitos

- a) $(x(yz^*))$ b) $(x^*(yz))$
c) $((z \cup y)x)$ d) $(z \cup y)^*$
e) $(yy)^*$ f) $(x^* \cup y^*)$
g) $((xx) \cup z)$ h) $((z \cup y) \cup x)$

8. Dibuje un diagrama de transición que acepte la cerradura de Kleene del lenguaje aceptado por el siguiente diagrama



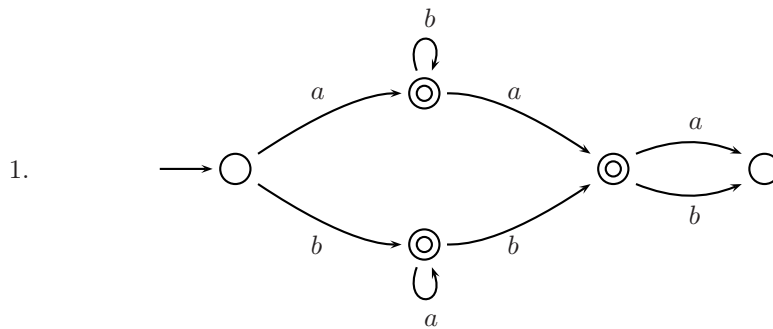
9. Dibuje el diagrama de transición que acepte la unión de los lenguajes aceptados por los diagramas siguientes

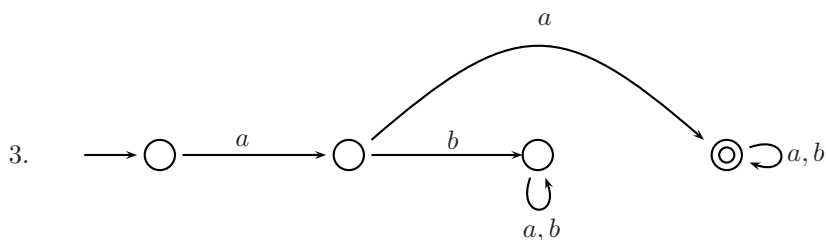
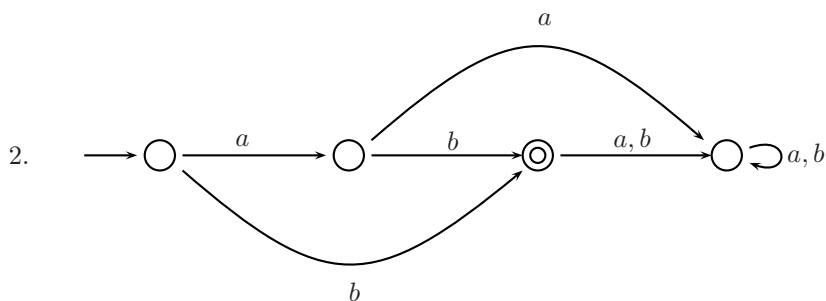


10. Dibuje el diagrama de transición que acepte la concatenación de los lenguajes aceptados por los diagramas siguientes



11. Construir una expresión regular que describa el lenguaje aceptado por cada uno de los siguientes diagramas de transición





12. Encuentre una expresión regular que represente la intersección de los lenguajes representados por cada uno de los siguientes pares de expresiones regulares

- a) $(x \cup y)^*$ y $(x \cup y)^*$
- b) $(x(x \cup y)^*)$ y $((x \cup y)^*y)$
- c) $((x \cup y)y)(x \cup y)^*$ y $(y(x \cup y)^*y)$

13. Describa el lenguaje representado por cada uno de las siguientes expresiones regulares

- a. $((z \cup y)^*x)$
- b. $((xx^*)(yy^*))$
- c. $((xx^*) \cup (yy^*))$
- d. $((x^*y^*)z^*)$

14. Escriba la expresión regular de los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{a, b\}$

- a) Todas las palabras tienen un número múltiplo de 4 de a 's.
- b) Todas las palabras tienen un número par de a 's y un número impar de b 's
- c) Todas las palabras no tienen tres a 's consecutivas.
- d) Todas las palabras no tienen tres b 's consecutivas y toda a está entre dos b 's.

15. Construir autómatas finitos que acepten los lenguajes de la pregunta anterior.

Daremos un ejemplo de un autómata finito determinista que acepta el lenguaje $L \subset \{0,1\}^*$, definido

$$L = \{w \in \{0,1\}^* : \text{el número de } 0's \text{ es par y el número de } 1's \text{ es múltiplo de } 3\}$$

