

Hoja de Problemas 10

Gramaticas Independientes del Contexto

NIVEL DEL EJERCICIO : (★) básico, (♣) medio, (♠) avanzado.

1. Para cada una de las gramáticas definidas en los siguientes apartados, obtén una gramática independiente del contexto equivalente que no contenga reglas no generativas, reglas innecesarias ni símbolos inútiles.

a)	$S ::= AC \mid BcdE \mid Ea \mid Fg$	b)	$S ::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E$
	$A ::= Bdg \mid aA \mid a$		$A ::= 0AS \mid \lambda \mid A0 \mid C$
	$B ::= b \mid Bb \mid Cc \mid c$		$B ::= B1 \mid 1$
	$D ::= a \mid aD \mid D \mid CF$		$D ::= B1 \mid \lambda \mid 1F$
	$E ::= Cc \mid Ee \mid a \mid A$		$E ::= E1$
	$C ::= Cc$		$F ::= 0D$
c)	$S ::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E$	d)	$S ::= AbaC$
	$A ::= 0AS \mid \lambda \mid A0 \mid C$		$A ::= BC$
	$B ::= B1 \mid 1 \mid G \mid B$		$B ::= b \mid \lambda$
	$D ::= B1 \mid \lambda \mid 1F$		$C ::= D \mid \lambda$
	$E ::= E1$		$D ::= d$
	$F ::= 0D$		
	$G ::= H \mid 0G$		
	$H ::= B \mid CH$		

2. Obtén una gramática bien formada equivalente a cada una de las representadas por las siguientes producciones:

a)	$S ::= AC \mid BcdE \mid Ea \mid Fg$	b)	$S ::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E$
	$A ::= Bdg \mid aA \mid a$		$A ::= 0AS \mid \lambda \mid A0 \mid C$
	$B ::= b \mid Bb \mid Cc \mid c$		$B ::= B1 \mid 1$
	$D ::= a \mid aD \mid D \mid CF$		$D ::= B1 \mid \lambda \mid 1F$
	$E ::= Cc \mid Ee \mid a \mid A$		$E ::= E1$
	$C ::= Cc$		$F ::= 0D$
c)	$S ::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E$	d)	$S ::= AbaC$
	$A ::= 0AS \mid \lambda \mid A0 \mid C$		$A ::= BC$
	$B ::= B1 \mid 1 \mid G \mid B$		$B ::= b \mid \lambda$
	$D ::= B1 \mid \lambda \mid 1F$		$C ::= D \mid \lambda$
	$E ::= E1$		$D ::= d$
	$F ::= 0D$		
	$G ::= H \mid 0G$		
	$H ::= B \mid CH$		
e)	$S ::= Aa \mid B$	f)	$S ::= AB \mid 0S1 \mid A \mid C$
	$B ::= A \mid bb \mid C$		$A ::= 0AB \mid \lambda$
	$A ::= a \mid bc \mid B$		$B ::= B1 \mid \lambda$
	$D ::= dD \mid \lambda \mid S$		
g)	$S ::= a \mid aA \mid B \mid C$	h)	$S ::= aA \mid aBB$
	$A ::= aB \mid \lambda$		$A ::= aaA \mid \lambda$
	$B ::= Aa$		$B ::= bB \mid bbC$
	$C ::= cCD$		$C ::= B$
	$D ::= ddd$		

Solución:

■ APARTADO A:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned}
 S &::= BcdE \mid Ea \\
 A &::= Bdg \mid aA \mid a \\
 B &::= Bb \mid c \mid d \\
 E &::= Ea \mid a \mid Bdg \mid aA
 \end{aligned}$$

■ APARTADO B:

Para saber qué debemos hacer y cuál es el orden óptimo para hacerlo, sólo tenemos que recordar el proceso que viene descrito en los apuntes:

- Eliminar reglas innecesarias ($A ::= A$).
- Eliminar reglas no generativas ($A ::= \lambda$).
- Eliminar reglas unitarias ($A ::= B$).
- Eliminar símbolos inútiles.

Pues aplicaremos el proceso.

- Eliminar reglas innecesarias.

En esta gramática no existe ninguna regla innecesaria. Si existiera, se eliminarían directamente.

- Eliminar reglas no generativas

En esta gramática existen dos reglas no generativas: $A ::= \lambda$ y $D ::= \lambda$. Para eliminarlas, utilizaremos el *Algoritmo 3* de los apuntes, que se basa en la búsqueda de símbolos *anulables*.

El conjunto de símbolos anulables para esta gramática es $S_A = \{A, D, S\}$, por lo tanto, ahora deberemos eliminar las producciones que nos llevan directamente a λ y añadir tantas producciones como combinaciones podamos hacer con las producciones existentes que contienen elementos del conjunto, sin volver a incluir producciones no generativas.

El resultado intermedio es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E \mid B \mid C1 \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid C \mid 0 \mid 0A \mid 0S \\ B &::= B1 \mid 1 \\ D &::= B1 \mid 1F \\ E &::= E1 \\ F &::= 0D \mid 0 \end{aligned}$$

Para finalizar el algoritmo, observamos si el axioma se encuentra en el conjunto de elementos anulables, y si es así, añadimos la producción $S ::= \lambda$. Como es nuestro caso, la gramática sin reglas no generativas es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid A \mid CS1 \mid 0E \mid B \mid C1 \mid \lambda \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid C \mid 0 \mid 0A \mid 0S \\ B &::= B1 \mid 1 \\ D &::= B1 \mid 1F \\ E &::= E1 \\ F &::= 0D \mid 0 \end{aligned}$$

- Eliminar reglas unitarias ($A ::= B$).

En esta gramática existen tres reglas unitarias: $S ::= A$, $S ::= B$ y $A ::= C$. Por lo tanto, deberemos aplicar el *Algoritmo 4* (como existe la producción $S ::= \lambda$, deberemos aplicar el algoritmo sin dicha regla y añadirla al final del proceso). Para ello, calculamos los conjuntos unitarios de cada uno de los \sum_N de la gramática:

$$\begin{aligned} \text{UNITARIO}(S) &= \{S, A, B, C\} \\ \text{UNITARIO}(A) &= \{A, C\} \\ \text{UNITARIO}(B) &= \{B\} \\ \text{UNITARIO}(D) &= \{D\} \\ \text{UNITARIO}(E) &= \{E\} \\ \text{UNITARIO}(F) &= \{F\} \end{aligned}$$

Pues, siguiendo el algoritmo, y colocando en cada elemento no terminal, todas las producciones pertenecientes a cada uno de los elementos que tiene en su conjunto unitario (sin volver a insertar las reglas unitarias) finalizaríamos el algoritmo. No nos debemos olvidar de añadir la producción $S ::= \lambda$ que hemos quitado antes de aplicar el algoritmo. Por lo tanto, la gramática queda:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid CS1 \mid 0E \mid C1 \mid 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \mid B1 \mid 1 \mid \lambda \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \\ B &::= B1 \mid 1 \\ D &::= B1 \mid 1F \\ E &::= E1 \\ F &::= 0D \mid 0 \end{aligned}$$

- Eliminar símbolos inútiles.

Para terminar, eliminaremos los símbolos inútiles de la gramática. Para ello, aplicaremos en primer lugar el *Algoritmo 1* y luego el *Algoritmo 2* de los apuntes. El primer algoritmo sirve para descubrir los elementos terminales que no van a producir palabras y el segundo algoritmo para descubrir los elementos no terminales y terminales que no son accesibles desde el axioma. El resultado después de aplicar el primer algoritmo es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \mid B1 \mid 1 \mid \lambda \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \\ B &::= B1 \mid 1 \\ D &::= B1 \mid 1F \\ F &::= 0D \mid 0 \end{aligned}$$

Y el resultado final, después de haber aplicado el segundo algoritmo, es la gramática bien formada:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \mid B1 \mid 1 \mid \lambda \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid 0 \mid 0A \mid 0S \\ B &::= B1 \mid 1 \end{aligned}$$

■ APARTADO C:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid 0AS \mid A0 \mid 0S \mid 0 \mid B1 \mid 1 \mid 0G \mid 0A \mid \lambda \\ A &::= 0AS \mid A0 \mid 0S \mid O \mid 0A \\ B &::= B1 \mid 1 \mid 0G \\ G &::= B1 \mid 1 \mid 0G \end{aligned}$$

■ APARTADO D:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= AbaC \mid Aba \mid ba \mid baC \\ A &::= BC \mid b \mid d \\ B &::= b \\ C &::= d \end{aligned}$$

■ APARTADO E:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= Aa \mid a \mid bc \mid bb \\ A &::= a \mid bc \mid bb \end{aligned}$$

■ APARTADO F:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid 0S1 \mid 0AB \mid 0A \mid 0B \mid 0 \mid B1 \mid 1 \mid \lambda \mid 01 \\ A &::= 0AB \mid 0A \mid 0B \mid 0 \\ B &::= B1 \mid 1 \end{aligned}$$

■ APARTADO G:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= a \mid aA \mid Aa \\ A &::= aB \\ B &::= Aa \mid a \end{aligned}$$

■ APARTADO H:

La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= aA \mid a \\ A &::= aaA \mid aa \end{aligned}$$

3. Obtén una gramática en Forma Normal de Chomsky equivalente a cada una de las representadas por las siguientes producciones:

<p>a)</p> $\begin{aligned} S &::= AB \mid 0S1 \mid 0AB \mid 0B \mid 0A \mid 0 \mid B1 \mid 1 \mid \lambda \\ A &::= 0AB \mid 0B \mid 0A \mid 0 \\ B &::= B1 \mid 1 \mid 1C \\ C &::= C1 \end{aligned}$	<p>b)</p> $\begin{aligned} S &::= aAa \mid bBb \mid \lambda \\ A &::= C \mid a \\ B &::= C \mid b \\ C &::= CDE \mid \lambda \\ D &::= A \mid B \mid ab \end{aligned}$
<p>c)</p> $\begin{aligned} S &::= CB2 \mid 1B \mid \lambda \\ B &::= BC \mid 1 \\ C &::= 2 \end{aligned}$	<p>d)</p> $\begin{aligned} S &::= AAA \mid B \\ A &::= Aa \mid B \\ B &::= \lambda \end{aligned}$
<p>e)</p> $\begin{aligned} S &::= 0A0 \mid 1B1 \mid BB \\ A &::= C \\ B &::= S \mid A \\ C &::= S \mid \lambda \end{aligned}$	<p>f)</p> $\begin{aligned} S &::= abAB \\ A &::= bAB \mid \lambda \\ B &::= BAa \mid A \mid \lambda \end{aligned}$

Solución:

■ APARTADO A:

Lo primero que debemos hacer para obtener una gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky, es partir de una gramática independiente del contexto **bien formada** (precondición del *Algoritmo 5* de los apuntes). Por lo tanto, como esta gramática no está bien formada, deberemos transformarla al igual que hacíamos en el ejercicio anterior. La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid 0S1 \mid 0AB \mid 0B \mid 0A \mid 0 \mid B1 \mid 1 \mid 01 \mid \lambda \\ A &::= 0AB \mid 0B \mid 0A \mid 0 \\ B &::= B1 \mid 1 \end{aligned}$$

Partiendo ahora de esta gramática bien formada, aplicaremos el *Algoritmo 5* de los apuntes, que consta de las siguientes fases:

- Crearemos una gramática que contendrá todos los elementos no terminales y terminales de la gramática original, sin embargo, construiremos un nuevo conjunto de producciones.
- Por cada elemento terminal que pertenezca a la gramática, creamos una producción que lo reconozca. Como en esta gramática sólo existen los terminales 0 y 1, añadiremos a nuestro nuevo conjunto de producciones las siguientes:

$$\begin{aligned} C_0 &::= 0 \\ C_1 &::= 1 \end{aligned}$$

- Para todas las producciones que en la parte derecha de la misma tengan un número de elementos (terminales o no terminales) superior o igual a 2, se realiza el cambio de todos los elementos terminales por los correspondientes no terminales que acabamos de crear y las añadimos al nuevo conjunto de producciones. Las producciones de longitud igual a 1 se añaden según están (ya que si existe alguna producción de esta longitud, la parte derecha de la misma debe ser un elemento terminal, porque sabemos que partimos de una gramática bien formada y por lo tanto, no existen reglas innecesarias ni reglas unitarias). Con lo que nuestro nuevo conjunto de producciones queda:

$$\begin{aligned} S &::= AB \mid C_0SC_1 \mid C_0AB \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \mid BC_1 \mid 1 \mid C_0C_1 \\ A &::= C_0AB \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \\ B &::= BC_1 \mid 1 \\ C_0 &::= 0 \\ C_1 &::= 1 \end{aligned}$$

- Ahora, todas las producciones de nuestro nuevo conjunto cuyo número de elementos en la parte derecha sea superior a 2, las vamos a sustituir por un conjunto de producciones de longitud 2:

$$\begin{aligned}
 S &::= AB \mid C_0D_1 \mid C_0D_2 \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \mid BC_1 \mid 1 \mid C_0C_1 \\
 A &::= C_0D_3 \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \\
 B &::= BC_1 \mid 1 \\
 C_0 &::= 0 \\
 C_1 &::= 1 \\
 D_1 &::= SC_1 \\
 D_2 &::= AB \\
 D_3 &::= AB
 \end{aligned}$$

- Para finalizar, como la producción $S ::= \lambda$ existía en el conjunto de producciones inicial, se incluye en el nuevo conjunto.

Por lo tanto, la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned}
 S &::= AB \mid C_0D_1 \mid C_0D_2 \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \mid BC_1 \mid 1 \mid C_0C_1 \mid \lambda \\
 A &::= C_0D_3 \mid C_0B \mid C_0A \mid 0 \\
 B &::= BC_1 \mid 1 \\
 C_0 &::= 0 \\
 C_1 &::= 1 \\
 D_1 &::= SC_1 \\
 D_2 &::= AB \\
 D_3 &::= AB
 \end{aligned}$$

Nota: Si nos damos cuenta, tanto el elemento D_2 como D_3 , tienen las mismas producciones y por lo tanto, podríamos simplificar la gramática eliminando uno de ellos y cambiando las producciones oportunas.

■ APARTADO B:

La gramática inicial no está bien formada, la gramática bien formada equivalente que utilizaremos para pasar a FNC es:

$$\begin{aligned}
 S &::= aAa \mid bBb \mid aa \mid bb \mid \lambda \\
 A &::= a \\
 B &::= b
 \end{aligned}$$

Y por lo tanto, después de aplicar el algoritmo, la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned}
 S &::= D_0C_a \mid D_1C_b \mid C_aC_a \mid C_bC_b \mid \lambda \\
 A &::= a \\
 B &::= b \\
 C_a &::= a \\
 C_b &::= b \\
 D_0 &::= C_aA \\
 D_1 &::= C_bB
 \end{aligned}$$

Nota: Si nos damos cuenta, los elementos $A - C_a$ y $B - C_b$, tienen las mismas producciones y por lo tanto, podríamos simplificar la gramática eliminando dos de ellos y cambiando las producciones oportunas.

■ APARTADO C:

La gramática de la que partimos es una gramática bien formada por lo que podemos aplicar el algoritmo directamente. Y la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned} S &::= CD_1 \mid C_1B \mid \lambda \\ B &::= BC \mid 1 \\ C &::= 2 \\ C_1 &::= 1 \\ C_2 &::= 2 \\ D_1 &::= BC_2 \end{aligned}$$

Nota: Si nos damos cuenta, tanto el elemento C como C_2 , tienen las mismas producciones y por lo tanto, podríamos simplificar la gramática eliminando uno de ellos y cambiando las producciones oportunas.

■ APARTADO D:

La gramática inicial no está bien formada, la gramática bien formada equivalente que utilizaremos para pasar a FNC es:

$$\begin{aligned} S &::= AAA \mid AA \mid Aa \mid a \mid \lambda \\ A &::= Aa \mid a \end{aligned}$$

Y por lo tanto, después de aplicar el algoritmo, la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned} S &::= AD_1 \mid AA \mid AC_a \mid a \mid \lambda \\ A &::= AC_a \mid a \\ C_a &::= a \\ D_1 &::= AA \end{aligned}$$

Nota: Si nos damos cuenta, los elementos D_2 , D_5 y D_7 , tienen las mismas producciones y por lo tanto, podríamos simplificar la gramática eliminando dos de ellos y cambiando las producciones oportunas.

■ APARTADO E:

La gramática inicial no está bien formada, la gramática bien formada equivalente que utilizaremos para pasar a FNC es:

$$\begin{aligned} S &::= 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \mid \lambda \\ A &::= 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\ B &::= 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \end{aligned}$$

Y por lo tanto, después de aplicar el algoritmo, la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned}
 S &::= C_0D_1 \mid C_1D_2 \mid C_0C_0 \mid C_1C_1 \mid BB \mid \lambda \\
 A &::= C_0D_1 \mid C_1D_2 \mid C_0C_0 \mid C_1C_1 \mid BB \\
 B &::= C_0D_1 \mid C_1D_2 \mid C_0C_0 \mid C_1C_1 \mid BB \\
 C_0 &::= 0 \\
 C_1 &::= 1 \\
 D_1 &::= AC_0 \\
 D_2 &::= BC_1
 \end{aligned}$$

■ APARTADO F:

La gramática inicial no está bien formada, la gramática bien formada equivalente que utilizaremos para pasar a FNC es:

$$\begin{aligned}
 S &::= abAB \mid abB \mid abA \mid ab \\
 A &::= bAB \mid bB \mid bA \mid b \\
 B &::= BAa \mid Ba \mid Aa \mid a \mid bAB \mid bB \mid bA \mid b
 \end{aligned}$$

Y por lo tanto, después de aplicar el algoritmo, la gramática equivalente en Forma Normal de Chomsky es:

$$\begin{aligned}
 S &::= C_aD_1 \mid C_aD_3 \mid C_aD_4 \mid C_aC_b \\
 A &::= C_bD_5 \mid C_bB \mid C_bA \mid b \\
 B &::= BD_6 \mid BC_a \mid AC_a \mid a \mid C_bD_7 \mid C_bB \mid C_bA \mid b \\
 C_a &::= a \\
 C_b &::= b \\
 D_1 &::= C_bD_2 \\
 D_2 &::= AB \\
 D_3 &::= C_bB \\
 D_4 &::= C_bA \\
 D_5 &::= AB \\
 D_6 &::= AC_a \\
 D_7 &::= AB
 \end{aligned}$$

Nota: Si nos damos cuenta, los elementos D_2 , D_5 y D_7 , tienen las mismas producciones y por lo tanto, podríamos simplificar la gramática eliminando dos de ellos y cambiando las producciones oportunas.

4. Obtén una gramática en Forma Normal de Greibach equivalente a cada una de las representadas por las siguientes producciones:

a)	$A ::= BC$	b)	$A ::= CB2 \mid 1B \mid \lambda$
	$B ::= CA \mid a$		$B ::= BC \mid 1$
	$C ::= AB \mid b$		$C ::= 2$
c)	$S ::= AB$	d)	$A ::= Ba$
	$A ::= BS \mid 1 \mid 1E$		$B ::= Cb$
	$B ::= SA \mid 0 \mid 10$		$C ::= cCD \mid c$
e)	$A ::= BC \mid a$	f)	$D ::= Db \mid a$
	$B ::= Cc$		$S ::= SS \mid aSb \mid \lambda$
	$C ::= BA \mid b$		
g)	$S ::= AaB \mid AaC$	h)	$S ::= ABb \mid a$
	$A ::= Ab \mid Ac \mid b \mid c$		$A ::= aaA \mid B$
	$B ::= BdC \mid 0$		$B ::= bAb$
	$C ::= CeB \mid 1$		

Solución:

■ APARTADO A:

Lo primero que debemos comprobar para aplicar el *Algoritmo 6* de los apuntes, para obtener una gramática en Forma Normal de Greibach, es asegurarnos que la gramática que nos proporcionan está en Forma Normal de Chomsky. Si es así, aplicaremos el algoritmo directamente, en caso contrario, primero deberemos obtener una gramática bien formada y después transformarla a FNC, para seguir con el algoritmo.

En este caso, la gramática está bien formada y se encuentra en Forma Normal de Greibach, por lo tanto, podemos continuar directamente.

Antes de aplicar el algoritmo, debemos establecer un orden entre los elementos no terminales de la gramática. Este orden puede ser aleatorio, pero también podemos escogerlo de forma que realicemos el mínimo número de sustituciones. De esta forma, sólo debemos saber qué es lo que hace el algoritmo para establecer un orden más óptimo. En este caso, el algoritmo realiza sustituciones para las producciones del tipo:

$$A_k ::= A_j \alpha, \text{ si } k > j, \text{ en el orden establecido}$$

por lo tanto, si tenemos una producción: $A ::= BC$, parece lógico que B deba ser superior en orden que A , para evitar tener que hacer sustituciones. Sin embargo, no siempre se puede establecer este orden tan fácilmente y en caso de que no podamos hacerlo, elegiremos un orden arbitrario. Aunque el orden no influye para conseguir una gramática en FNG, las gramáticas que se obtienen con distintos órdenes no tienen porqué ser iguales (aunque sí serán equivalentes).

Para este ejercicio, seleccionaremos el orden:

$$B < C < A$$

Ahora, comprobaremos, en orden ascentente, que todas las producciones siguen correctamente el orden que hemos definido. Si no lo siguen, haremos sustituciones hasta que consigamos que lo mantengan.

- Producciones del elemento B.

Para la producción $B ::= CA$, no debemos hacer nada, porque C es superior en orden que B . Y la producción: $B ::= a$, ya es correcta.

- Producciones del elemento C.

La producción $C ::= AB$ es correcta porque A es superior a C en el orden que hemos establecido. La producción $C ::= b$ es correcta.

- Producciones del elemento A.

La producción $A ::= BC$ no es correcta, ya que B es inferior en orden que A , por lo tanto, sustituimos **todas** las producciones de B en la producción correspondiente, resultando:

$$A ::= CAC \mid aC$$

Otra vez deberemos sustituir la nueva producción $A ::= CAC$ porque es contraria al orden, con lo que obtendremos:

$$A ::= ABAC \mid bAC \mid aC$$

Estas producciones sí que respetan el orden, sin embargo, nos ha surgido una producción recursiva por la izquierda y la debemos eliminar. Para ello, seguiremos el *Lema 17* de los apuntes. Al realizar la transformación, la gramática completa nos queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A &::= bAC \mid aC \mid bACT_1 \mid aCT_1 \\ B &::= CA \mid a \\ C &::= AB \mid b \\ T_1 &::= BAC \mid BACT_1 \end{aligned}$$

A continuación, debemos insertar el nuevo elemento no terminal (T_1), que ha aparecido al eliminar la recursividad a izquierdas, dentro del orden, y lo insertamos al inicio, asegurándonos así que cualquier elemento no terminal que tenga como elemento más a la izquierda en cualquiera de sus producciones ya es de un orden superior. Por lo tanto, el nuevo orden es:

$$T_1 < B < C < A.$$

Como ya hemos terminado de revisar todas las producciones y todas están en orden y no hay producciones recursivas a izquierdas, ahora vamos a empezar a sustituir, en orden descendente, en todas las producciones hasta asegurarnos que todas tienen un elemento terminal como elemento más a la izquierda.

- Producciones de A.

Ya tienen todas un elemento terminal como elemento más a la izquierda de todas sus producciones.

$$A ::= bAC \mid aC \mid bACT_1 \mid aCT_1$$

- Producciones de C.

Debemos sustituir la producción $C ::= AB$, por lo tanto:

$$\begin{aligned} A &::= bAC \mid aC \mid bACT_1 \mid aCT_1 \\ C &::= bACB \mid aCB \mid bACT_1B \mid aCT_1B \mid b \end{aligned}$$

- Producciones de B.

Debemos sustituir la producción $B ::= CA$, por lo tanto:

$$\begin{aligned} A &::= bAC \mid aC \mid bACT_1 \mid aCT_1 \\ C &::= bACB \mid aCB \mid bACT_1B \mid aCT_1B \mid b \\ B &::= bACBA \mid aCBA \mid bACT_1BA \mid aCT_1BA \mid bA \mid a \end{aligned}$$

- Producciones de T_1 .

Debemos sustituir las producciones $D ::= BACT_1$ y $D ::= BAC$.

$$\begin{aligned} A &::= bAC \mid aC \mid bACT_1 \mid aCT_1 \\ C &::= bACB \mid aCB \mid bACT_1B \mid aCT_1B \mid b \\ B &::= bACBA \mid aCBA \mid bACT_1BA \mid aCT_1BA \mid bA \mid a \\ T_1 &::= bACBAACT_1 \mid aCBAACT_1 \mid bACT_1BAACT_1 \mid aCT_1BAACT_1 \\ &\quad \mid bAACT_1 \mid aACT_1 \mid bACBAAC \mid aCBAAC \mid bACT_1BAAC \\ &\quad \mid aCT_1BAAC \mid bAAC \mid aAC \end{aligned}$$

Y esta es nuestra gramática equivalente en Forma Normal de Greibach.

■ APARTADO B:

■ APARTADO C:

La gramática que nos ofrecen no es una gramática bien formada. La gramática bien formada equivalente es:

$$\begin{aligned} S &::= AB \\ A &::= BS \mid 1 \\ B &::= SA \mid 0 \mid 10 \end{aligned}$$

Si la ponemos en FNC:

$$\begin{aligned} S &::= AB \\ A &::= BS \mid 1 \\ B &::= SA \mid 0 \mid C_1C_0 \\ C_0 &::= 0 \\ C_1 &::= 1 \end{aligned}$$

Si establecemos como orden:

$$S < A < B < C_0 < C_1$$

La gramática en Forma Normal de Greibach que buscamos será:

$$\begin{aligned} S &::= 1BASB \mid 0SB \mid 1C_0SB \mid 1BAT_1SB \mid 0T_1SB \mid 1C_0T_1SB \mid 1B \\ A &::= 1BAS \mid 0S \mid 1C_0S \mid 1BAT_1S \mid 0T_1S \mid 1C_0T_1S \mid 1 \\ B &::= 1BA \mid 0 \mid 1C_0 \mid 1BAT_1 \mid 0T_1 \mid 1C_0T_1 \\ C_0 &::= 0 \\ C_1 &::= 1 \\ T_1 &::= 1BASBBA \mid 0SBBA \mid 1C_0SBBA \mid 1BAT_1SBBA \mid 0T_1SBBA \\ &\quad \mid 1C_0T_1SBBA \mid 1BBA \mid 1BASBBAT_1 \mid 0SBBAT_1 \mid 1C_0SBBAT_1 \\ &\quad \mid 1BAT_1SBBAT_1 \mid 0T_1SBBAT_1 \mid 1C_0T_1SBBAT_1 \mid 1BBAT_1 \end{aligned}$$

■ APARTADO D:

■ APARTADO E:

■ APARTADO F:

La gramática que nos ofrecen no es una gramática bien formada. La gramática bien formada equivalente es:

$$S ::= SS \mid aSb \mid ab \mid \lambda$$

Si la ponemos en FNC:

$$\begin{aligned} S &::= SS \mid C_aD_1 \mid C_aC_b \mid \lambda \\ C_a &::= a \\ C_b &::= b \\ D_1 &::= SC_b \end{aligned}$$

Si establecemos como orden:

$$D_1 < S < C_a < C_b$$

La gramática en Forma Normal de Greibach que buscamos será:

$$\begin{aligned} S &::= aD_1 \mid aC_b \mid aD_1T_1 \mid aC_bT_1 \mid \lambda \\ C_a &::= a \\ C_b &::= b \\ D_1 &::= aD_1C_b \mid aC_bC_b \mid aD_1T_1C_b \mid aC_bT_1C_b \\ T_1 &::= aD_1 \mid aC_b \mid aD_1T_1 \mid aC_bT_1 \mid aD_1T_1 \mid aC_bT_1 \mid aD_1T_1T_1 \mid aC_bT_1T_1 \end{aligned}$$

■ APARTADO G:

■ APARTADO H:

La gramática que nos ofrecen no es una gramática bien formada. La gramática bien formada equivalente es:

$$S ::= a$$

que ya se encuentra en FNG.