

# **Linguagens Formais e Autômatos**

## **Aula 02 - Autômatos finitos**

Prof. Dr. Daniel Lucrédio  
Departamento de Computação / UFSCar  
Última revisão: ago/2015

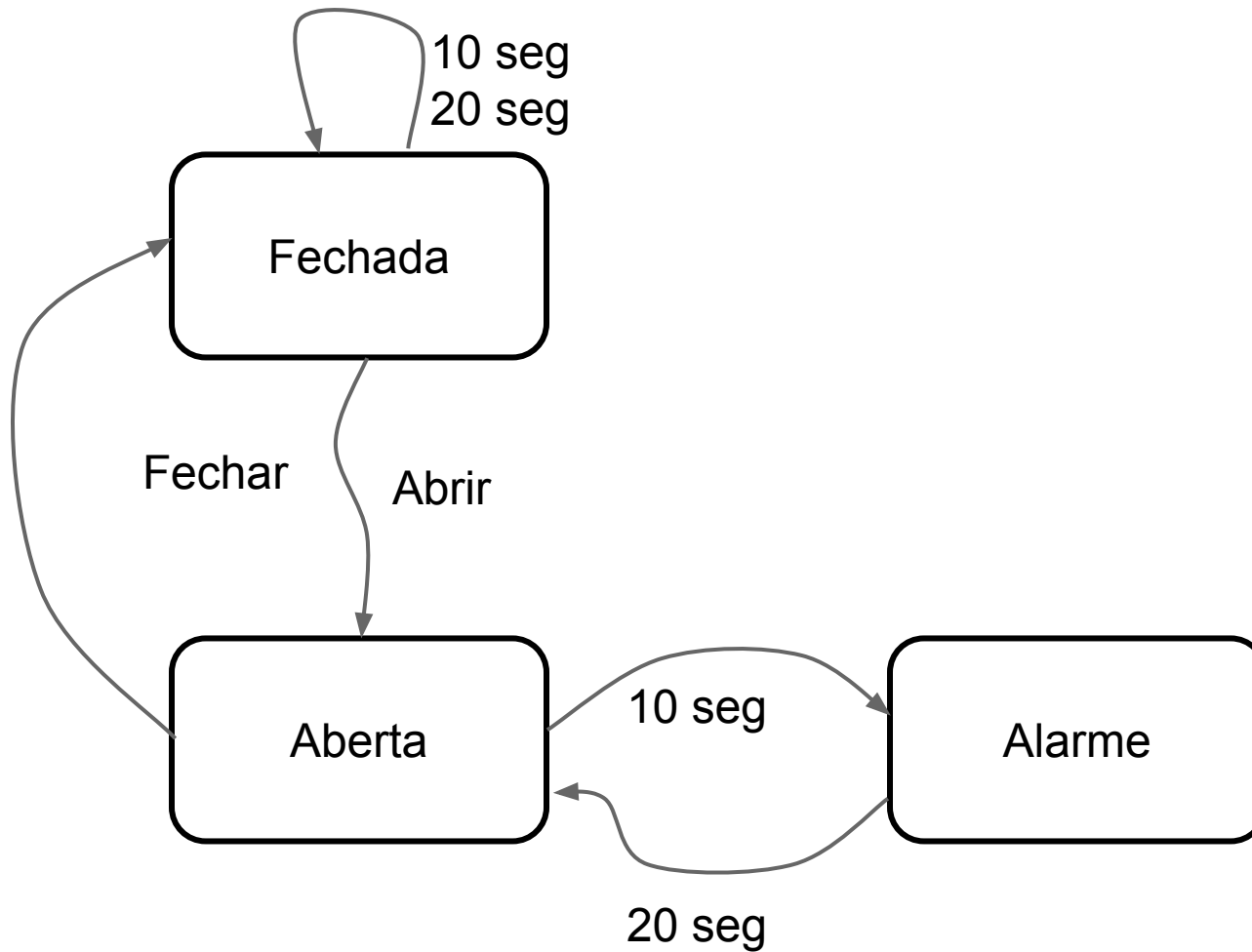
# Referências bibliográficas

- **Introdução à teoria dos autômatos, linguagens e computação / John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman** ; tradução da 2.ed. original de Vandenberg D. de Souza. - Rio de Janeiro : Elsevier, 2002 (Tradução de: Introduction to automata theory, languages, and computation - ISBN 85-352-1072-5)
  - Capítulo 2 - Seções 2.1 e 2.2
- **Introdução à teoria da computação / Michael Sipser** ; tradução técnica Ruy José Guerra Barretto de Queiroz ; revisão técnica Newton José Vieira. -- São Paulo : Thomson Learning, 2007 (Título original : Introduction to the theory of computation. "Tradução da segunda edição norte-americana" - ISBN 978-85-221-0499-4)
  - Capítulo 1 - Seção 1.1

# Autômatos finitos

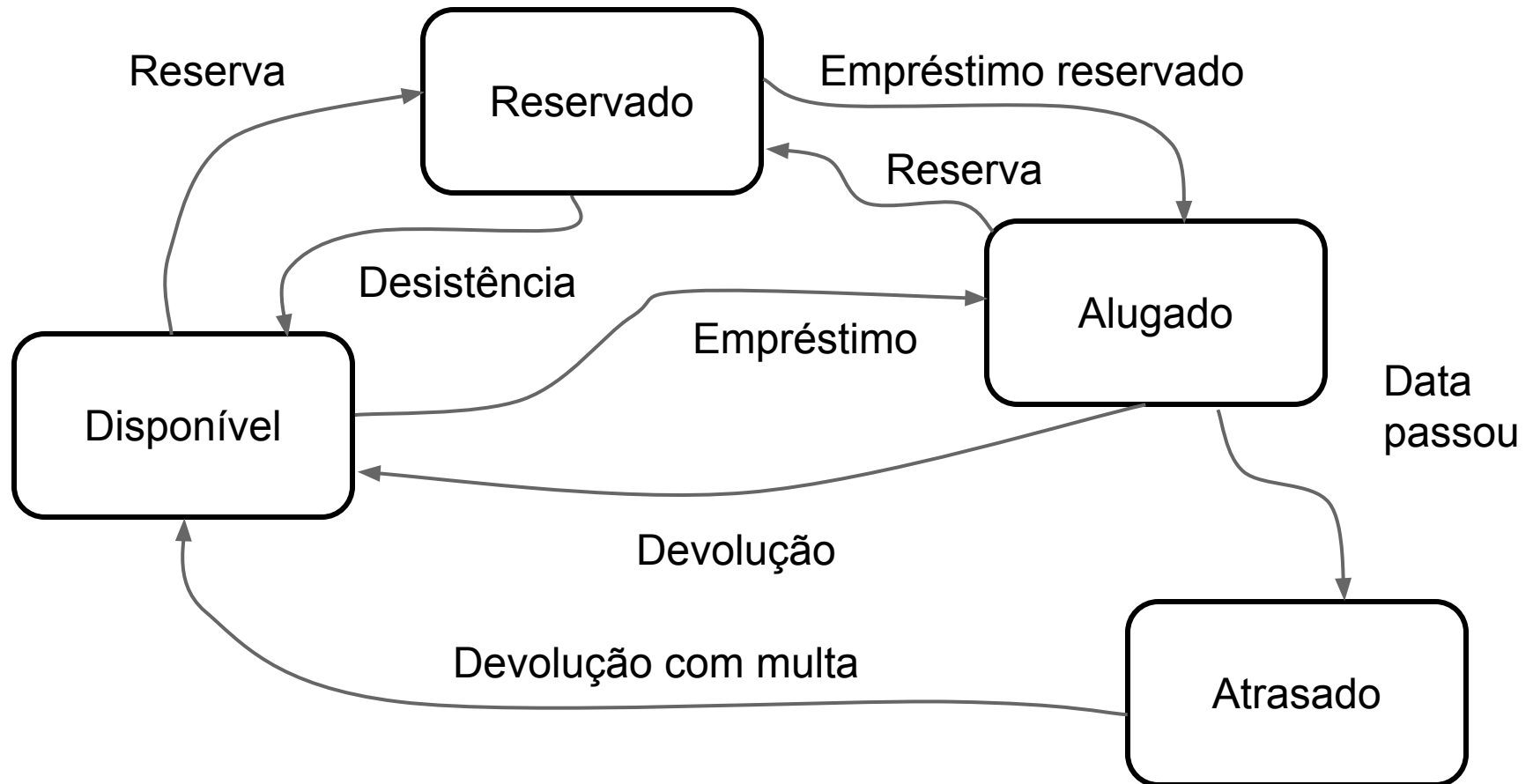
- Definição informal
  - Conjunto de estados: cada um “lembra” o que já foi feito na história de um sistema
  - Conjunto de transições: movimentos possíveis de um estado para outro
  - Controle: dispositivo hipotético que lê uma entrada externa e move de um estado para outro
  - Existem transições que não mudam o estado
  - Exemplo: geladeira

# Autômatos finitos



# Autômatos finitos

- Exercício: Locadora de vídeo



# Autômatos finitos

- Aplicações
  - Avaliar um determinado processo/protocolo em busca de erros/falhas
  - Ex: e se eu fechar a porta com o alarme tocando?
  - Ex: e se eu reservar um filme atrasado?
  - Dependendo da implementação, pode resultar em erros

# Autômatos finitos determinísticos

- Definição Formal: DFA
- $A=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$ 
  - $Q$ =Conjunto finito de estados
  - $\Sigma$ =Conjunto finito de símbolos de entrada
  - $\delta$ =Função de transição
  - $q_0$ =Um estado inicial ( $q_0 \in Q$ )
  - $F$ =Um conjunto de estados finais ou de aceitação ( $F \subseteq Q$ )

# Autômatos finitos determinísticos

- Função de transição
  - $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- Define o funcionamento do autômato
- Ex. da geladeira:
  - Precisa ter estado inicial e de aceitação
  - $Q = \{\text{Fechada}, \text{Aberta}, \text{Alarme}\}$
  - $\Sigma = \{\text{abrir}, \text{fechar}, 10\text{seg}, 20\text{seg}\}$
  - $q_0 = \text{Fechada}$
  - $F = \{\text{Fechada}\}$



# Autômatos finitos determinísticos

- $\delta(\text{Fechada}, \text{abrir}) = \text{Aberta}$
- $\delta(\text{Aberta}, \text{fechar}) = \text{Fechada}$
- $\delta(\text{Aberta}, 10\text{seg}) = \text{Alarme}$
- $\delta(\text{Alarme}, 20\text{seg}) = \text{Aberta}$

# Autômatos finitos determinísticos

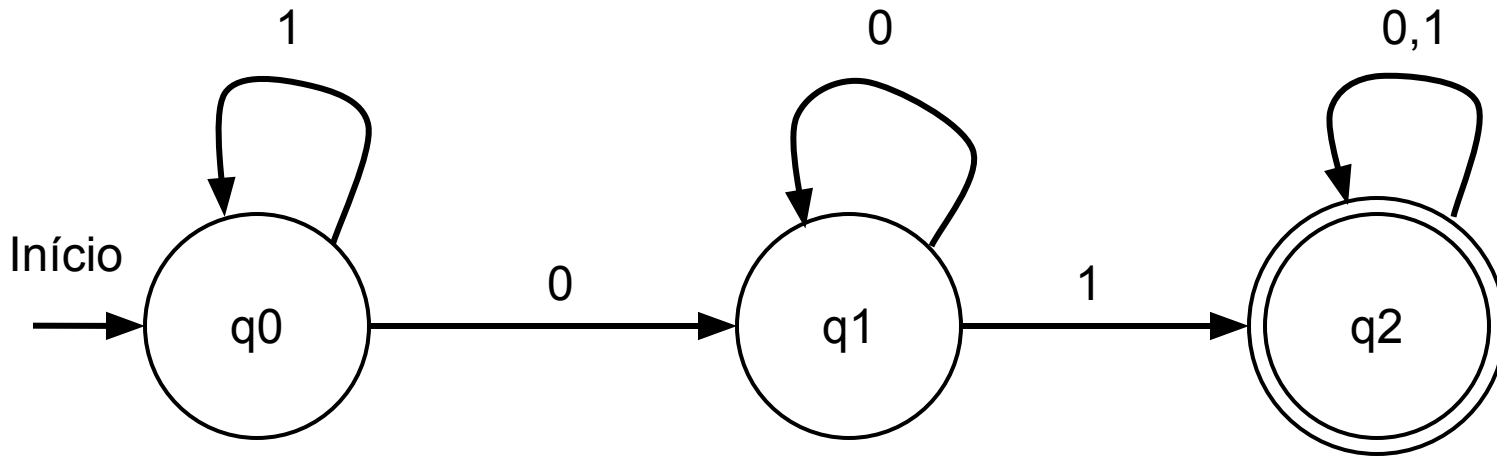
- Em um DFA
  - As transições estão completas
  - Para todo estado e todo símbolo de entrada
  - Sempre sabe o que fazer
    - Definição de determinismo

# Autômatos finitos determinísticos

- Notações
  - Diagramas (Exemplo mais comum)
  - Tabelas de transição (Versão tabular do diagrama)
  - Representam completamente a 5-upla do autômato
- Diagrama de estado
  - Cada estado tem um nó correspondente
  - Estado inicial (seta apontando para o estado a partir do nada)
  - Estado de aceitação (círculo duplo)
  - Setas saindo de um estado para outro são transições
    - Representação visual da função  $\delta$

# Autômatos finitos determinísticos

- Ex:  $\{x01y \mid x \text{ e } y \text{ são quaisquer strings de 0's e 1's}\}$



# Autômatos finitos determinísticos (AFD)

- Versão tabular
  - Linhas correspondem aos estados
  - Colunas correspondem às entradas
  - Estado inicial é marcado com uma seta
  - Estados de aceitação são marcados com asterisco

	0	1
→ q0	q1	q0
q1	q1	q2
* q2	q2	q2

# Autômatos finitos determinísticos

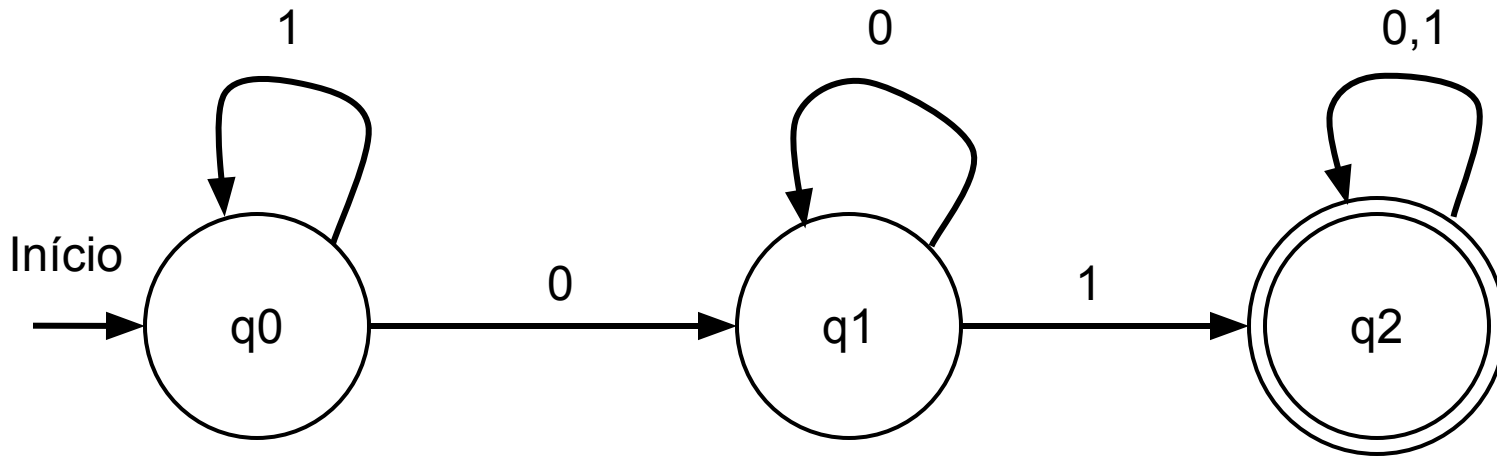
- Um DFA denota uma linguagem
  - Conjunto de todas as cadeias que aceita
  - $L(M) = A$
  - M reconhece A
  - M aceita A
  - Mesmo que um M não aceite nenhuma cadeia
    - Ele aceita a linguagem vazia  $\emptyset$

# Autômatos finitos determinísticos

- Quando o autômato recebe uma cadeia de entrada
  - Processa a cadeia e produz uma saída: aceita ou rejeita
  - Começa no estado inicial
  - Lê símbolos da esquerda para a direita
  - Após ler um símbolo, move-se de um estado para outro, de acordo com a função de transição
  - Quando lê o último símbolo, produz a saída
  - Se o autômato estiver em estado de aceitação, a saída será aceita
  - Caso contrário, será rejeitada
- Ex: abrir-fechar-abrir-fechar
- Ex: 0010111

# Autômatos finitos determinísticos

- Ex:  $\{x01y \mid x \text{ e } y \text{ são quaisquer strings de 0's e 1's}\}$





# Autômatos finitos determinísticos

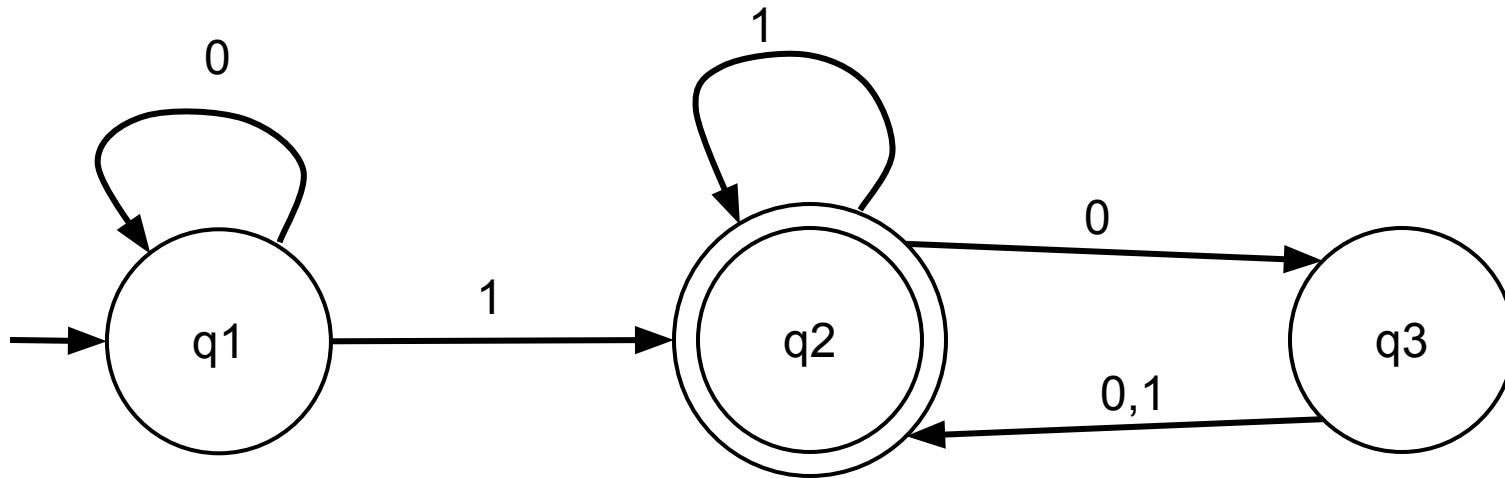
- Definição formal de linguagem (indutiva)
  - $\delta(q,a)=p$
  - $\delta^{\wedge}(q,\varepsilon)=q$
  - $\delta^{\wedge}(q,w)=\delta(\delta^{\wedge}(q,x),a)$  onde  $w=xa$
  - $L(A)=\{w \mid \delta^{\wedge}(q_0,w) \text{ está em } F\}$
- Definição:
  - Se  $L$  é  $L(A)$  para algum DFA
  - $L$  é regular

# Autômatos finitos determinísticos

- Configuração instantânea
- $w_1 w_2 w_3 \dots w_k q w_{k+1} w_{k+2} \dots w_{n-2} w_{n-1} w_n$
- Ex:
  - Entrada: 001010011
  - Configuração: 001[q<sub>3</sub>]010011
  - Já leu 001, falta ler 010011
  - Encontra-se no estado q<sub>3</sub>
  - Próxima entrada é 0

# Interpretando autômatos finitos

- Dado o seguinte autômato finito:



# Interpretando autômatos finitos

- Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

00000    0100    01000    010000    010101    11111

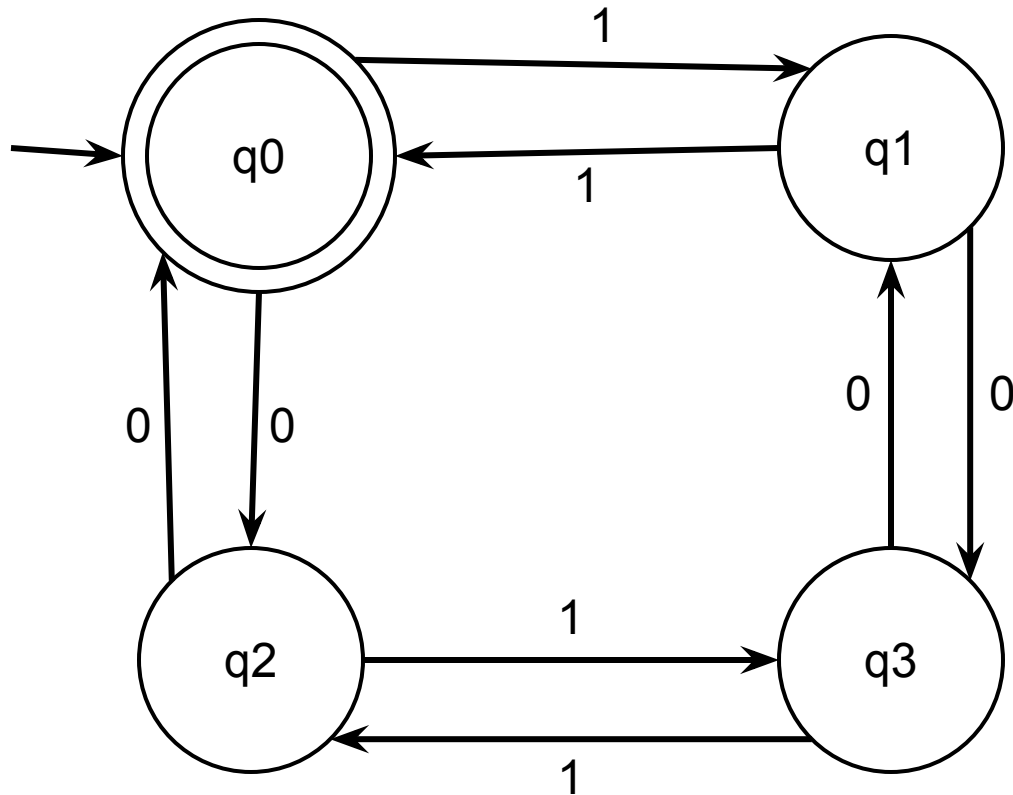
- Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?
- Descreva informalmente a linguagem do autômato
- Descreva formalmente a linguagem do autômato

# Respostas

- Linguagens com um 1 pelo menos e um número par de zeros depois do último 1 (zero é par)
  - $A = \{w \mid w \text{ contém pelo menos um } 1 \text{ e um número par de } 0\text{s} \text{ segue o último } 1\}$

# Interpretando autômatos finitos

- Dado o seguinte autômato finito:



# Interpretando autômatos finitos

- Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

0101    0110    1001    1111    1    11100

- Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?
- Descreva informalmente a linguagem do autômato
- Descreva formalmente a linguagem do autômato

# Respostas

- Cadeias com um número par de 0s e 1s
- $L = \{w \mid w \text{ tem ao mesmo tempo um número par de 0s e um número par de 1s}\}$



# Interpretando Autômatos Finitos

- Dado o seguinte autômato finito:

	0	1
→ q1	q1	q2
* q2	q1	q2

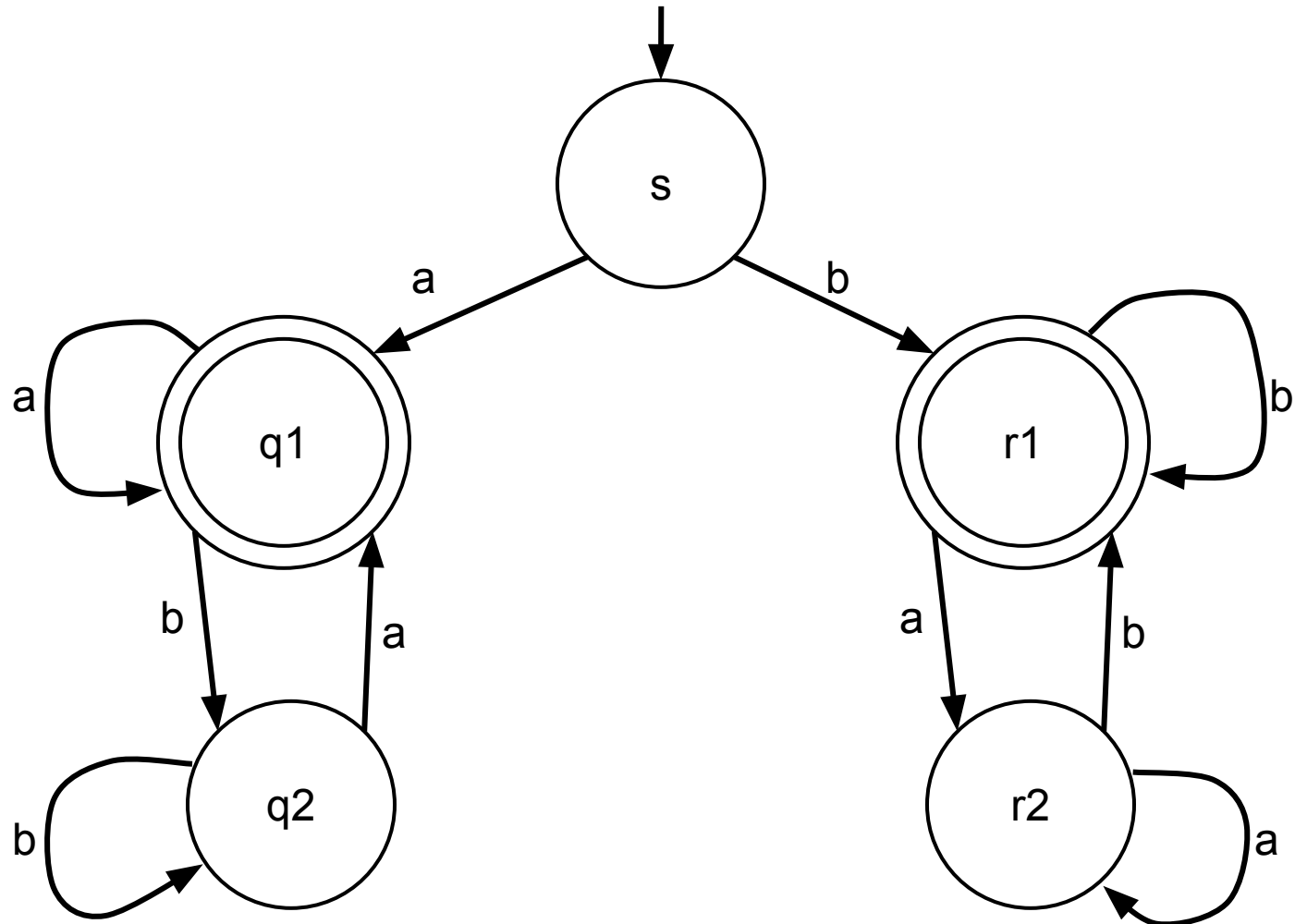
# Interpretando autômatos finitos

- Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:
  - 010    0111110    0000001    1101    001    11100
- Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?
- Descreva informalmente a linguagem do autômato
- Descreva formalmente a linguagem do autômato

# Respostas

- Todas as cadeias que terminam com 1
- $L = \{w \mid w \text{ termina com um } 1\}$

# Interpretando autômatos finitos



# Interpretando autômatos finitos

- Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

a    b    aa    bb    bab    ab    ba    bbba

- Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?
- Descreva informalmente a linguagem do autômato
- Descreva formalmente a linguagem do autômato

# Respostas

- Cadeias que começam e terminam com o mesmo símbolo
- $L = \{w \mid w \text{ começa e termina com } a \text{ ou } w \text{ começa e termina com } b\}$

# Projetando autômatos finitos

- Projetar é um processo criativo
- Não pode ser reduzido a uma receita ou fórmula simples
- Dica: ponha-se a si próprio no lugar da máquina que está tentando projetar
  - Veja como você se conduziria para realizar a tarefa da máquina
  - Você recebe uma cadeia de entrada
  - Vai vendo os símbolos um por um
  - Você não sabe quando o final da cadeia está vindo
  - Tem que estar sempre pronto com a resposta

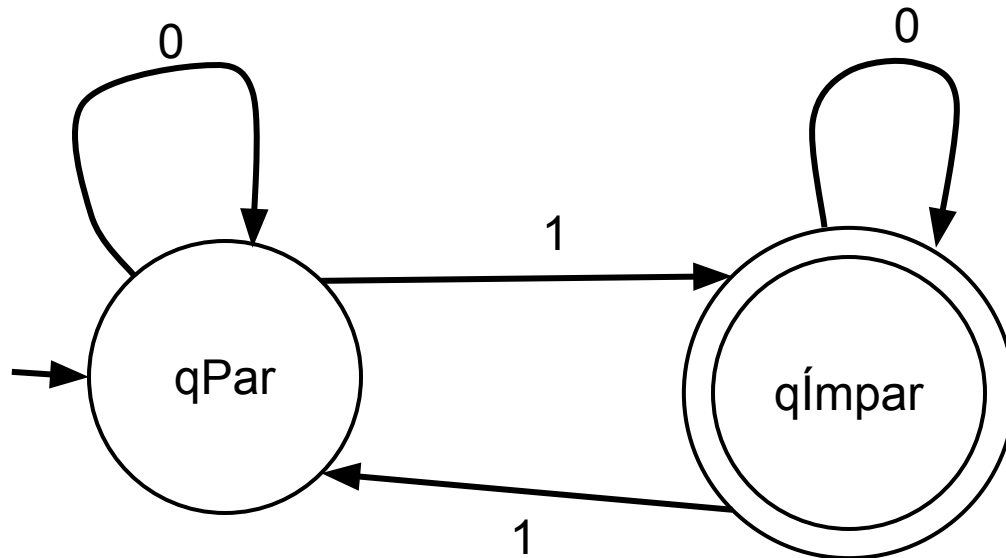
# Projetando autômatos finitos

- Você precisa lembrar coisas sobre a cadeia
  - Impossível lembrar tudo
  - Autômatos finitos não sabem contar!
  - Nem você consegue lembrar tudo
    - Imagine uma entrada com 1000 dígitos
  - Precisa ter uma lógica
  - Um raciocínio
    - Essa informação é crucial
    - Depende do feeling, talento, dom, etc...



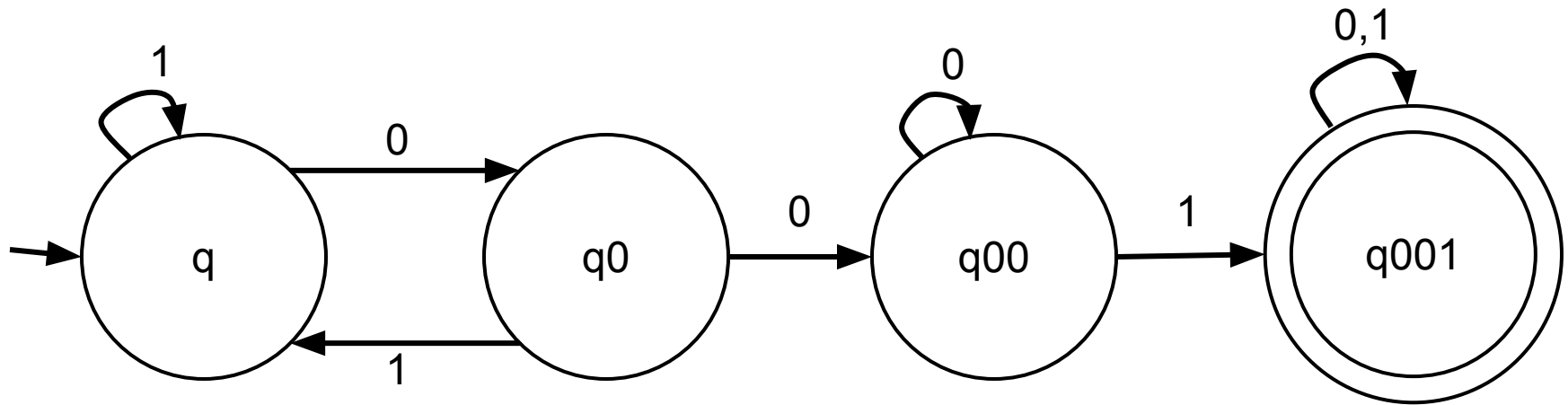
# Projetando autômatos finitos

- Ex:
  - $\Sigma = \{0,1\}$
  - Linguagem = cadeias com número ímpar de 1s



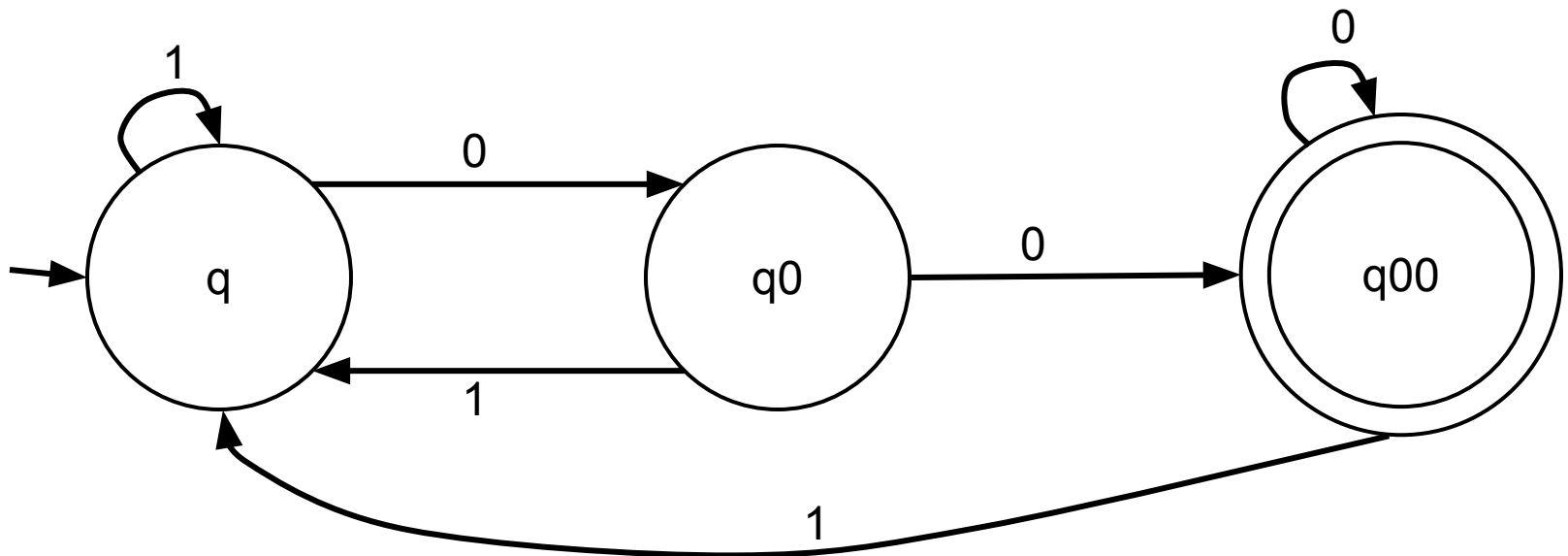
# Projetando autômatos finitos

- Ex:
  - $\Sigma = \{0,1\}$
  - Linguagem = cadeias que contém a cadeia 001 como uma subcadeia



# Projetando autômatos finitos

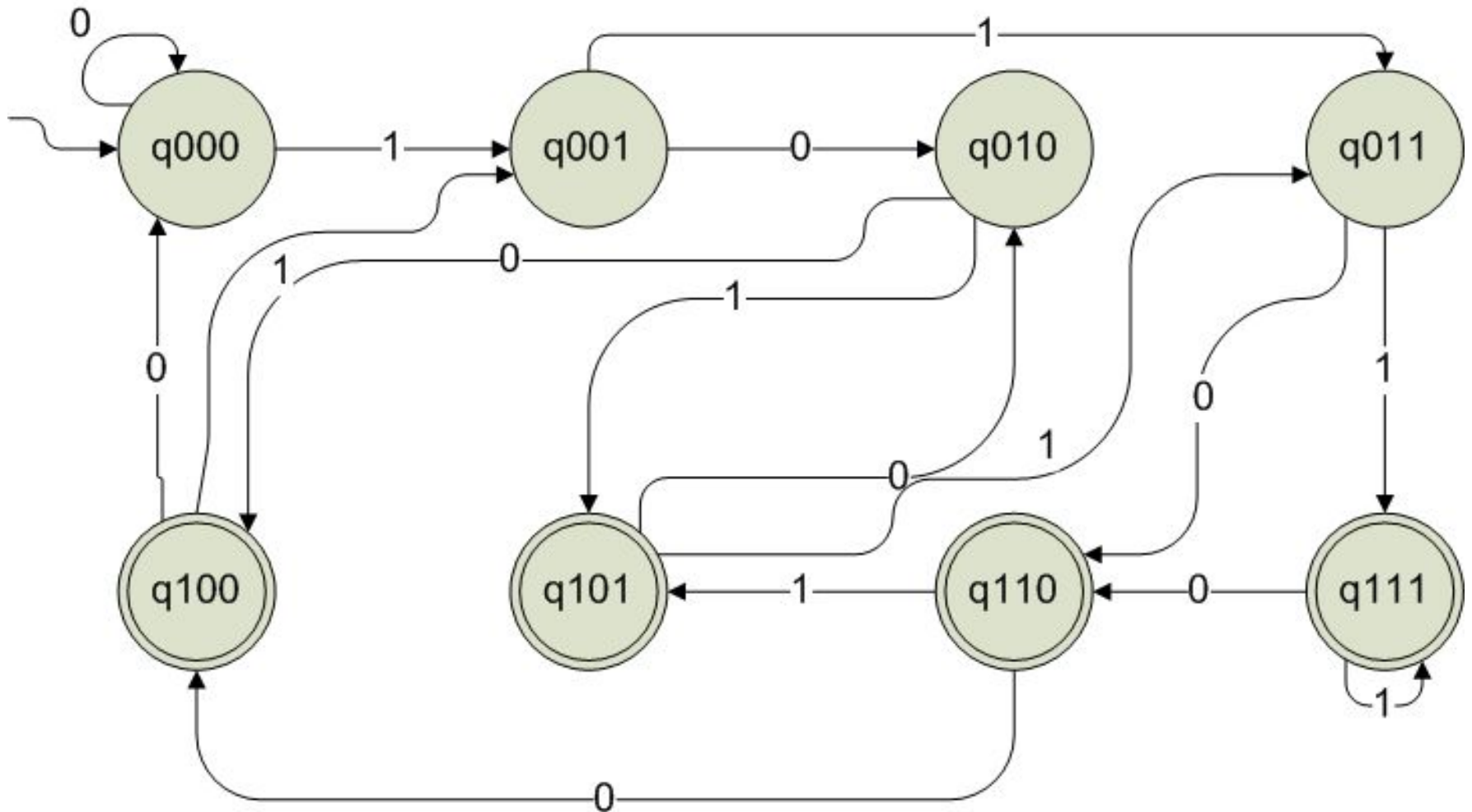
- Ex:
  - $\Sigma = \{0,1\}$
  - Linguagem = cadeias que terminam em 00



# Mais um exercício

- Linguagem A consistindo de todas as cadeias sobre  $\{0,1\}$  contendo um 1 na terceira posição a partir do final
  - Ex: 000100, 010110 estão em A, mas 0011 não

# Mais um exercício



# **Fim**

Aula 02 - Autômatos finitos