Introducción a la programación con MatLAB

Módulo 11 - Matemática simbólica

- AUTORES -[1]

[1] - NOMBRE UNIVERSIDAD -

AÑO

IEEE
Sección Argentina

Introducción

Objetivos de esta unidad :

- Crear y manipular variables simbólicas
- Resolver expresiones y ecuaciones simbólicas
- Graficar ecuaciones simbólicas
- Introducir a la diferenciación y integración de ecuaciones simbólicas

IEEE
Sección Argentina

Creación de variables simbólicas

Declaración de variable simbólica :

1. x = sym('x')
2. syms x

Ambas formas hacen al carácter 'x' igual a la variable simbólica x.

Variable simbólica utilizando otras existentes :

$$y = \frac{2 * (x+3)^2}{x^2 + 6 * x + 9}$$

IEEE
Sección Argentina

Creación de variables simbólicas

Declaración de variable simbólica :

1. x = sym('x')
2. syms x

Ambas formas hacen al carácter 'x' igual a la variable simbólica x.

Variable simbólica utilizando otras existentes :

$$y = \frac{2 * (x + 2)^2}{x^2 + 6 * x + 9}$$

Tener en cuenta

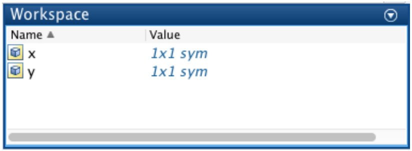
El comando **syms** permite crear múltiples variables simbólicas al mismo tiempo.

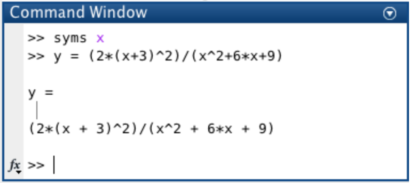
IEEE
Sección Argentina

Creación de variables simbólicas

$$symsx$$

$$y = \frac{2 * (x + 2)^2}{x^2 + 6 * x + 9}$$





IEEE
Sección Argentina

Manipulación de expresiones y ecuaciones simbólicas

Extracción de numeradores y denominadores :

Comando

Ver comando : [num,den] = numden(var)

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
syms x
y = (2*(x+2)^2)/(x^2+6*x+9)
[num,den] = numden(y)
```

IEEE
Sección Argentina

Manipulación de expresiones y ecuaciones simbólicas

Expansión de expresiones :

Comando

Ver comando : expand(var)

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
syms x
y = (2*(x+2)^2)/(x^2+6*x+9)
[num,den] = numden(y)
expand(num)
```

IEEE
Sección Argentina

Manipulación de expresiones y ecuaciones simbólicas

Factorización de expresiones :

Comando

Ver comando : factor(var)

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
syms x
y = (2*(x+2)^2)/(x^2+6*x+9)
[num,den] = numden(y)
factor(num)
```

IEEE
Sección Argentina

Manipulación de expresiones y ecuaciones simbólicas

Recolección de términos :

Comando
Ver comando : collect(var)

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
syms x
y = (2*(x+2)^2)/(x^2+6*x+9)
[num,den] = numden(y)
collect(num)
```

IEEE
Sección Argentina

Simplificación de ecuaciones simbólicas

Simplificación de ecuación :

Comando

Ver comando : simplify(var)

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
z = sym('x^3-1=(x-3)*(x+3)')
simplify(z)
```

IEEE Sección Argentina

Ejercicio práctico 18

1. Cree la variable simbólica x y verifique que se encuentra en el workspace
2. Cree las siguientes expresiones simbólicas :
   - $ex1 = x^2 - 1$
   - $ex2 = (x + 1)^2$
3. Multiplique ex1 por ex2 y llame al resultado y1
4. Divida ex1 entre ex2 y llame al resultado y2
5. Use la función **numden** para extraer el numerador y denominador de y1 y y2
6. Use las funciones **factor**, **expand**, **collect** y **simplify** en y1 e y2.

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas

Resolución de expresiones y ecuaciones :

Comando

Ver comando : solve()

Se utilizarán dos enfoques, los mismos son :

1. Cuando se trata de una expresión
2. Cuando se trata de una ecuación
    1. Expresión igualada a 0
    2. Expresión igualada a una expresión (aplicando transformación)
    3. Expresión igualada a una expresión (sin transformación)

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas : Caso 1

Utilización de la función solve en una expresión :
Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
solve('a*x^2+b*x+c')
```

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas : Caso 1

Utilización de la función solve en una expresión :
Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
solve('a*x^2+b*x+c')
```

Importante

Cuando se usa en una expresión, la función **solve** iguala la expresión a cero y resuelve.

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas : Caso 1

Especificación de la variable a resolver :
Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
solve('a*x^2+b*x+c','a')
```

Importante

Matlab por defecto resuelve para la variable simbólica x.

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas : Caso 2.1 ó 2.2

Transformación en una expresión :
Para el caso :

$$5 * x^2 + 6 * x + 3 = 10$$

Se podría reformular como :

$$5 * x^2 + 6 * x - 7 = 0$$

y resolver la ecuación ejecutando las siguientes líneas :

```
solve('5*x^2+6*x-7')
```

IEEE
Sección Argentina

Resolución de expresiones y ecuaciones simbólicas : Caso 2.3

Sin transformación de expresión :
Para el caso :

$$5 * x^2 + 6 * x + 3 = 10$$

Se resuelve la ecuación ejecutando las siguientes líneas :

```
E2 = sym('5*x^2+6*x+3=10')
solve(E2)
```

IEEE
Sección Argentina

Ejercicio práctico 19

1. Cree las variables simbólicas x,a,b y c
2. Cree las siguientes expresiones simbólicas :
   - $ex1 = a * x^2 - 1$
   - $ex2 = a * x^2 + b * x + c$

   - $eq1 = a * x^2 = 1$
   - $eq2 = a * x^2 + b * x + c = 0$
3. Use la función solve para resolver ex1 y eq1 tanto para x como para a
4. Use la función solve para resolver ex2 y eq2 tanto para x como para a

IEEE
Sección Argentina

Resolución de sistemas de ecuaciones

Resolver el siguiente sistemas de ecuaciones :

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 10 \\ -x + 3y + 2z = 5 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

IEEE
Sección Argentina

Resolución de sistemas de ecuaciones

- Definir las tres ecuaciones simbólicas

```
Ec1 = sym('3*x+2*y-z=10')
Ec2 = sym('-x+3*y+2*z=5')
Ec3 = sym('x-y-z=-1')
```

IEEE
Sección Argentina

Resolución de sistemas de ecuaciones

- Definir las tres ecuaciones simbólicas

```
Ec1 = sym('3*x+2*y-z=10')
Ec2 = sym('-x+3*y+2*z=5')
Ec3 = sym('x-y-z=-1')
```

Luego utilizando la función **solve** se obtienen la solución (valores de x, y, z) :

```
[x,y,z] = solve(Ec1,Ec2,Ec3)
```

IEEE Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

Graficación de y=f(x) :

Comando

Ver comando : ezplot()

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
y = sym('x^2-2')
ezplot(y)
```

IEEE
Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

Graficación de y=f(x) :

Comando

Ver comando : ezplot()

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
y = sym('x^2-2')
ezplot(y)
```

Importante

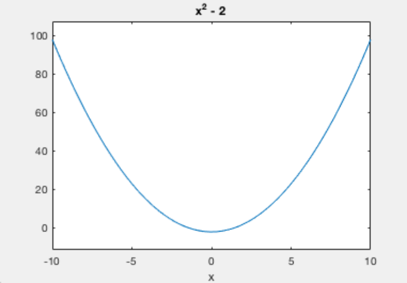
Por defecto, se grafica la función con una variación de x en el intervalo $[-2 * \pi, 2 * \pi]$

IEEE
Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
y = sym('x^2-2')
ezplot(y,[-10,10])
```



IEEE
Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

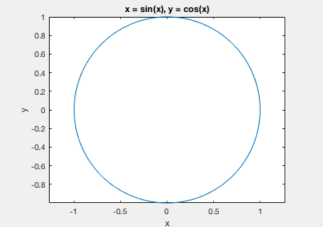
Ecuaciones paramétricas :

$$x = sen(t)$$

$$y = cos(t)$$

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
ezplot('sin(x)','cos(x)')
```



IEEE Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

$$y1 = sym('sen(X)')$$

$$y2 = sym('sen(2 * X)')$$

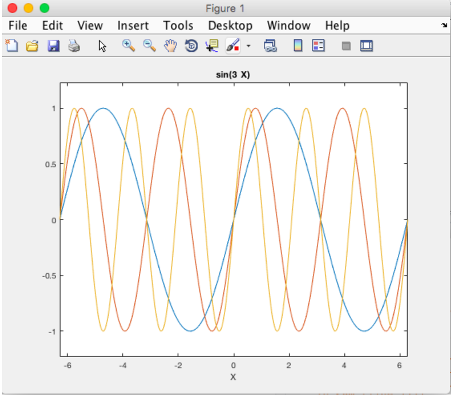
$$y3 = sym('sen(3 * X)')$$

Ej. Ejecutar las siguientes líneas. Obtener conclusiones.

```
ezplot(y1)
hold on
ezplot(y2)
ezplot(y3)
```

IEEE
Sección Argentina

Graficación de ecuaciones simbólicas

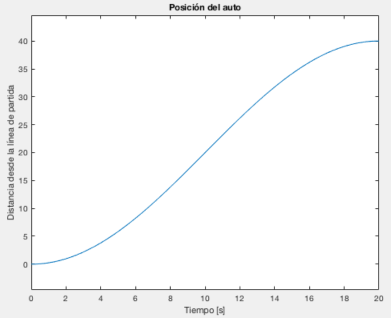


IEEE
Sección Argentina

Cálculo : Introducción a la diferenciación

Se considera un auto de carreras cuya ecuación de posición es :

$$d = 20 + 20 * sen(\frac{\pi * (t - 10))}{20})$$



IEEE
Sección Argentina

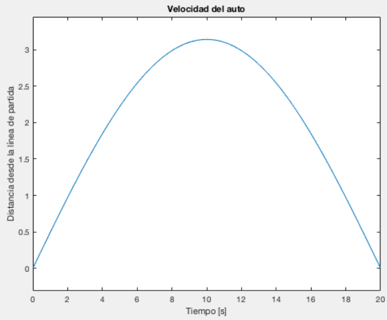
Cálculo : Introducción a la diferenciación

Sabiendo que la velocidad es la derivada de la posición y utilizando la función **diff**

Comando

Ver comando : diff()

Curva de velocidad



IEEE
Sección Argentina

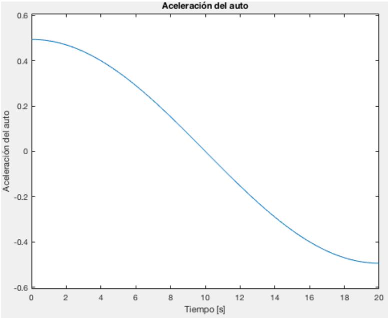
Cálculo : Introducción a la diferenciación

Sabiendo que la aceleración es la derivada de la velocidad y utilizando la función **diff**

Comando

Ver comando : diff()

Curva de aceleración



IEEE
Sección Argentina

Cálculo : Introducción a la diferenciación

Funciones de diferenciación simbólica :

diff(f)	Derivada de f respecto a la variable independiente
diff(f,'t')	Derivada de f respecto a la variable t
diff(f,n)	Derivada n-ésima de f respecto a la variable independeinte
diff(f,'t',n)	Derivada n-ésima de f respecto a la variable t

IEEE
Sección Argentina

Ejercicio práctico 20

1. Encuentre la primera derivada con respecto a x de las siguientes expresiones :
   1. $x^2 + x + 1$
   2. $sen(x)$
2. Encuentre la primera derivada parcial con respecto a x de las siguientes expresiones :
   1. $x^{0.5} - 3 * y$
   2. $3 * x + 4 * y - 3 * x * y$
3. Encuentre la segunda derivada con respecto a x para cada una de las expresiones del problema 1 y 2.
4. Encuentre la primera derivada con respecto a y para las siguientes expresiones :
   1. $y - 1$
   2. $a * y + b * x + c * z$

IEEE
Sección Argentina

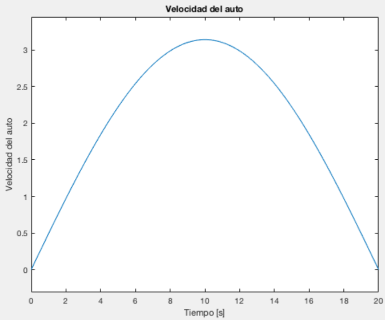
Cálculo : Introducción a la integración

Dada la curva de aceleración se procede a calcular la velocidad integrando la misma.

Comando

Ver comando : int()

Curva de velocidad



IEEE Sección Argentina

Cálculo : Introducción a la integración

Cálculo de integral definida :

int(f)	Integral de f respecto a la variable independiente
int(f,'t')	Integral de f respecto a la variable t
int(f,a,b)	Integral respecto a la variable independiente de f entre a y b

IEEE
Sección Argentina

Ejercicio práctico 21

1. Integre las siguientes expresiones con respecto a x :
   1. $x^2 + x + 1$
   2. $tan(X)$
2. Integre las siguientes expresiones con respecto a x :
   1. $x^{0.5} - 3 * y$
   2. $3 * x + 4 * y - 3 * x * y$
3. Realice una integración doble con respecto a x para cada una de las expresiones de los problemas 1 y 2.
4. Integre las siguientes expresiones con respecto a y :
   1. $y - 1$
   2. $a * y + b * x + c * z$

IEEE
Sección Argentina

Ejercicio práctico 21

IEEE
Sección Argentina

IEEE