

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL**  
**FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES**  
**Departamento de Electrónica**

**Materia: Sistemas de control**  
**Trabajo práctico N°2**

Docente: Ing. Juan Collazo  
Jefe de TP: Ing. Pablo Cerallo  
Ayudante de TP: Ing. Leandro Rios

**Alumnos :**

	Apellido y Nombre	Legajo
1	Bonzini, Aramis	141.582-1
2	Martinez, Nahuel	140.940-2
3	Michelli, Augusto	141.237-1
4	Pose, Fernando	143.791-4

## Índice

Objetivo .....	3
Sistema seguidor de posición angular .....	3
Simple, sin agregados .....	3
Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición frente a una excitación del tipo rectangular .....	6
Agregado de un rozamiento mecánico extra .....	6
Comparación de los lugares de raíces del sistema original contra el agregado de un rozamiento extra .....	6
Comparación con el sistema original .....	7
Respuesta sobre amortiguada del seguidor de posición con el agregado de un rozamiento viscoso .....	7
Agregado de un polo extra en la cadena directa .....	8
Comparación de los lugares de raíces del sistema original contra el agregado de un polo extra .....	8
Comparación con el sistema sin agregados .....	8
Realimentación de la velocidad .....	10
Comparación de los lugares de raíces del sistema original contra la realimentación de la velocidad .....	10
Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición con realimentación de la velocidad .....	10
Visualización de la señal de error y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular .....	11
Visualización de la señal de velocidad y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular .....	11
Visualización de la señal de set point, error y salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular .....	12
Visualización de la señal de set point, error y salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular .....	12
Visualización de la señal de set point y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular .....	13
Visualización de la señal de velocidad y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular .....	13
Visualización de la señal de error para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular .....	14
Ancho de banda del seguidor de posición .....	14
Ganancia en bajas frecuencias y frecuencia de corte del sistema .....	15
Visualización de la señal de error para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal senoidal .....	15
Sistema seguidor de velocidad angular .....	16
Visualización de las señales para el seguidor de velocidad ante una señal rectangular .....	16
Visualización de la señal de error para el seguidor de velocidad ante una señal rectangular .....	17

# ESTUDIO Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE CONTROL DE POSICIÓN Y VELOCIDAD ANGULAR BASADO EN UN MOTOR DE CC.

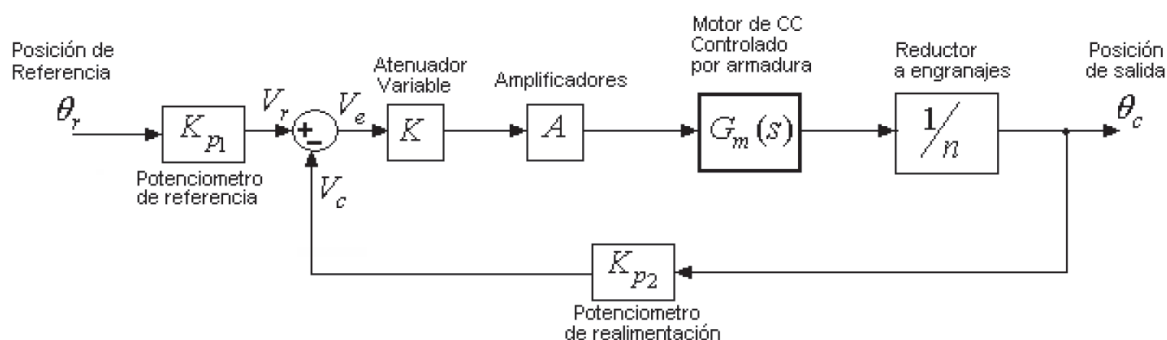
## Objetivo

Estudiar y analizar el comportamiento de un sistema de control a lazo cerrado mediante comprobaciones de laboratorio, a través de las respuestas temporales y frecuenciales. También se pretende que los estudiantes realicen las comparaciones de los resultados obtenidos experimentalmente, con análisis teóricos empleando Lugar de raíces y Respuesta en Frecuencia, sobre la base de los parámetros obtenidos en el TP1, y conociendo las funciones transferencias de cada componente de los lazos de posición y velocidad.

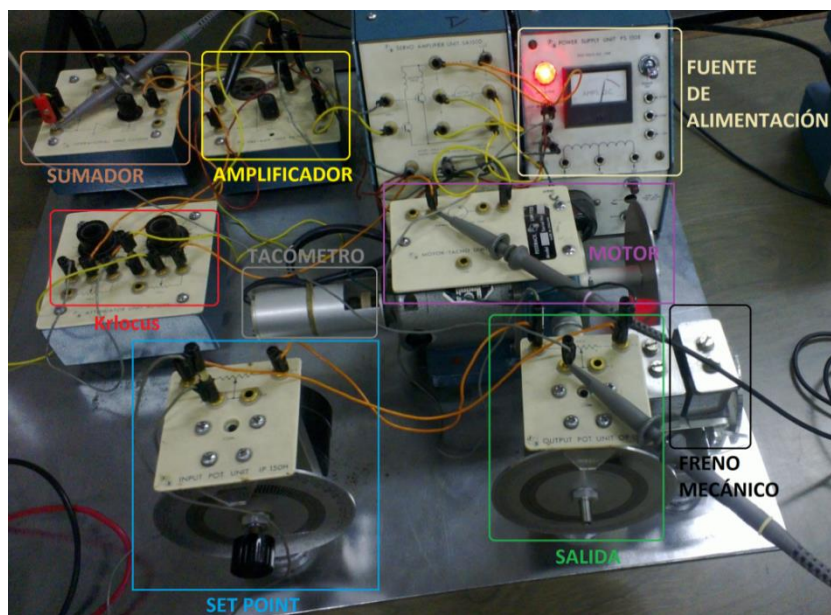
## Sistema seguidor de posición angular

### Simple, sin agregados

Inicialmente, se llevará a cabo el sistema seguidor de posición, tal como se indica en la figura 1, para calcular el lugar de raíces y comprobar los 4 tipos de respuesta: Sobre amortiguada, críticamente amortiguada, sub amortiguada y oscilatoria.



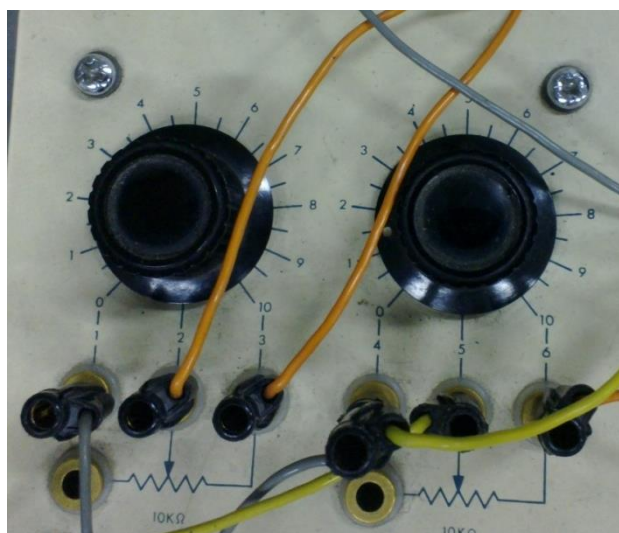
*Ilustración 1: Diagramas de bloques para el control de posición angular*



*Ilustración 2: Disposición física del sistema seguidor de posición*

Como el kit provisto está diseñado para realizar pruebas, principalmente didácticas como el efecto de estos trabajos prácticos, la fuente de alimentación tiene una protección contra una elevada exigencia de corriente, la cual se observa en la imagen anterior en estado activo, ya que la aguja del indicador está en la zona roja y que la luz de emergencia de la fuente se encuentra encendida. Esto funciona como protección para el motor en el caso de darle una ganancia a  $K$  que torne inestable al sistema, lo que haría que la salida diverja, elevando en cada ciclo el consumo de corriente por parte del motor. Por este motivo, sólo se ensayarán las 3 respuestas estables que no lleven a la fuente de alimentación a la condición de emergencia.

#### *Potenciómetro variable para generar el lugar de raíces*



*Ilustración 3: Potenciómetro de ganancia variable  $K$  (izq)*

Para poder emplear un amplificador que varíe su ganancia entre 0 y 1, y así poder obtener el lugar de raíces, se emplea un potenciómetro (el de la izquierda en la foto), conectando un extremo a masa, inyectando la salida del sumador por el otro extremo y tomando como salida el punto medio.

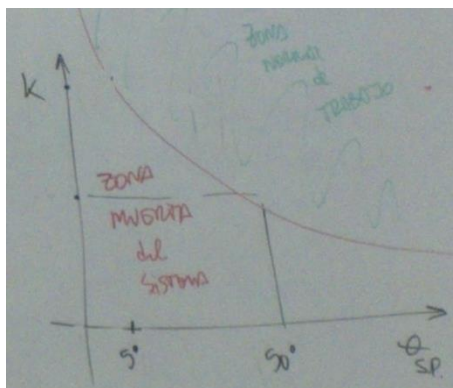
$K$  sub amortiguado = 4

Debido al inconveniente de la zona muerta que presenta el motor, para el sistema original sólo se pudo obtener una respuesta del tipo sub amortiguado. Esto se puede ver analizando las ecuaciones de funcionamiento del sistema:

Ecuaciones de funcionamiento del seguidor de posición:

$$\begin{cases} (1) E_a = E_{\text{Error}} * K_{\text{rlocus}} * \text{Amplificador} \\ (2) E_{\text{Error}} = (\theta_{\text{SetPoint}} - \theta_{\text{Ssalida}}) * K_{\text{pot}} \end{cases}$$

Tomando el valor de tensión de armadura  $E_a$  como constante en la ecuación e igualándolo al valor límite de la zona muerta, en la ecuación 1 queda que el producto de 2 variables debe ser constante (la ganancia de la cadena amplificadora es constante), la tensión de error, que es proporcional a la diferencia entre el set point y la salida, y la ganancia variable  $K_{\text{rlocus}}$ , con la cual se genera el lugar de raíces. Por lo tanto, esto determina una hipérbola que define 2 zonas de trabajo: la franja inferior, que se corresponde con la zona de insensibilidad, y la superior, que es la zona de trabajo útil.



*Ilustración 4: Zona muerta del sistema en función de K y del Set Point*

Para que el sistema pueda seguir pequeñas variaciones del Set Point, es necesario utilizar un valor de K elevado que permita ubicar el punto de trabajo por encima de la hipérbola, lo cual obliga a obtener una respuesta del tipo sub amortiguada, pudiendo darse el caso de obtener incluso una respuesta oscilatoria, debido al valor alto de K. Por el contrario, si se quiere emplear un valor de K bajo tal que permita visualizar una respuesta del tipo sobre o críticamente amortiguada, el salto de variación del Set Point requerido es elevado. Esto quiere decir que para que el sistema pueda seguir pequeñas variaciones en el Set Point, se tendrán oscilaciones importantes en la salida, o que para no tener oscilaciones y tener una respuesta amortiguada, las variaciones deben ser de gran amplitud. No se debe perder de vista que este problema es inherente del motor, y que si bien se puede mejorar un poco al cambiar las características de dicho motor, siempre existirá una zona muerta para todos los sistemas, con lo cual se han de buscar soluciones que permitan mitigar el problema, al menos en parte, sin tener que rediseñar el sistema o los componentes a emplear.

## Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición frente a una excitación del tipo rectangular

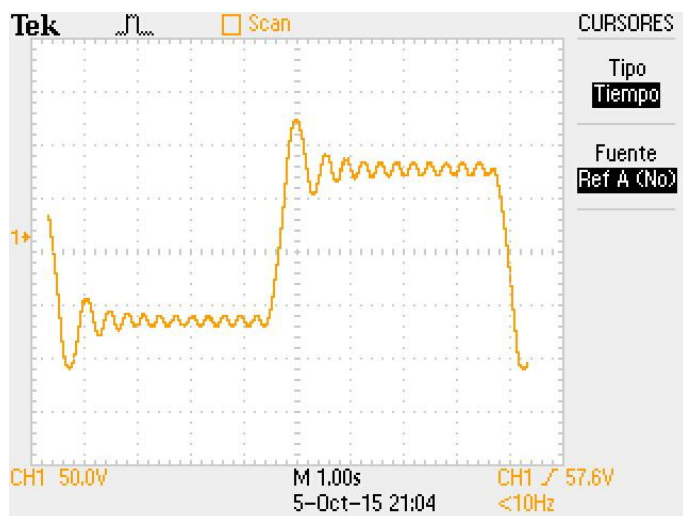


Ilustración 5: Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición

Para obtener esta salida, el valor del potenciómetro se fijó en la posición 4 de 10. Por lo tanto, el  $K$  sub amortiguado es 0.4 para el sistema original sin agregados

## Agregado de un rozamiento mecánico extra

Para poder conseguir las respuestas con sobre amortiguamiento y con amortiguamiento crítico, se emplea el uso del freno mecánico, el cual aumenta el rozamiento mecánico del motor, desplazando el polo mecánico hacia valores más altos, obteniendo un lugar de raíces parecido, pero con valores de ganancia  $K$  mayores, tales que estén dentro de la zona de trabajo útil del motor.

### Comp. de los lugares de raíces del sist. original contra el agregado de un rozamiento extra

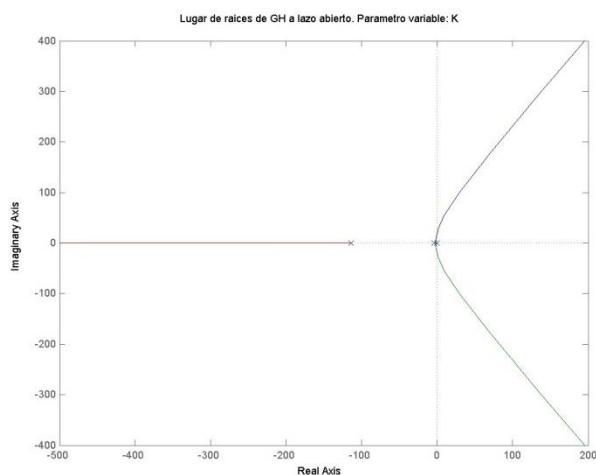


Ilustración 6: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo

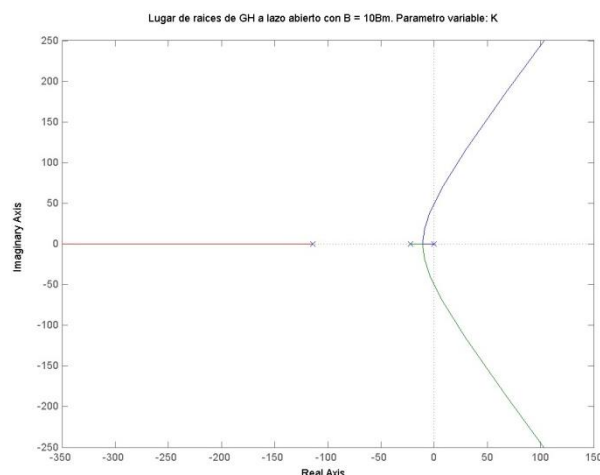


Ilustración 7: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo con rozamiento extra

Como se ve a la izquierda, el lugar de raíces se desplaza hacia la izquierda al movilizar el polo mecánico en ese sentido, aumentando los valores de  $K$  para obtener los mismos tipos de respuesta que antes. Si bien la comparación se hizo aumentando 10 veces el rozamiento, en la práctica se lo incrementa una cantidad menor, ya que no importa cuánto se lo haga, si no que desplace el lugar de raíces para poder obtener las respuestas amortiguadas faltantes.



### Comparación con el sistema original

Tipo de respuesta	Ganancia K original	Ganancia K con B = 10Bm
Sobre amortiguado	0.0005	0.0171
Amort. crítico	0.001084	0.034268

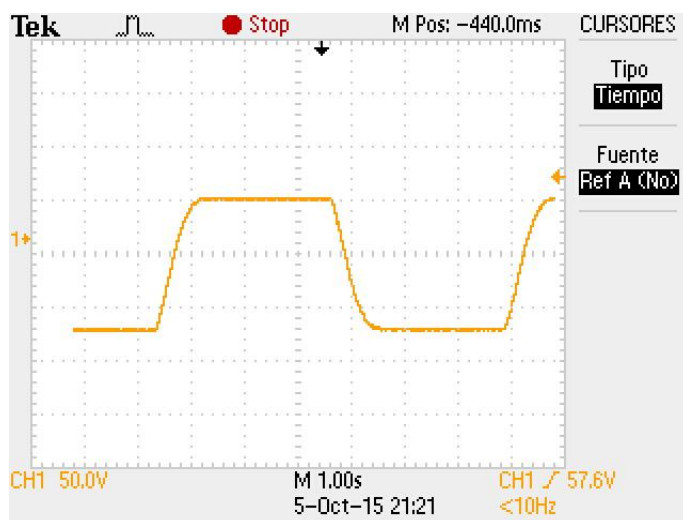
### Respuesta sobre amortiguada del seguidor de posición con el agregado de un rozamiento viscoso



K sobre amortiguado = 0.4

Ilustración 8: Respuesta sobre amortiguada del seguidor de posición con un rozamiento extra

### Respuesta crítica del seguidor de posición con el agregado de un rozamiento viscoso



K crítico = 0.5

Ilustración 9: Respuesta crítica del seguidor de posición con un rozamiento extra

En las respuestas obtenidas con amortiguamiento crítico y sobre amortiguamiento, se verifica que al agregar un rozamiento mecánico extra, a través de un freno, permite modificar el lugar de raíces para variar las magnitudes de la ganancia  $K$  que producen los diferentes tipos de respuestas y mitigar en parte el problema de la zona muerta que presenta el motor. Sin embargo, tiene el gran inconveniente de aumentar las pérdidas mecánicas, ya que éstas son proporcionales a dicho rozamiento, por lo que no es un método que sea práctico en el empleo de grandes motores o donde el uso racional de la energía disponible sea crítico.

## Agregado de un polo extra en la cadena directa

Introduciendo un polo extra en la cadena directa  $G$ , mediante el reemplazo del sumador por un sumador con integrador, se desplaza el lugar de raíces a derecha y se aplanan las ramas, al variar el ángulo de las asíntotas de  $60^\circ$  a  $45^\circ$ . Por lo tanto, los valores de  $K$  para obtener un sistema estable disminuyen, teniendo un sistema más sensible.

### Comparación de los lugares de raíces del sistema original contra el agregado de un polo extra

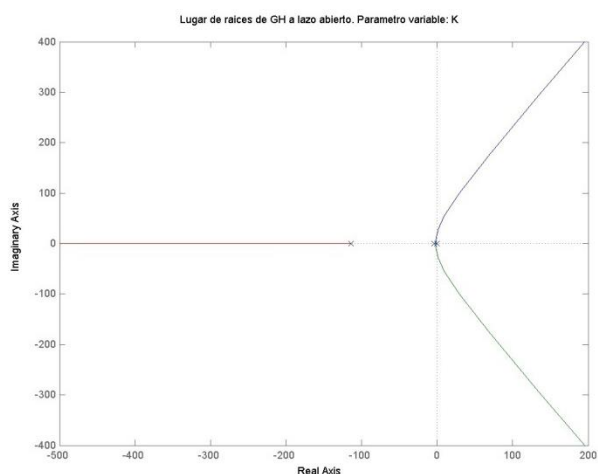


Ilustración 10: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo

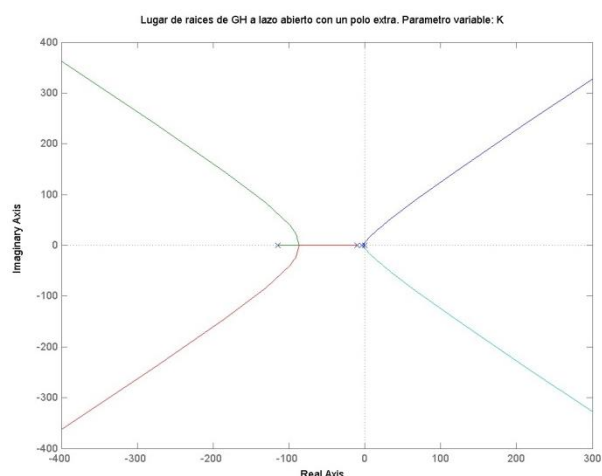


Ilustración 11: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo con polo extra

### Comparación con el sistema sin agregados

Tipo de respuesta	Ganancia $K$ sin el polo extra	Ganancia $K$ con el polo extra
Sobre amortiguado	0.0005	0.000447
Amort. crítico	0.001084	0.000893
Sub amortiguado	0.003	0.002



Como se ve en los datos, los valores de  $K$  disminuyeron, por lo que se descarta como solución para mejorar las respuestas. Lo que habría que colocar para desplazar el lugar de raíces hacia la derecha y mejorar el rango de los valores de  $K$  como se logró con el rozamiento mecánico, en realidad, sería un cero. Sin embargo, un cero no puede manejar discontinuidades, con lo que sería imposible colocarlo en el sumador, donde se tiene la resta del Set Point y la salida. Por lo que la solución sería colocar el cero en la cadena de realimentación, ya que la señal de salida no tiene discontinuidades. Pasando del dominio frecuencial al temporal, un cero implicaría realizar la derivada de la señal, y como la salida del sistema es una señal de posición, su derivada es la velocidad. Ergo, para colocar un cero en la cadena de realimentación, sólo basta con realimentar la velocidad mediante el empleo del tacómetro.

## Realimentación de la velocidad

### Comp. de los lugares de raíces del sistema original contra la realimentación de la velocidad

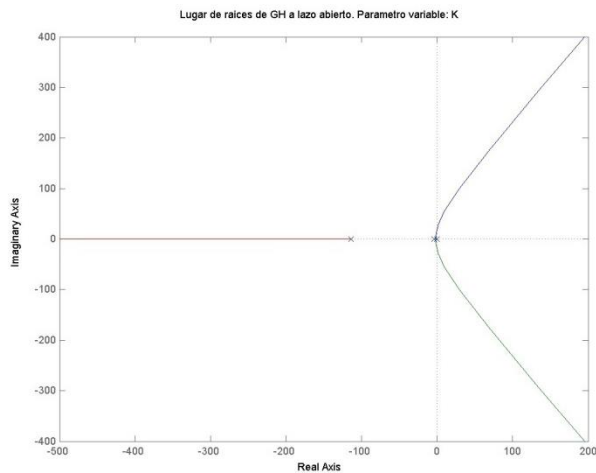


Ilustración 12: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo

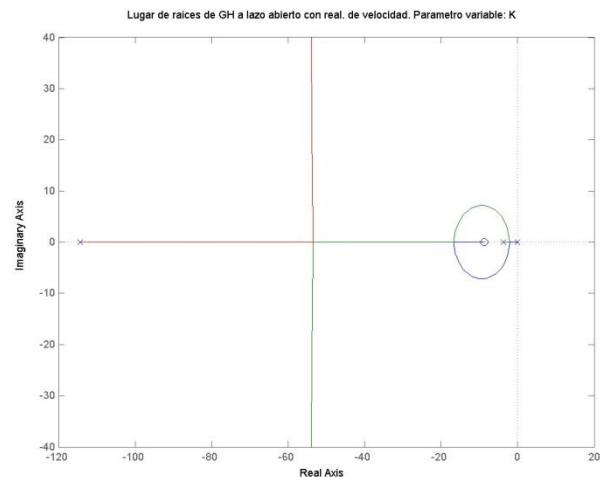


Ilustración 13: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro  $K$  positivo realimentado la velocidad

### Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición con realimentación de la velocidad



Ilustración 14: Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición

La señal verde es el generador de señales, usado como Set Point, y la amarilla es la posición de salida. Se visualizan invertidas una respecto de la otra, ya que el sumador tiene una ganancia negativa, desfasando la salida respecto de la entrada.

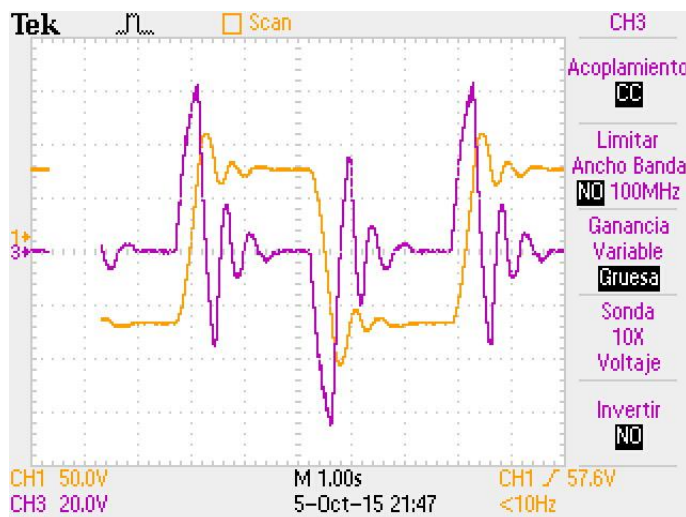
### Visualización de la señal de error y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular



Nuevamente la señal amarilla representa la posición de salida, y ahora se observa, en el trazo cian, la señal de error a la salida del sumador.

Ilustración 15: Señales de salida y de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad

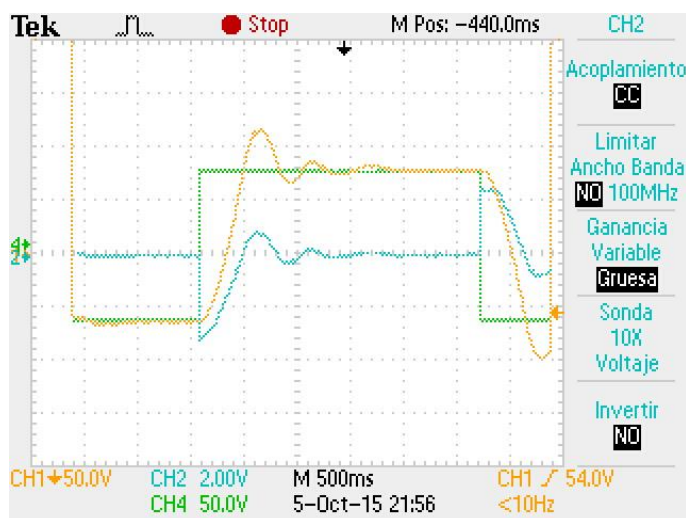
### Visualización de la señal de velocidad y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular



Se cambió el trazo magenta que representaba la señal de error por el trazo violeta, que es la señal de salida del tacómetro, por lo que representa la velocidad de salida del motor.

Ilustración 16: Señales de salida y de velocidad para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad

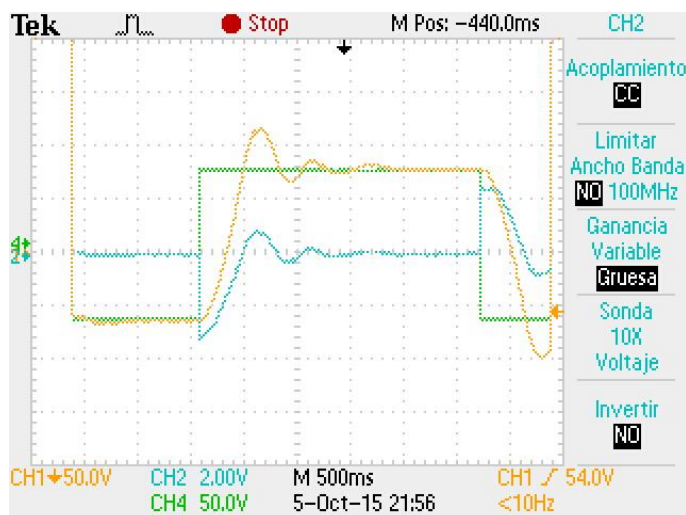
Visualización de la señal de set point, error y salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular



Se puede observar que la señal celeste (error) se anula en cada cruce de la señal amarilla (salida) con la señal verde (set point).

Ilustración 17: Señales de set point, error y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad

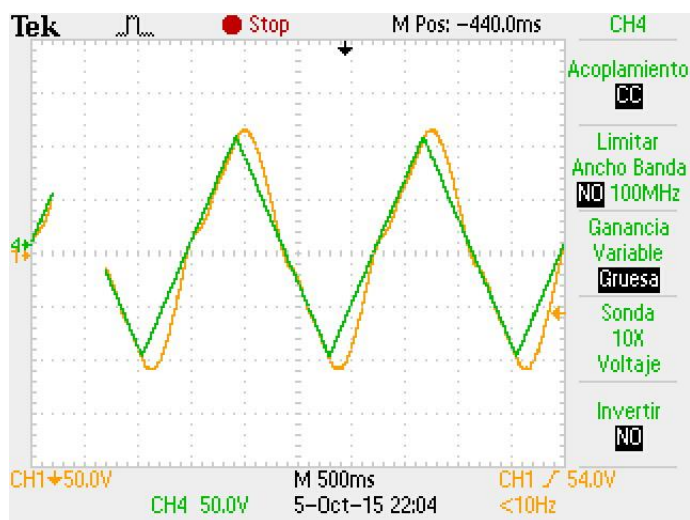
Visualización de la señal de set point, error y salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal rectangular



Se puede observar que la señal celeste (error) se anula en cada cruce de la señal amarilla (salida) con la señal verde (set point). Además, se ve que el sistema es de tipo 1 en el hecho de que la señal de error tiende a cero.

Ilustración 18: Señales de set point, error y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad

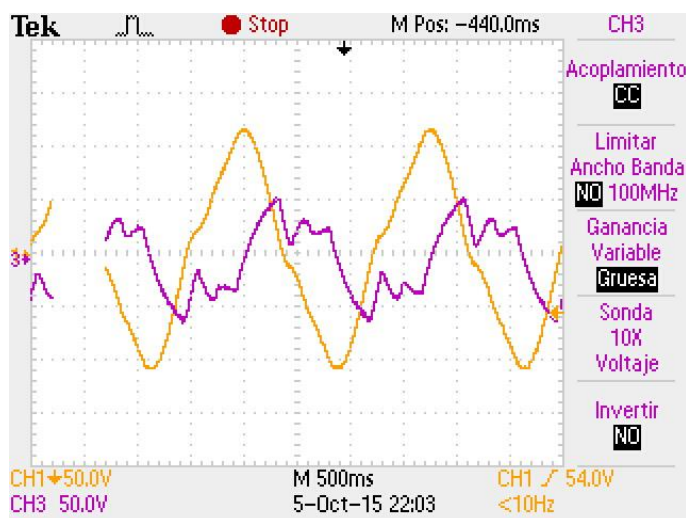
### Visualización de la señal de set point y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular



Se puede ver como al ser un sistema de tipo 1, es capaz de seguir una rampa (cada medio período de la triangular es una rampa en sí) con un error constante en régimen permanente. Esto se evidencia claramente en las pendientes positivas, donde se ve que la señal de salida (amarilla), termina copiando la pendiente de la rampa y la sigue por debajo. En los cambios, el motor llega a una posición final un poco mayor de la que debería por la inercia que traía.

Ilustración 19: Señales de set point y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular

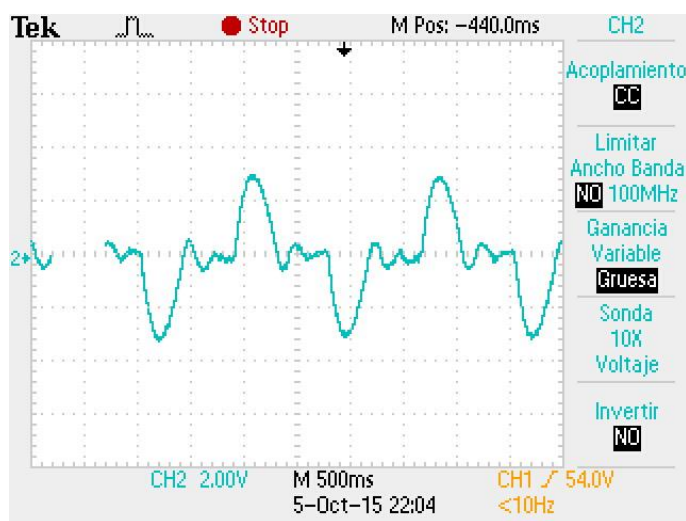
### Visualización de la señal de velocidad y la salida para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular



Como la velocidad es la derivada de la posición, al tener como posición de salida una triangular, la velocidad angular de salida es una rectangular sub amortiguada, similar a como era la señal de posición de salida frente a una excitación del tipo rectangular. Aunque, como la posición de salida se sigue incrementando al compás de la señal de entrada, la velocidad no tiende a cero en ningún momento.

Ilustración 20: Señales de salida y de velocidad para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular

### Visualización de la señal de error para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal triangular



Se puede apreciar que la señal de error no es cero, sino que tiende a una constante, ya que la posición de salida no puede alcanzar a la señal del set point, y los máximos se dan justamente en los momentos de cambio de flanco en la entrada.

*Ilustración 21: Señal de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular*

### Ancho de banda del seguidor de posición

Para poder determinar el ancho de banda del sistema, se alimenta al seguidor primeramente con una senoidal de frecuencia baja, tal que esté dentro del ancho de banda del sistema. Esto se puede verificar comparando la señal inyectada con la salida, sabiendo que dentro de la banda de paso, prácticamente no hay gran desfase entre ambas y la salida no debe estar atenuada respecto de la entrada, al tratarse de un sistema pasa bajos tipo 1 (al tener un error nulo al escalón, significa que tiene ganancia 1 vez o 0dB para las bajas frecuencias). Luego, se debe modificar solamente la frecuencia de la señal de entrada hasta observar que la señal de salida está atenuada 3dB, es decir, que su amplitud es 0.707 veces la amplitud de la señal de salida que se tenía para bajas frecuencias. El valor de frecuencia que produzca este efecto, es el denominado como la frecuencia de corte del sistema.



### Ganancia en bajas frecuencias y frecuencia de corte del sistema

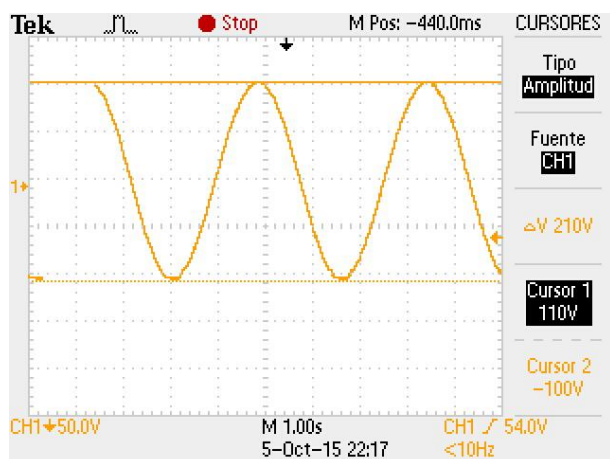


Ilustración 22: Ganancia en bajas frecuencias

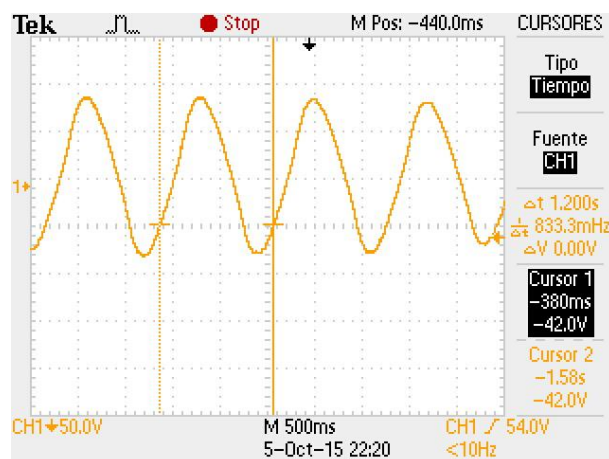


Ilustración 23: Frecuencia de corte

En base a las mediciones obtenidas, se puede concluir que el ancho de banda del sistema ensayado es prácticamente de 0.833 Hz o 5.23 rad.

### Visualización de la señal de error para el seguidor de posición con la realimentación de la velocidad ante una señal senoidal

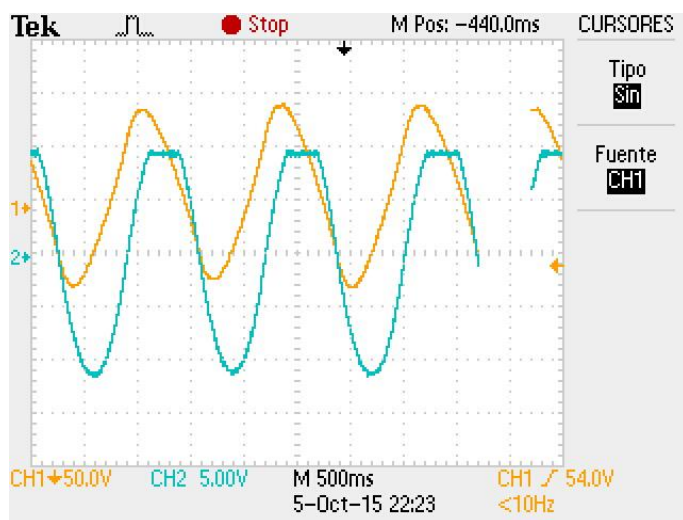


Ilustración 24: Señal de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una senoidal

Al tratarse de un sistema lineal, cuando se lo alimenta con una señal senoidal (amarilla), la señal de error (celeste) que se obtiene también es una senoidal.



## Sistema seguidor de velocidad angular

Para que el sistema se transforme en un seguidor de velocidad angular, lo que se debe hacer es retirar la realimentación de la posición. De esta forma, desaparece el polo en el origen de la transferencia, quedando sólo el polo mecánico y el eléctrico, pasando a ser un sistema de tipo 0, obteniendo un error constante frente a una excitación del tipo escalón. Lo cual resulta en que al ser un controlador de velocidad, la salida no debe frenar, sino debe girar a una velocidad constante, con lo que la señal de error no podría anularse para cumplir con esto.

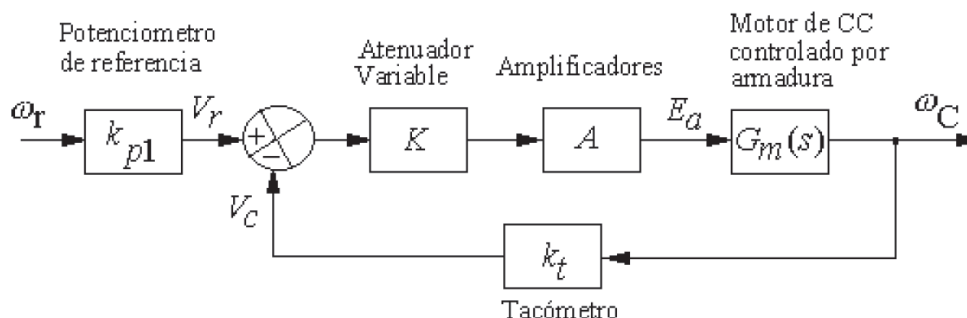


Ilustración 25: Diagrama de bloques para el control de velocidad angular

### Visualización de las señales para el seguidor de velocidad ante una señal rectangular

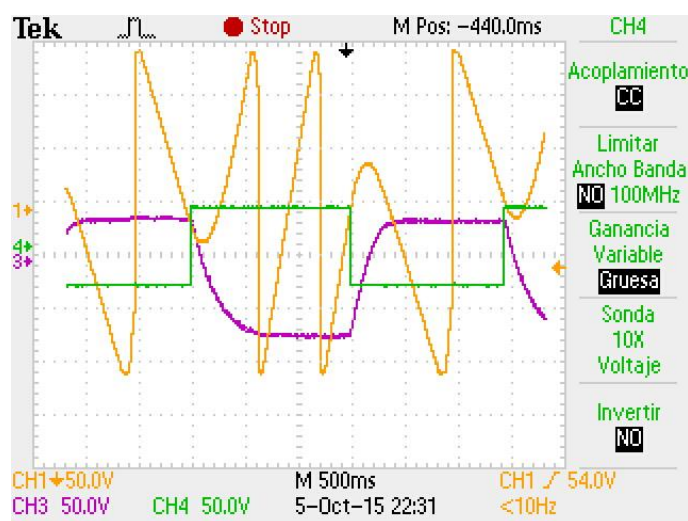


Ilustración 26: Señal de velocidad (violeta), set point (verde) y posición de salida (amarilla) para el seguidor de velocidad

La señal violeta representa la medición de la velocidad angular de la salida, la cual es una copia del set point con un  $K$  que produce una sobre amortiguación. La amarilla, que es la posición de salida, es la integral de la velocidad, que se observa como una rampa con pendiente constante durante el tiempo que la velocidad permanece constante. El hecho de tener saltos abruptos es debido al potenciómetro de salida, que gira a la velocidad constante del motor, y pasa de la tensión más negativa a la más positiva, o viceversa, al ir rotando.

### Visualización de la señal de error para el seguidor de velocidad ante una señal rectangular

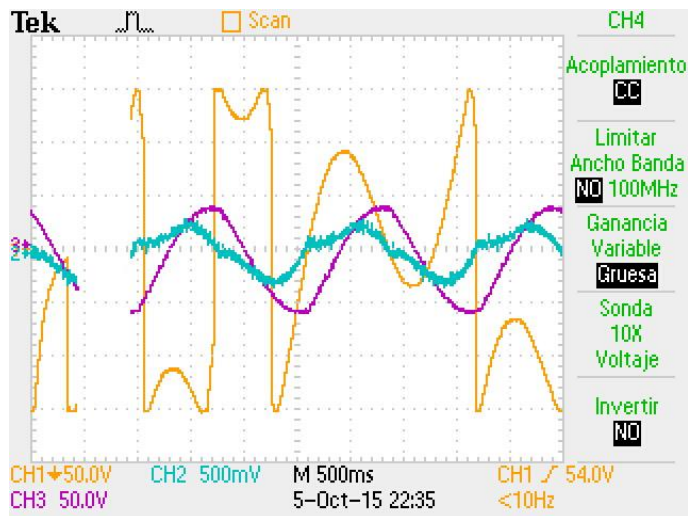


Ilustración 27: Señal de velocidad (violeta), error (celeste) y posición de salida (amarilla) para el seguidor de velocidad

Como la referencia de velocidad es una triangular, la señal de posición, que es la integral, será una sucesión de parábolas, como se puede ver en la señal amarilla. La señal celeste visualizada es la señal de error, siendo la diferencia entre el set point y la salida.

## Índice de figuras

Ilustración 1: Diagramas de bloques para el control de posición angular .....	3
Ilustración 2: Disposición física del sistema seguidor de posición .....	4
Ilustración 3: Potenciometro de ganancia variable K (izq).....	4
Ilustración 4: Zona muerta del sistema en función de K y del Set Point .....	5
Ilustración 5: Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición .....	6
Ilustración 6: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo.....	6
Ilustración 7: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo con rozamiento extra .....	6
Ilustración 8: Respuesta sobre amortiguada del seguidor de posición con un rozamiento extra .....	7
Ilustración 9: Respuesta crítica del seguidor de posición con un rozamiento extra.....	7
Ilustración 10: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo .....	8
Ilustración 11: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo con polo extra.....	8
Ilustración 12: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo .....	10
Ilustración 13: Lugar de raíces del control simple de posición en función del parámetro K positivo realimentado la velocidad .....	10
Ilustración 14: Respuesta sub amortiguada del seguidor de posición .....	10
Ilustración 15: Señales de salida y de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad....	11
Ilustración 16: Señales de salida y de velocidad para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad .....	11
Ilustración 17: Señales de set point, error y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad .....	12
Ilustración 18: Señales de set point, error y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad .....	12
Ilustración 19: Señales de set point y salida para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular .....	13
Ilustración 20: Señales de salida y de velocidad para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular .....	13
Ilustración 21: Señal de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una triangular .....	14
Ilustración 22: Ganancia en bajas frecuencias .....	15
Ilustración 23: Frecuencia de corte .....	15
Ilustración 21: Señal de error para el seguidor de posición con realimentación de la velocidad ante una senoidal .....	15
Ilustración 25: Diagrama de bloques para el control de velocidad angular .....	16
Ilustración 26: Señal de velocidad (violeta), set point (verde) y posición de salida (amarilla) para el seguidor de velocidad .....	16
Ilustración 26: Señal de velocidad (violeta), error (celeste) y posición de salida (amarilla) para el seguidor de velocidad .....	17