

**Trabajo Práctico BG. Manipulador Pelican 2****Código: TP\_BG\_MR\_Pe\_2**

Asignaturas "Dinámica de los Sistemas Físicos"

## 1 Introducción

El estudio de la dinámica de sistemas físicos reales requiere la utilización de técnicas avanzadas de modelado y simulación, con recurso a formalismos multifísicos unificados dada la variedad de fenómenos involucrados en ellos, y estructurados vista la frecuente complejidad de los sistemas en Ingeniería. En este punto, los Diagramas de Enlace, o Bond Graphs [1,2], constituyen una herramienta muy adecuada ya que, siendo multifísicos, permiten el acoplamiento de distintos subsistemas provenientes de diferentes dominios de la física y además constan de procedimientos metódicos para la obtención de los modelos correspondientes a cada uno de dichos subsistemas. Por otro lado, la complejidad de los modelos matemáticos resultantes, que incluyen habitualmente ecuaciones diferenciales no lineales de alto orden, rígidas y con presencia de singularidades estructurales, torna imprescindible la utilización de técnicas avanzadas de simulación numérica.

Estos problemas motivaron el desarrollo de múltiples herramientas informáticas para la modelización y simulación de sistemas físicos con Bond Graphs. Entre las más conocidas se encuentran sin dudas 20Sim y Dymola, que permiten la simulación directa de los modelos Bond Graphs ingresados. Se menciona también el software de modelado con Bond Graphs llamado Power DynaMo [3,4], desarrollado en nuestra facultad con el propósito de explotar las herramientas de simulación que provee el ambiente Matlab/Simulink<sup>1</sup>.

### 1.1 Objetivos

El objetivo de este trabajo práctico es utilizar una de estas herramientas de simulación para resolver un problema relativamente complejo – estudiar parte de la dinámica de un brazo manipulador plano del tipo RR – y familiarizar así al estudiante con la técnica de los Bond Graphs y con la utilización de la herramienta –en particular el software 20Sim [5]. Asimismo, se pretende afianzar diversos temas abordados anteriormente, relacionados con la dinámica del motor de corriente continua, los métodos de integración numérica, y el análisis de las limitaciones de los modelos, entre otros. Finalmente, se dejarán entrever algunos conceptos elementales del control feedback y feedforward que quedarán abiertos para su tratamiento en asignaturas posteriores del área.

## 2 Sistema Físico

Un robot manipulador está compuesto por eslabones (links, en inglés) conectados mediante articulaciones formando una cadena cinemática. El sistema sobre el que se trabajará en este trabajo práctico consiste en un brazo manipulador robótico de dos eslabones capaz de moverse en el plano  $xy$  según se muestra en la Figura 1, configurando una cadena cinemática abierta. De esta figura puede observarse que el eslabón número uno se encuentra conectado en el extremo

---

<sup>1</sup>Además de permitir la edición gráfica, la parametrización y el análisis causal automático de Diagramas Mixtos, PowerDynaMo realiza en forma automática su conversión a Diagramas de Bloques de Simulink para su simulación en dicho entorno.

izquierdo a la base del robot (origen de coordenadas inerciales  $xy$ ) y en el extremo derecho al eslabón número dos. Ambos acoplamientos se realizan mecánicamente mediante articulaciones de revolución que sólo permiten el movimiento rotacional según las variables angulares ( $\theta_1$  y  $\theta_2$ ). Ambos eslabones son considerados a los efectos de este trabajo como rígidos indeformables. Debido a que este manipulador contiene dos eslabones conectados mediante articulaciones de revolución o rotacionales, se lo conoce como manipulador plano del tipo RR [6]. Cada articulación rotacional del brazo es accionada mediante un motor de corriente continua de imán permanente.

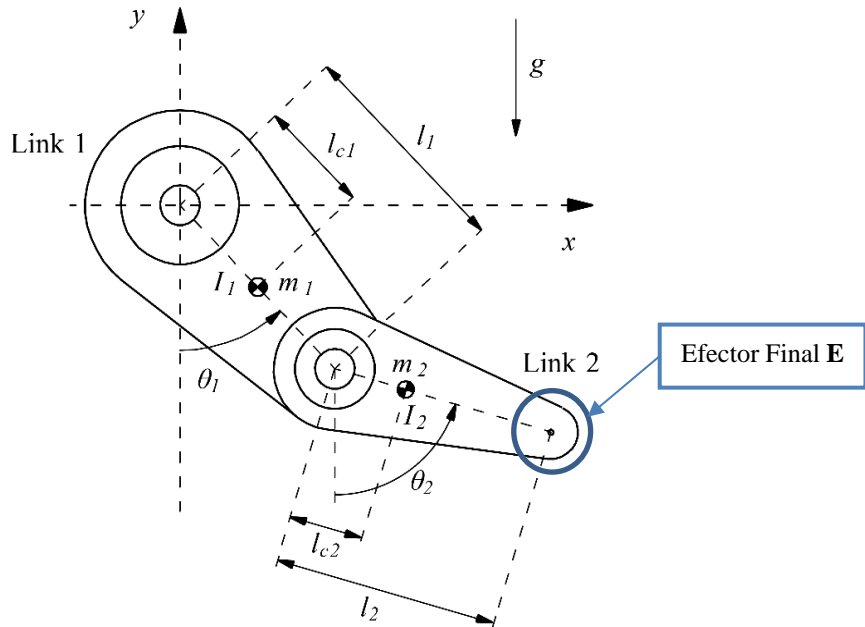


Figura 1: Sistema Físico idealizado del brazo manipulador.

En la Figura 1,  $I_1$  e  $I_2$  son los momentos de inercia de cada uno de los links respecto a su centro de masa.

## 2.1 Modelado del Brazo manipulador BG

A continuación se expresan las restricciones geométricas y cinemáticas, obtenidas de la Figura 1, de las diferentes variables de interés para la construcción del modelo.

Restricciones geométricas

a)

$$\begin{aligned} x_1 &= l_{c1} \sin(\theta_1) \\ y_1 &= -l_{c1} \cos(\theta_1) \end{aligned}$$

Restricciones cinemáticas

b)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= l_{c1} \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 \\ \dot{y}_1 &= l_{c1} \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + (l_1 - l_{c1}) \sin(\theta_1) + l_{c2} \sin(\theta_2) & \dot{x}_2 &= \dot{x}_1 + (l_1 - l_{c1}) \cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_{c2} \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ y_2 &= y_1 - (l_1 - l_{c1}) \cos(\theta_1) - l_{c2} \cos(\theta_2) & \dot{y}_2 &= \dot{y}_1 + (l_1 - l_{c1}) \sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 + l_{c2} \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_E &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) & \dot{x}_E &= l_1 \cos(\theta_1)\dot{\theta}_1 + l_2 \cos(\theta_2)\dot{\theta}_2 \\ y_E &= -l_1 \cos(\theta_1) - l_2 \cos(\theta_2) & \dot{y}_E &= l_1 \sin(\theta_1)\dot{\theta}_1 + l_2 \sin(\theta_2)\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

El sistema de ecuaciones (3) que representa a la restricción geométrica que vincula los ángulos de las articulaciones con las posiciones  $xy$  del efector final **E** se conoce como la “Cinemática Directa”<sup>2</sup> del robot manipulador. El sistema (3) es la Cinemática Diferencial. La matriz que vincula las velocidades de las articulaciones con las velocidades del efector final es la matriz *Jacobiana*,  $J(\theta)$ , muy comúnmente dicho el Jacobiano, y se expresa a continuación (resulta simplemente de escribir en forma matricial la ecuación (3), que relaciona las velocidades)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) & -l_2 \sin(\theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) & l_2 \cos(\theta_2) \end{bmatrix}}_{J(\theta)} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Datos del manipulador:

Largo del Eslabón 1	$l_1 = 0.26$	m
Largo del Eslabón 2	$l_2 = 0.26$	m
Distancia al centro de masa (Eslabón 1)	$l_{1c} = 0.0983$	m
Distancia al centro de masa (Eslabón 2)	$l_{2c} = 0.0229$	m
Masa del Eslabón 1	$m_1 = 6.5225$	kg
Masa del Eslabón 2	$m_2 = 2.0458$	kg
Momento de Inercia rel. al centro de masa (Eslabón 1)	$I_1 = 0.1213$	kg m <sup>2</sup>
Momento de Inercia rel. al centro de masa (Eslabón 2)	$I_2 = 0.0116$	kg m <sup>2</sup>
Aceleración de la gravedad	$g = 9.81$	m/s <sup>2</sup>

Utilizando las restricciones cinemáticas expresadas en (1) y (2), y siguiendo el **Procedimiento Estándar de Modelado de Sistemas Mecánicos se pide:**

1. Construya el DM del sistema físico idealizado de la Figura 1.
2. indicando como salidas a las variables  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_E, y_E, \theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1$  y  $\dot{\theta}_2$
3. Asigne causalidad al DM eligiendo con causalidad integral a los elementos I asociados a las inercias  $I_1$  e  $I_2$  (enfaticamos que son los momentos de inercia de los eslabones respecto a los respectivos centros de masa indicados en la Figura 1).
4. Analice el orden del sistema físico idealizado comparándolo con el orden del DM obtenido y discuta las posibles diferencias.
5. Del DM obtenido siga el camino causal desde las **Se** que imponen el esfuerzo del peso a los vínculos **1** asociados a las velocidades  $\dot{y}_1$  e  $\dot{y}_2$ .
  - a. Escriba la ganancia de este camino causal

---

<sup>2</sup> Si bien el término cinemática refiere relaciones entre velocidades, en robótica este término se utiliza para expresar las restricciones geométricas. La “cinemática directa” refiere a las restricciones geométricas causales desde donde, conocido  $\theta_1$  y  $\theta_2$  puedo calcular las posición del efector final  $x_E$  e  $y_E$  (ecuación (3)).

### 2.1.1 Modelado EL

6. Obtenga las ecuaciones de Euler-Lagrange utilizando como coordenadas generalizadas  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .
  - a. Exprese las ecuaciones obtenidas en forma matricial.
  - b. Compare la Matriz asociada a las fuerzas gravitatorias con lo obtenido en el punto 4a.

## 3 Modelado y simulación MCC-IP

### Cálculos previos:

1. Realice el modelo BG del MCC-IP.
2. Obtenga las EE desde el modelo BG.
3. Obtenga todos los parámetros del motor desde la hoja de especificaciones indicada más abajo. Los datos que no estén expresados de manera explícita en la hoja de especificaciones deberá calcularlos.
4. Estudie las condiciones del modelo en EE en régimen permanente estático (RPE) considerando  $\bar{\omega} = 0$ . Para esto puede valerse de los apuntes “A\_60\_Modelado\_MCC.pdf” y “PO\_MIEEx\_MILin\_2014.pdf”.
  - a. Calcule la ganancia  $\bar{V}_a \rightarrow \bar{\tau}_{em}$
  - b. Considere ahora que la carga se acopla al motor a través de una caja de engranajes con constante de conversión  $\rho$  tal que  $\tau_2 = \rho \tau_1$ , donde  $\tau_1$  torque en el primario de la caja = torque disponible en el eje del motor (después de la inercia y la fricción); y  $\tau_2$  es el torque en el secundario de la caja. Calcule la ganancia  $\bar{V}_a \rightarrow \bar{\tau}_2$ .
5. Calcule las constantes de tiempo del motor.  $T_a$ ,  $T_R$  y  $T_m$  (ver apunte “A\_60\_Modelado\_MCC.pdf”). Compárelas.
6. Implemente en 20Sim el modelo BG del motor MCC-IP obtenido en el punto 1 (con una cupla de carga genérica  $\tau_c$ ), analizar la causalidad del modelo y realizar los siguientes ensayos sobre el mismo:

Hemos seleccionado el motor MAXON de 48V de tensión nominal de armadura, cuya especificación completa está en el documento accesible en el siguiente link: [https://www.maxongroup.com/medias/sys\\_master/root/8841087320094/EN-96.pdf](https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8841087320094/EN-96.pdf)

Arranque del motor:

1. **Arranque brusco (escalón en tensión):** Con el motor en vacío ( $\tau_c = 0$ ), alimentar la armadura con un escalón de tensión de valor nominal ( $V_{an} = 48V$ ). Luego de alcanzado el régimen permanente quitar la alimentación ( $V_a = 0$ ).
2. **Arranque suave, con rampa de alimentación de armadura:** Con el motor en vacío ( $\tau_c = 0$ ), colocar un perfil de tensión de armadura de tipo rampa, desde cero hasta el valor nominal ( $V_{an} = 48V$ ). Luego de alcanzado el nuevo régimen disminuir la tensión nuevamente con un perfil de rampa, hasta la detención del motor.

En el primer ensayo observará valores inadmisibles de corriente de armadura (también de cupla electromagnética) en los transitorios de arranque y parada de la máquina (verifique con los límites dinámicos dados en la hoja de especificaciones del motor). Para evitar estos problemas se propone el segundo ensayo. Varíe las rampas de armadura hasta lograr picos transitorios admisibles de corriente de armadura (la sobrecarga eléctrica transitoria depende de la máquina, consulte la hoja de especificaciones).

### 3.1.1 Ensayos de comportamiento dinámicos

1. **Variación de tensión de entrada:** Con el motor en régimen permanente, para una carga del 50% de la cupla nominal y tensiones nominales de alimentación, realizar variaciones seccionalmente constantes en la tensión de armadura, siguiendo el siguiente perfil:

$$V_{an} = [1 \quad 0.75 \quad 0.5 \quad 0.1 \quad 1.25 \quad 1] V_{an}$$

siendo  $V_{an}$  la tensión nominal de armadura. Permitir que, entre escalones sucesivos, el sistema alcance su punto de equilibrio.

2. **Inversión de marcha en vacío y en carga:** con el motor en régimen permanente, para tensiones nominales de alimentación, invertir el sentido de marcha cambiando el signo de la tensión de armadura. Realizar este ensayo sin carga, y luego con una carga del 50% del torque nominal. Una inversión de marcha normalmente se hace mediante una rampa de entrada de tensión para evitar sobrepicos de corriente. Haga aquí primero una inversión brusca en escalón y luego con una rampa adecuada.
3. **Variación de carga:** Con el motor en régimen permanente, para tensiones nominales de alimentación y sin carga, realizar variaciones seccionalmente constantes en la cupla de carga, siguiendo el siguiente perfil:

$$\tau_c = [0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 0.75 \quad 0.25 \quad 0] \tau_{cn}$$

siendo  $\tau_{cn}$  la cupla nominal de la máquina. Permitir que, entre escalones sucesivos, el sistema alcance su punto de equilibrio.

- **En todos los casos anteriores analice exhaustivamente** el comportamiento de la máquina. Vincule lo que observa en las evoluciones temporales de las variables con el modelo matemático y sus propiedades.
- **Haga un informe básico y sucinto** conteniendo las gráficas de todas las variables de interés ingenieril y, en caso de que alguna variable de estado no parezca serlo, agréguela para que estén todas. En las simulaciones asegúrese de guardar los vectores de cada una de las variables de estado y del tiempo (de esta manera, si olvidó visualizar o registrar una variable, no necesitará repetir las simulaciones, sino que las puede calcular con la ecuación de salida correspondiente y graficarla en la escala temporal correcta).
- **Traiga el informe impreso a la sesión de simulación en el laboratorio.** Será la base de la pre-evaluación de este TP (incluirá también preguntas sobre el modelo del brazo manipulador). Debido a la virtualidad del dictado 2020 la preevaluación queda cancelada, no así el informe, que será parte del informe global que deberá entregar de este TP. No obstante, queremos remarcar la importancia de la comprensión de los puntos anteriores para la consolidación de todos los conceptos abordados en el presente TP

## 4 Simulación del modelo BG del robot manipulador

En esta parte del trabajo práctico diseñaremos y simularemos al brazo manipulador funcionando controlado con un lazo cerrado de realimentación. A tal fin utilizaremos un controlador en el espacio de las articulaciones, es decir controlaremos la posición del efector final a través de los ángulos de las articulaciones. Las referencias para estos ángulos se obtienen de las referencias deseadas para las coordenadas del efector utilizando las inversas de las relaciones cinemáticas. El tipo particular de controlador aquí elegido es utilizado en aplicaciones donde la velocidad de

desplazamiento angular no es muy alta y los motores que accionan a las articulaciones se encuentran acoplados mediante cajas de engranajes. En particular, se considerarán valores angulares constantes de consigna o referencia, notados de aquí en más como  $\theta_i^*$ , con  $i = 1,2$ .

En la Figura 2 se muestra un esquema general de control en el espacio de las articulaciones donde  $E$  indica un vector de coordenadas ( $xyz$ ) del efector final,  $\theta$  es el vector que contiene a las coordenadas de las articulaciones y  $T$  es el vector que contiene los torques que actúan en las articulaciones. Todas las variables que contienen un \* son variables de referencia.

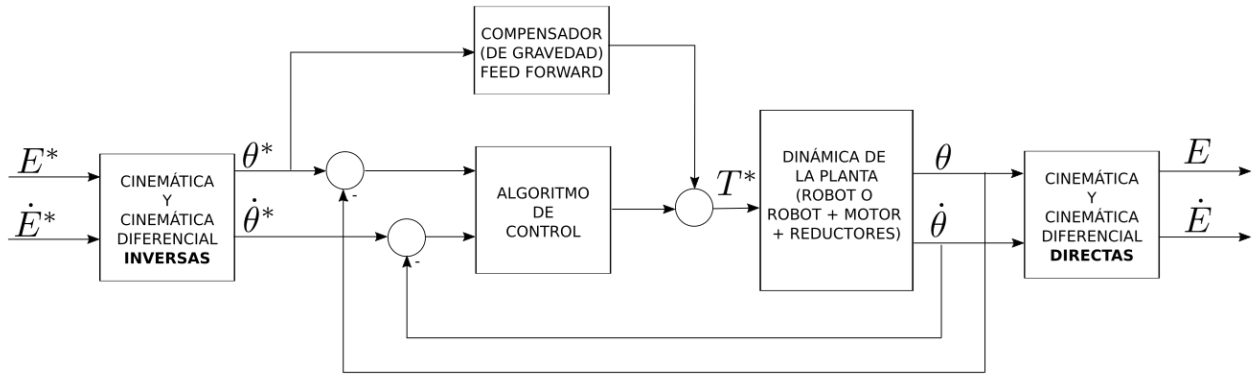


Figura 2: Esquema de control general en el espacio de las articulaciones.

#### 4.1.1 Controlador tipo PD

El controlador tipo *Proporcional Derivativo* conocido como controlador **PD** contiene un término proporcional al error sumado a otro término proporcional a la derivada con respecto al tiempo del error.

Hay un controlador en cada articulación o junta. En primera instancia se asume que la salida del controlador provee directamente la cupla aplicada a la articulación. En la realidad esto ocurre a través del sistema de accionamiento, constituido por el MCC o por el conjunto MCC + caja de engranajes. Estas situaciones se tratarán en etapas siguientes.

$$\tau_i = K_p(\theta_i^* - \theta_i) + K_D(\dot{\theta}_i^* - \dot{\theta}_i) \quad (5)$$

Debido a que la referencia de ángulo es constante, esto implica que  $\dot{\theta}_i^* = 0$ , la acción de control anterior puede simplificarse a:

$$\tau_i = K_p(\theta_i^* - \theta_i) - K_D\dot{\theta}_i \quad (6)$$

1. Interprete físicamente la acción de control llevada a cabo por el controlador PD de la ecuación (5).

2. Implemente en 20Sim el modelo BG del manipulador robótico sólo (con una cupla de que accione cada articulación de forma genérica  $\tau_1$  y  $\tau_2$ ). Asigne causalidad al DM eligiendo con causalidad integral a los elementos I asociados a las inercias  $I_1$  e  $I_2$ .<sup>3</sup>
3. Implemente el controlador de la ecuación (6) como se indica en la Figura 3 con  $K_p = 50$ ,  $K_d = 10$ 
  - a. Sin considerar la acción de la gravedad en el modelo.
  - b. Considerando la acción de la gravedad en el modelo.
  - c. Realice el siguiente experimento por simulación: partiendo de condiciones iniciales nulas, con las siguientes referencias para cada controlador  $\theta_1^* = \frac{\pi}{4}$  y  $\theta_2^* = 0$ . Compare los resultados de compensar o no en el controlador el efecto de la gravedad en el brazo.

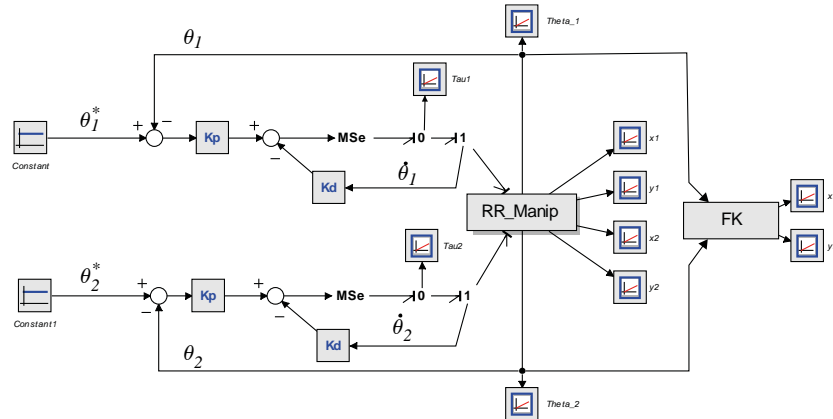


Figura 3: DM del brazo manipulador plano tipo RR con controlador tipo PD

4. Compense el efecto de la acción de la gravedad en controlador utilizando las matrices G obtenidas con el modelo EL, como se indica en la Figura 4

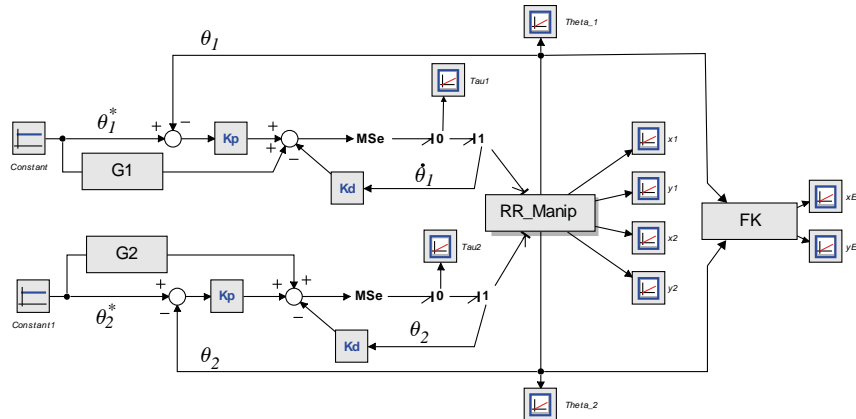


Figura 4: DM del brazo manipulador plano tipo RR mas controlador con compensación del efecto de la gravedad.

<sup>3</sup> **Sugerencia**, para que sea más sencillo manejar el modelo es recomendable agrupar el DM del manipulador robótico en un único bloque que contenga al modelo. Esto se realiza, seleccionando con el cursor todos los elementos que queremos que estén dentro del bloque y luego haciendo “click” con el botón derecho del mouse seleccionamos la opción “implode”.

