Examen: Controladores y Observadores Óptimos @May 28, 2022

@May 28, 2022 7:53 AM

Tabla de Contenido

📗 **NOTAS**

Alumno: Luis Fernando Cuevas Cuauhtle

Repositorio Código y Programs GitHUB

https://github.com/FernandoUNAM/Control.git

```
https://github.com/FernandoUNAM/Control.git
```

https://github.com/FernandoUNAM/Control.git

Pregunta 1: Control Realimentado LQR

Pregunta 1

Correcta

Puntúa 1.50 sobre 1.50

Señalar con bandera la pregunta

Considere el sistema lineal $\dot{x} = Ax + Bu$, donde $A = \begin{pmatrix} 22 & 7 & 11 \\ -64 & -19 & -26 \\ -26 & -8 & -16 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Si se desea diseñar un control realimentado $u = -Kx + r(t)$tal que minimice la función de costo

$$J(x,u) = \int_0^\infty u^2 + 158\,{x_1}^2 + 122\,x_1\,x_2 + 190\,x_1\,x_3 + 110\,{x_2}^2 + 236\,x_2\,x_3 + 134\,{x_3}^2 dt.$$

Calcule la parte real del valor característico más cercano al eje imaginario que resulte de la matriz realimentada $A - BK$, es decir, $\lambda_{max}\{A - BK\}$.

No olvide indicar el signo en su respuesta, la cual debe ser puramente numérica, con al menos cuatro dígitos significativos.

Respuesta: -2.6824 ✔

Procedimiento

```
%% Pregunta 1: Solución Ecuación de Riccati

clear; clc;
```

```
% Definición de Sistema
A = [22 7 11;-64 -19 -26;-26 -8 -16];
B = [2;-4;-3];

% Controlabilidad de par (A,B)
C_AB  = rank(ctrb(A,B));        %---> R = 3 (CONTROLABLE)

% Matriz de Costo de Error de Regulación
Q = [158 122 190;122 110 236;190 236 134];

% Matriz de Costo de Acción del Controlador
R = 1;

% Comprobación de Q y R > 0
PDQ = eig(Q);                   %---> 1 Eigenvalues < 0 (NO ES P.D)
PDR = eig(R);                   %---> 1 Eigenvalues > 0 (POSITIVA DEFINIDA)

% Definición de Matriz Simbólica de P
syms P11 P22 P33 P12 P13 P23

P = [P11 P12 P13;P12 P22 P23;P13 P23 P33];

% Solución de la Ecuación de Riccati

[PS11,PS12,PS13,PS22,PS23,PS33] = solve((A')*P+P*A+Q-P*B*inv(R)*B'*P == 0,{P11,P12,P13,P2
2,P23,P33});

% Arreglo de Matrices P Solución de Ecuación de Riccati
PS = zeros(3,3,8); d = 0; nd = 0;

for i = 1:1:length(PS11)

    % Matrices Individuales P soluciones a Ecuación de Riccati

    PS(:,:,i) = [PS11(i) PS12(i) PS13(i);...
                 PS12(i) PS22(i) PS23(i);...
                 PS13(i) PS23(i) PS33(i)];

    % Evaluación de P > 0 por Menores Principales

    MP = PS(:,:,i);
    MP1 = det(MP(1:1));
    MP2 = det(MP(1:2,1:2));
    MP3 = det(MP(1:3,1:3));

    % Evaluación de P > 0 por Valores Característicos

    eigPS = real(eig(PS(:,:,i)));

    % Matriz de Ganancias de Cada Matriz P

    KPS = inv(R)*transpose(B)*PS(:,:,i);
```

```
    % Evaluación de valores característicos del sistema en lazo cerrado

    LambdaPS = eig(A-B*KPS);

    if LambdaPS(1) < 0 && LambdaPS(2) < 0 && LambdaPS(3) < 0
        d = d + 1;
        PSD(:,:,d) = PS(:,:,i);
    else
        nd = nd + 1;
        PND(:,:,nd) = PS(:,:,i);
    end

end

% Número de Soluciones P con eig(A - B*K) < 0

NumSol = max(d);

% Matriz P Solución de Ecuación de Riccati

P1 = PSD;

% Matriz de Ganancias

K1 = inv(R)*transpose(B)*PSD;

% Valores característicos del Sistema en Lazo Cerrado

Lambda1 = eig(A-B*K1);

% Solución de Ecuación de Riccati por Comando LQR de Matlab

[K,S,CLP] = lqr(A,B,Q,R);

K2 = K; P2 = S; Lambda2 = CLP;

% Solución Ecuación de Riccati por Método Numérico de Euler

% Condición Inicial de Método Numérico
Pk = zeros(3)*0.01;

% Tamaño de Paso (Presición) del método numérico
h = 0.01;

for i = 1:1000
    Pk = Pk + h*(A'*Pk + Pk*A + Q - Pk*B*inv(R)*B'*Pk);
end

P3 = Pk; K3 = inv(R)*transpose(B)*P3; Lambda3 = eig(A-B*K3);
```

1. El primer paso fue evaluar la controlabilidad del sistema, y debido a que resulto la matriz de controlabilidad del par (A, B) de rango 3, concluí que es **CONTROLABLE**
2. Después evalué las matrices Q y R para conocer su naturaleza
    a. La matriz Q tuvo un eigenvalor negativo por lo que **NO ES POSITIVA DEFINIDA**
    b. R por otra parte, al ser solo un escalar, resulta ser **POSITIVA DEFINIDA**
3. Se utiliza un **primer método** para solucionar la ecuación de Riccati, y se guardan las soluciones de la matriz P en un arreglo, dicho arreglo obtiene las **8 distintas soluciones** a la ecuación de riccati
    a. Para conocer la **solución única** se evalúa cada matriz P, la cuál en teoría debería ser **positiva definida**. Pero al hacerlo resulta que tanto por el método de **menores principales** como **valores característicos** ninguna de las 8 matrices P califica como **positiva definida**.
    b. Ante esto anterior se decidió obtener las ganancias del controlador para cada una de matrices P y por medio de la evaluación de los **valores característicos** del sistema realimentado en lazo cerrado se evaluaría el sistema que resultara estable.
        i. Resultó que de esta forma se encuentra una solución con **polos reales negativos,** mientras que las otras 7 matrices P, todas tienen una parte real positiva, volviendo al sistema inestable.
4. Para comprobar el resultado anterior, y debido a la ambiguedad que deja tanto la matriz Q que resulta no se positiva definida, ni ninguna de las 8 soluciones de P. Se utilizan 2 métodos de solución de la ecuación de riccati adicionales
    a. La primera es simplemente con el comando `lqr` de matlab, en donde al correrlo se rectifica el resultado anterior

    ```
    Warning: The [Q N;N' R] matrix should be positive semi-definite.
    Type "help lqr" for more information.
    ```

    b. El siguiente método utilizado es por **método numérico de euler** en donde se obtiene el mismo valor que los 2 métodos anteriores.
5. Los valores característicos finales obtenidos son:

```
Lambda1 =

 -71.2075 + 0.0000i
  -2.6824 + 1.7167i
  -2.6824 - 1.7167i
```

Solución

La **parte real** del valor característico más cercano al eje imaginario que resulta de la matriz realimentada $A - BK$ es:

$$real(\lambda) = -2.6824$$

Pregunta 2: Filtro de Kalman

Pregunta 2
Correcta
Puntúa 3.00 sobre 3.00
Señalar con bandera la pregunta

Considere el sistema lineal $\dot{x} = Ax + Bu + E\xi,\ \ y = Cx + \eta$, donde $A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & -4 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ y

$B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Si se desea diseñar un filtro de Kalman tal que minimice el efecto de las perturbaciones y ruido de medición, calcule la solución numérica $P = P^T > 0$ de la ecuación de Riccati para filtros para la 5a iteración, es decir, P_5, considerando la condición inicial

$P_0 = \begin{pmatrix} 0.2572 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2572 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2572 \end{pmatrix}$, un paso de integración $h = 0.02848$, con desviación estándar de la perturbación $\sigma_\xi = 0.62809$ y desviación estándar del ruido de medición $\sigma_\eta = 0.50345$.

En el cuadro numérico reporte el valor P(1,1) con al menos 3 cifras significativas. .
No escriba en formato de ingeniería. Por ejemplo, si obtiene 1e-3, no escriba 1e-3, sino 0.001.
Nota: Su respuesta se evalúa dentro de un 2% de error numérico con respecto del valor real, por lo que debe cuidar sus cálculos.

Respuesta: 0.2525 ✔

Procedimiento

```
%% Pregunta 2: Filtro de Kalman
clear; clc;

% Sistema Lineal
A = [-5 -4 -4;0 -3 -2;0 2 -3];
B = [-2;0;1];
C = [1 0 4];
D = 0;

% Perturbaciones y Ruido de Medición
E = [-2;0;1];

varxi  = (0.62809)^2;
vareta = (0.50345)^2;

Sxi  = diag(varxi);
Seta = diag(vareta);

% Comprobaciones

% Observabilidad par (A,C)
rank(obsv(A,C));                %---> rank(O) = 3 (OBSERVABLE)

% Evaluación si SigmaXi es P.D
eig(E*Sxi*E');                  %---> 1 eig(Sxi) = 0 (P.S.D)

% Evaluación si SigmaEta es P.D
eig(C'*Seta*C);                 %---> 2 eig(Seta) = 0 (P.S.D)

% Condición Inicial, Paso y No. de Iteraciones del Método Numérico de Euler

Pk = eye(3)*0.2572;
h = 0.02848;
itr = 5;

% Solución por Método Númerico de Ecuación de Riccati para Filtros

for i = 1:itr
    Pk = Pk + h*(A*Pk + Pk*A' + E*Sxi*E' - Pk*C'*inv(Seta)*C*Pk);
end

% Matriz de Ganancias del Observador
P1 = Pk;
L1 = Pk*C'*inv(Seta);
E1 = eig(A-L1*C);

% Solución Ecuación de Riccati para Filtros por Comando LQR de Matlab

L2 = lqr(A',C',E*Sxi*E',Seta)';


% Solución Ecuación de Riccati para Filtros por Comando LQE de Matlab
```

```
Q = Sxi;
R = Seta;
G = E;

% dot(x) = Ax + Bu + Gw            {State equation}
%      y = Cx + Du + v             {Measurements}

[L3,P3,E3] = lqe(A,G,C,Q,R);
```

1. Empecé comprobando la observabilidad del sistema, en donde se concluye que es **OBSERVABLE**
2. Esta ocasión, al evaluar las matrices $\Sigma_{\xi\xi}$ y $\Sigma_{\eta\eta}$ se concluye que **ambas son POSITIVAS SEMIDEFINIDAS**.
3. Para utilizar el método numérico de Euler, se define el punto inicial para el método, su paso y el número de iteraciones. En donde se obtienen los siguientes resultados

```
P1 =

    0.2525   -0.0470   -0.1175
   -0.0470    0.0975    0.0139
   -0.1175    0.0139    0.0685
```

```
L1 =

   -0.8578
    0.0346
    0.6175
```

```
E1 =

  -5.5291 + 0.0000i
  -3.5416 + 1.8910i
  -3.5416 - 1.8910i
```

Solución

El valor de $P(1,1)$ resulta ser:

$$P_{1,1} = 0.2525$$

Pregunta 3: Control LQG

Pregunta **3**

Correcta

Puntúa 2.00 sobre 2.00

Señalar con bandera la pregunta

Considere el sistema lineal $\dot{x} = Ax + Bu + E\xi,\;\; y = Cx + \eta$, donde $A = \begin{pmatrix} -13 & 8 & 8 \\ -28 & 11 & 16 \\ 8 & 0 & -5 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -5 \end{pmatrix}$.

Se desea diseñar un control LQG tal que minimice el efecto de las perturbaciones y ruido de medición, a la vez que minimice la energía del control y del error.
Considere que se desea minimizar la función de costo

$$J = \mathcal{E}\left\{\int_0^\infty \bar{x}^T Q \bar{x} + \bar{u}^T R \bar{u}\right\},$$

con $Q = \begin{pmatrix} 66 & 29 & 86 \\ 29 & 53 & 89 \\ 86 & 89 & 179 \end{pmatrix}$ y $R = 4$. Si se sabe que la desviación estándar de la perturbación es $\sigma_\xi = 0.463$ y y que la desviación estándar del ruido de medición $\sigma_\eta = 0.33238$,
determine **la parte real del mayor valor característico de la matriz** $A - BK - LC$, donde L es la ganancia del observador del filtro de Kalman y K la ganancia del controlador.
En el cuadro numérico reporte el valor solicitado con al menos 3 cifras significativas. .
No escriba en formato de ingeniería. Por ejemplo, si obtiene -1e-3, no escriba -1e-3, sino -0.001.
Nota: Su respuesta se evalúa dentro de un 2% de error numérico con respecto del valor real, y con penalización si su error es de hasta 10%,
por lo que debe cuidar sus cálculos.

Respuesta: -5.6466 ✔

Procedimiento

```
%% Pregunta 3: Control LQG

clear;
clc;

% Sistema
A = [-13 8 8;-28 11 16;8 0 -5];
B = [-1;-2;0];
C = [6 -4 -5];
D = 0;

sys = ss(A,B,C,D);

% Perturbaciones y Ruido de Medición
E = [-1;0;-1]; G = E;

varxi  = (0.46300)^2; Sxi = varxi;
vareta = (0.33238)^2; Seta = vareta;
```

```
Qn = E*Sxi*E';
Rn = C*Seta*C';

% Costo de Error de Regulación y Energía de Control
Qc = [66 29 86;29 53 89;86 89 179];
Rc = 4;

% Comprobaciones
rank(obsv(A,C));    %---> r(o) = 3       (OBSERVABLE)
rank(ctrb(A,B));    %---> r(c) = 2       (NO CONTROLABLE*)
eig(E*varxi*E');    %---> 2 eig(Xi) = 0  (P.S.D)
eig(C'*vareta*C);   %---> 2 eig(Eta)= 0  (P.S.D)

% Control LQG

K = lqr(A,B,Qc,Rc);

% LQR por función

Pk = zeros(3)*0.01;
h = 0.01;
itr = 1000;

[P1,P2,P3,K1,K2,K3,eig1,eig2,eig3] = LQR(A,B,Qc,Rc,Pk,h,itr);

% Filtro de Kalman LQE

L1 = lqe(A,G,C,Sxi,Seta);

% Filtro de Kalman LQR

L2 = lqr(A',C',E*Sxi*E',Seta)';

% Filtro de Kalman Método Numérico

for i = 1:itr
    Pk = Pk + h*(A*Pk + Pk*A' + E*Sxi*E' - Pk*C'*inv(Seta)*C*Pk);
end

L3 = Pk*C'*inv(Seta);

% Sistema de Retroalimentación por Estados Estimados en Lazo Cerrado

Lambda1 = eig(A - B*K1 - L1*C);
Lambda2 = eig(A - B*K2 - L2*C);
Lambda3 = eig(A - B*K3 - L3*C);

% Comando LQG Matlab

QWV = blkdiag(Qn,Rn);
QXU = blkdiag(Qc,Rc);

KLQG = lqg(sys,QXU,QWV);
```

1. Se evalúa la observabilidad, la controlabilidad y las matrices $\Sigma_{\xi\xi}$ y $\Sigma_{\eta\eta}$
    a. El par (A, C) resulta ser **OBSERVABLE**
    b. El par (A, B) resulta ser **NO CONTROLABLE** debido a que su rango es 2
    c. $\Sigma_{\xi\xi}$ resulta ser **POSITIVA SEMIDEFINIDA**
    d. $\Sigma_{\eta\eta}$ resulta ser **POSITIVA SEMIDEFINIDA**
2. Se soluciona la ecuación de riccati para el controlador. En esta ocasión sobre la solución de la primera pregunta se crea una función `LQR` que evalua por los 3 métodos vistos tanto las matrices P resultantes, sus eigenvalores y la matriz K resultante. *El código a esta función se anexa al final del documento.* Se obtienen los siguientes resultados:

```
P1 =

   50.1300  -31.1529  -29.3826
  -31.1529   30.8468   34.7998
  -29.3826   34.7998   41.8120
```

```
K1 =

    3.0440   -7.6351  -10.0543
```

```
eig1 =

  -7.1132 + 4.0431i
  -7.1132 - 4.0431i
  -5.0000 + 0.0000i
```

3. Se soluciona la ecuación de riccati para filtros. Utilizando tanto el comando de Matlab `LQE` como la función `LQR` adaptada para filtros. De igual manera se utiliza el método numérico de euler para su comprobación, obteniendo.

```
Pk =

    0.0473    0.0147    0.0490
    0.0147    0.1365   -0.0620
    0.0490   -0.0620    0.0969
```

```
L1 =

   -0.1808
   -1.3403
    0.5218
```

4. Por último se cierra el lazo con los estados observados y el control de realimentación

```
Lambda1 =

  -7.6236 + 4.1793i
  -7.6236 - 4.1793i
  -5.6466 + 0.0000i
```

Solución

Parte real del mayor valor caracterísitco de la matriz $A - BK - LC$

$$real(\lambda_{(A-BK-LC)}) = -5.6466$$

Pregunta 4: Control LQG

Pregunta 4

Parcialmente correcta

Puntúa 1.75 sobre 3.50

Señalar con bandera la pregunta

Considere el sistema lineal $\dot{x} = Ax + Bu + E\xi,\ \ y = Cx + \eta$, donde $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -2 & -4 & -2 \\ -4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$C = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

Se desea diseñar un control LQG tal que minimice el efecto de las perturbaciones y ruido de medición, a la vez que minimice la energía del control y del error.

Considere que se desea minimizar la función de costo

$$J = \mathcal{E}\left\{ \int_0^\infty \bar{x}^T Q \bar{x} + \bar{u}^T R \bar{u} \right\},$$

con $\bar{x} = x - X_{eq}$, $\bar{u} = u - U_{eq}$, $Q = \begin{pmatrix} 44 & 18 & 40 \\ 18 & 27 & 36 \\ 40 & 36 & 56 \end{pmatrix}$ y $R = 3$. Si se sabe que:

- La desviación estándar de la perturbación es $\sigma_\xi = 0.53157$ y y que la desviación estándar del ruido de medición $\sigma_\eta = 0.52173$,
- El punto de equilibrio donde se desea estabilizar el sistema es $Y_{eq} = 8$,

realice una simulación del sistema de control por estados observados (sin añadir ruido o perturbaciones, pero su efecto debe de ser considerado en el cálculo de las ganancias correspondientes), y reporte el valor de la salida del sistema controlado $y(t_1)$ en el tiempo $t_1 = 0.4787$, considerando la condición inicial $x(0) = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ para el controlador y **condición inicial nula para el observador**.

En el cuadro numérico reporte el valor solicitado con al menos 3 cifras significativas.

No escriba en formato de ingeniería. Por ejemplo, si obtiene -2.45e-3, no escriba -2.45e-3, sino -0.00245.

Nota: Su respuesta se evalúa dentro de un 10% de error numérico con respecto del valor real, y con penalización en caso de que cometa un error de diseño usual,por lo que debe cuidar la precisión de la simulación. No olvide el cálculo de la señal de referencia.

Respuesta: 2.749

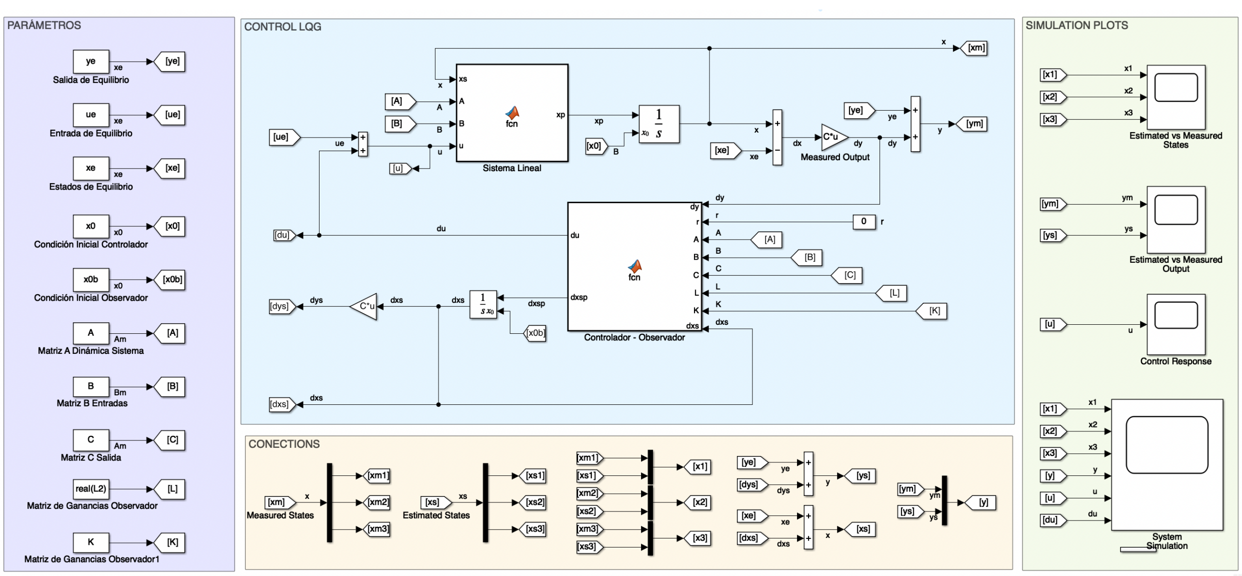
Procedimiento

```
%% Pregunta 4: Control LQG de Sistema No Lineal

clear all; close all; clc;
```

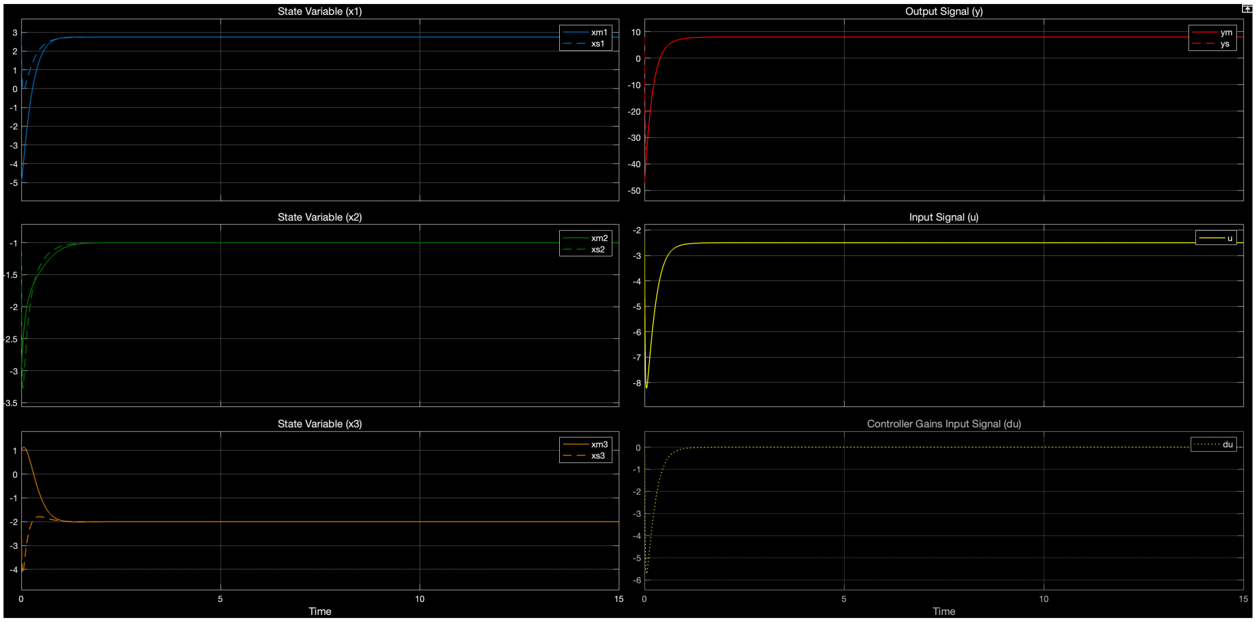
```
% Tiempo de Valor de Salida Solicitado

t1 = 0.4787;

% Condiciones Iniciales para el Controlador

x0  = [-5;-3;1];
x0b = [0;0;0];

% Punto de Equilibrio a Estabilizar

ye = 8;

% Sistema
A = [0 -1 3;-2 -4 -2;-4 3 -7];
B = [-2;1;0];
C = [8,4,5];
D = 0;

% Comprobaciones
o = rank(obsv(A,C));    % r(o) = 3 (OBSERVABLE)
c = rank(ctrb(A,B));    % r(c) = 3 (CONTROLABLE)

% Cambio de Coordenadas
Ae = [A B;C D] ;
Be = [0;0;0;ye];

% Sistema en Punto de Equilibrio
Xe = Ae\Be;

xe = Xe(1:3);
ue = Xe(4);

% Perturbaciones y Ruido de Medición
E = [-2;0;3];       G = E;

VarXi  = 0.53157;   Sxi = VarXi^2;
VarEta = 0.52173;   Seta = VarEta^2;

% Costo de Error de Regulación y Energía de Control

Qc = [44 18 40;18 27 36;40 36 56];
Rc = 3;

% Filtro de Kalman LQE

[L1,P,E]   = lqe(A,G,C,Sxi,Seta);

% Filtro de Kalman LQR

L2 = lqr(A',C',E*Sxi*E',Seta)';

% Filtro de Kalman Método Numérico
```

```
Pk = zeros(3)*0.01;
h = 0.01;
itr = 1000;

for i = 1:itr
    Pk = Pk + h*(A*Pk + Pk*A' + E*Sxi*E' - Pk*C'*inv(Seta)*C*Pk);
end

L3 = Pk*C'*inv(Seta);

% Controlador LQR

[K,S,CLP] = lqr(A,B,Qc,Rc);

% Función LQR

[P1,P2,P3,K1,K2,K3,eig1,eig2,eig3] = LQR(A,B,Qc,Rc,Pk,h,itr);
```

1. Se confirma que el sistema es tanto **CONTROLABLE Y OBSERVABLE**
2. Se realiza un cambio de coordenadas para poder definir el punto de equilibrio en $y_e = 8$, obteniedno a partir de A_e (Que contiene el sistema original completo) y B_e (Que contiene nuestro punto de equilibrio de regulación) y resolvemos para X_e. En donde obtendremos tanto x_e y u_e en las coordenadas originales.
3. Se vuelve a resolver el problema de **LQE y LQR**. Con los métodos utilizados en los problemas anteriores
4. Se construye el sistema realimentado con observador en Simulink.



5. Simulando se obtienen las siguientes gráficas

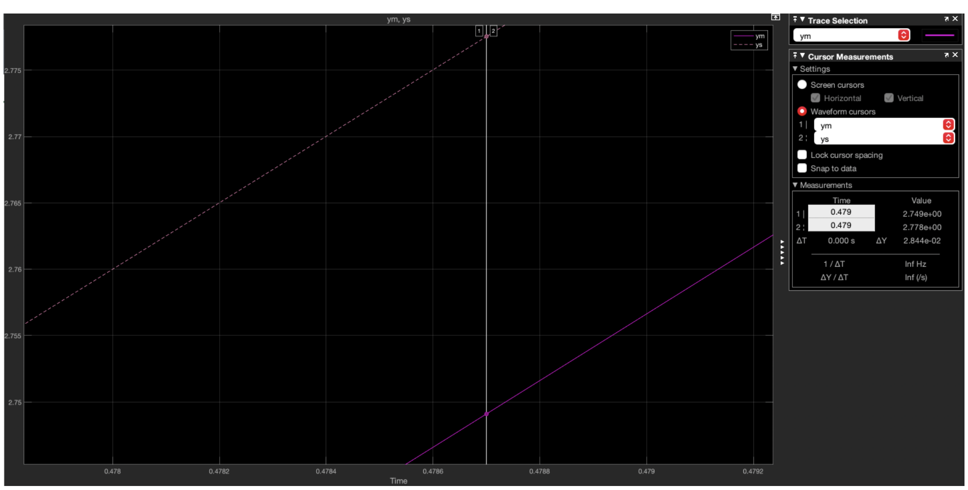


Solución

El valor de la salida del sistema controlado $y(t_1)$ en el tiempo $t_1 = 0.4787$, considerando $x(0) = [-5 \quad -3 \quad 1]^T$ para el controlador y condición inicial nula para el observador es:

$$y(t_1) = 2.749$$

Cómo se muestra en la siguiente figura



Anexos:

Función `LQR.m`

```
function [P1,P2,P3,K1,K2,K3,L1,L2,L3] = LQR(A,B,Q,R,Pk,h,itr)

%% Solución Ecuación de Riccati por Solve y Funciones Manuales

% Definición de Matriz de
syms P11 P22 P33 P12 P13 P23

P = [P11 P12 P13;P12 P22 P23;P13 P23 P33];

% Solución de la Ecuación de Riccati

[PS11,PS12,PS13,PS22,PS23,PS33] = solve((A')*P+P*A+Q-P*B*inv(R)*B'*P == 0,{P11,P12,P13,P2
2,P23,P33});

% Matrices P de Solución
PS = zeros(3,3,8); d = 0; nd = 0;

for i = 1:1:length(PS11)

    % Matrices P soluciones a Ecuación de Riccati

    PS(:,:,i) = [PS11(i) PS12(i) PS13(i);...
                 PS12(i) PS22(i) PS23(i);...
                 PS13(i) PS23(i) PS33(i)];

    % Evaluación por Menores Principales
    MP = PS(:,:,i);
    MP1 = det(MP(1:1));
    MP2 = det(MP(1:2,1:2));
    MP3 = det(MP(1:3,1:3));

    % Evaluación por Valores Característicos
    eigPS = real(eig(PS(:,:,i)));

    % Evaluación de valores característicos del sistema en lazo cerrado
    KPS = inv(R)*transpose(B)*PS(:,:,i);
    LambdaPS = eig(A-B*KPS);

    if LambdaPS(1) < 0 && LambdaPS(2) < 0 && LambdaPS(3) < 0 %real(eigPS(3))>= 0 && imag(e
igPS) == 0 && real(eigPS(1))>= 0 && real(eigPS(2))>= 0
        d = d + 1;
        PSD(:,:,d) = PS(:,:,i);
    else
        nd = nd + 1;
        PND(:,:,nd) = PS(:,:,i);
    end
```

```
end

% Número de Soluciones para P

NumSol = max(d);

% Matriz P Solución de Ecuación de Riccati

P1 = PSD;

% Matriz de Ganancias

K1 = inv(R)*transpose(B)*PSD;

% Valores característicos del Sistema en Lazo Cerrado

L1 = eig(A-B*K1);

%% Solución Ecuación de Riccati por Comando Matlab

[K,S,CLP] = lqr(A,B,Q,R);

K2 = K; P2 = S; L2 = CLP;

%% Solución Ecuación de Riccati por Método Numérico de Euler

for i = 1:itr
    Pk = Pk + h*(A'*Pk + Pk*A + Q - Pk*B*inv(R)*B'*Pk);
end

P3 = Pk; K3 = inv(R)*transpose(B)*P3; L3 = eig(A-B*K3);
```