



Aula 4 - Brute force + Backtracking 01

PrepTech Google

Roteiro da Aula

1 - **Introdução**

Apresentação e conceitos

2 - **Problemas**

Exemplos

3 - **Prática**

Questões do LeetCode

1 - Introdução

Apresentação e conceitos

Introdução

- O que é brute force?
- O que é backtracking?
- Aplicações
- Estrutura de um algoritmo
- Vantagens e desvantagens

Introdução

O que é brute force?

- Define uma **estratégia** ou **paradigma** de algoritmos onde tenta-se **TODAS** as soluções **possíveis** até achar uma que atenda (ou todas), independente de sua eficiência

Exemplos

- **Bogosort**: ordenação utilizando randomização - $O(n!)$
- **Quebra de senhas**: $O(k^n)$, para k possíveis caracteres e senhas de tamanho n
- **Busca por cadeias de caracteres em texto**: $O(n \times m)$
- Teste da **primalidade** de um número inteiro: $O(\sqrt{n})$
- **Caixeiro viajante**: $O(n!)$

Brute force: Aspectos

- Busca **exaustiva** pela(s) solução(ões)
- **Simples** de implementar, mas normalmente **ineficiente** para problemas de espaço grande: escalabilidade e desempenho ruins
- Complexidade normalmente exponencial ou superior: $O(n!)$, $O(2^n)$, $O(n^k)$, etc.
- Normalmente aplicável para problemas de **espaço pequeno** onde não há uma solução melhor

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

0000

Estado inicial

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

```
0000  
0001
```

Variações na 1a casa

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

```
0000
0001
0010
0011
```

Variações na 2a casa

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

```
0000
0001
0010
0011
0100
0101
0110
0111
```

Variações na 3a casa

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

```
0000
0001
0010
0011
0100
0101
0110
0111
1000
1001
1010
1011
1100
1101
1110
1111
```

Variações na 4a (última) casa

**Implementem o contador
binário de 4 bits usando
iterações.**

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando iterações

```
main.py × +
main.py > ... Format

1 def binaryLoops():
2     for i in range(2):
3         for j in range(2):
4             for k in range(2):
5                 for l in range(2):
6                     print(i, j, k, l)
7
8 binaryLoops()
```

Run

0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

**Qual o problema dessa
solução?**

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando **recursão**

Introdução

Brute force: Exemplo 1 - Contador Binário (4 bits) - utilizando **recursão**

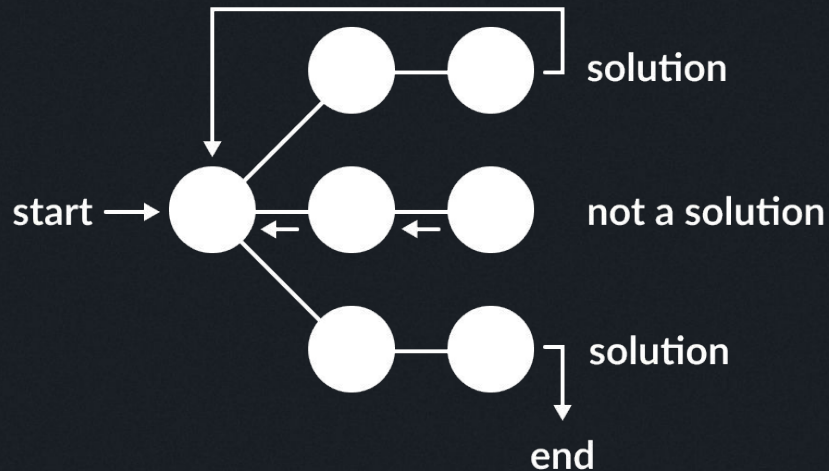
```
main.py x +
main.py > f binaryRecursion > x partial
Format
Run
0000
0001
0010
0011
0100
0101
0110
0111
1000
1001
1010
1011
1100
1101
1110
1111

1 def binaryLoops():
2     for i in range(2):
3         for j in range(2):
4             for k in range(2):
5                 for l in range(2):
6                     print(i, j, k, l)
7
8 def binaryRecursion(n, partial):
9     if len(partial)==n: # se estiver no tamanho desejado de casas
10        print(partial)
11    else:
12        for c in "01": # iterando sobre os caracteres 0 e 1
13            binaryRecursion(n, partial + c)
14
15 binaryRecursion(4, "")
16
17 #binaryLoops()
```

Introdução

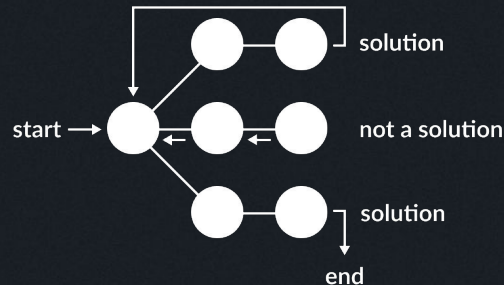
Backtracking: O que é **backtracking**?

- Define uma **estratégia** ou **paradigma** de projeto de algoritmos onde tenta-se **construir** uma solução ou um conjunto de soluções de uma forma **incremental** (por partes), **removendo** soluções que não satisfazem as **restrições** do problema
- Processo de tentativa e corte (*pruning*)



Backtracking: conceitos importantes

- **Recursão:** divisão e conquista (pedaços menores)
- **Espaço de soluções:** conjunto total de soluções **possíveis**
- **Corte (*pruning*):** soluções **parciais** que não são válidas
- **Backtracking:** retorno de um passo quando este não apresenta uma solução ou não atende às restrições
 - **in:** explora soluções internas a partir da atual
 - **out:** volta de uma tentativa interna e segue com novas tentativas



Backtracking: estrutura de um algoritmo

- **Passo 1:** iniciar com uma solução vazia
- **Passo 2:** gerar uma solução parcial e verificar se ela atende às restrições
- **Passo 3:** Se não atender, descarta, volta (backtrack) e tenta outra solução
- **Passo 4:** Repetir os passos acima até que uma solução seja aceita ou que TODAS as possibilidades tenham sido geradas de forma exaustiva

Backtracking: exemplos de problemas/algoritmos

- **Sudoku Solver**
- **Problemas combinatórios**
- **Subset sum (soma de subconjuntos)**
- **Passeio do cavaleiro/rainha/cavalo em tabuleiros de xadrez**

Aplicações de brute force e backtracking

- Problemas de satisfação de restrições: sudoku, quebra-cabeças, desafios, labirintos, etc
- Busca por combinações e/ou permutações
- Problemas em grafos: busca por um caminho, coloração de nós, circuito hamiltoniano

Vantagens e Desvantagens

Vantagens:

- Simplicidade e clareza no uso da recursão :-)
- Permite reduzir o tamanho do problema/entrada através de cortes (*pruning*)

Desvantagens:

- Em casos onde o espaço do problema é grande, a estratégia é altamente ineficiente: $n!$, n^n , 2^n , etc
- Pior caso: complexidade exponencial em relação ao tempo

Problemas

<https://leetcode.com/problems/subsets/description/>

Problema 1: Subsets de sets

- **Subsets de sets:** como montar todos os subconjuntos deste conjunto (permutação)

Ex:

- **Entrada:** [1, 2, 3]
- **Saída:**
 - [1, 2, 3], [1, 2], [1, 3], [1], [2, 3], [2], [3], []

Problemas

<https://leetcode.com/problems/subsets/description/>

Problema 1: Subsets de sets

- Subsets de sets: como montar todos os subconjuntos deste conjunto (permutação)

```
main.py x +
main.py > ... Format
14
15 def subsets(arr, index, partial):
16     if index >= len(arr): # se o índice ultrapassar o tamanho do array
17         return [partial] # retorna a solução parcial
18     else:
19         # in e out
20         inSolutions = subsets(arr, index+1, partial+[arr[index]])
21         outSolutions = subsets(arr, index+1, partial)
22         return inSolutions + outSolutions
23
24 solutions = subsets([1, 2, 3], 0, [])
25 for solution in solutions:
26     print(solution)
27
28
```

Run

```
[1, 2, 3]
[1, 2]
[1, 3]
[1]
[2, 3]
[2]
[3]
[]
```

Problemas

<https://leetcode.com/problems/subsets>

Problema 1: Subsets de sets

- Subsets de sets: como montar (permutação)

```
main.py x +
main.py > ...
14
15 def subsets(arr, index, partial):
16     if index >= len(arr): # se o índice ultrapassar o tamanho do array
17         return [partial] # retorna a solução parcial
18     else:
19         # in e out
20         inSolutions = subsets(arr, index+1, partial+[arr[index]])
21         outSolutions = subsets(arr, index+1, partial)
22         return inSolutions + outSolutions
23
24 solutions = subsets([1, 2, 3], 0, [])
25 for solution in solutions:
26     print(solution)
27
28
```

		IT	arr	index	partial	inSolutions	outSolutions	return
1								
2	start	0	[1, 2, 3]	0	[]			
3	in	1	[1, 2, 3]	1	[1]			
4	in	1.1	[1, 2, 3]	2	[1, 2]			
5	in	1.1.1	[1, 2, 3]	3	[1, 2, 3]	[1, 2, 3]		
6	out	1.1.2	[1, 2, 3]	3	[1, 2]		[1, 2]	[[1, 2, 3], [1, 2]]
7	out	1.2	[1, 2, 3]	2	[1]		[1]	[[1, 2, 3], [1, 2], [1]]
8	out	2	[1, 2, 3]	1	[]			
9	in	2.1	[1, 2, 3]	2	[2]			
10	in	2.1.1	[1, 2, 3]	3	[2, 3]	[2, 3]		
11	out	2.1.2	[1, 2, 3]	3	[2]		[2]	[[1, 2, 3], [1, 2], [1], [2, 3], [2]]
12	out	2.2	[1, 2, 3]	2	[]			
13	in	2.2.1	[1, 2, 3]	3	[3]	[3]		
14	out	2.2.2	[1, 2, 3]	3	[]		[]	[[1, 2, 3], [1, 2], [1], [2, 3], [2], [3], []]
15								

Problemas

Mais problemas

- <https://leetcode.com/problems/permutations/>
- <https://leetcode.com/problems/combinations/>
- <https://leetcode.com/problems/find-array-given-subset-sums/>

Mais Problemas - Vide slide de Recursão (:

Obrigado