

Inteligência Artificial

módulo 4

Introdução à
Previsão de Séries
Temporais e à
Aprendizagem por
Reforço

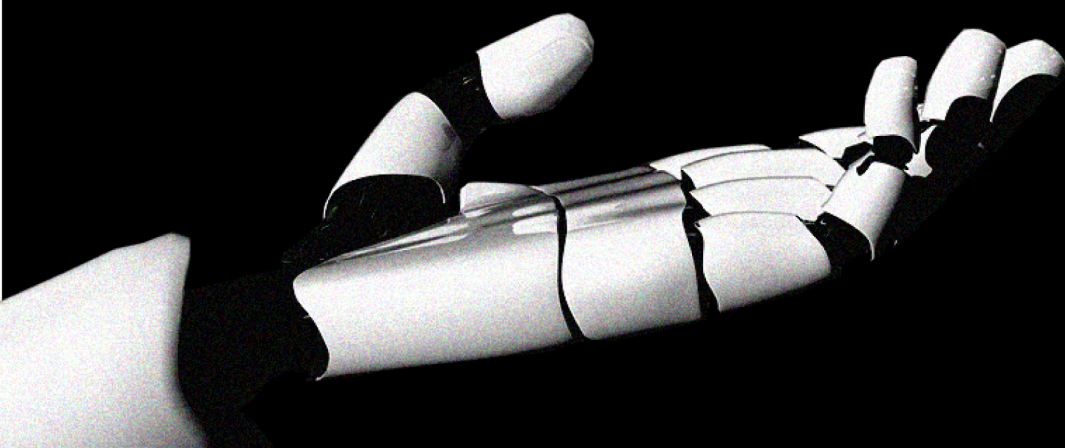


Universidade Presbiteriana
Mackenzie



Trilha 3

Médias móveis



Sumário

1	Introdução ao estudo da trilha de aprendizagem	p. 4
2	Médias Móveis	p. 5
3	Síntese	p. 15
4	Referências	p. 16

Introdução ao Estudo da Trilha de Aprendizagem

O objetivo é discutir os principais conceitos e técnicas referentes ao uso das médias móveis relacionadas às séries temporais, tendo como base os seguintes tópicos:

- introdução às Médias Móveis;
- apresentação das médias móveis simples, centradas e ponderadas.

Médias Móveis

Ao analisar as séries temporais, podemos utilizar a decomposição em componentes ou também as médias móveis. Para este último, temos modelos que utilizam a média dos valores observados nas séries temporais para poder estimar o valor futuro do dado observado.

!

Assim a média móvel utiliza dados de um número pré-definido de períodos para gerar a previsão. Ela tem como principais características a facilidade de entendimento, a simplicidade para implementar, além de não detectar tendências. Outro ponto relevante é que, quanto maior o número de períodos utilizados, maior será a suavização das variações aleatórias.

Esta relação das médias móveis com as variáveis aleatórias é muito importante, pois, segundo Tubino (2009), em séries temporais, normalmente existem os componentes variáveis aleatórios, e estes acabam dificultando na previsão exata do dado futuro. Quando se adota o uso das médias móveis, temos que os valores muito baixos e muito altos se combinam, assim obtendo uma previsão média que possui uma menor variabilidade.

As médias móveis podem ser utilizadas quando a série temporal possui um comportamento estável e para filtrar as variações aleatórias. Quanto aos modelos que usam a média móvel, podem ser de três tipos: simples, centrada ou ponderada. Veremos sobre cada um deles a seguir.

Média móvel simples

!

Os modelos de média móvel simples são muito eficazes quando se tem uma série temporal sem tendência e com poucas flutuações, na qual se deseja estimar um valor futuro de forma simples e ágil.



O cálculo da média móvel simples é feito através da obtenção de um dado em uma amostra de tempo, em que o período é considerado influência no valor obtido. Por exemplo, desejo calcular a média móvel de vendas nos últimos cinco dias (um período de cinco), então devo somar os valores de vendas obtidos nos últimos cinco dias e dividir o resultado obtido por cinco (o período escolhido). Assim se obtém a média dos valores obtidos neste período escolhido.

A equação que é utilizada para definir os modelos que utilizam a média móvel simples é:

$$M_t = (x_1 + x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-n+1}) / n$$

Onde temos:

- M_t é a média móvel no período t ;
- t é o momento observado;
- x é a série temporal;
- n é o número de períodos que são utilizados na média móvel.

Apesar da simplicidade deste modelo, suas características acabam sendo uma desvantagem, já que **não apresenta uma estimativa boa nas situações em que a série temporal possui tendência ou sazonalidade**. Uma solução para se utilizar as médias móveis quando temos estes componentes e assim minimizar os erros é a utilização da média ponderada, isto possibilita a elaboração de um padrão mais próximo à realidade.

Contudo, a utilização e aplicação da média móvel ponderada necessita que o usuário tenha mais conhecimentos da área de negócio de forma a determinar melhor os pesos para a sua aplicação (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 2001). Veremos sobre as médias móveis ponderadas ainda neste capítulo.

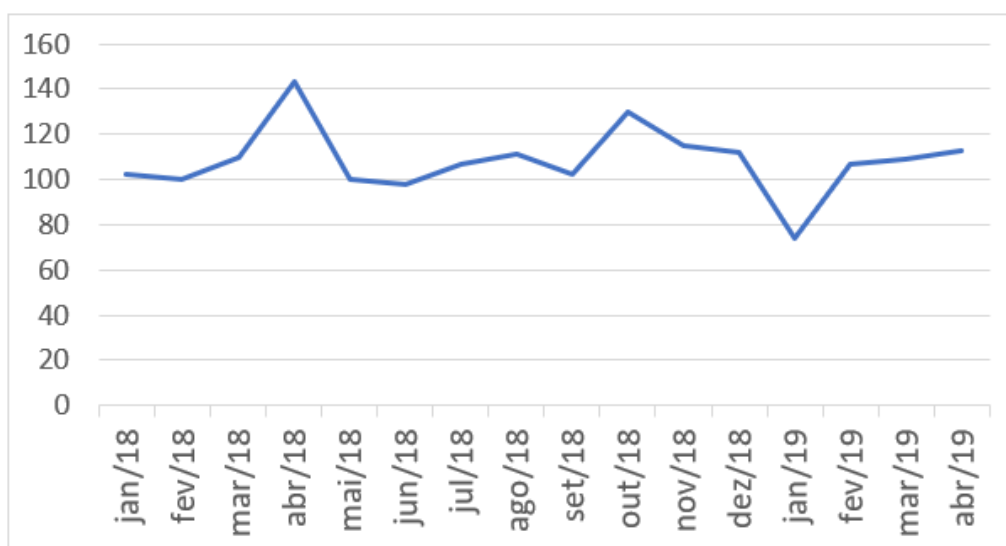
Vamos ver um exemplo de como aplicar a média móvel simples. Considere a série temporal apresentada na figura 1:

Figura 1 - Exemplo de média móvel simples. Fonte: Elaborado pelo autor.

mês/ano	quantidade
jan/18	102
fev/18	100
mar/18	110
abr/18	143
mai/18	100
jun/18	98
jul/18	107
ago/18	111
set/18	102
out/18	130
nov/18	115
dez/18	112
jan/19	74
fev/19	107
mar/19	109
abr/19	113

O gráfico resultante desta série temporal é visto na figura 2:

Figura 2 - Gráfico da série temporal original. Fonte: Elaborado pelo autor.



Vamos considerar um período de 4 meses para o cálculo da média móvel, iniciando em maio de 2018. Então para o cálculo da média móvel simples de maio teremos a somatória dos 4 meses: janeiro, fevereiro, março e abril de 2018 e dividiremos este valor obtido por 4, que é o período escolhido:

$$M_1 = (143 + 110 + 100 + 102) / 4 = 113,75$$

Para se obter o valor da média móvel do mês de junho, consideramos o valor mais atual (maio de 2018) e removemos o valor mais antigo (janeiro de 2018), assim tendo:

$$M_2 = (100 + 143 + 110 + 100) / 4 = 113,25$$

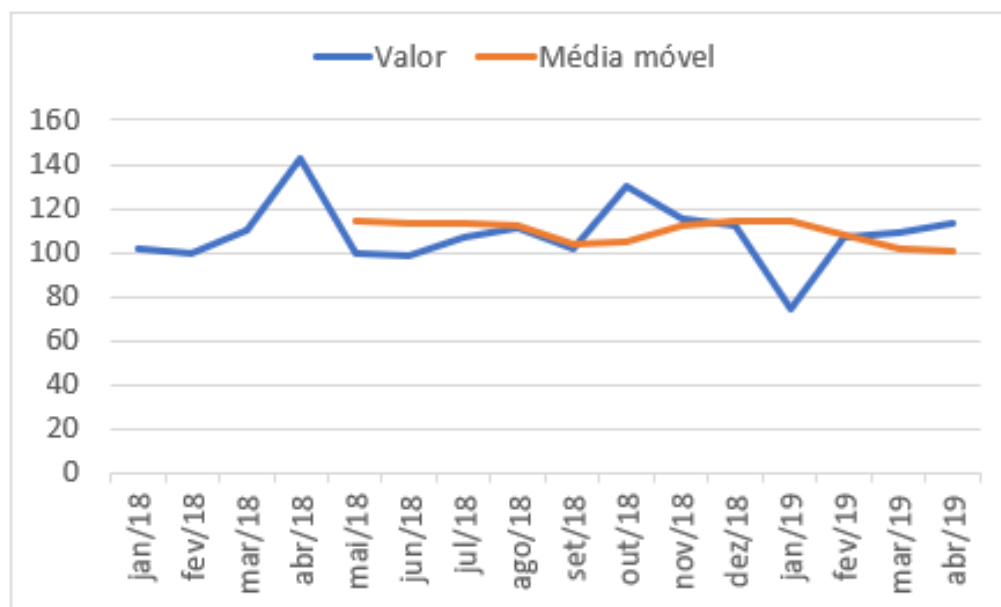
Realizando o cálculo da média móvel para os demais meses, obtemos os resultados apresentados na figura 3:

mês/ano	valor	média móvel (4 meses)
jan/18	102	
fev/18	100	
mar/18	110	
abr/18	143	
mai/18	100	113,75
jun/18	98	113,25
jul/18	107	112,75
ago/18	111	112
set/18	102	104
out/18	130	104,5
nov/18	115	112,5
dez/18	112	114,5
jan/19	74	114,75
fev/19	107	107,75
mar/19	109	102
abr/19	113	100,5

Figura 3 - Média móvel simples para um período de 4 meses. Fonte: Elaborado pelo autor.

Fazendo um gráfico comparativo entre o valor da série temporal e o valor obtido pela média móvel simples (figura 4), vemos como o gráfico ficou mais linear, minimizando os picos e vales que eram encontrados na série original.

Figura 4 - Gráfico comparativo entre a série temporal e a média móvel simples. Fonte: Elaborado pelo autor.



Média móvel centrada

!

A média móvel centrada deve ser utilizada quando a série temporal apresenta o componente da sazonalidade, neste caso, devemos obter o índice de sazonalidade. Este índice é o valor obtido que se desvia dos valores médios da série temporal, sendo obtido através do valor aplicado sobre a média ou a tendência.

O índice da sazonalidade é apresentado em quantidade ou porcentagem. Por exemplo, se o índice de sazonalidade obtido em um determinado mês para uma determinada série temporal for 1,25, temos então que o valor nesse mês é 25% maior que a média da série temporal.

Para o cálculo da média móvel centrada de uma série temporal, devemos considerar a obtenção da média de “x” valores observados antes do valor atual até “x” valores depois do valor atual.

No caso em que o período selecionado for ímpar, calcula-se a média dos n primeiros períodos da série temporal, apresentando o resultado obtido no período que está no centro deles. Por exemplo, se o período é 5, deve-se colocar o valor da média obtida na posição do terceiro elemento. No

exemplo mostrado na figura 5, temos um período igual a 5, sendo a série pelos dias da semana. No caso do exemplo, o valor da média móvel centrada fica na terça.

dia	valor	média móvel centrada
domingo	20	$(20+15+26+10+15)/5 = 12,285$
segunda	15	
terça	26	
quarta	10	
quinta	15	
sexta	19	
segunda	13	
segunda	11	
terça	10	

Figura 5 - Média móvel centrada com período ímpar.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Progressivamente, vamos acrescentando um período seguinte e desprezando o primeiro da média imediatamente anterior, e calculando novas médias, que vão se movendo até o fim da série. O número de períodos (n) é chamado de ordem da série.

Nas situações em que o período for par, como no exemplo apresentado na trilha 2, em que temos uma série anual dividida pelos 12 meses, teríamos que o período central seria 6,5 (num período 12, a metade é 6,5). Este período não tem correspondente na série temporal, assim, nestas situações, utilizamos o período menor mais próximo. No exemplo do período de 12 meses, colocamos a média móvel centrada no período correspondente ao 6º mês, conforme visto na figura 6.



Figura 6 - Média móvel centrada com período par. Fonte: Elaborado pelo autor.

mês	valor	média móvel centrada
janeiro	20	14,417
fevereiro	15	
março	26	
abril	10	
maio	15	
junho	19	
julho	13	
agosto	11	
setembro	10	
outubro	9	
novembro	13	
dezembro	12	
janeiro	15	
fevereiro	21	

Verificar o *e-book* da trilha 2, “Tendência e sazonalidade”, em que a média móvel centrada foi apresentada indicando como utilizá-la para se obter o índice de sazonalidade. Neste mesmo *e-book*, temos um exemplo para melhor compreensão.

Média móvel ponderada

!

A média móvel ponderada é uma variação da média móvel simples, sendo que ela enfatiza os dados mais recentes, ou seja, considera os últimos dados (mais recentes) com maior peso do que os dados mais antigos gradativamente.

Para esta média, os períodos mais distantes têm menos importância para o dado atual. Outro ponto importante é que a soma dos fatores de ponderação é igual a um (PEINADO & GRAEML, 2007).

A definição da quantidade de períodos e dos pesos é uma escolha livre de quem está realizando as análises. Uma característica positiva entre o tipo de média móvel ponderada com relação à média móvel simples é que os valores mais

recentes da série temporal possuem um grau de importância maior, e estes podem indicar alguma tendência.

Porém a atenção ao período é importante, pois, quanto maior o período de análise, o componente de sazonalidade estará mais suavizado e assim a representação da série temporal apresentará mais lentamente as variações.

Considerando o exemplo visto na figura 1, teremos os seguintes pesos:

- 50% para o último período;
- 25% para o penúltimo período;
- 15% para o antepenúltimo período;
- 10% para o quarto último período.

Antes tínhamos a seguinte fórmula para calcular a média móvel simples para o mês de maio de 2018:

$$M_t = (143 + 110 + 100 + 102) / 4 = 113,75$$

Agora teremos a seguinte equação para calcular a média móvel ponderada:

$$M_t = (143*0,5 + 110*0,25 + 100*0,15 + 102*0,10) = 124,2$$

Realizando o cálculo da média ponderada para os demais valores, temos o resultado conforme visto na figura 7:

mês/ano	valor	PERÍODO DE 4 MESES	
		média móvel	média móvel ponderada
jan/18	102		
fev/18	100		
mar/18	110		
abr/18	143		
mai/18	100	113,75	124,2
jun/18	98	113,25	112,25
jul/18	107	112,75	106,45
ago/18	111	112	107,3
set/18	102	104	106,95
out/18	130	104,5	104,6
nov/18	115	112,5	117,85
dez/18	112	114,5	116,4
jan/19	74	114,75	114,45
fev/19	107	107,75	95,25
mar/19	109	102	100,3
abr/19	113	100,5	103,55

Figura 7 - Média móvel ponderada.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 8, vemos um gráfico comparando a série temporal original com as duas médias: média móvel simples e a média móvel ponderada.

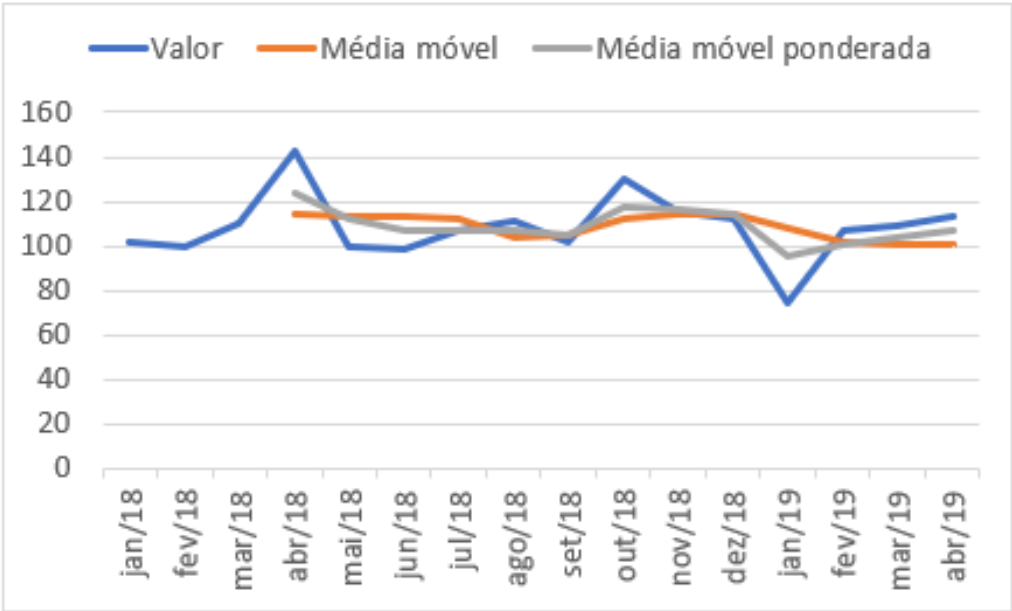


Figura 8 - Gráfico comparativo entre a média móvel simples e a média móvel ponderada. Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste gráfico, podemos notar que a média móvel ponderada tem uma similaridade maior com a série temporal em



comparação com a média móvel simples. Neste ponto, a definição dos pesos é um item importante para se obter a melhor estimativa utilizando este tipo de média.

Síntese

Neste *e-book*, foram apresentados alguns dos principais tipos de médias móveis aplicadas em séries temporais e quais as suas finalidades e aplicações: média móvel simples, média móvel centrada e média móvel ponderada.

Esta trilha possui uma atividade de aprofundamento que deve ser entregue até o final do componente. Continuem consumindo os outros materiais da trilha, como o audioblog e o vídeo explicativo. O conjunto de todos estes materiais possibilitará uma compreensão melhor do que são e para que servem as médias móveis.



Referências

AGGARWAL, C. C. **Neural Networks and Deep Learning: A textbook**. Berlin: Springer, 2018.

BISGAARD, S.; KULAHCI, M. **Time Series Analysis and Forecasting by Example**. Wiley, 2011.

BOX, G. E. *et al.* **Time series analysis: forecasting and control**. John Wiley & Sons, 2015.

CHAFTFIELD, C. **Time Series Forecasting**. Chapman & Hall/CRC, 2000.

DAVIS, M.; AQUILANO, N.; CHASE, R. **Fundamentos da Administração da Produção**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

GÉRON, A. **Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow**. Sebastopol: O'Reilly, 2017.

GRAESSER, L.; KENG, W. L. **Foundations of Deep Reinforcement Learning: Theory and Practice in Python**. Boston: Addison-Wesley, 2019.

MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULAHCI, M. **Introduction to Time Series Analysis and Forecasting**. 2ª ed. Wiley, 2015.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C. M. C. **Previsão de séries temporais**. 2ª ed. São Paulo: Atual, 1987.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher/ ABE- Projeto Fisher, 2006.



PEINADO, J.; GRAEML, A. R. **Administração da produção:** operações industriais e de serviços. Curitiba. UnicenP, 2007.

SUTTON, R. S.; BARTO, A. G. ***Reinforcement Learning***. 2ª ed. Cambridge: The MIT Press, 2018.

TUBINO, D. F. **Planejamento e controle da produção:** teoria e prática. Atlas, 2009.

