

Análisis Lógico 2025-2

Estructura M, validez y satisfacibilidad

28 de noviembre de 2025

Expediente	Nombre
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando

1. Elegir una estructura M que haga válidos, satisfacibles e inválidos a las siguientes fbf.

a) $\forall x \exists y R(x, y)$

Válido

$$M : D = \mathbb{N}, R^M(m, n) = m = n$$

$$\rightarrow \forall d \in D$$

$$\rightarrow s^*[x|d](x) = d$$

$$\rightarrow \exists e \in D$$

$$\rightarrow s^*[y|e](y) = d$$

$$\rightarrow d \in R^M \forall d$$

$$\rightarrow d \in R^M \exists e$$

$$\rightarrow \therefore M \models \varphi$$

Satisfacible

$$M : D = \mathbb{N}, R^M(m, n) = m > n$$

En este caso podemos ver que se cumple para todos los números naturales, ya que siempre hay una y menor a x , excepto cuando llegamos al 0 ya que no existe un número que sea menor, por lo tanto la estructura es satisfacible.

$$\therefore M \models \varphi$$

b) $\exists y \forall x R(x, y)$

Válido

$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor), (Fer, Flor), (Flor, Fer)\}, R^M(x, y) := "x conoce a y"$
La estructura nos dice que existe una y que conoce a todas las x , y dado que sin importar los valores que tomen las variables x y y el predicado R^M se cumple para todos los casos podemos decir que esta es una estructura válida.

$$\therefore M \models \varphi$$

Satisfacible

$$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor), (Fer, Flor), (Flor, Fer)\}, R^M(x, y) := "x conoce a y"$$

Esta estructura no se cumple para todos los casos, ya que si adoptamos el valor de $x = Fer$ este conocerá a los demás valores que adopte y , pero si tomamos los valores $x = Flor$ y $y = Fer$ entonces $R(x, y) \notin R^M$, ya que contamos con un caso que no cumple la estructura pero otro que sí cumple con ella podemos decir que la estructura es satisfacible.

$$\therefore M \models \varphi$$

Insatisfacible

$$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor)\}, R^M(x, y) := "x conoce a y"$$

Si adoptamos el caso donde $x = Fer$ no podremos cumplir el caso $\exists y \forall x R(x, y)$ ya que Fer no conoce a Flor, y si adoptamos el caso donde $x = Flor$ tampoco podremos cumplir el caso ya que Flor no conoce a Fer. Ya que no existe un caso que cumpla $\exists y \forall x R(x, y)$ la estructura no es válida.

$$\therefore M \not\models \varphi$$

c) $\forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$

b) $\forall x (P(x) \rightarrow \neg P(x))$

Válido

$$M : D = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}, P^M(x) := "x es impar"$$

$$\rightarrow \forall d \in D$$

$$\rightarrow s^*[x \mid d](x) = d$$

$$\rightarrow d \notin P^M \forall d$$

$$\rightarrow d \in \neg P^M \forall d$$

$$\rightarrow \text{Podemos traducir esto como } (0 \rightarrow 1) = 1$$

$$\rightarrow \therefore M \models \varphi$$

Satisfacible

$$M : D = \{2, 3\}, P^M(x) := "x es impar"$$

$$\rightarrow s^*(x) = 2$$

$$\rightarrow 2 \notin P^M$$

$$\rightarrow 2 \in \neg P^M$$

$$\rightarrow \text{Este caso puede ser traducido como } (0 \rightarrow 1) = 1.$$

$$\rightarrow s^*(x) = 3$$

$$\rightarrow 3 \in P^M$$

$$\rightarrow 3 \notin \neg P^M$$

$$\rightarrow \text{Mientras que este puede ser traducido como } (1 \rightarrow 0) = 0.$$

\rightarrow Hemos encontrado un caso en donde la estructura es válida mientras que en el otro caso no lo es, por lo tanto podemos decir que es satisfacible.

$$\rightarrow \therefore M \models \varphi$$

Insatisfacible

$$M : D = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}\}, P^M(x) := "x es impar"$$

$$\rightarrow \forall d \in D$$

$$\rightarrow s^*[x \mid d](x) = d$$

$\rightarrow d \in P^M \forall d$
 $\rightarrow d \notin \neg P^M \forall d$
 \rightarrow Podemos traducir esto como $(1 \rightarrow 0) = 0$
 $\rightarrow \therefore M \not\models \varphi$