

Análisis Lógico 2025-2

Tarea pre-examen Unidad III

November 29, 2025

Expediente	Nombre
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando

I. Defina lo siguiente:

1. FNN

Forma Normal Negada

2. PRENEX

Forma estándar de escribir fórmulas lógicas en la que todos los cuantificadores se agrupan al inicio, seguidos por una matriz libre de cuantificadores.

$Q_1x_1Q_2x_2Q_3x_3\dots Q_nx_n\Phi$, Φ = Matriz sin \forall y \exists

3. FNC

Forma Normal Conjuntiva. Una fbf está en FNC si es una conjunción de la forma $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ en donde cada F_i es una disyunción de literales, es decir $\wedge_{i=1}^m \vee_{j=1}^{n_i} L_{ij}$.

4. Skolem

Fórmula de primer ordenen FNC-PRENEX que contiene únicamente cuantificadores universales.

5. Cláusula

Es una disyunción de literales.

6. Cláusula Horn

Es una cláusula que tiene, a lo sumo, un literal positivo.

7. Hecho Horn

Es una cláusula Horn que tiene exactamente un literal positivo y ningún literal negativo. Se asume como verdad.

8. Regla Horn

Es una cláusula Horn con exactamente un literal positivo y uno o más negativos, es decir:

$(\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \dots \vee \neg p_n \vee q) \equiv (\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \dots \vee \neg p_n) \rightarrow q$

II. Dados los siguientes enunciados en lenguaje natural, transformar a FNN, PRENEX, FNC, Skolem, FNCS, forma clausal e identificar el tipo de cláusulas que los conforman.

1. Existe exactamente un reno con la nariz roja que trabaja para Santa.

- $D = \{renos\}$
- $R(x) := "x tiene la nariz roja"$
- $S(x) := "x trabaja para Santa"$

$$F : \exists x[(R(x) \wedge S(x)) \wedge \forall y((R(y) \wedge S(y)) \rightarrow y = x)]$$

$$FNN : \exists x[R(x) \wedge S(x) \wedge \forall y((\neg R(y) \vee \neg S(y)) \vee y = x)]$$

$$PRENELEX : \exists x \forall y[R(x) \wedge S(x) \wedge (\neg R(y) \vee \neg S(y) \vee y = x)]$$

$$Skolem : \forall y[R(c) \wedge S(c) \wedge (\neg R(y) \vee \neg S(y) \vee y = c)]$$

$Cl_1 = \{R(c)\}$: Cláusula unitaria, positiva y Horn

$Cl_2 = \{S(c)\}$: Cláusula unitaria, positiva y Horn

$Cl_3 = \{\neg R(y), \neg S(y), y = x\}$: Cláusula mixta y Horn

2. Todo elfo que fabrica juguetes ayuda al menos a un niño que los pidió en una carta.

- $E(x) := "x es un elfo"$
- $J(x) := "x fabrica juguetes"$
- $A(x, y) := "x ayuda a y"$
- $N(x) := "x es un niño"$
- $C(x) := "x pidió juguetes en una carta"$

$$F : \forall x[(E(x) \wedge J(x)) \rightarrow \exists y(N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$$

$$FNN : \forall x[(\neg E(x) \vee \neg J(x)) \vee \exists y(N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$$

$$PRENELEX : \forall x \exists y[(\neg E(x) \vee \neg J(x)) \vee (N(y) \wedge C(y) \wedge A(x, y))]$$

$$Skolem : \forall x[(\neg E(x) \vee \neg J(x)) \vee (N(f(x)) \wedge C(f(x)) \wedge A(x, f(x)))]$$

$$FNCS : \forall x[(\neg E(x) \vee \neg J(x) \vee N(f(x))) \wedge (\neg E(x) \vee \neg J(x) \vee C(f(x))) \wedge (\neg E(x) \vee \neg J(x) \vee A(x, f(x)))]$$

$Cl_1 = \{\neg E(x), \neg J(x), N(f(x))\}$: Cláusula mixta y Horn

$Cl_2 = \{\neg E(x), \neg J(x), C(f(x))\}$: Cláusula mixta y Horn

$Cl_3 = \{\neg E(x), \neg J(x), A(x, f(x))\}$: Cláusula mixta y Horn

3. Si los alumnos de análisis lógico presentan el examen, entonces lo aprobarán y pasarán una feliz navidad.

- $D = \{alumnos\}$
- $L(x) := "x es alumno de lógica"$
- $E(x) := "x presenta el examen"$
- $A(x) := "x aprueba el examen"$
- $N(x) := "x pasa una feliz navidad"$

$$F : \forall x[(L(x) \wedge E(x)) \rightarrow (A(x) \wedge N(x))]$$

$$FNN : \forall x[(\neg L(x) \vee \neg E(x)) \vee (A(x) \wedge N(x))]$$

$$FNCS : \forall x[(\neg L(x) \vee \neg E(x) \vee A(x)) \wedge (\neg L(x) \vee \neg E(x) \vee N(x))]$$

$Cl_1 = \{\neg L(x), \neg E(x), A(x)\}$: Cláusula mixta y Horn

$Cl_2 = \{\neg L(x), \neg E(x), N(x)\}$: Cláusula mixta y Horn

4. No todos pueden ser grandes artistas, pero un gran artista puede venir de cualquier lugar.

- $P(x) := "x \text{ es una persona}"$
- $L(x) := "x \text{ es un lugar}"$
- $A(x) := "x \text{ es un gran artista}"$
- $V(x, y) := "x \text{ viene de } y"$

$$F : \exists x(P(x) \wedge \neg A(x)) \wedge \forall l(L(l) \rightarrow \exists y(P(y) \wedge A(y) \wedge V(y, l)))$$

$$FNN : \exists x(P(x) \wedge \neg A(x)) \wedge \forall l(\neg L(l) \vee \exists y(P(y) \wedge A(y) \wedge V(y, l)))$$

$$PRENE : \exists x \forall l \exists y[(P(x) \wedge \neg A(x)) \wedge (\neg L(l) \vee (P(y) \wedge A(y) \wedge V(y, l)))]$$

$$Skolem : \forall l[(P(c) \wedge \neg A(c)) \wedge (\neg L(l) \vee (P(f(l)) \wedge A(f(l)) \wedge V(f(l), l)))]$$

$$FNCS : \forall l[P(c) \wedge \neg A(c) \wedge (\neg L(l) \vee P(f(l))) \wedge (\neg L(l) \vee A(f(l))) \wedge (\neg L(l) \vee V(f(l), l))]$$

$Cl_1 = \{P(C)\}$: Cláusula unitaria, positiva y Horn

$Cl_2 = \{\neg A(c)\}$: Cláusula unitaria, positiva y Horn

$Cl_3 = \{\neg L(l), P(f(l))\}$: Cláusula mixta y Horn

$Cl_4 = \{\neg L(l), A(f(l))\}$: Cláusula mixta y Horn

$Cl_5 = \{\neg L(l), V(f(l), l)\}$: Cláusula mixta y Horn

5. Si Fernando puede resolver el examen, entonces Alcantar puede.

- $D = \{personas\}$
- $E(x) := "x \text{ puede resolver el examen}"$
- $f = "Fernando"$
- $a = "Alcantar"$

$$F : P(f) \rightarrow P(a)$$

$$FNN : \neg P(f) \vee P(a)$$

$Cl_1 = \{\neg P(f), P(a)\}$: Cláusula mixta y Horn

6. Ningún robot causará daño a un ser humano o permitirá, con su inacción, que un humano sea lastimado.

- $R(x) := "x \text{ es un robot}"$
- $H(x) := "x \text{ es un humano}"$
- $L(x, y) := "x \text{ lastima a } y"$
- $D(x, y) := "x \text{ permite que } y \text{ sea lastimado}"$

$$F : \forall x[R(x) \rightarrow \neg \exists y(H(y) \wedge (L(x, y) \vee D(x, y)))]$$

$$FNN : \forall x[\neg R(x) \vee \forall y(\neg H(y) \vee (\neg L(x, y) \wedge \neg D(x, y)))]$$

$$PRENE : \forall x \forall y[\neg R(x) \vee (\neg H(y) \wedge (\neg L(x, y) \vee \neg D(x, y)))]$$

$$FNCS : \forall x \forall y[(\neg R(x) \vee \neg H(y)) \wedge (\neg R(x) \vee \neg L(x, y) \vee \neg D(x, y))]$$

$Cl_1 = \{\neg R(x), \neg H(y)\}$: Cláusula negativa y Horn

$Cl_2 = \{\neg R(x), \neg L(x, y), \neg D(x, y)\}$: Cláusula negativa y Horn