Probabilidad 2025-1
Tareas

12 de febrero de 2025

Expediente	**Nombre**
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando
223203899	Tostado Cortes Dante Alejandro

Tarea 1

1. Si $n(A) = 15$, $n(B) = 20$, y $n(A \cap B) = 10$. Encontrar $n(A \cup B)$.

   $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 20 - 10 = 25$

2. Una persona tiene 4 camisetas, 5 pantalones, 7 pares de zapatos y 2 sombreros. ¿Cuántos conjuntos diferentes podría vestir?

   $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 = 280$

3. ¿Cuántos números de tres dígitos se forman utilizando los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9? Se permiten dígitos repetidos.

   $10^3 = 1000$

Tarea 2

1. Una cerradura de combinación se abrirá cuando se seleccione la opción correcta de tres números (del 1 al 40, contando el 40). ¿Cuántas combinaciones diferentes de la cerradura son posibles?

   $40^3 = 64,000$

2. Cuatro parejas (8 personas) han reservado asientos en una fila para un concierto. ¿En cuántas formas pueden tomar asiento si (a) no hay restricciones para hacerlo? (b) los dos de cada pareja desean sentarse juntos?

   (a) $8! = 40,320$

   (b) $4! \cdot 2^4 = 384$

3. De entre un grupo de 40 personas, ha de seleccionarse un jurado de 12 personas. ¿En cuántas formas puede ser seleccionado el jurado?

   ${}_{40}C_{12} = 55,868,534,80$

4. La complejidad de las relaciones interpersonales crece de modo considerable cuando el tamaño del grupo es mayor. Determine el número de relaciones de dos parejas en grupos de (a) 3, (b) 8, (c) 12 y (d) 20 personas.

   (a) ${}_{3}C_{2} = 3$

   (b) ${}_{8}C_{2} = 28$

   (c) ${}_{12}C_{2} = 66$

   (d) ${}_{20}C_{2} = 190$

5. ¿Cuántos arreglos diferentes pueden formarse con una caja de 8 colores, si contiene 4 blancos, 3 azules y 1 rojo?

   ${}_{8}C_{4} \cdot \ {}_{4}C_{3} \cdot \ 1 = 280$

6. Se sacan cinco cartas de un mazo ordinario de 52 cartas de juego. (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada sea del mismo palo? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada sea una escalera? (c) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada sea una tercia?

   (a) $\frac{{}_{13}C_5 - 10}{{}_{52}C_5} \cdot\ 4 = 0.0196$

   (b) $\frac{(4^5-4)\cdot\ 10}{{}_{52}C_5} = 0.003924$

   (c) $\frac{{}_4C_3 \cdot\ {}_{12}C_2 \cdot\ 4^2}{{}_{52}C_5} = 0.02113$

7. Se sacan cinco cartas de un mazo ordinario de 52 cartas de juego. (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada sean dos pares? (b) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada sea un par? (c) ¿Cuál es la probabilidad de que la mano sacada no tenga ningún juego posible (carta alta)?

   (a) $\frac{{}_{13}C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot 4({}_{11}C_1)}{{}_{52}C_5} = 0.04750 = 47.50\,\%$

   (b) $\frac{{}_{13}C_1 \times\ {}_4C_2 \times\ 4({}_{12}C_3)}{{}_{52}C_5} = 0.02641 = 26.41\,\%$

   (c) $\frac{{}_{13}C_5 \cdot 4^5}{{}_{52}C_5} = 0.5011 = 50.11\,\%$

Tarea 3

1. En Hermosillo hay $4\,\%$ de probabilidades de que el día de independencia se tenga una temperatura baja. ¿Cuál es la probabilidad de que ese día no se tenga una temperatura baja?

   $100\,\% - 4\,\% = 96\,\%$

2. En una clase de álgebra y trigonometría hay 18 alumnos de primer año y 15 de segundo. De los 18 de primero, 10 son hombres; de los 15 de segundo, 8 son hombres. Encuentre la probabilidad de que un estudiante elegido al azar sea:

	1er año	**2do año**
Hombre	10	8
Mujer	8	7
Total	18	15

   A: Son de primer año. (18)
   B: Son de segundo año. (15)
   C: Es hombre. (18)
   D: Es mujer. (15)

   (a) De primero o mujer:
   $P(A \cup D) = P(A) + P(D) - P(A \cap D) = \frac{18}{33} + \frac{15}{33} - \frac{8}{33} = \frac{25}{33} = 0.76 = 76\,\%$

   (b) De segundo u hombre:
   $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{18}{33} + \frac{15}{33} - \frac{8}{33} = \frac{25}{33} = 0.76 = 76\,\%$

3. Determinar la siguiente igualdad $P(A \cup B \cup C) =$

   $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

4. ¿Cuál es la probabilidad de que en un grupo de 60 personas, por lo menos 2 tengan la misma fecha de cumpleaños?

   A: Dos personas cumplen el mismo día.
   A^c: Nadie cumple el mismo día.
   $P(A^c) = \frac{_{365}P_{60}}{365^{60}} = 0.0059 = 0.59\,\%$
   $P(A) = 0.9941 = 99.41\,\%$

Tarea 4

1. Juan vive en una gran ciudad y viaja al trabajo diariamente en subterráneo o en taxi. Aborda el subterráneo 80 % del tiempo porque cuesta menos y toma un taxi el otro 20 % del tiempo. Cuando se toma el subterráneo, llega al trabajo a tiempo 70 % de las veces, mientras que llega a tiempo 90 % de las veces cuando viaja en taxi.
   $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \to P(B) \times P(A|B) = P(A \cap B)$
   T: Viaja en taxi. (20 %)
   S: Viaja en subterráneo. (80 %)
   A: Llega a tiempo.
   $A|T$: Llega a tiempo dado que tomó un taxi.
   $A|S$: Llega a tiempo dado que tomó el subterráneo.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan tome el subterrábneo y llegue a tiempo al trabajo en cualquier día dado?
   $P(A \cap S) = P(S) \cdot P(A|S) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56 = 56\,\%$

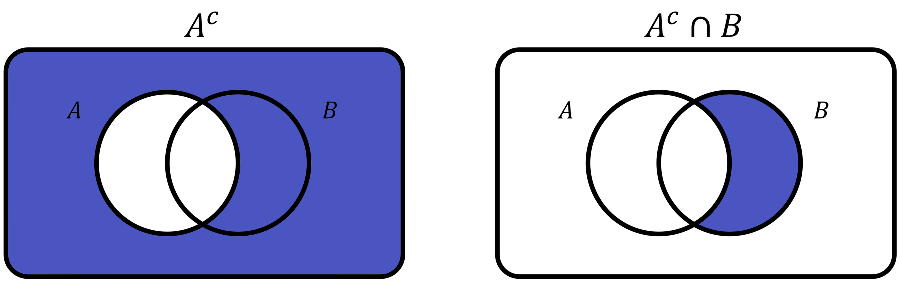
   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan tome un taxi y llegue a tiempo al trabajo en cualquier día dado?
   $P(A \cap T) = P(T) \cdot P(A|T) = 0.2 \cdot 0.9 = 0.18 = 18\,\%$

2. Se lanza un dado equilibrado dos veces. Determine si los siguientes pares de eventos son independientes.
   Para que dos eventos sean independientes debe cumplirse que:
   $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

   (a) A: La suma de los dos resultados es 6. B: El primer resultado es 4.
   $P(A) = \frac{5}{36}$
   $P(B) = \frac{1}{6}$
   $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$
   Dado que $\frac{5}{36} \cdot \frac{1}{6} \neq \frac{1}{36}$ esto nos dice que son eventos dependientes.

   (b) A: La suma de los dos resultados es 7. B: El segundo resultado es 4.
   $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
   $P(B) = \frac{1}{6}$
   $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$
   Dado que $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ esto nos dice que son eventos independientes.

3. Demostrar la siguiente igualdad $P(A|B) = 1 - P(A^c|B)$



$P(A|B) = 1 - P(A^c|B)$
$\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{P(A^c\cap B)}{P(B)}$
$P(A \cap B) = P(B) - P(A^c \cap B)$
$P(A \cap B) = P(B) - P(B) + P(A \cap B)$
$P(A \cap B) = P(A \cap B)$

4. Si dos eventos son independientes, ¿entonces deben ser disjuntos?

Disjuntos: $P(A \cap B) = 0$
Independientes: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
Dos eventos pueden ser independientes y no disjuntos siempre que la probabilidad de ambas sea diferente de 0.

5. La paradoja de la caja de Bertrand. Se tienen tres cajas y cada una de ellas tiene dos monedas. La caja A contiene dos monedas de oro. La caja B contiene una moneda de oro y una moneda de plata. La caja C contiene dos monedas de plata. Se selecciona una caja al azar y de allí se escoge una moneda. Si resulta que la moneda escogida es de oro, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la caja con dos monedas de oro?
A: Se escoge la caja A.
B: Se escoge la caja B.
C: Se escoge la caja C.
O: Sale una moneda de oro.

$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$
$P(O|A) = 1$
$P(O|B) = \frac{1}{2}$
$P(O|C) = 0$
$P(O) = P(O|A) \cdot P(A) + P(O|B) \cdot P(B) + P(O|C) \cdot P(C) = \frac{1}{2}$
Teorema de Bayes: $P(A|O) = \frac{P(O|A)\cdot P(A)}{P(O)} = \frac{1\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = 66.67\,\%$