Probabilidad 2025-1
Tareas Parcial 3

21 de marzo de 2025

Expediente	Nombre
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando
223203899	Tostado Cortes Dante Alejandro

Tarea 9

1. Comprobar si la siguiente función es de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1/2}{\sqrt{x}} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$

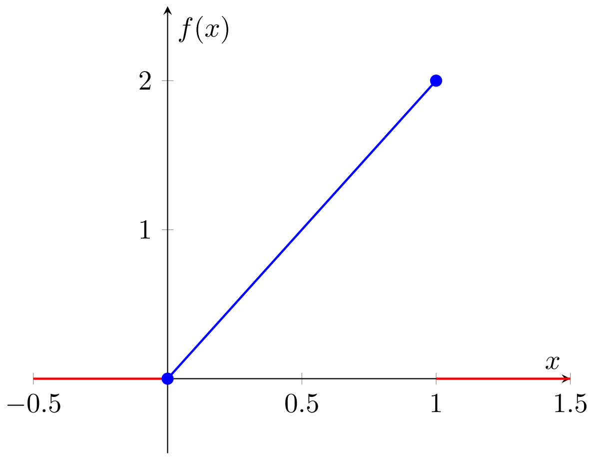
$$\int_0^1 \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{x}} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{2}} \Big|_0^1 \right] = \sqrt{x} \Big|_0^1 = \sqrt{1} - \sqrt{0} = 1$$

2. Encontrar la función de distribución con la función de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$

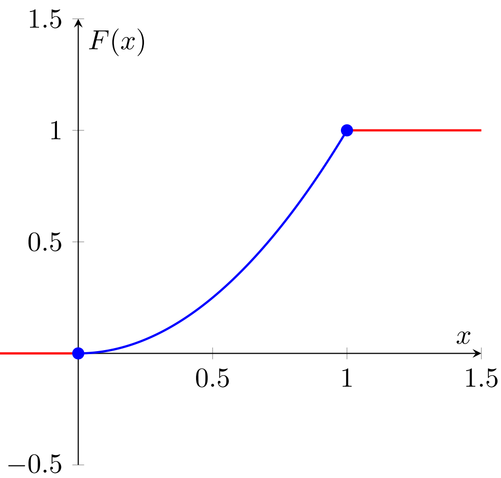
Grafica ambas funciones

a) Función de probabilidad:



b) Función de distribución:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} 2u du = 2\int_{-\infty}^{x} u du = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$



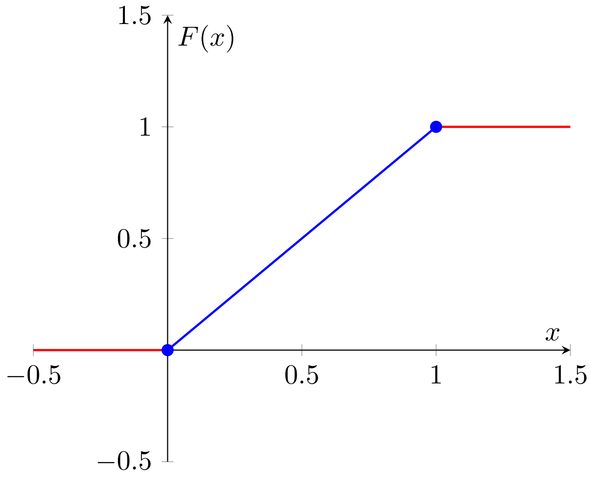
3. Sea la función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Determinar si se trata de la función de distribución de una variable aleatoria discreta o continua. Encontrar además la correspondiente función de probabilidad o densidad y graficarlas.

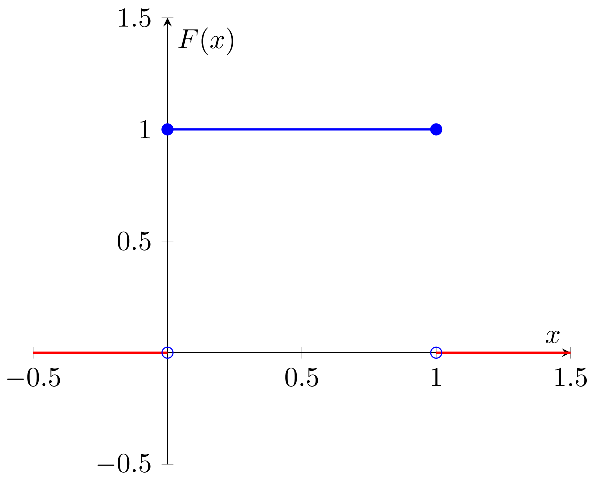
Se trata de una variable continua.

a) Función de distribución:



b) Función de densidad:

$$\frac{d}{dx}F(x) = f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$



Tarea 10

1. Encontrar el valor esperado y la desviación estándar de la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$$

Valor esperado:

$$E[X] = \int_0^{\infty} xe^{-x}dx = -xe^{-x} + \int_0^{\infty} e^{-x}dx = -xe^{-x} - e^{-x}\Big|_0^{\infty} = -\frac{x+1}{e^x}\Big|_0^{\infty} = 1$$

Varianza:

$$\text{Var}[X] = \int_0^{\infty} x^2e^{-x}dx - \int_0^{\infty} (x-1)^2e^{-x}dx = 2 - 1 = 1$$

2. Encontrar la función de densidad y distribución con $U \sim U(0,4)$. Graficas ambas funciones y encontrar el valor esperado y la desviación estándar.

3. Sea X una variable aleatoria con distribución uniforme entre -1 y 1. Demuestre lo siguiente

$$E[X^n] = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{1}{n+1} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

4. Usted no conoce el tiempo de respuesta a una solicitud, pero sabe que el mínimo posible es de 5 minutos y el máximo es de 25 minutos. ¿Qué distribución recomendaría utilizar? ¿Cuál es la probabilidad de recibir una respuesta entre 5 y 7 minutos? ¿Cuánto tiempo debe esperar en promedio?