Teoría de la computación
Problema 37

10 de marzo de 2025

Expediente	**Nombre**
223210350	Amaya Soria Angel Alberto
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando
223215039	Miranda Sanchez Javier Leonardo

---

37. Pruebe la propiedad 3. Sugerencia: demuestre por inducción, que $\forall n \geq 0$:
$P(n)$: si $|w| = n$ y $r \in \hat{\delta}(q, w)$ entonces $(q, w) \vdash (r, \epsilon)$.
$Q(n)$: si $(q, w) \overset{*}{\vdash} (r, \varepsilon)$ en n movimientos entonces $r \in \hat{\delta}(q, w)$.

Propiedad 3. Sea δ la función de transición de un AFND. Para todo estado q y cadena de símbolos de entrada w:

$$\hat{\delta}(q, w) = \{r \in Q : (q, w) \vdash (r, \varepsilon)\}.$$

Suponemos

$|w| = n = 0 = \varepsilon$
Para $P(n)$:
Por definición: $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$
Como q requiere 0 pasos para llega a r, se cumple $(q, w) \vdash (r, \varepsilon)$

Para $Q(n)$:
Si $(q, w) \vdash (r, \varepsilon)$ en n movimientos, por definición de la relación de transición extendida, $q \in \hat{\delta}(q, \varepsilon)$ se cumple $Q(n)$.

Paso inductivo

Suponemos que $P(n)$ y $Q(n)$ son ciertos para un cierto $n \geq 0$.

Probamos para $|w| = n + 1$

Para $P(n + 1)$:
Sea w una palabra de tamaño $n + 1$, $w = xa$, x es una palabra de longitud n y a un símbolo.
Por hipótesis de inducción si $r \in \hat{\delta}(q, x)$, entonces (q, x) en n pasos llega a (r, ε) procesamos a, aplicamos la transición extendida $\hat{\delta}(q, xa) = \cup_{i=1}^{m} \delta(p_i, a)$.

Si $r' \in \hat{\delta}(q, xa)$, entonces existe algún $p \in \hat{\delta}(q, x)$ tal que $r' \in \delta(p, a)$.

Como (q, x) en n pasos llega a (p, ε) y p al procesar a llega a r' entonces $n+1$ pasos $(q, xa) \vdash (r', \varepsilon)$

QED

Para $Q(n+1)$:

Si (q, xa) en $n+1$ pasos llega a (r, ε), entonces en los primeros n pasos (q, x) llega a algún estado p, y en un paso adicional (p, a) llega a (r, ε).

Por hipótesis de inducción sabemos que $p \in \hat{\delta}(q, x)$, además, por definición de $\hat{\delta}$ r debe pertenecer a $\delta(p, a)$.

Como $\hat{\delta}(q, xa)$ está definida como la unión de todas las transiciones de $\delta(p, a)$ para $p \in \hat{\delta}(q, x)$, concluimos que r pertenece a $\hat{\delta}(q, xa)$

QED