Teoría de la computación 2026-1
$(L^*)^* = L^*$

January 21, 2026

Expediente	Nombre
223209096	Ahumada Herrera Jorge Alán
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando
222206586	Juan Valenzuela Gael
223201053	Solis Zatarain Owen Adiel

Ejercicio: demostrar $(L^*)^* = L^*$

Sea $w \in L^*L^*$

- $w = xy$ donde $x \in L^* \wedge y \in L^*$
- $\exists m \geq 0 : x \in L^m$ y $\exists k > 0 : y \in L^k$
- $x = x_1, ..., x_m$, $x_i \in L$, $i = 1, ..., m$
- $y = y_1, ..., y_k$, $y_j \in L$, $i = 1, ..., k$
- $\therefore w \in L^{m+k} \subseteq L^*$

Sea $w \in L^* \wedge \varepsilon \in L^*$

- $w = w\varepsilon$
- Dado que $w \in L^*$ y $\varepsilon \in L^*$
- Entonces $w * \varepsilon \in L^*L^* : L^* \subseteq L^*L^*$
- $(L^*)^n = L^* \forall n \geq 1$

Sea $P(n)$ la proposición $(L^*)^n = L^*$. Demostremos que $P(n)$ es verdadera $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$

- Caso base: $n = 1$
- $(L^*)^1$, sabemos que $L^1 = L$, por lo que $(L^*)^1 = L^*$
- Hipótesis: $(L^*)^k = L^*$
- Paso inductivo: $P(k+1)$
- $(L^*)^{k+1} = L^*$
- $(L^*)^k L^* = L^*$
- $L^*L^* = L^*$
- $(L^*)^n = L^* \forall n \geq 1$

QED