Análisis Lógico 2025-2
Estructura M, validez y satisfacibilidad

28 de noviembre de 2025

Expediente	**Nombre**
219208106	Bórquez Guerrero Angel Fernando

---

1. Elegir una estructura M que haga válidos, satisfacibles e inválidos a las siguientes fbf.

   a) $\forall x \exists y R(x, y)$

   Válido

   $M : D = \mathbb{N}, R^M(m, n) = m = n$

   $\rightarrow \forall d \in D$

   $\rightarrow s^*[x|d](x) = d$

   $\rightarrow \exists e \in D$

   $\rightarrow s^*[y|e](y) = d$

   $\rightarrow d \in R^M \forall d$

   $\rightarrow d \in R^M \exists e$

   $\rightarrow \therefore M \vDash \varphi$

   Satisfacible

   $M : D = \mathbb{N}, R^M(m, n) = m > n$

   En este caso podemos ver que se cumple para todos los números naturales, ya que siempre hay una y menor a x, excepto cuando llegamos al 0 ya que no existe un número que sea menor, por lo tanto la estructura es satisfacible.

   $\therefore M \vDash \varphi$

   Insatisfacible

   $M : D = \{256, 256, 256\}, R^M(m, n) = m > n$

   Dado que todos los elementos del dominio son el mismo número entonces no existse una $R(x, y) \in R^M$, esto nos dice que esta estructura es inválida.

   $\therefore M \nvDash \varphi$

b) $\exists y \forall x R(x, y)$
Válido

$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor), (Fer, Flor), (Flor, Fer)\}, R^M(x, y) :=$ "x conoce a y"
La estructura nos dice que que existe una y que conoce a todas las x, y dado que sin importar los valores que tomen las variables x y y el predicado R^M se cumple para todos los casos podemos decir que esta es una estructura válida.

$\therefore M \vDash \varphi$

Satisfacible

$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor), (Fer, Flor)\}, R^M(x, y) :=$ "x conoce a y"

Esta estructura no se cumple para todos los casos, ya que si adoptamos el valor de $x = Fer$ este conocerá a los demás valores que adopte y, pero si tomamamos los valores $x = Flor$ y $y = Fer$ entonces $R(x, y) \notin R^M$, ya que contamos con un caso que no cumple la estructura pero otro que sí cumple con ella podemos decir que la estructura es satisfacible.

$\therefore M \vDash \varphi$

Insatisfacible

$M : D = \{(Fer, Fer), (Flor, Flor)\}, R^M(x, y) :=$ "x conoce a y"

Si adoptamos el caso donde $x = Fer$ no podremos cumplir el caso $\exists y \forall x R(x, y)$ ya que Fer no conoce a Flor, y si adoptamos el caso donde $x = Flor$ tampoco podremos cumplir el caso ya que Flor no conoce a Fer. Ya que no existe un caso que cumpla $\exists y \forall x R(x, y)$ la estructura no es válida.

$\therefore M \nvDash \varphi$

c) $\forall x P(x) \to \exists x P(x)$
Utilizando equivalencias podemos desarrollar la fórmula anterior de la siguiente forma:

$\to \neg \forall x P(x) \vee \exists x P(x)$

$\to \exists x \neg P(x) \vee \exists x P(x)$

$\to \exists x(\neg P(x) \vee P(x))$

Dado que $\neg P(x) \vee P(x)$ es una tautología entonces el enunciado siempre será valido en todo caso.

$\therefore M \vDash \varphi$

d) $\forall x(P(x) \to \neg P(x))$
Válido

$M : D = \{\, x \in \mathbb{N} \mid x = 2k,\ k \in \mathbb{N} \,\},\ P^M(x) :=$ "x es impar"

$\to \forall d \in D$

$\to s^*[x \mid d](x) = d$

$\to d \notin P^M \forall d$

$\to d \in \neg P^M \forall d$

$\to$ Podemos traducir esto como $(0 \to 1) = 1$

$\to \therefore M \vDash \varphi$

Satisfacible

$M : D = \{2, 3\},\ P^M(x) \coloneqq$ "x es impar"

$\rightarrow s^*(x) = 2$

$\rightarrow 2 \notin P^M$

$\rightarrow 2 \in \neg P^M$

$\rightarrow$ Este caso puede ser traducido como $(0 \rightarrow 1) = 1$.

$\rightarrow s^*(x) = 3$

$\rightarrow 3 \in P^M$

$\rightarrow 3 \notin \neg P^M$

$\rightarrow$ Mientras que este puede ser traducido como $(1 \rightarrow 0) = 0$.

$\rightarrow$ Hemos encontrado un caso en donde la estructura es válida mientras que en el otro caso no lo es, por lo tanto podemos decir que es satisfacible.

$\rightarrow \therefore M \vDash \varphi$

Insatisfacible

$M : D = \{\, x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1,\ k \in \mathbb{N} \,\},\ P^M(x) \coloneqq$ "x es impar"

$\rightarrow \forall d \in D$

$\rightarrow s^*[x \mid d](x) = d$

$\rightarrow d \in P^M \forall d$

$\rightarrow d \notin \neg P^M \forall d$

$\rightarrow$ Podemos traducir esto como $(1 \rightarrow 0) = 0$

$\rightarrow \therefore M \nvDash \varphi$