Treball Gasos

Ferran de Miguel

28 de juny de 2022

Índex

1 Definició del problema

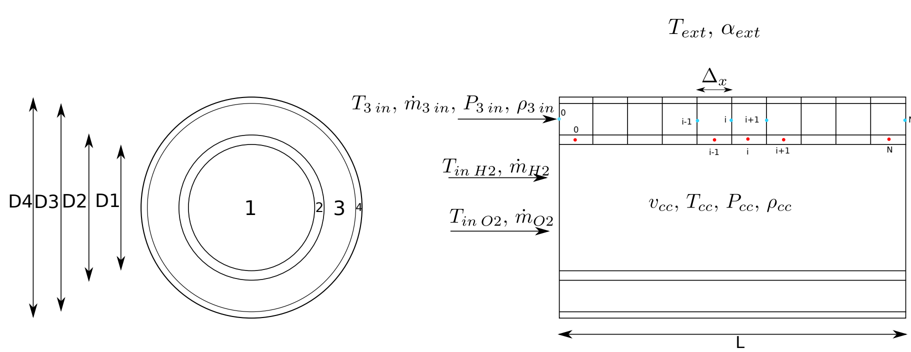

Figura 1: Representació del problema

En un conducte circular de diàmetre D1 entra una mescla de H2 i O2 que reaccionen per formar aigua i H2 o O2 en excés en la zona 1. La paret 2 de espessor $(D2 - D1)/2$, i feta d'un cert material, conté la reacció i transmet el calor de la cambra de combustió cap al fluid de la zona 3 que circula per un conducte anular. Aquest fluid és H2 gasos amb un cabal $\dot{m}_{3\,in}$ i una temperatura

$T_{3\,in}$. Finalment el fluid 3 és contingut per la paret 4 que es troba en contacte amb l'aire exterior.
L'objectiu és calcular la temperatura a les parets per veure quin material és capaç de resistir aquestes condicions, així com avaluar les calors intercanviades entre les diferents zones del problema.

2 Equacions de discretització

2.1 Cambra de combustió

Utilitzarem [2] per aquest apartat. L'equació química que tenim a la cambra de combustió és:

$$A\,H_2 + B\,O_2 \rightarrow C\,H_2O + D\,O_2 + E\,H_2 \tag{1}$$

On A, B, C, D i E són els coeficients estequiomètrics, que dependran del cabal molar $A = \widehat{\dot{m}_{H2}}$ i $B = \widehat{\dot{m}_2}$.

$$C,\ D\ i\ E = \begin{cases} C = 1,\ D = 0,\ E = 0 & \text{si } B/2 = A, \\ C = A,\ D = B - C/2,\ E = 0 & \text{si } B/2 > A, \\ C = B/2,\ D = 0,\ E = A - C & \text{si } B/2 < A, \end{cases}$$

Nosaltres ens trobarem en el cas 3, on hi ha més fuel que oxidant, és a dir *fuel rich.* Per calcular la temperatura en la cambra de combustió utilitzarem la següent equació:

$$T_{cc} = T^{\circ} + \frac{\sum_R v_k \widehat{h}_k - \sum_P v_k \widehat{h}^{\circ}_{fk} - W_F \dot{Q}_{lost}/\dot{m}_F}{\sum_P v_k \overline{\widehat{c}_{pk}}} \tag{2}$$

On $v_k = \frac{X_k}{A}$, $\widehat{h_k} = \widehat{h^{\circ}_{fk}} + \overline{\widehat{c}_{pk}}(Tcc - T^{\circ})$ i $\overline{\widehat{c}_{pk}} = \frac{1}{Tcc - T^{\circ}} \int_{T^{\circ}}^{T_{cc}} \widehat{c}_{pk} dT$
Aquesta equació pel nostre cas on $\widehat{h}^{\circ}_{fH2} = \widehat{h}^{\circ}_{fO2} = 0$, $v_{H2} = 1$ i considerant que $v_{O2\,exces} = 0$

$$T_{cc} = T^{\circ} + \frac{\int_{T^{\circ}}^{T_{inH2}} \widehat{c}_{pH2} dT + v_{O2} \int_{T^{\circ}}^{T_{inO2}} \widehat{c}_{pO2} dT - v_{H2O} \widehat{h}^{\circ}_{fH2O} - \frac{W_F \dot{Q}_{lost}}{\dot{m}_F}}{v_{H2O} \frac{1}{Tcc - T^{\circ}} \int_{T^{\circ}}^{T_{cc}} \widehat{c}_{pk} dT + v_{H2\,exces} \frac{1}{Tcc - T^{\circ}} \int_{T^{\circ}}^{T_{cc}} \widehat{c}_{pk} dT} \tag{3}$$

2.2 Tub 2

L'equació de discretització sobre un volum de control i serà:

$$\begin{aligned} & -\lambda_w \frac{T_2[i] - T_2[i-1]}{\Delta x} S_w + \lambda_e \frac{T_2[i+1] - T_2[i]}{\Delta x} S_e + \\ & + \alpha_{cc}(T_{cc} - T_2[i]) S_{2int} - \alpha_3[i](T_2[i] - T_{3i}) S_{2ext} = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow T_2[i] \left(\frac{\lambda_w S_w}{\Delta x} + \frac{\lambda_e S_e}{\Delta x} + \alpha_{cc} S_{2int} + \alpha_3[i] S_{2ext} \right) = \\ & = T_2[i-1] \frac{\lambda_w S_w}{\Delta x} + T_2[i+1] \frac{\lambda_e S_e}{\Delta x} + T_{cc}\alpha_{cc} S_{2int} + \alpha_3[i] T_{3i} S_{2ext} \end{aligned} \tag{4}$$

Que es pot fàcilment reescriure com a una equació del tipus:

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + b_P \tag{5}$$

on: $a_E = \frac{\lambda_e S_e}{\Delta x}$, $a_W = \frac{\lambda_w S_w}{\Delta x}$, $a_P = a_E + a_W + \alpha_{cc} S_{2int} + \alpha_3[i] S_{2ext}$ i

$b_P = T_{cc}\alpha_{cc}S_{2int} + T_{3i}\alpha_3[i]S_{2ext}$, $S_{2int} = \pi D_2 \Delta x$, $S_{2ext} = \pi D_3 \Delta x$
Per al tub 4 la discretització es la mateixa, modificant els paràmetres geomètrics, S, i els coeficients de transferència de calor α.
Per als nodes i=0, i i=N assumirem condició de contorn adiabàtica i els coeficients seran $a_W = 0$ per al node 0, i $a_E = 0$ per al node N.

2.3 Fluid zona 3

Massa:

$$\rho_3[i]S_3v_3[i] = \rho_3[i+1]S_3v_3[i+1] = \dot{m}_{in} \tag{6}$$

Aïllem $v_3[i+1]$

$$\frac{\rho_3[i]v_3[i]}{\rho_3[i+1]} = v_3[i+1] \tag{7}$$

Moment:

$$\begin{aligned} &v_3[i+1]^2\rho_3[i+1]S_3 - v_3[i]^2\rho_3[i]S_3 = p_3[i]S_3 - p_3[i+1]S_3 - \tau_w S_l \\ &= \dot{m}(v_3[i+1] - v_3[i]) = S_3(p_3[i] - p_3[i+1]) - f_i\frac{1}{2}\rho_i v_{3i}^2(S_{2ext} + S_{4int}) \end{aligned} \tag{8}$$

Aïllem $p_3[i+1]$

$$p_3[i+1] = \frac{-\dot{m}(v_3[i+1] - v_3[i]) + S_3p_3[i] - f_i\frac{1}{2}\rho_i v_{3i}^2(S_{2ext} + S_{4int})}{S_3} \tag{9}$$

Energia:

$$\begin{aligned} &\dot{m}\left(h[i+1] - h[i] + \frac{v_3[i+1]^2 - v_3[i]^2}{2}\right) = \dot{Q} \\ &\dot{m}c_p(T_3[i+1] - T_3[i]) + \dot{m}\left(\frac{v_3[i+1]^2 - v_3[i]^2}{2}\right) \\ &= \alpha_3[i](T_2[i] - T_{3i}[i])S_{2ext} - \alpha_3[i](T_{3i} - T_4[i])S_{4int} \end{aligned} \tag{10}$$

Aïllem $T_3[i+1]$ tenint en compte que $A = \dot{m}\frac{v_3^2[i+1] - v_3^2[i]}{2}$

$$\begin{aligned} T_3[i+1] = &\frac{T_3[i](\dot{m}\overline{c_{pi}} - \frac{\alpha_{3i}}{2}(S_{2ext} + S_{4int}))}{\dot{m}\overline{c_{pi}} + \frac{\alpha_{3i}}{2}(S_{2ext} + S_{4int})} + \\ &+ \frac{-\dot{m}\frac{v_3^2[i+1] - v_3^2[i]}{2} + \alpha_{3i}(T_2[i]S_{2ext} + T_4[i]S_{4int})}{\dot{m}\overline{c_{pi}} + \frac{\alpha_{3i}}{2}(S_{2ext} + S_{4int})} \end{aligned} \tag{11}$$

Equació d'estat:

$$\rho RT = p \tag{12}$$

On:
$S_3 = \frac{D_3^2 - D_2^2}{4}\pi$, $S_{2ext} = D_2\pi\Delta x$, $S_{4int} = D_3\pi\Delta x$, $v_{3i} = \frac{v_3[i+1]+v_3[i]}{2}$, $T_{3i} = \frac{T_3[i+1]+T_3[i]}{2}$, $\rho_{3i} = \frac{\rho_3[i+1]+\rho_3[i]}{2}$, $\overline{c_{pi}} = \frac{1}{T[i+1]-T[i]}\int_{T[i+1]}^{T[i]} c_p dT$
Els coeficients de transferència de calor α i de fregament f els calcularem de la següent manera:

$$\mu, \lambda, \overline{c_P} \text{ i } \rho = f(T, P, R_{gas}) \tag{13}$$

Les funcions d'aquestes propietats les extraurem de [3], així com les entalpies de formació. Ara que tenim les propietats del fluid de [1] taula B2 obenim α i de la taula $B7$, el factor de fricció.
El diàmetre hidràulic és $D_h = D3 - D2$.

$$Re = \frac{v_{3i}\rho_{i3}D_h}{\mu}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

$$f = 2\left[\left(\frac{8}{Re}\right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{3/2}}\right]^{1/12}$$

on $A = \left\{2.457\, ln\left[\frac{1}{(7/Re)^{0.9}+0.027\varepsilon_r}\right]\right\}^{16}$, i $B = (37530/Re)^{16}$ De la taula B2, num. 1, tercera expressió,

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4} = \frac{\alpha D_h}{\lambda} \Rightarrow \alpha = \frac{Nu\lambda}{D_h}$$

2.4 Aire exterior 5

Utilitzarem la taula B1 de [1]. Per a cada volum de control avaluem $T_m[i] = \frac{T_4[i]+Text}{2}$, després calculem les propietats termofísiques següents segons l'annex D0 de [1]:

$$\mu, \lambda, \overline{c_P}, \beta \text{ i } \rho = f(T_m, P, R_{gas}) \tag{14}$$

Amb les propietats podem calcular en aquest ordre:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

$$Gr = \frac{g\beta\rho^2|T_w - T_f|D_4^3}{\mu^2}$$

$$Ra = GrPr$$

Comprovem si $10^3 < Ra < 10^9$ (laminar) o $Ra \geq 10^9$ (turbulent)

$$Nu = CRa^nK = \frac{\alpha D_4}{\lambda} \Rightarrow \alpha_5 = \frac{Nu\lambda}{D_4} \tag{15}$$

en cas laminar C=0.47, n=1/4 i K=1, si és turbulent C=0.1, n=1/3 i K=1.

3 Algorisme de càlcul

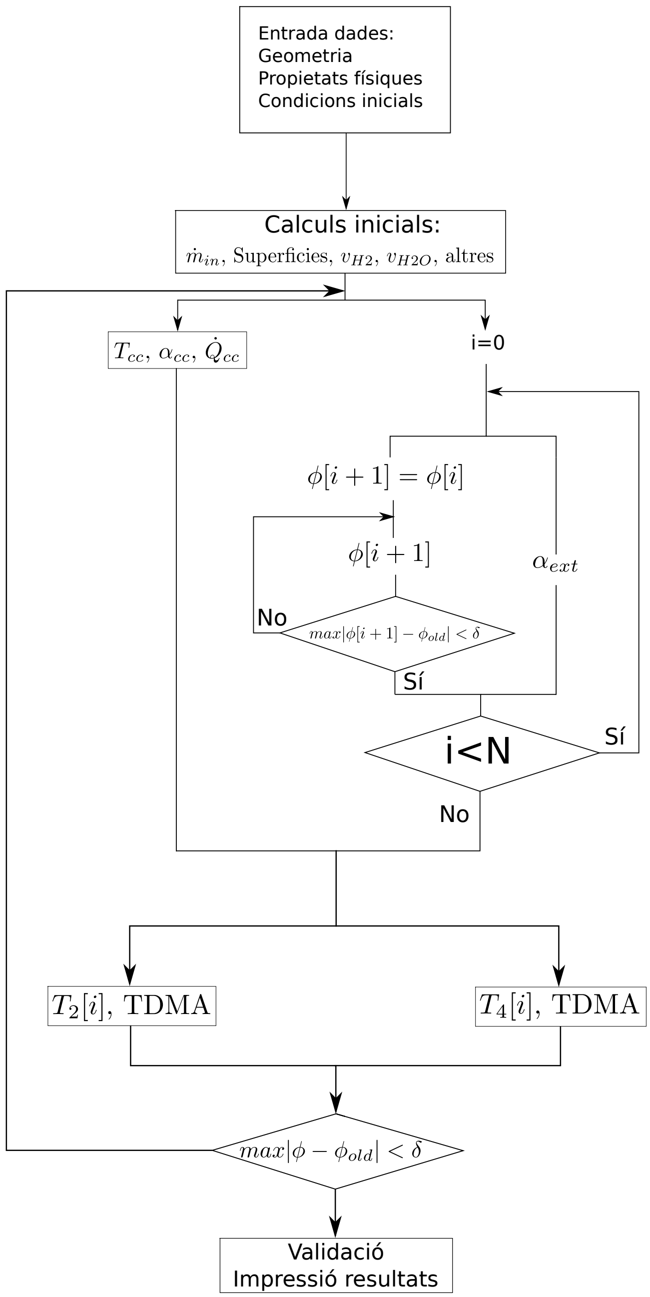

Figura 2: Diagrama de flux

Referències

[1] Heat and Mass Transfer Technological Center (CTTC). *FORMULAE FOR THE RESOLUTION OF FLUID DYNAMICS AND HEAT AND MASS TRANSFER PROBLEMS. (Anglès)*. URL: https://atenea.upc.edu/pluginfile.php/4602606/mod_resource/content/8/Formulae-v3.2a.pdf.

[2] Heat and Mass Transfer Technological Center (CTTC). *Furnaces and boilers. Review of combustion.. (Anglès)*.

[3] Heat and Mass Transfer Technological Center (CTTC). *Thermodynamic and transport properties. (Anglès)*.