



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Estatística



Eduardo Moreira Araújo
Francisco Iago dos Reis Ferreira
Kassyano Kevyn Andrade de Souza

Análise de Séries Temporais

Decomposição MSTL e Modelo ARIMA

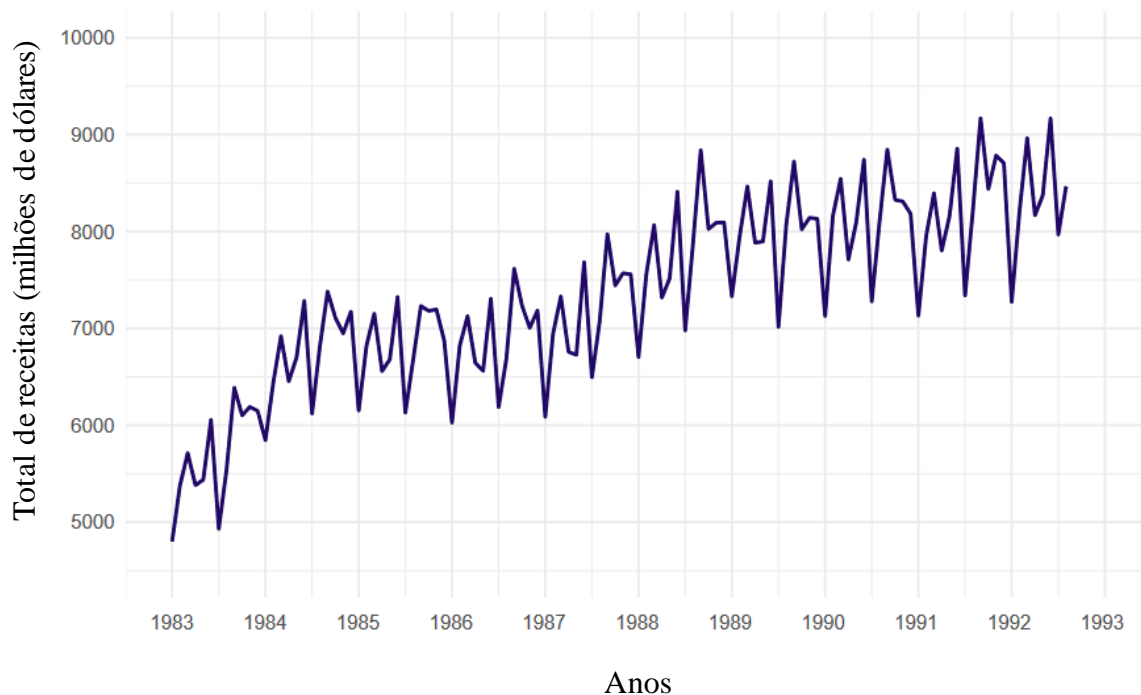
Brasília, DF
17 de maio de 2023

1. Considerações Iniciais

O presente trabalho tem como objetivo estudar uma série temporal selecionada do banco de dados da competição de previsão M3, disponibilizado no pacote *Mcomp* do R. Em um primeiro momento, será realizada uma decomposição da série temporal via MSTL e, posteriormente, um modelo ARIMA será selecionado para o estudo.

A série temporal escolhida foi a de número 2334. As 116 observações disponibilizadas se referem ao período entre janeiro de 1983 e agosto de 1992. Os valores da série indicam o total de receitas, em milhões de dólares, na venda de produtos desenvolvidos por empresas que fabricam e comercializam eletrônicos e equipamentos elétricos. Os produtos em questão são carregados e transportados em navios, além disso, são produzidos por meio da técnica de *manufacturing* (produção de bens por meio de maquinário, ferramentas, processos químicos e biológicos). A série temporal que será estudada pode ser visualizada a seguir:

Gráfico 1 – Série temporal do total de receitas, em milhões de dólares, na venda de produtos eletrônicos e equipamentos elétricos por empresas do setor - Estados Unidos, 1983-1992



Fonte: International Institute of Forecasters – M3 Competition

2. Decomposição da série temporal via MSTL

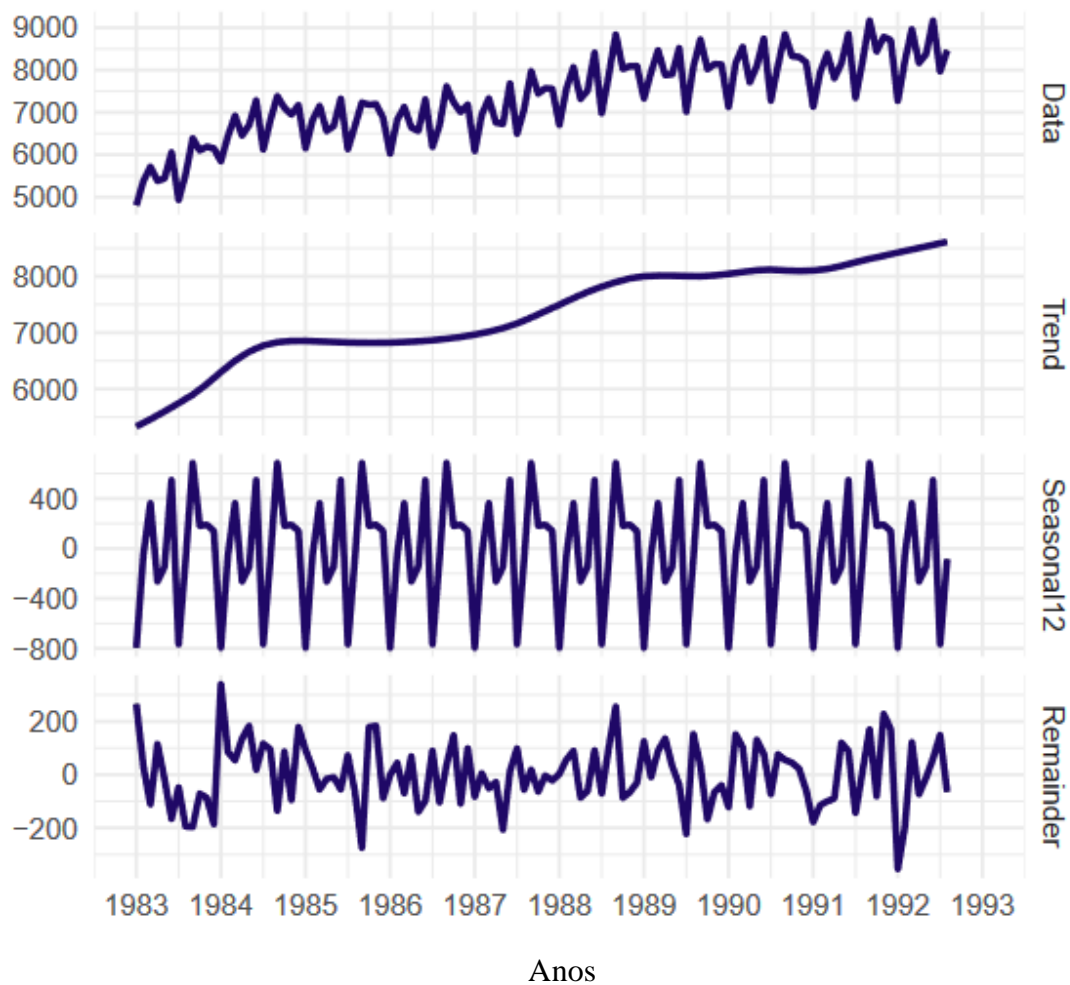
A decomposição MSTL nos permite dividir a estrutura da série temporal em três componentes: tendência, sazonalidade e resíduos. A tendência está atrelada a mudança no nível médio da série ao longo do tempo, ou seja, é possível observar comportamentos gerais como crescimento, constância ou decrescimento no desenvolvimento do fenômeno sob estudo. Por sua vez, a sazonalidade indica a repetição de padrões e ciclos que estão presentes em determinados recortes temporais da série como meses ou semanas, por exemplo. Por fim, a componente de resíduos incorpora a informação que resta na série após a extração das componentes de tendência e sazonalidade (Morettin e Toloi, 2018).

O termo MSTL se refere a Multiple Seasonal-Trend decomposition using LOESS. Nesse sentido, estamos trabalhando com uma técnica de decomposição que se baseia em um processo iterativo de regressão local. A decomposição MSTL é mais robusta do que outras técnicas, além disso, pode nos ajudar na identificação de múltipla sazonalidade. Portanto, apresentaremos a seguir a redução da série temporal selecionada em componentes mais simples de serem analisadas e que nos fornecerão informações para a modelagem dos dados.

Ao observarmos o gráfico 1 foi possível identificar que a série apresenta um desenho característico de séries com tendência de crescimento. Além disso, é perceptível a existência de um ciclo que se repete a cada 12 observações, ou seja, a série é mensal e possui um ciclo sazonal que volta a se repetir a cada ano. É interessante observar que essa sazonalidade parece ser mais ou menos constante, independente do nível global da série. Nessa perspectiva, os primeiros semestres de cada ciclo possuem um comportamento bem similar e o pouco de variação é mais nítido nos segundos semestres de cada ciclo.

Uma conclusão importante é que a série não é estacionária. Portanto, a série temporal em questão não se desenvolve ao redor de uma média constante e não reflete alguma forma de equilíbrio estável. Em suma, esse tipo de informação será essencial para a construção futura de um modelo como o ARIMA, capaz de descrever probabilisticamente uma série com tais características de tendência e sazonalidade. Vejamos abaixo o gráfico com o resultado da decomposição MSTL:

Gráfico 2 – Decomposição via MSTL da série original em componentes de tendência, sazonalidade e resíduos - Estados Unidos, 1983-1992



Fonte: International Institute of Forecasters – M3 Competiton

Conforme esperado, a tendência de crescimento foi confirmada. O total de vendas, em milhões de dólares, de produtos eletrônicos e equipamentos elétricos cresceu, de forma aproximadamente linear, ao longo dos quase 10 anos. De acordo com o Governo dos Estados Unidos (2023), esse setor foi aquecido nas últimas décadas a partir do desenvolvimento e melhoria da sua cadeia produtiva (capacidade de armazenamento e ritmo de produção dos produtos, desenvolvimento tecnológico, logística de transporte e entrega, e, mais recentemente, marketing digital e vendas na internet, por exemplo).

A componente sazonal também foi bem ajustada via MSTL. É perceptível que a cada ciclo existem três grandes picos mensais na geração de receitas, em milhões de dólares. O primeiro momento ocorre em março, o segundo em junho e o terceiro começa em setembro. Após o nono mês os valores ainda permanecem em um patamar elevado até caírem entre o fim de dezembro e o mês de janeiro, no qual a arrecadação do valor monetário apresenta o menor desempenho.

Por fim, obtemos a componente de resíduos. Podemos observar que os erros apresentam um padrão mais ou menos aleatório, logo, não aparentam estar correlacionados. Nesse sentido, os resíduos incorporaram muito pouca informação de tendência e não há muitos resquícios de sazonalidade, por exemplo. Além disso, os erros estão em torno da média zero, o que auxilia na construção de modelos e em previsões não viesadas.

No próximo tópico vamos encontrar um modelo para a série temporal que estamos estudando. A decomposição via MSTL foi essencial para realizarmos uma análise descritiva da série e, conseqüentemente, obtermos informações importantes para a modelagem a seguir. Em suma, temos as seguintes configurações:

- A série não é estacionária.
- A série possui tendência.
- Existe comportamento sazonal.

Observação: A função *stl* do R também foi utilizada. Foram testados alguns valores para as janelas de ajuste para sazonalidade e tendência, entretanto, o resultado mais satisfatório e adequado para a decomposição ocorre quando as funções *stl* e *mstl* convergem para os mesmos parâmetros. Portanto, a decomposição MSTL foi escolhida para discussão, embora tenhamos o mesmo resultado via STL.

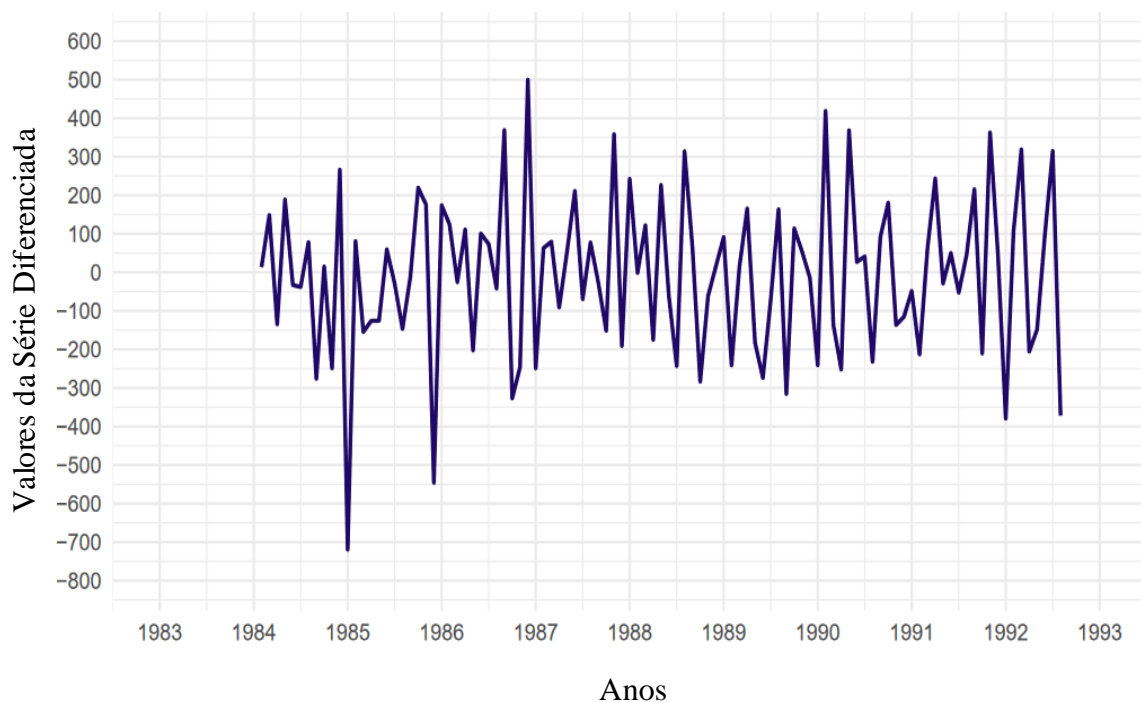
3. Escolha do modelo ARIMA

O primeiro passo para a escolha do modelo ARIMA consiste em identificar se a série é estacionária. Conforme análise acima, vimos que a série temporal sob estudo não apresenta tal característica, entretanto, precisamos de uma confirmação mais robusta. Fazendo o teste KPSS para concluir se a série é estacionária, obtem-se um $p\text{-valor} = 0,01$. De modo que, rejeita-se a hipótese nula de estacionaridade.

```
## Warning in kpss.test(serie_temp): p-value smaller than printed p-value
##
## KPSS Test for Level Stationarity
##
## data: serie_temp
## KPSS Level = 2.1897, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.01
```

De fato, podemos utilizar a função **ndiffs** e verificar que é necessário uma diferença para remover as raízes unitárias simples. E em seguida, com a utilização da função **nsdiffs**, também notamos que é suficiente uma diferença para remover as raízes sazonais ($d=1$, $D=1$). A série diferenciada pode ser observada abaixo:

Gráfico 3 – Diferenciação da série original após uma diferença simples e uma diferença sazonal - Estados Unidos, 1983-1992



Fonte: International Institute of Forecasters – M3 Competition

Gráfico 4 – Gráfico ACF da série diferenciada - Estados Unidos, 1983-1992

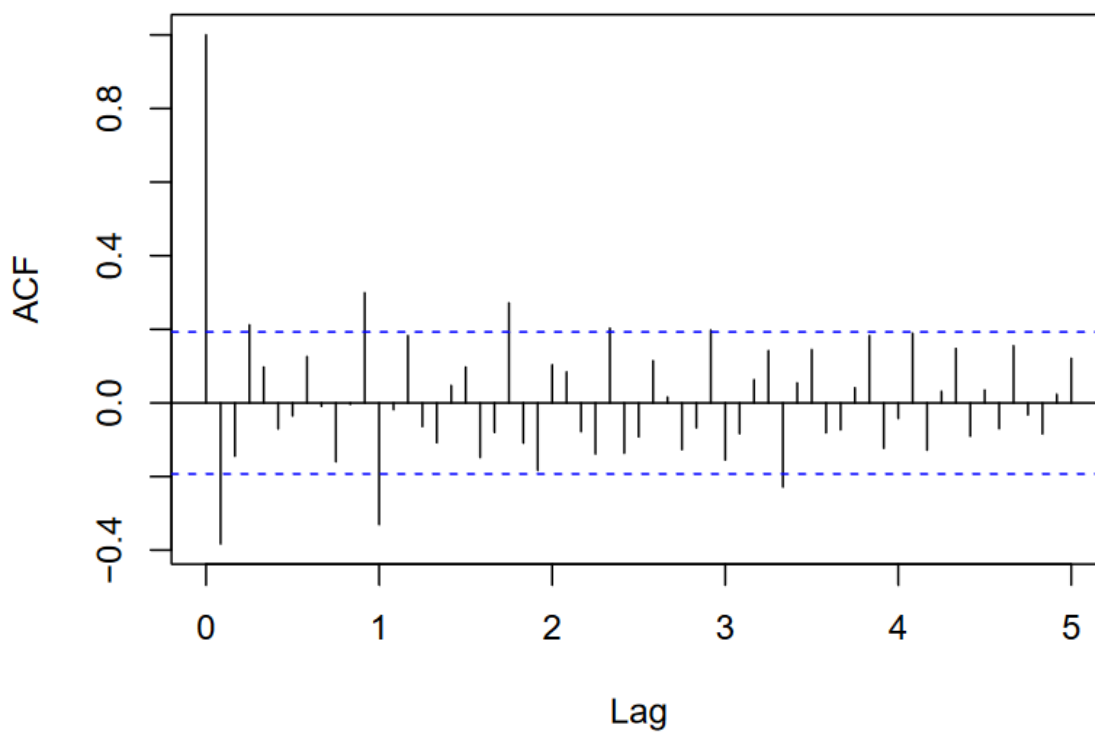
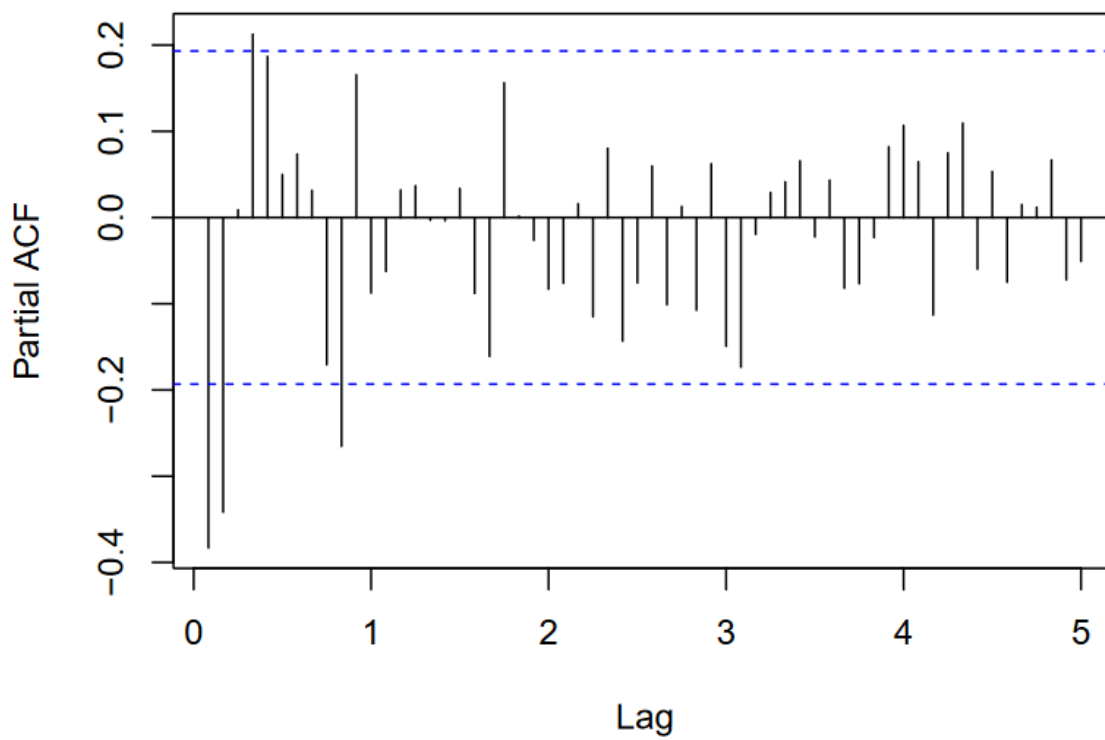


Gráfico 5 – Gráfico PACF da série diferenciada - Estados Unidos, 1983-1992



Percebe-se que, de fato, a série atingiu a estacionaridade após as diferenciações. Uma vez diferenciada, podemos tomar os gráficos ACF e PACF apresentados acima. A análise desses gráficos nos permitirá identificar possíveis candidatos a modelos para a série temporal, sobretudo, considerando que devemos verificar se precisaremos de parâmetros autoregressivos, de médias móveis, etc.

A partir do gráfico de autocorrelações ACF, visualizamos que a série não apresenta correlações que decaem para zero de forma amortizada, entretanto, também não é possível afirmar que existe uma quebra nos lags simples. No gráfico de autocorrelações parciais PACF também não há um padrão muito claro em relação aos lags simples, visto que o decaimento não é amortizado nem apresenta queda abrupta para o zero. Portanto, precisamos testar alguns valores para p e q do modelo ARIMA.

Considerando o gráfico de autocorrelações ACF, notamos que há uma correlação significativa no lag sazonal 1, seguido de uma quebra quando comparamos os demais níveis sazonais de 2 a 5. No gráfico PACF não é possível observar decaimento amortizado, o que caracterizaria diretamente um modelo com $P = 0$ e $Q = 1$, entretanto, também não existem quebras nos lags sazonais, visto que todos possuem correlações abaixo dos limites. Nessa perspectiva, o modelo com $P = 0$ e $Q = 0$ não faz muito sentido por causa da quebra no lag sazonal 1 no gráfico ACF. O modelo com $P = 1$ e $Q = 1$ é um candidato, entretanto, os decaimentos nos lags sazonais nos gráficos ACF e PACF não são amortizados, bem como poderíamos ter um modelo com mais parâmetros do que o necessário. Portanto, embora o decaimento no gráfico PACF não seja amortizado, o modelo com **$P = 0$ e $Q = 1$** aparenta ser o candidato mais adequado para a série temporal.

Definido a forma do modelo, devemos encontrar agora as melhores combinações com os valores de p e q . Tomaremos os valores no intervalo $\{0,1,2,3\}$, e utilizaremos o critério de informação de Akaike para a seleção do melhor modelo.

##	p	q	Valor. de. AICc	
##	1	0	0	1380.339
##	2	0	1	1362.526
##	3	0	3	1353.940

O melhor modelo, segundo o critério estabelecido, foi o modelo com os valores de $p = 0$ e $q = 3$. Dessa forma, o modelo escolhido será **SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂**.

```
## Series: serie_temp
## ARIMA(0, 1, 3) (0, 1, 1) [12]
## Coefficients:
## ma1 ma2 ma3 sma1
## -0.5828 -0.0401 0.3869 -0.4537
## s.e. 0.1006 0.1035 0.1149 0.1524
##
## sigma^2 = 27149: log likelihood = -671.66
## AIC=1353.32 AICc=1353.94 BIC=1366.49
```

De modo geral, quando alguns modelos atendem todas as hipóteses é preferível escolher aquele com menos parâmetros. Além disso, deve-se também pensar em escolher o modelo com menor valor de critérios como o AIC, AICc e BIC. Esses critérios de parcimônia fazem um balanço entre a qualidade do ajuste e o grau de complexidade do modelo.

Portanto, a ideia geral do modelo selecionado é que não há dependência de valores atuais em relação aos anteriores, portanto, não se vê a necessidade de utilizar um termo autoregressivo. Além disso, se faz necessário o uso de três parâmetros de médias móveis e um parâmetro de médias móveis sazonal.

Observação: o modelo escolhido apresenta o melhor AIC corrigido e o menor valor para o BIC. Além disso, ele se destaca em relação a eventuais outros modelos por não apresentar mais parâmetros do que o necessário. Para ter certeza que a análise dos gráficos ACF e PACF estavam corretos, fizemos o teste para outros valores de P e Q entre 0 e 3, incluindo os modelos com $P = 0$ e $Q = 0$ e $P = 1$ e $Q = 1$. Considerando os critérios acima, o modelo **SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂** novamente foi considerado o mais adequado. Com a análise de resíduos será possível observar que o modelo ARIMA escolhido está bem ajustado. Embora não tenha sido requisitado, a previsão pela função *forecast* foi realizada e seu resultado nos indicou que as previsões, considerando tal modelo, seguem um padrão condizente com a série temporal.

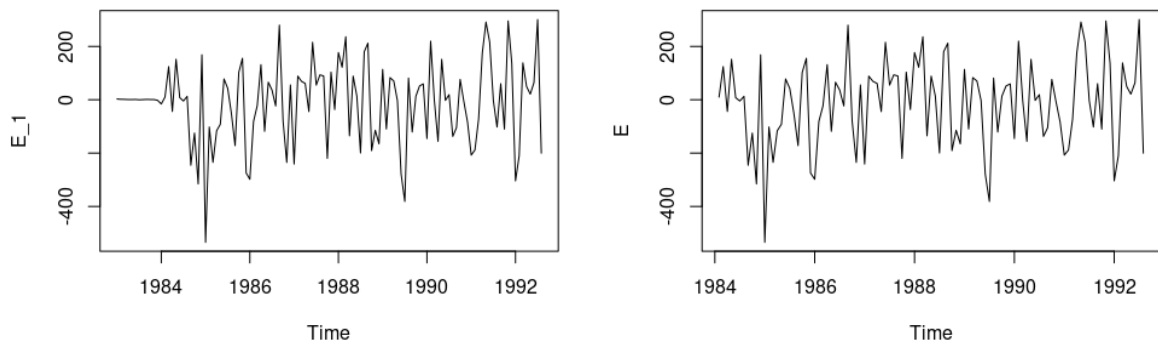
Em suma, podemos representar o algoritmo para a escolha do modelo da seguinte forma, conforme discutido em sala de aula (método de Box-Jenkins):

- Conferir a necessidade em remover raízes unitárias. Nesse sentido, devemos conferir quantas diferenças simples e sazonais são necessárias e aplicá-las.
- Identificar candidatos a modelos ARIMA, considerando a interpretação dos gráficos ACF e PACF.
- Seleção dos valores de p , q , P e Q , conforme os seguintes critérios: número de parâmetros, AICc e BIC.
- Análise de resíduos, assunto do próximo tópico.

4. Análise de Resíduos

Para finalizar o processo de escolha do modelo **SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂** realizamos uma análise de resíduos. O foco nessa etapa está em observar se o modelo está bem ajustado, considerando que as hipóteses levantadas sobre os erros $\{\varepsilon_t\}$ devem ser atendidas: média em torno do zero, variância constante, autocorrelação nula e normalidade. Além disso, também testamos a estacionariedade.

Gráficos 6 e 7 – Resíduos totais e ajustados do modelo **SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂** para a série 2334 - Estados Unidos, 1983-1992



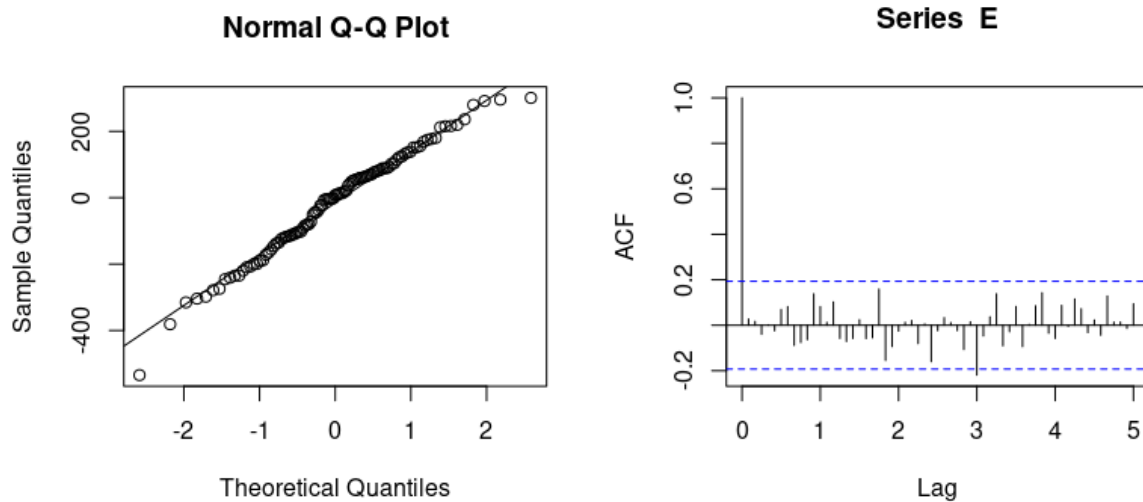
Fonte: International Institute of Forecasters – M3 Competition

Os dados disponíveis não estão completos para anos anteriores a 1984, o que zerou os valores para todos eles durante o período.

Observando os valores onde os dados anuais estão completos, o comportamento explicitado pelo gráfico apresenta várias oscilações que, em média, são centradas em torno de zero. As extremidades, tanto superiores quanto inferiores, estão equidistantes em relação à média, e não se vê nenhum comportamento que aponte que a variância esteja correlacionada com o tempo. Ao invés disso, ela aparenta ser constante independente do período, comportamento semelhante ao observado em ruídos brancos.

Gráficos 8 e 9 – QQ Plot para teste de normalidade e ACF dos resíduos do modelo

SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂ - Estados Unidos, 1983-1992



Fonte: International Institute of Forecasters – M3 Competiton

A comparação dos quantis da distribuição normal com os pontos distribuídos dos erros mostra uma proximidade muito grande entre as duas distribuições. A reta coincide quase que perfeitamente com os resíduos aleatórios, com os pontos tendo maior concentração em torno de 0 e menor concentração nas extremidades.

No gráfico de autocorrelação, por sua vez, para as defasagens diferentes de zero (onde a autocorrelação é sempre 1), o comportamento geral é a autocorrelação contida dentro do intervalo. Não há indícios gráficos de autocorrelação entre os resíduos.

KPSS Test for Level Stationarity

data: E KPSS Level = 0.2152, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.1

O p-valor obtido de 0,1 é maior do que o nível de significância de 0,05. Apesar de próximo, ainda não é suficiente para assumir diferenças significativas, de modo que não há evidências contra a hipótese de estacionariedade dos resíduos.

Shapiro-Wilk normality test

data: E

W = 0.984, p-value = 0.2503

O p-valor de 0,2503 põe a estatística do teste fora dos intervalos de rejeição. Assim, não há evidências que atestem contra a normalidade dos resíduos, confirmando o que foi observado no gráfico de comparação dos resíduos com os quantis da distribuição normal.

Box-Ljung test

data: E

X-squared = 8.4121, df = 15, p-value = 0.9062

Box-Ljung test

data: E

X-squared = 10.378, df = 20, p-value = 0.9608

Os dois testes forneceram p-valores muito altos, de 0,9062 e 0,9608, para nível de defasagem de 15 e 20, respectivamente. Nos dois casos, a hipótese de independência permanece forte, de modo que não há motivos para assumir qualquer dependência entre os resíduos.

Em suma, a normalidade, a independência, a estacionariedade e a inexistência de autocorrelação estão todas satisfeitas na análise dos resíduos.

5. Equação do Modelo

Por fim, podemos escrever a equação do modelo **SARIMA(0,1,3)_x(0,1,1)₁₂**. Nesse sentido, vamos utilizar os parâmetros estimados e os operadores de retardo. Portanto, a equação encontrada possui a seguinte configuração:

$$(1 - B^{12})(1 - B)X_t = (1 - 0,454B^{12})(1 - 0,583B - 0,040B^2 + 0,387B^3)\varepsilon_t$$

em que $\{\varepsilon_t\}$ é um processo i.i.d. com distribuição Normal com média igual a 0 e desvio-padrão de 164,77. Para a inicialização do modelo precisamos considerar que o termo passado mais distante será o ε_{t-15} , logo, precisamos de $t > 15$. Dessa forma, temos que $t = 16, 17, \dots$.

6. Referências Bibliográficas

Estados Unidos da América, Census Bureau. Full Report on Manufacturers' Shipments, Inventories, and Orders. 2020.

Disponível em: <https://www.census.gov/manufacturing/m3/data/index.html>

Morettin, P. A e Toloi, C. M., Análise de Séries Temporais, 3ª edição, Projeto Fisher, 2018.

Apêndice - Código em R

Leitura dos dados e Gráfico da série

```
## Dados iniciais

library(pacman)
p_load(Mcomp, forecast, tidyverse, tseries)

data(M3)
id=2334 # id da série escolhida

horizonte <- M3[[id]]$h
serie_temp <- M3[[id]]$x
out_sample <- M3[[id]]$xx

M3[[id]]$description # Descrição

## [1] "Manufacturers' shipments, electronic and other electrical equip."
M3[[id]]$type # Tipo

## [1] "MACRO"
M3[[id]]$period # Periodicidade

## [1] "MONTHLY"
M3[[id]]$n # Número de observações

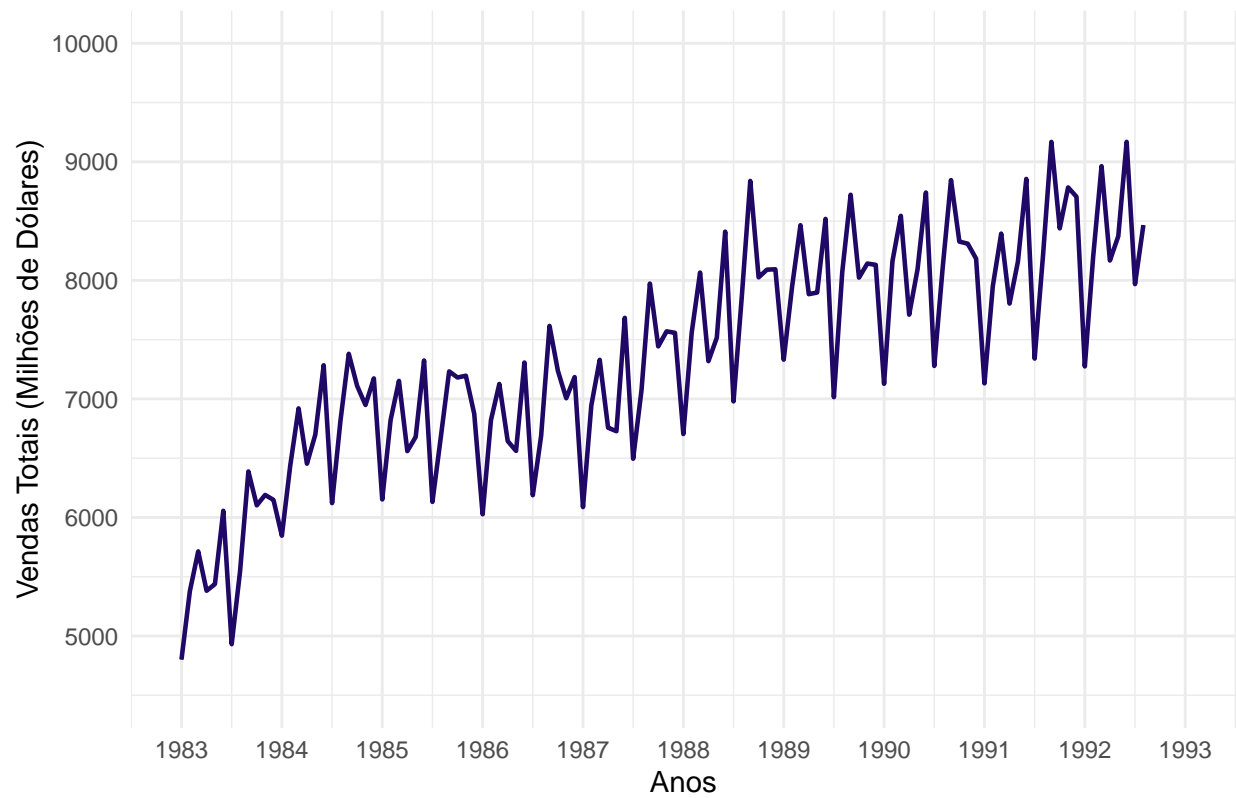
## [1] 116

## Gráfico da série

serie_temp %>% autoplot() +
  geom_line(color = "#1f0866", linewidth = 0.8) +
  xlab("Anos") +
  ylab("Vendas Totais (Milhões de Dólares)") +
  scale_x_continuous(breaks = seq(from = 1983,to = 1993,by = 1),
    limits = c(1983,1993)) +
  scale_y_continuous(breaks = seq(from = 4000,to = 10000,by = 1000),
    limits = c(4500,10000)) +
  theme(axis.text.x=element_text(angle=0, hjust=1)) +
  theme_minimal()
```



```
## Scale for x is already present.  
## Adding another scale for x, which will replace the existing scale.
```

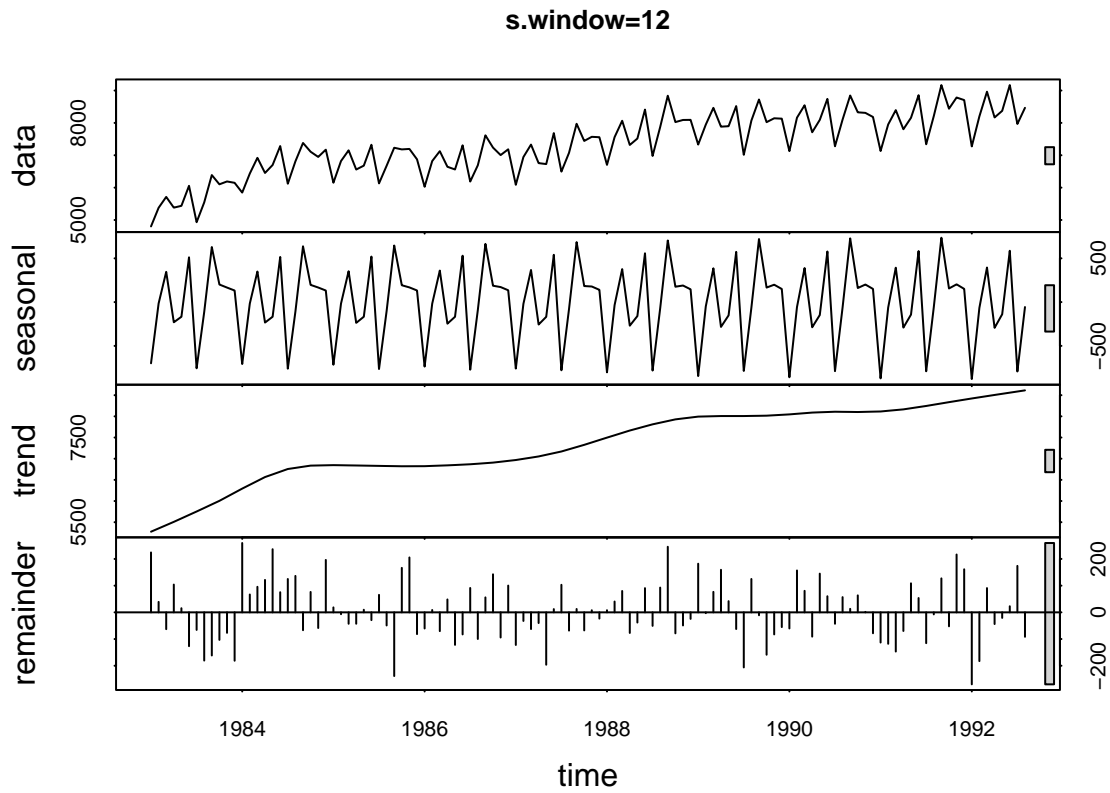


```
#serie_temp %>% plot()
```

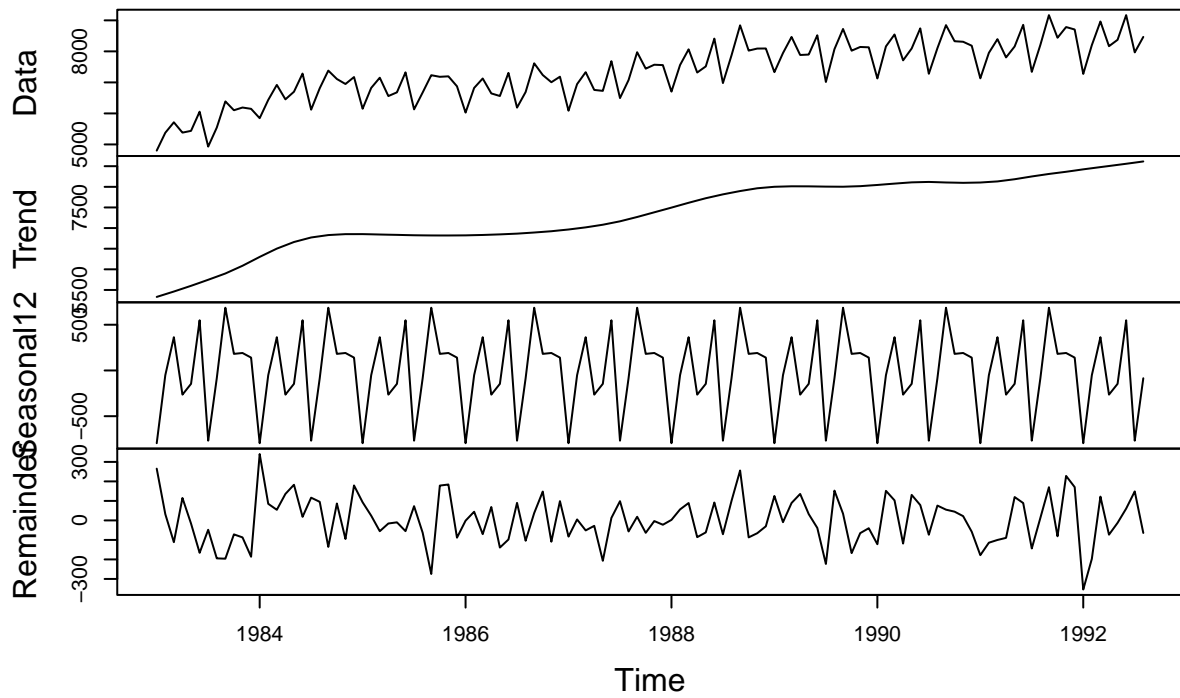
Decomposição da Série

```
# Decomposição
```

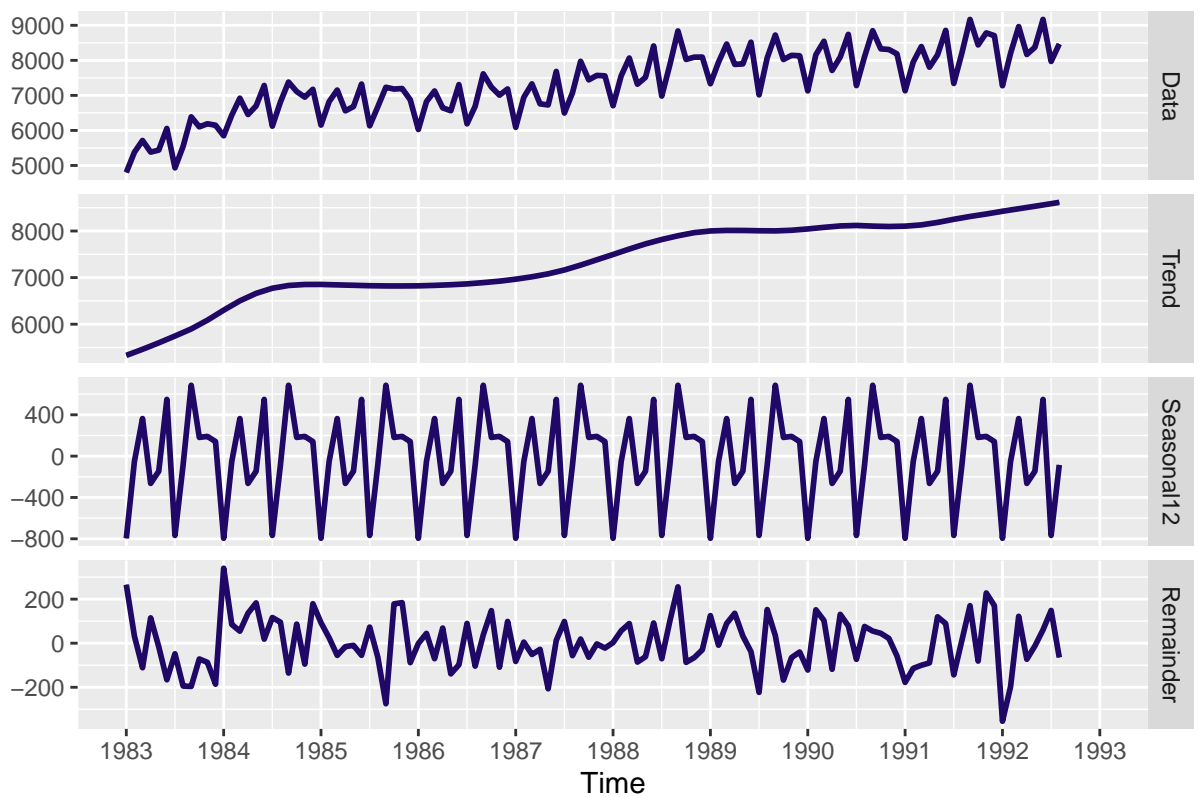
```
stl(serie_temp, s.window=12) %>% plot( main='s.window=12')
```



```
mstl(serie_temp, s.window = "periodic") %>% plot()
```



```
mstl(serie_temp, s.window = "periodic") %>% autoplot() +
  geom_line(color = c("#1f0866"), linewidth = 1) +
  scale_x_continuous(breaks = seq(from = 1983,to = 1993,by = 1),
    limits = c(1983,1993))
```



```
#theme_minimal()
```

```
# TEstando se a série é estacionária
```

```
kpss.test(serie_temp)
```

```
##
```

```
## KPSS Test for Level Stationarity
```

```
##
```

```
## data: serie_temp
```

```
## KPSS Level = 2.1897, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.01
```

Escolha do Modelo

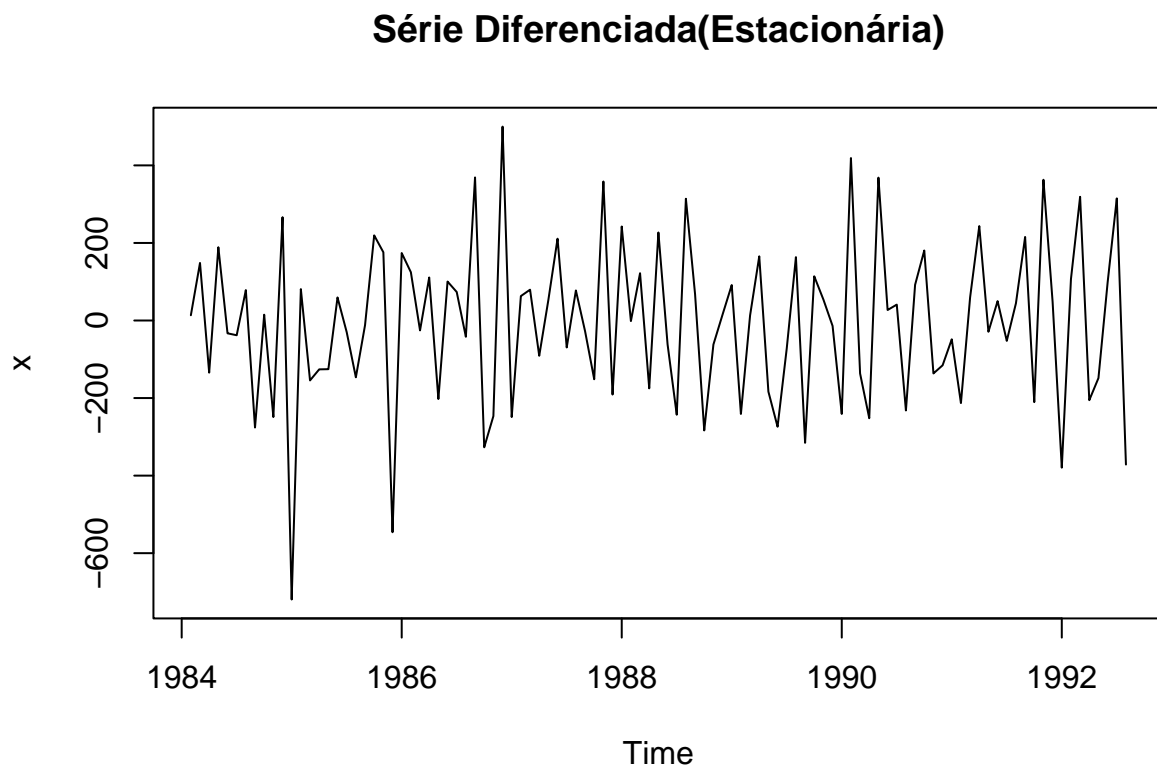
```
# Tomando as diferenças
ndiffs(serie_temp)

## [1] 1

diff(serie_temp) %>% nsdiffs()

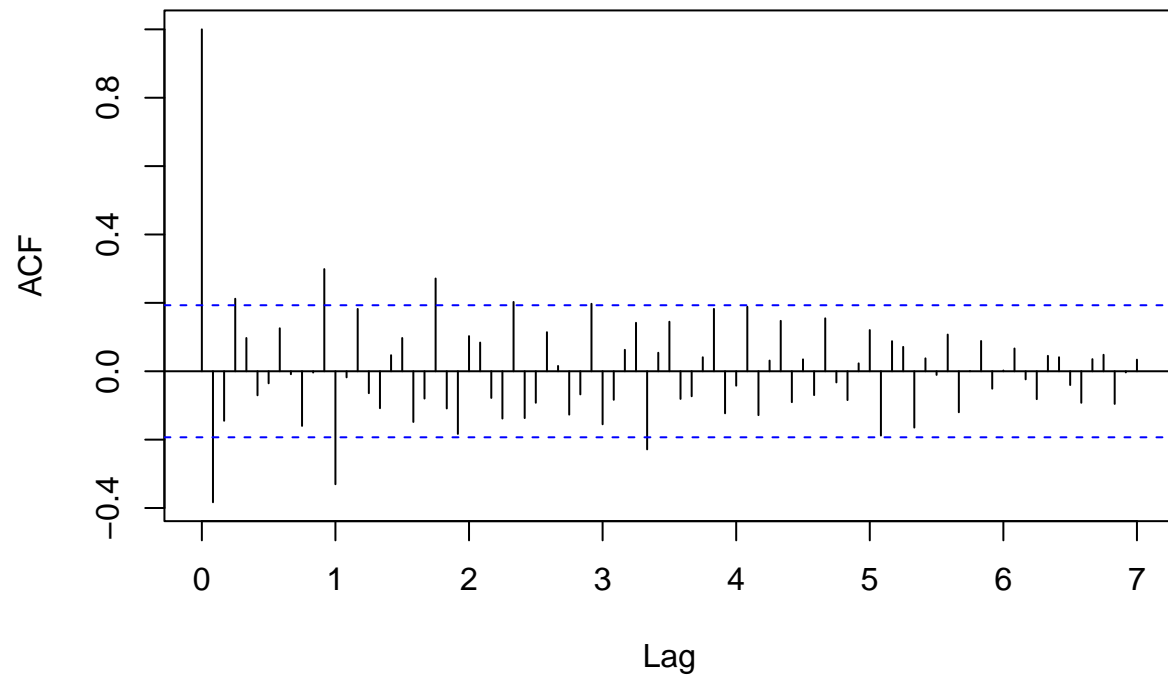
## [1] 1

# Seleção do melhor modelo
# Já se sabe que ARIMA (p,1,q)x(P,1,Q)
x <- diff(serie_temp) %>% diff(lag=12)
plot(x, main="Série Diferenciada(Estacionária)")
```



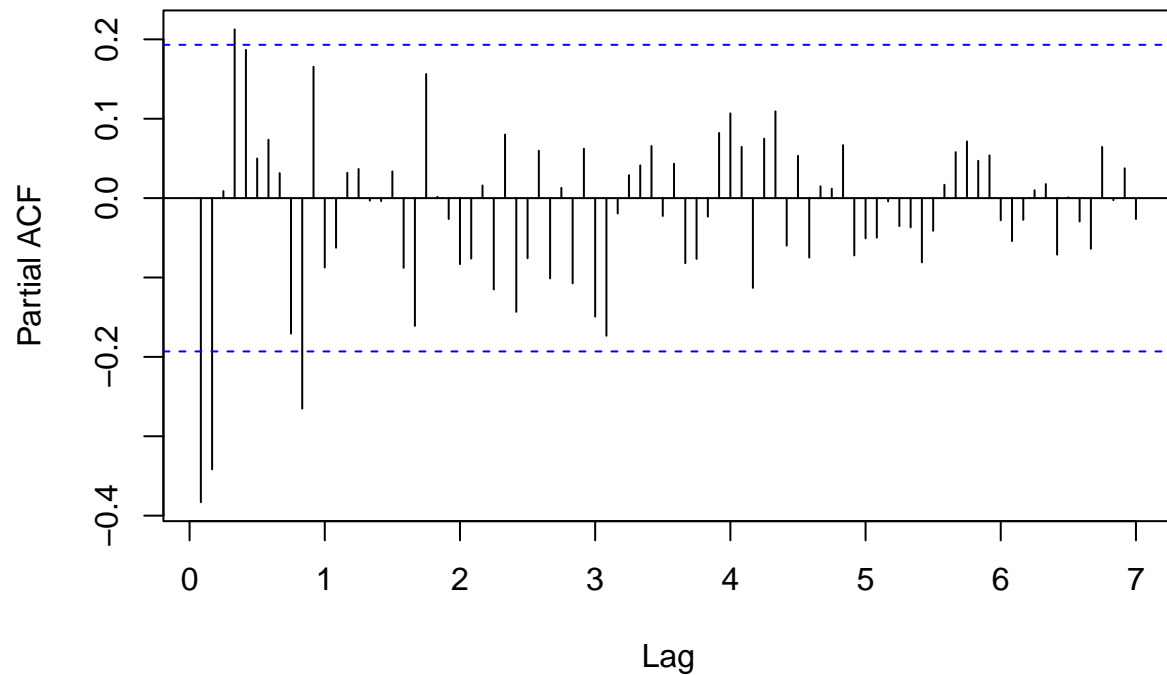
```
acf(x, lag.max = 12*7)
```

Series x



```
pacf(x, lag.max = 12*7)
```

Series x



```
## Valores de p,q.
melhor_AICc = Inf
melhor_p = melhor_q = AICc = c()
for(p in 0:3){
  for(q in 0:3){
    fit = Arima(serie_temp, order = c(p,1,q), seasonal = c(0,1,1))
    if(fit$aicc < melhor_AICc){
      melhor_AICc = fit$aicc
      melhor_p <- c(melhor_p,p)
      melhor_q <- c(melhor_q,q)
      AICc <- c(AICc,melhor_AICc)
    }
  }
}

data <- data.frame("p"=melhor_p, "q"=melhor_q, "Valor de AICc"=AICc)
data
```

```
##   p q Valor.de.AICc
## 1 0 0      1380.339
## 2 0 1      1362.526
## 3 0 3      1353.940
```

```
## Testando valores para encontrar o melhor BIC
```

```
melhor_BIC = Inf
melhor_p = melhor_q = BIC = c()
```

```

for(p in 0:3){
  for(q in 0:3){
    fit = Arima(serie_temp, order = c(p,1,q), seasonal = c(0,1,1))
    if(fit$bic < melhor_AICc){
      melhor_AICc = fit$bic
      melhor_p <- c(melhor_p,p)
      melhor_q <- c(melhor_q,q)
      BIC <- c(BIC,melhor_BIC)
    }
  }
}

```

```

data <- data.frame("p"=melhor_p, "q"=melhor_q, "Valor de BIC"=BIC)
data

```

```
## data frame with 0 columns and 0 rows
```

```
## O modelo escolhido no primeiro critério também é o escolhido no segundo.
```

```
# Fit do modelo escolhido SARIMA(0,1,3)x(0,1,1)_12
```

```

fit = Arima(serie_temp, order=c(0,1,3), seasonal=c(0,1,1))
fit

```

```

## Series: serie_temp
## ARIMA(0,1,3)(0,1,1)[12]
##
## Coefficients:
##          ma1          ma2          ma3          sma1
##      -0.5828  -0.0401   0.3869  -0.4537
## s.e.    0.1006   0.1035   0.1149   0.1524
##
## sigma^2 = 27149: log likelihood = -671.66
## AIC=1353.32  AICc=1353.94  BIC=1366.49

```

```
# Testando outros valores
```

```
(fit2 = Arima(serie_temp, order=c(0,1,3), seasonal=c(1,1,1)))
```

```

## Series: serie_temp
## ARIMA(0,1,3)(1,1,1)[12]
##
## Coefficients:
##          ma1          ma2          ma3          sar1          sma1
##      -0.5964  -0.0397   0.4081   0.3239  -0.7433
## s.e.    0.0961   0.1035   0.1066   0.1972   0.1759
##
## sigma^2 = 26385: log likelihood = -670.5
## AIC=1353  AICc=1353.88  BIC=1368.81

```

```
(fit3 = Arima(serie_temp, order=c(0,1,3), seasonal=c(0,1,0)))
```

```

## Series: serie_temp
## ARIMA(0,1,3)(0,1,0)[12]
##
## Coefficients:
##          ma1          ma2          ma3
##      -0.6299   0.0047   0.3918

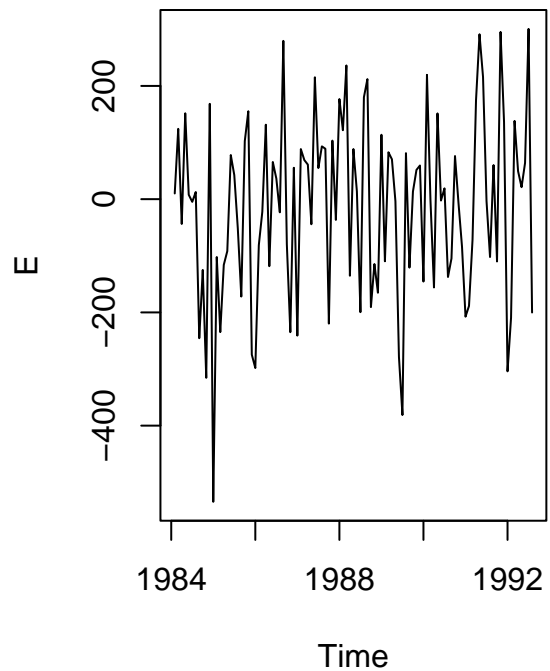
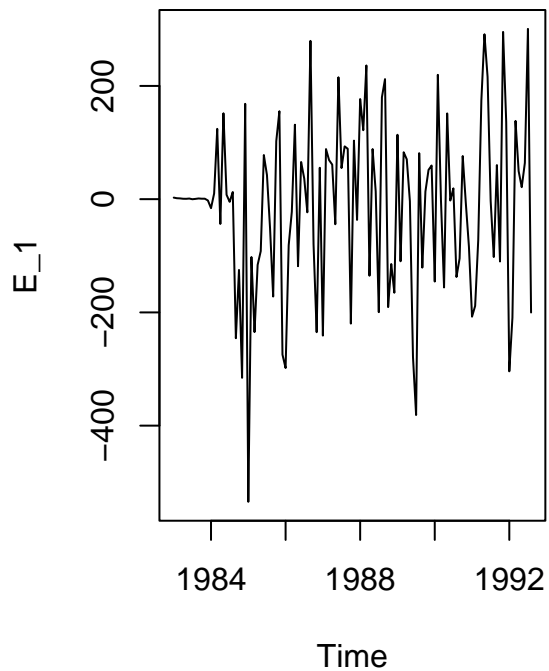
```



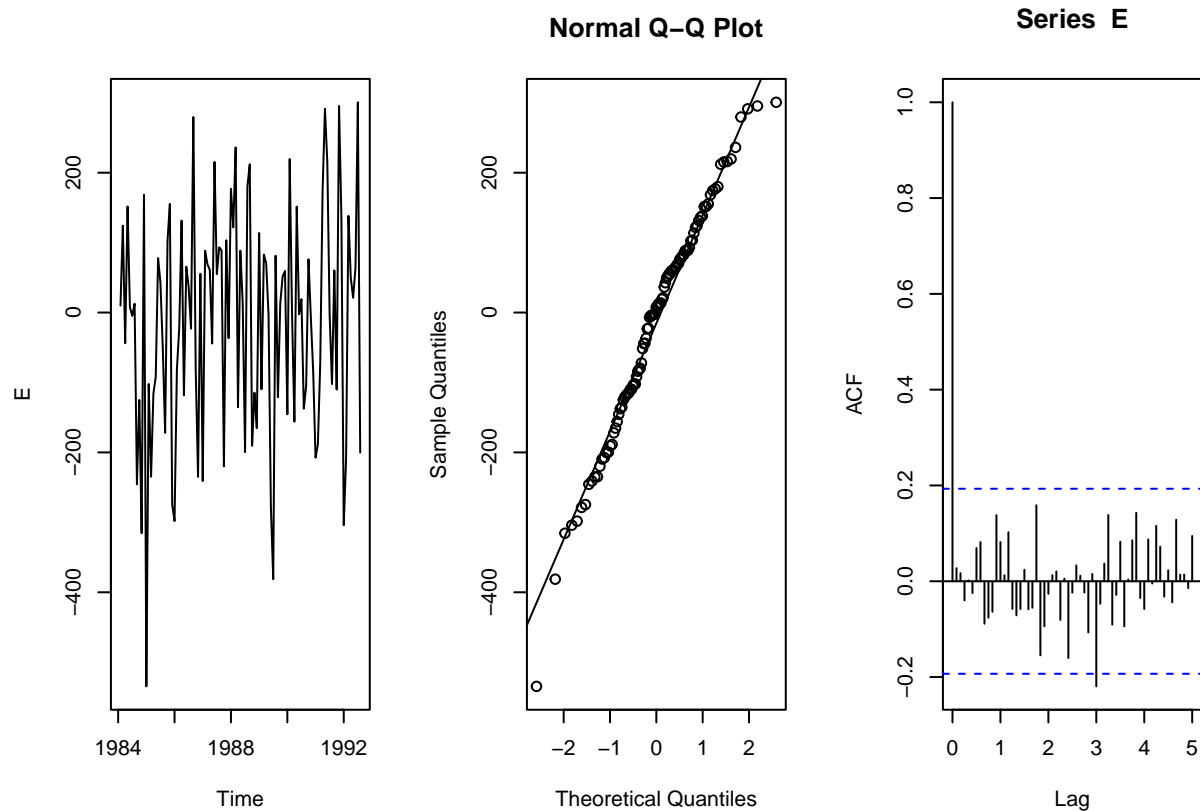
```
## s.e.    0.0923  0.1062  0.0913
##
## sigma^2 = 30242: log likelihood = -676.49
## AIC=1360.98   AICc=1361.39   BIC=1371.52
```

Análise de Resíduos

```
# Resíduos
par(mfrow=c(1,2))
E_1 <- fit$residuals
plot(E_1)
E <- fit$residuals %>% window(start=c(1984,2))
plot(E)
```



```
#
par(mfrow=c(1,3))
plot(E)
qqnorm(E); qqline(E)
acf(E, lag.max = 12*5)
```



```
# verificando estacionariedade
```

```
tseries::kpss.test(E)
```

```
##
```

```
## KPSS Test for Level Stationarity
```

```
##
```

```
## data: E
```

```
## KPSS Level = 0.2152, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.1
```

```
# verificando independência
```

```
Box.test(E,lag = 15, type = "Ljung-Box")
```

```
##
```

```
## Box-Ljung test
```

```
##
```

```
## data: E
```

```
## X-squared = 8.4121, df = 15, p-value = 0.9062
```

```
Box.test(E,lag = 20, type = "Ljung-Box")
```

```
##
```

```
## Box-Ljung test
```

```
##
```

```
## data: E
```

```
## X-squared = 10.378, df = 20, p-value = 0.9608
```

```
# Normalidade dos resíduos
```

```
shapiro.test(E)
```

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: E
## W = 0.984, p-value = 0.2503
```

```
# Horizonte de previsao
```

```
par(mfrow=c(1,1))
f = forecast(fit, horizonte)
f
```

##	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
## Sep 1992	9461.510	9250.351	9672.669	9138.570	9784.450
## Oct 1992	8920.977	8692.174	9149.780	8571.054	9270.900
## Nov 1992	9044.930	8802.664	9287.196	8674.416	9415.444
## Dec 1992	8970.108	8679.037	9261.180	8524.953	9415.264
## Jan 1993	7737.315	7404.520	8070.109	7228.349	8246.280
## Feb 1993	8630.536	8260.696	9000.377	8064.914	9196.158
## Mar 1993	9244.484	8840.984	9647.983	8627.385	9861.583
## Apr 1993	8512.144	8077.585	8946.703	7847.543	9176.744
## May 1993	8759.908	8296.366	9223.449	8050.981	9468.834
## Jun 1993	9509.109	9018.292	9999.925	8758.470	10259.748
## Jul 1993	8180.781	7664.128	8697.435	7390.628	8970.934
## Aug 1993	8846.572	8305.314	9387.830	8018.789	9674.355
## Sep 1993	9783.388	9175.508	10391.268	8853.716	10713.060
## Oct 1993	9186.426	8543.468	9829.383	8203.107	10169.745
## Nov 1993	9345.523	8670.723	10020.323	8313.506	10377.541
## Dec 1993	9270.702	8551.263	9990.141	8170.415	10370.989
## Jan 1994	8037.908	7276.443	8799.373	6873.348	9202.469
## Feb 1994	8931.130	8129.839	9732.420	7705.662	10156.598

```
f %>% autoplot()
```

