Probabilidade e estatística - Aula 20

Testes de hipóteses - Continuação

Dr. Giannini Italino Alves Vieira

Universidade Federal do Ceará - Campus de Crateús

2024

1. T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

2. T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

Testes de hipóteses

- Na aula passada vimos os conceitos iniciais relacionados a teoria de testes de hipóteses.
- Vimos também um teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância conhecida.
- Na aula de hoje veremos mais dois testes de hipóteses, a saber:
  - Teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida;
  - Testes para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal.

Testes de hipóteses

- Na aula passada vimos os conceitos iniciais relacionados a teoria de testes de hipóteses.
- Vimos também um teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância conhecida.
- Na aula de hoje veremos mais dois testes de hipóteses, a saber:
  - Teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida;
  - Testes para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal.

Testes de hipóteses

- Na aula passada vimos os conceitos iniciais relacionados a teoria de testes de hipóteses.
- Vimos também um teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância conhecida.
- Na aula de hoje veremos mais dois testes de hipóteses, a saber:
  - Teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida;
  - Testes para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal.

Testes de hipóteses

- Na aula passada vimos os conceitos iniciais relacionados a teoria de testes de hipóteses.
- Vimos também um teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância conhecida.
- Na aula de hoje veremos mais dois testes de hipóteses, a saber:
  - Teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida;
  - Testes para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal.

Testes de hipóteses

- Na aula passada vimos os conceitos iniciais relacionados a teoria de testes de hipóteses.
- Vimos também um teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância conhecida.
- Na aula de hoje veremos mais dois testes de hipóteses, a saber:
  - Teste de hipóteses para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida;
  - Testes para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere agora o caso de teste de hipóteses para a média de uma população normal com variância σ^2 desconhecida.
- A situação é bem parecida com àquela que vimos para obter um IC para à média, nessa mesma situação.
- Como no caso da construção de IC, a validade do procedimento do teste abaixo depende da suposição de que a distribuição da população seja no mínimo aproximadamente normal.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere agora o caso de teste de hipóteses para a média de uma população normal com variância σ^2 desconhecida.
- A situação é bem parecida com àquela que vimos para obter um IC para à média, nessa mesma situação.
- Como no caso da construção de IC, a validade do procedimento do teste abaixo depende da suposição de que a distribuição da população seja no mínimo aproximadamente normal.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere agora o caso de teste de hipóteses para a média de uma população normal com variância σ^2 desconhecida.
- A situação é bem parecida com àquela que vimos para obter um IC para à média, nessa mesma situação.
- Como no caso da construção de IC, a validade do procedimento do teste abaixo depende da suposição de que a distribuição da população seja no mínimo aproximadamente normal.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)

- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)

- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)

- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)

- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

  tem uma distribuição t com $n - 1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

  em que μ_0 é uma constante especificada.
- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)

- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$
tem uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses
$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$
em que μ_0 é uma constante especificada.
- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste
$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, desconhecida.
- Sabemos que
$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$
tem uma distribuição t com $n - 1$ graus de liberdade. (Recorde que esse fato foi usado para construir um IC t para μ)
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, as hipóteses
$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$
em que μ_0 é uma constante especificada.
- Para determinar a região de rejeição do teste usaremos a estatística de teste
$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Note que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdadeira, então $T_0 = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ terá uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade.
- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos no teste estudado na aula anterior, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{t_0 > t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

em que t_0 é o valor observado da estatística de testes T_0. Recorde ainda que $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ é obtido da tabela da distribuição t com $n-1$ graus de liberdade de modo que $P(T > t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Note que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdadeira, então $T_0 = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ terá uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade.
- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos no teste estudado na aula anterior, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{t_0 > t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

em que t_0 é o valor observado da estatística de testes T_0. Recorde ainda que $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ é obtido da tabela da distribuição t com $n-1$ graus de liberdade de modo que $P(T > t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Note que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdadeira, então $T_0 = \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ terá uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade.
- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos no teste estudado na aula anterior, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{t_0 > t_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

em que t_0 é o valor observado da estatística de testes T_0. Recorde ainda que $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ é obtido da tabela da distribuição t com $n-1$ graus de liberdade de modo que $P(T > t_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Note que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdadeira, então $T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ terá uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade.
- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos no teste estudado na aula anterior, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{t_0 > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \quad \text{ou} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\},$$

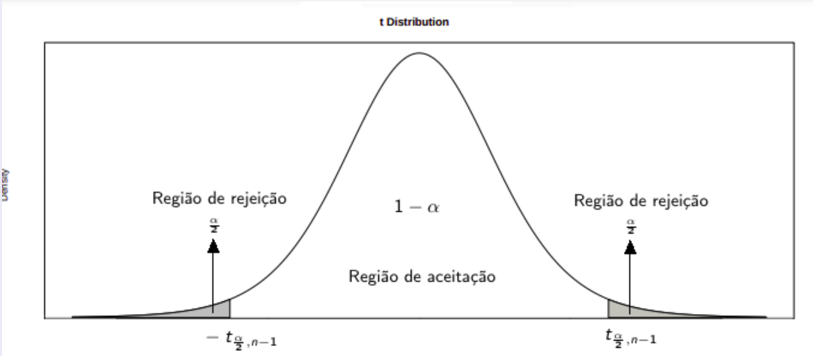
em que t_0 é o valor observado da estatística de testes T_0. Recorde ainda que $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ é obtido da tabela da distribuição t com $n-1$ graus de liberdade de modo que $P(T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}) = \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- Note que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdadeira, então $T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ terá uma distribuição t com $n-1$ graus de liberdade.
- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos no teste estudado na aula anterior, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{t_0 > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \quad \text{ou} \quad t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}\},$$

em que t_0 é o valor observado da estatística de testes T_0. Recorde ainda que $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ é obtido da tabela da distribuição t com $n-1$ graus de liberdade de modo que $P(T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}) = \frac{\alpha}{2}$.


t Distribution
Density
Região de rejeição
$\frac{\alpha}{2}$
$1-\alpha$
Região de rejeição
$\frac{\alpha}{2}$
Região de aceitação
$-t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$
$t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- A localização da região critica é determinada pela direção que a desigualdade na hipótese nula "aponta", ou seja,
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{t_0 > t_{\alpha,n-1}\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{t_0 < -t_{\alpha,n-1}\}$$

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5, \; 3.4, \; 3.9, \; 1.3, \; 0.2, \; 0.9, \; 2.7, \; 3.7, \; 3.8, \; 4.1$$
$$1.0, \; 1.0, \; 0.8, \; 0.4, \; 3.8, \; 4.5, \; 5.3, \; 6.1, \; 6.9, \; 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265-4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5,\ 3.4,\ 3.9,\ 1.3,\ 0.2,\ 0.9,\ 2.7,\ 3.7,\ 3.8,\ 4.1$$
$$1.0,\ 1.0,\ 0.8,\ 0.4,\ 3.8,\ 4.5,\ 5.3,\ 6.1,\ 6.9,\ 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265-4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5,\ 3.4,\ 3.9,\ 1.3,\ 0.2,\ 0.9,\ 2.7,\ 3.7,\ 3.8,\ 4.1$$
$$1.0,\ 1.0,\ 0.8,\ 0.4,\ 3.8,\ 4.5,\ 5.3,\ 6.1,\ 6.9,\ 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265-4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5,\quad 3.4,\quad 3.9,\quad 1.3,\quad 0.2,\quad 0.9,\quad 2.7,\quad 3.7,\quad 3.8,\quad 4.1$$
$$1.0,\quad 1.0,\quad 0.8,\quad 0.4,\quad 3.8,\quad 4.5,\quad 5.3,\quad 6.1,\quad 6.9,\quad 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265-4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5,\quad 3.4,\quad 3.9,\quad 1.3,\quad 0.2,\quad 0.9,\quad 2.7,\quad 3.7,\quad 3.8,\quad 4.1$$
$$1.0,\quad 1.0,\quad 0.8,\quad 0.4,\quad 3.8,\quad 4.5,\quad 5.3,\quad 6.1,\quad 6.9,\quad 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265-4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2},n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

Exemplo

Exemplo: Um artigo na revista ASCE Journal of Energy Engineering ["Overview of Reservoir Release Improvements at 20 TVA Dams", vol. 125, abril 1999, pp. 1-17] apresenta a seguir dados para concentrações de oxigênio dissolvido em correntes em 20 barragens do sistema do Vale do Tennessee. As observações, em miligramas/litro, são as seguintes:

$$5, \quad 3.4, \quad 3.9, \quad 1.3, \quad 0.2, \quad 0.9, \quad 2.7, \quad 3.7, \quad 3.8, \quad 4.1$$
$$1.0, \quad 1.0, \quad 0.8, \quad 0.4, \quad 3.8, \quad 4.5, \quad 5.3, \quad 6.1, \quad 6.9, \quad 6.5$$

Supondo normalidade dos dados, teste as hipóteses abaixo ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

$$H_0 : \mu = 4 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 4$$

- Sol.: Primeiro note que temos: $\bar{x} = 3.265$, $s = 2.12733$, $n = 20$. Logo, o valor observado da estatística de teste é $t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3.265 - 4}{2.12733/\sqrt{20}} \approx -1.54514$.
- Temos ainda que $\alpha = 1\%$, logo, $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{0.005,19} = 2.861$.
- Logo, note que $-2.861 < t_0 < 2.861$, pois $t_0 = -1.54514$. Portanto, não rejeitamos H_0, ao nível de significância $\alpha = 1\%$.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n - 1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Algumas vezes, podemos ainda estar interessados em testar hipóteses sobre a variância ou desvio-padrão da população. Quando a população for modelada por uma normal, os testes que veremos a seguir serão aplicáveis.
- Suponha que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal com variância σ^2.
- Agora, considere que desejamos testar, ao nível de significância α, a hipótese de que σ^2 seja igual ao um valor especifico, digamos σ_0^2, ou equivalentemente, que o desvio-padrão σ seja igual a σ_0. Então, para testar as hipóteses

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

em que σ_0^2 é uma constante especificada. Usaremos a seguinte estatística de teste:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

que se H_0 for verdadeira, então essa estatística de teste tem uma distribuição qui-quadrado, com $n-1$ graus de liberdade.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.

- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.

- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

  em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.
- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

  em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.

- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

  em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.

- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

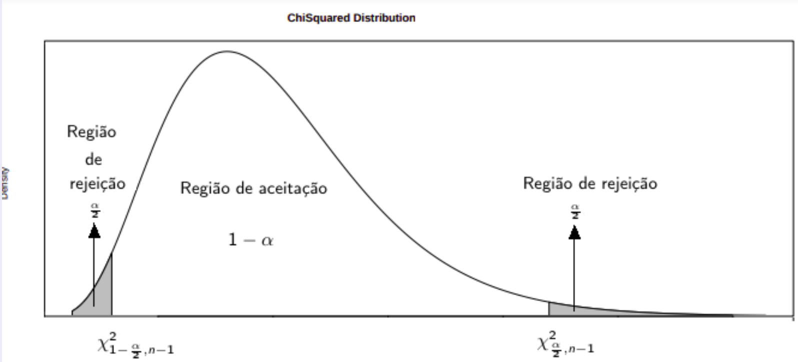
T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- Logo, procedendo de maneira análoga ao que fizemos nos testes anteriores, temos que um teste de nível α conduz a rejeição da hipótese nula H_0 se

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}\},$$

  em que χ_0^2 é o valor observado da estatística de testes X^2.

- Recorde que $\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ e $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$ são obtidos da tabela da distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade de modo que
  - $P(X^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}) = \frac{\alpha}{2}$;
  - $P(X^2 > \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.


ChiSquared Distribution
Density
Região
de
rejeição
$\frac{\alpha}{2}$
Região de aceitação
$1-\alpha$
Região de rejeição
$\frac{\alpha}{2}$
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}$
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

  - Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi_{\alpha,n-1}^2\}.$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ contra $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha,n-1}^2\}.$$

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

  - Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi_{\alpha,n-1}^2\}.$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ contra $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha,n-1}^2\}.$$

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

  - Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha,n-1}\}.$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ contra $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,n-1}\}.$$

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

  - Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha,n-1}\}.$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ contra $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,n-1}\}.$$

T. H. para a variância e para o desvio-padrão de uma distribuição normal

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

  - Então a região de rejeição do teste de nível α é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi_{\alpha,n-1}^2\}.$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ contra $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, então a região de rejeição é

$$A_1 = \{\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha,n-1}^2\}.$$

Exemplo

Exemplo: Reconsidere novamente o exemplo visto na aula 18, ou seja: A percentagem de titânio em uma liga usada na fabricação de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é $s = 0.37$. Teste a hipótese $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$, ao nível de significância $\alpha = 5\%$ (Assuma normalidade dos dados.)

- Sol.: Note que testar as hipóteses $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$ é equivalente a testar

$$H_0 : \sigma^2 = (0.25)^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma^2 \neq (0.25)^2$$

Sabemos que a região de rejeição desse teste é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

Exemplo

Exemplo: Reconsidere novamente o exemplo visto na aula 18, ou seja: A percentagem de titânio em uma liga usada na fabricação de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é $s = 0.37$. Teste a hipótese $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$, ao nível de significância $\alpha = 5\%$ (Assuma normalidade dos dados.)

- Sol.: Note que testar as hipóteses $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$ é equivalente a testar

$$H_0 : \sigma^2 = (0.25)^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma^2 \neq (0.25)^2$$

Sabemos que a região de rejeição desse teste é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

Exemplo

Exemplo: Reconsidere novamente o exemplo visto na aula 18, ou seja: A percentagem de titânio em uma liga usada na fabricação de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é $s = 0.37$. Teste a hipótese $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$, ao nível de significância $\alpha = 5\%$ (Assuma normalidade dos dados.)

- Sol.: Note que testar as hipóteses $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$ é equivalente a testar

  $$H_0 : \sigma^2 = (0.25)^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma^2 \neq (0.25)^2$$

  Sabemos que a região de rejeição desse teste é

  $$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

Exemplo

Exemplo: Reconsidere novamente o exemplo visto na aula 18, ou seja: A percentagem de titânio em uma liga usada na fabricação de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é $s = 0.37$. Teste a hipótese $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$, ao nível de significância $\alpha = 5\%$ (Assuma normalidade dos dados.)

- Sol.: Note que testar as hipóteses $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$ é equivalente a testar

$$H_0 : \sigma^2 = (0.25)^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma^2 \neq (0.25)^2$$

Sabemos que a região de rejeição desse teste é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}\},$$

Exemplo

Exemplo: Reconsidere novamente o exemplo visto na aula 18, ou seja: A percentagem de titânio em uma liga usada na fabricação de aeronaves é medida em 51 peças selecionadas aleatoriamente. O desvio-padrão amostral é $s = 0.37$. Teste a hipótese $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$, ao nível de significância $\alpha = 5\%$ (Assuma normalidade dos dados.)

- Sol.: Note que testar as hipóteses $H_0 : \sigma = 0.25$ contra $H_1 : \sigma \neq 0.25$ é equivalente a testar

$$H_0 : \sigma^2 = (0.25)^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma^2 \neq (0.25)^2$$

Sabemos que a região de rejeição desse teste é

$$A_1 = \{\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \quad \text{ou} \quad \chi_0^2 < \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\},$$

Cont. do exemplo

- Temos que $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$, logo $\chi_0^2 = \frac{(51-1)(0.37)^2}{(0.25)^2} = 109.52$.
- Temos ainda $\alpha = 5\%$. Além disso, temos que
  - $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.025,50} = 71.42$.
  - $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.975,50} = 32.36$
- Dessa forma, como $\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, uma vez que $109.52 > 71.42$, então há evidências para rejeitar H_0, ao nível de significância $\alpha = 5\%$.

Cont. do exemplo

- Temos que $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$, logo $\chi_0^2 = \frac{(51-1)(0.37)^2}{(0.25)^2} = 109.52$.
- Temos ainda $\alpha = 5\%$. Além disso, temos que
  - $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.025,50} = 71.42$.
  - $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.975,50} = 32.36$
- Dessa forma, como $\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, uma vez que $109.52 > 71.42$, então há evidências para rejeitar H_0, ao nível de significância $\alpha = 5\%$.

Cont. do exemplo

- Temos que $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$, logo $\chi_0^2 = \frac{(51-1)(0.37)^2}{(0.25)^2} = 109.52$.
- Temos ainda $\alpha = 5\%$. Além disso, temos que
  - $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.025,50} = 71.42$.
  - $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.975,50} = 32.36$
- Dessa forma, como $\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, uma vez que $109.52 > 71.42$, então há evidências para rejeitar H_0, ao nível de significância $\alpha = 5\%$.

Cont. do exemplo

- Temos que $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$, logo $\chi_0^2 = \frac{(51-1)(0.37)^2}{(0.25)^2} = 109.52$.
- Temos ainda $\alpha = 5\%$. Além disso, temos que
  - $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.025,50} = 71.42$.
  - $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = \chi^2_{0.975,50} = 32.36$
- Dessa forma, como $\chi_0^2 > \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}$, uma vez que $109.52 > 71.42$, então há evidências para rejeitar H_0, ao nível de significância $\alpha = 5\%$.