Probabilidade e estatística - Aula 7

Média e variância de variáveis aleatórias discretas e contínuas

Dr. Giannini Italino Alves Vieira

Universidade Federal do Ceará - Campus de Crateús

2024

Motivação

Veremos, nesta aula, duas importantes quantidades utilizadas para resumir uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X. Essas quantidades são bem simples e são chamadas de média (ou valor esperado) e variância da variável aleatória X.

- Intuitivamente, a média de uma variável aleatória X pode ser pensada como sendo uma medida central, ou no meio da distribuição de probabilidade da variável.
- A variância pode ser interpretada como sendo uma medida de dispersão ou de variabilidade na distribuição de probabilidade da variável.
- Iremos ver, a seguir, como essas quantidades podem ser obtidas para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Motivação

Veremos, nesta aula, duas importantes quantidades utilizadas para resumir uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X. Essas quantidades são bem simples e são chamadas de média (ou valor esperado) e variância da variável aleatória X.

- Intuitivamente, a média de uma variável aleatória X pode ser pensada como sendo uma medida central, ou no meio da distribuição de probabilidade da variável.
- A variância pode ser interpretada como sendo uma medida de dispersão ou de variabilidade na distribuição de probabilidade da variável.
- Iremos ver, a seguir, como essas quantidades podem ser obtidas para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Média e variância de variáveis aleatórias

Motivação

Veremos, nesta aula, duas importantes quantidades utilizadas para resumir uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X. Essas quantidades são bem simples e são chamadas de média (ou valor esperado) e variância da variável aleatória X.

- Intuitivamente, a média de uma variável aleatória X pode ser pensada como sendo uma medida central, ou no meio da distribuição de probabilidade da variável.
- A variância pode ser interpretada como sendo uma medida de dispersão ou de variabilidade na distribuição de probabilidade da variável.
- Iremos ver, a seguir, como essas quantidades podem ser obtidas para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Motivação

Veremos, nesta aula, duas importantes quantidades utilizadas para resumir uma distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X. Essas quantidades são bem simples e são chamadas de média (ou valor esperado) e variância da variável aleatória X.

- Intuitivamente, a média de uma variável aleatória X pode ser pensada como sendo uma medida central, ou no meio da distribuição de probabilidade da variável.
- A variância pode ser interpretada como sendo uma medida de dispersão ou de variabilidade na distribuição de probabilidade da variável.
- Iremos ver, a seguir, como essas quantidades podem ser obtidas para variáveis aleatórias discretas e contínuas.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Vamos primeiro considerar o caso de variáveis aleatórias discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Definição: Seja X uma variável aleatória discreta assumindo valores $x_1, x_2, \dots$ e com função de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i).$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X-\mu)^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

- A raiz quadrada da variância é chamada de desvio-padrão, ou seja, $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ é o desvio-padrão da variável aleatória X.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Vamos primeiro considerar o caso de variáveis aleatórias discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Definição: Seja X uma variável aleatória discreta assumindo valores $x_1, x_2, \ldots$ e com função de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i).$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X-\mu)^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

- A raiz quadrada da variância é chamada de desvio-padrão, ou seja, $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ é o desvio-padrão da variável aleatória X.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Vamos primeiro considerar o caso de variáveis aleatórias discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Definição: Seja X uma variável aleatória discreta assumindo valores $x_1, x_2, \ldots$ e com função de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i).$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

- A raiz quadrada da variância é chamada de desvio-padrão, ou seja, $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ é o desvio-padrão da variável aleatória X.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Vamos primeiro considerar o caso de variáveis aleatórias discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias discretas

Definição: Seja X uma variável aleatória discreta assumindo valores $x_1, x_2, \ldots$ e com função de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i).$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X-\mu)^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

- A raiz quadrada da variância é chamada de desvio-padrão, ou seja, $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ é o desvio-padrão da variável aleatória X.

Interpretações

- Note que a média de uma variável aleatória discreta é uma média ponderada dos valores possíveis que a variável aleatória pode assumir, sendo que os pesos são iguais às probabilidades.
- Observe ainda que a variância de uma variável aleatória X discreta é uma medida de dispersão dos valores que a variável assume em relação à média. Note que na variância é usado o peso $f(x_i)$ como o multiplicador de cada desvio quadrático $(x_i - \mu)^2$.

Interpretações

- Note que a média de uma variável aleatória discreta é uma média ponderada dos valores possíveis que a variável aleatória pode assumir, sendo que os pesos são iguais às probabilidades.
- Observe ainda que a variância de uma variável aleatória X discreta é uma medida de dispersão dos valores que a variável assume em relação à média. Note que na variância é usado o peso $f(x_i)$ como o multiplicador de cada desvio quadrático $(x_i - \mu)^2$.

Alternativa ao cálculo da variância

Note que uma maneira alternativa, que em alguns casos pode simplificar os cálculos, de se obter a variância de uma variável aleatória discreta é a seguinte:

$$Var(X) = \sum_{x_i}(x_i - \mu)^2 f(x_i) = \sum_{x_i}(x_i^2 - 2x_i\mu + \mu^2) f(x_i)$$

ou seja,

$$Var(X) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) - 2\mu \sum_{x_i} x_i f(x_i) + \mu^2 \sum_{x_i} f(x_i)$$

ou ainda

$$Var(X) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) - 2\mu^2 + \mu^2 = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) - \mu^2.$$

Ou seja, a variância de uma variável aleatória X discreta também pode ser calculada da forma

$$Var(X) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) - \mu^2.$$

Exemplo

Ex.: Considere novamente o exemplo, a seguir, visto na aula anterior: Em um processo de fabricação de semicondutores, três pastilhas de um lote são testadas. Cada pastilha é classificada como passa ou falha. Suponha que a probabilidade de uma pastilha passar no teste seja 0.8 e que as pastilhas sejam independentes. Determine o número médio e a variância do numero de pastilhas de um lote que passa no teste.

- Sol.: Seja X a variável aleatória definida como o numero de pastilhas de um lote que passa no teste.
- Já obtivemos a função de probabilidade de X, ou seja,

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.008	0.096	0.384	0.512

- Note que queremos calcular $E(X)$ e $Var(X)$. Temos que

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i) = 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3)$$

ou seja,

$$\mu = E(X) = 0(0.008) + 1(0.096) + 2(0.384) + 3(0.512) = 2.4$$

Exemplo

Ex.: Considere novamente o exemplo, a seguir, visto na aula anterior: Em um processo de fabricação de semicondutores, três pastilhas de um lote são testadas. Cada pastilha é classificada como passa ou falha. Suponha que a probabilidade de uma pastilha passar no teste seja 0.8 e que as pastilhas sejam independentes. Determine o número médio e a variância do numero de pastilhas de um lote que passa no teste.

- Sol.: Seja X a variável aleatória definida como o numero de pastilhas de um lote que passa no teste.
- Já obtivemos a função de probabilidade de X, ou seja,

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.008	0.096	0.384	0.512

- Note que queremos calcular $E(X)$ e $Var(X)$. Temos que

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i) = 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3)$$

ou seja,

$$\mu = E(X) = 0(0.008) + 1(0.096) + 2(0.384) + 3(0.512) = 2.4$$

Exemplo

Ex.: Considere novamente o exemplo, a seguir, visto na aula anterior: Em um processo de fabricação de semicondutores, três pastilhas de um lote são testadas. Cada pastilha é classificada como passa ou falha. Suponha que a probabilidade de uma pastilha passar no teste seja 0.8 e que as pastilhas sejam independentes. Determine o número médio e a variância do numero de pastilhas de um lote que passa no teste.

- Sol.: Seja X a variável aleatória definida como o numero de pastilhas de um lote que passa no teste.
- Já obtivemos a função de probabilidade de X, ou seja,

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.008	0.096	0.384	0.512

- Note que queremos calcular $E(X)$ e $Var(X)$. Temos que

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i) = 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3)$$

ou seja,

$$\mu = E(X) = 0(0.008) + 1(0.096) + 2(0.384) + 3(0.512) = 2.4$$

Exemplo

Ex.: Considere novamente o exemplo, a seguir, visto na aula anterior: Em um processo de fabricação de semicondutores, três pastilhas de um lote são testadas. Cada pastilha é classificada como passa ou falha. Suponha que a probabilidade de uma pastilha passar no teste seja 0.8 e que as pastilhas sejam independentes. Determine o número médio e a variância do numero de pastilhas de um lote que passa no teste.

- Sol.: Seja X a variável aleatória definida como o numero de pastilhas de um lote que passa no teste.
- Já obtivemos a função de probabilidade de X, ou seja,

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.008	0.096	0.384	0.512

- Note que queremos calcular $E(X)$ e $Var(X)$. Temos que

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i) = 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3)$$

ou seja,

$$\mu = E(X) = 0(0.008) + 1(0.096) + 2(0.384) + 3(0.512) = 2.4$$

Exemplo

Ex.: Considere novamente o exemplo, a seguir, visto na aula anterior: Em um processo de fabricação de semicondutores, três pastilhas de um lote são testadas. Cada pastilha é classificada como passa ou falha. Suponha que a probabilidade de uma pastilha passar no teste seja 0.8 e que as pastilhas sejam independentes. Determine o número médio e a variância do numero de pastilhas de um lote que passa no teste.

- Sol.: Seja X a variável aleatória definida como o numero de pastilhas de um lote que passa no teste.
- Já obtivemos a função de probabilidade de X, ou seja,

x	0	1	2	3
$f(x)$	0.008	0.096	0.384	0.512

- Note que queremos calcular $E(X)$ e $Var(X)$. Temos que

$$\mu = E(X) = \sum_{x_i} x_i f(x_i) = 0f(0) + 1f(1) + 2f(2) + 3f(3)$$

ou seja,

$$\mu = E(X) = 0(0.008) + 1(0.096) + 2(0.384) + 3(0.512) = 2.4$$

Cont. do exemplo

- Temos ainda que a variância de X é dada por

$$\sigma^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i) = (0-2.4)^2 f(0) + (1-2.4)^2 f(1) + (2-2.4)^2 f(2) + (3-2.4)^2 f(3).$$

ou seja,

$$\sigma^2 = 0.04608 + 0.18816 + 0.06144 + 0.18432 = 0.48.$$

- Portanto, temos que a média e a variância da variável aleatória X desse problema são $E(X) = 2.4$ e $Var(X) = 0.48$.
- Note que as unidades de medidas da média e da variância não são as mesmas, o que torna difícil a interpretação. Contudo, note que as unidades do desvio-padrão são as mesmas unidades da variável aleatória, o que torna o desvio-padrão ser fácil de se interpretar. No exemplo acima, temos que o desvio de X, em relação à sua média, é de $\sqrt{0.48} \approx 0.6928$.

Cont. do exemplo

- Temos ainda que a variância de X é dada por

$$\sigma^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i) = (0-2.4)^2 f(0) + (1-2.4)^2 f(1) + (2-2.4)^2 f(2) + (3-2.4)^2 f(3).$$

ou seja,

$$\sigma^2 = 0.04608 + 0.18816 + 0.06144 + 0.18432 = 0.48.$$

- Portanto, temos que a média e a variância da variável aleatória X desse problema são $E(X) = 2.4$ e $Var(X) = 0.48$.
- Note que as unidades de medidas da média e da variância não são as mesmas, o que torna difícil a interpretação. Contudo, note que as unidades do desvio-padrão são as mesmas unidades da variável aleatória, o que torna o desvio-padrão ser fácil de se interpretar. No exemplo acima, temos que o desvio de X, em relação à sua média, é de $\sqrt{0.48} \approx 0.6928$.

Cont. do exemplo

- Temos ainda que a variância de X é dada por

$$\sigma^2 = \sum_{x_i} (x_i - \mu)^2 f(x_i) = (0-2.4)^2 f(0) + (1-2.4)^2 f(1) + (2-2.4)^2 f(2) + (3-2.4)^2 f(3).$$

ou seja,

$$\sigma^2 = 0.04608 + 0.18816 + 0.06144 + 0.18432 = 0.48.$$

- Portanto, temos que a média e a variância da variável aleatória X desse problema são $E(X) = 2.4$ e $Var(X) = 0.48$.
- Note que as unidades de medidas da média e da variância não são as mesmas, o que torna difícil a interpretação. Contudo, note que as unidades do desvio-padrão são as mesmas unidades da variável aleatória, o que torna o desvio-padrão ser fácil de se interpretar. No exemplo acima, temos que o desvio de X, em relação à sua média, é de $\sqrt{0.48} \approx 0.6928$.

Cont. do exemplo

- Temos ainda que a variância de X é dada por

$$\sigma^2 = \sum_{x_i}(x_i - \mu)^2 f(x_i) = (0-2.4)^2 f(0) + (1-2.4)^2 f(1) + (2-2.4)^2 f(2) + (3-2.4)^2 f(3).$$

ou seja,

$$\sigma^2 = 0.04608 + 0.18816 + 0.06144 + 0.18432 = 0.48.$$

- Portanto, temos que a média e a variância da variável aleatória X desse problema são $E(X) = 2.4$ e $Var(X) = 0.48$.
- Note que as unidades de medidas da média e da variância não são as mesmas, o que torna difícil a interpretação. Contudo, note que as unidades do desvio-padrão são as mesmas unidades da variável aleatória, o que torna o desvio-padrão ser fácil de se interpretar. No exemplo acima, temos que o desvio de X, em relação à sua média, é de $\sqrt{0.48} \approx 0.6928$.

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i) f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i)f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i) f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i)f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i)f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória discreta

- Se X for uma variável aleatória discreta com função de probabilidade f, temos que

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} h(x_i) f(x_i).$$

- Note que, por exemplo, a variância de X pode ser vista como o valor esperado de uma particular função da variável X, a saber: $h(X) = (X - \mu)^2$.
- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \sum_{x_i} x_i^2 f(x_i) = 0^2 f(0) + 1^2 f(1) + 2^2 f(2) + 3^2 f(3).$$

ou seja,

$$E(h(X)) = 0^2(0.008) + 1^2(0.096) + 2^2(0.384) + 3^2(0.512) = 6.24.$$

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

De maneira análoga ao que estudamos em variáveis aleatórias discretas, a média e a variância também podem ser definidas para variáveis contínuas. As definições são totalmente análogas, fazendo apenas substituições de somas por integrais nas respectivas definições discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx.$$

- De forma análoga, temos que o desvio-padrão de X é $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

De maneira análoga ao que estudamos em variáveis aleatórias discretas, a média e a variância também podem ser definidas para variáveis contínuas. As definições são totalmente análogas, fazendo apenas substituições de somas por integrais nas respectivas definições discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx.$$

- De forma análoga, temos que o desvio-padrão de X é $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

De maneira análoga ao que estudamos em variáveis aleatórias discretas, a média e a variância também podem ser definidas para variáveis contínuas. As definições são totalmente análogas, fazendo apenas substituições de somas por integrais nas respectivas definições discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx.$$

- De forma análoga, temos que o desvio-padrão de X é $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

De maneira análoga ao que estudamos em variáveis aleatórias discretas, a média e a variância também podem ser definidas para variáveis contínuas. As definições são totalmente análogas, fazendo apenas substituições de somas por integrais nas respectivas definições discretas.

Média e variância de variáveis aleatórias contínuas

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade f. A média (ou valor esperado) de X, denotado por μ ou por $E(X)$, é definida como

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

A variância de X, denotada por σ^2 ou por $Var(X)$, é definida como

$$\sigma^2 = Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx.$$

- De forma análoga, temos que o desvio-padrão de X é $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

Exemplo

Ex.: A espessura, em micrômetros, de um revestimento condutivo tem uma função densidade $f(x) = 600x^{-2}$, para $100\mu m < x < 120\mu m$. Calcule a média e a variância da espessura de revestimento.

- Sol.: Temos que a espessura de revestimento médio é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{100}^{120} x600x^{-2}dx = 600\int_{100}^{120} x^{-1}dx \approx 109.3929.$$

- Temos ainda, que a variância de X é dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{100}^{120} (x-109.3929)^2 600x^{-2}dx \approx 33.19$$

Similarmente ao que foi feito acima para variáveis aleatórias discretas, pode-se mostrar que se X é contínua então

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2.$$

Ex.: A espessura, em micrômetros, de um revestimento condutivo tem uma função densidade $f(x) = 600x^{-2}$, para $100\mu m < x < 120\mu m$. Calcule a média e a variância da espessura de revestimento.

- Sol.: Temos que a espessura de revestimento médio é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{100}^{120} x600x^{-2}dx = 600\int_{100}^{120} x^{-1}dx \approx 109.3929.$$

- Temos ainda, que a variância de X é dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{100}^{120} (x-109.3929)^2 600x^{-2}dx \approx 33.19$$

Similarmente ao que foi feito acima para variáveis aleatórias discretas, pode-se mostrar que se X é contínua então

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2.$$

Exemplo

Ex.: A espessura, em micrômetros, de um revestimento condutivo tem uma função densidade $f(x) = 600x^{-2}$, para $100\mu m < x < 120\mu m$. Calcule a média e a variância da espessura de revestimento.

- Sol.: Temos que a espessura de revestimento médio é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{100}^{120} x600x^{-2}dx = 600\int_{100}^{120} x^{-1}dx \approx 109.3929.$$

- Temos ainda, que a variância de X é dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{100}^{120} (x-109.3929)^2 600x^{-2}dx \approx 33.19$$

Similarmente ao que foi feito acima para variáveis aleatórias discretas, pode-se mostrar que se X é contínua então

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2.$$

Exemplo

Ex.: A espessura, em micrômetros, de um revestimento condutivo tem uma função densidade $f(x) = 600x^{-2}$, para $100\mu m < x < 120\mu m$. Calcule a média e a variância da espessura de revestimento.

- Sol.: Temos que a espessura de revestimento médio é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{100}^{120} x600x^{-2}dx = 600\int_{100}^{120} x^{-1}dx \approx 109.3929.$$

- Temos ainda, que a variância de X é dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{100}^{120} (x - 109.3929)^2 600x^{-2}dx \approx 33.19$$

Similarmente ao que foi feito acima para variáveis aleatórias discretas, pode-se mostrar que se X é contínua então

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2.$$

Exemplo

Ex.: A espessura, em micrômetros, de um revestimento condutivo tem uma função densidade $f(x) = 600x^{-2}$, para $100\mu m < x < 120\mu m$. Calcule a média e a variância da espessura de revestimento.

- Sol.: Temos que a espessura de revestimento médio é dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{100}^{120} x600x^{-2}dx = 600\int_{100}^{120} x^{-1}dx \approx 109.3929.$$

- Temos ainda, que a variância de X é dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{100}^{120} (x - 109.3929)^2 600x^{-2}dx \approx 33.19$$

Similarmente ao que foi feito acima para variáveis aleatórias discretas, pode-se mostrar que se X é contínua então

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2.$$

Cont. do exemplo anterior

- Note que usando esse último resultado, o cálculo da variância se torna bem mais simples

$$Var(X) = \int_{100}^{120} x^2 600x^{-2} dx - (109.3929)^2 = 12000 - (109.3929)^2 \approx 33.19.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória contínua

- Similar ao que ocorre em variáveis aleatórias discretas, pode-se calcular o valor médio de uma função de uma variável aleatória continua da seguinte forma:
- Se X for uma variável aleatória contínua com densidade f, temos que

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx.$$

- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx = \int_{100}^{120} x^2 600x^{-2} dx = 12000.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória contínua

- Similar ao que ocorre em variáveis aleatórias discretas, pode-se calcular o valor médio de uma função de uma variável aleatória continua da seguinte forma:
- Se X for uma variável aleatória contínua com densidade f, temos que

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx.$$

- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx = \int_{100}^{120} x^2 600x^{-2} dx = 12000.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória contínua

- Similar ao que ocorre em variáveis aleatórias discretas, pode-se calcular o valor médio de uma função de uma variável aleatória continua da seguinte forma:
- Se X for uma variável aleatória contínua com densidade f, temos que

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx.$$

- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx = \int_{100}^{120} x^2 600x^{-2} dx = 12000.$$

Valor esperado de uma função de uma variável aleatória contínua

- Similar ao que ocorre em variáveis aleatórias discretas, pode-se calcular o valor médio de uma função de uma variável aleatória continua da seguinte forma:
- Se X for uma variável aleatória contínua com densidade f, temos que

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx.$$

- Por exemplo, se no exemplo anterior estivéssemos interessados em calcular o valor esperado de $h(X) = X^2$, então

$$E(h(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)f(x)dx = \int_{100}^{120} x^2 600x^{-2} dx = 12000.$$