Probabilidade e estatística - Aula 19

Testes de hipóteses

Dr. Giannini Italino Alves Vieira

Universidade Federal do Ceará - Campus de Crateús

2024

Testes de hipóteses

- Nas aulas anteriores vimos como podemos construir IC para parâmetros populacionais a partir de dados amostrais.
- Contudo, em muitos problemas necessitamos decidir, baseado em um conjunto de evidências, qual de duas afirmações competitivas acerca do valor de algum parâmetro será aceita como verdadeira.
- As afirmações são chamadas de hipóteses e o procedimento de tomada de decisão sobre as hipóteses é chamado de testes de hipóteses.
- Esse é um procedimento útil, uma vez que muitos tipos de problemas de tomada de decisão, testes ou experimentos, no mundo da engenharia podem ser formulados como problema de testes de hipóteses.
- Além disso, veremos que há uma conexão bem intima entre teste de hipóteses e IC.

Testes de hipóteses

- Nas aulas anteriores vimos como podemos construir IC para parâmetros populacionais a partir de dados amostrais.
- Contudo, em muitos problemas necessitamos decidir, baseado em um conjunto de evidências, qual de duas afirmações competitivas acerca do valor de algum parâmetro será aceita como verdadeira.
- As afirmações são chamadas de hipóteses e o procedimento de tomada de decisão sobre as hipóteses é chamado de testes de hipóteses.
- Esse é um procedimento útil, uma vez que muitos tipos de problemas de tomada de decisão, testes ou experimentos, no mundo da engenharia podem ser formulados como problema de testes de hipóteses.
- Além disso, veremos que há uma conexão bem intima entre teste de hipóteses e IC.

Testes de hipóteses

- Nas aulas anteriores vimos como podemos construir IC para parâmetros populacionais a partir de dados amostrais.
- Contudo, em muitos problemas necessitamos decidir, baseado em um conjunto de evidências, qual de duas afirmações competitivas acerca do valor de algum parâmetro será aceita como verdadeira.
- As afirmações são chamadas de hipóteses e o procedimento de tomada de decisão sobre as hipóteses é chamado de testes de hipóteses.
- Esse é um procedimento útil, uma vez que muitos tipos de problemas de tomada de decisão, testes ou experimentos, no mundo da engenharia podem ser formulados como problema de testes de hipóteses.
- Além disso, veremos que há uma conexão bem intima entre teste de hipóteses e IC.

Testes de hipóteses

- Nas aulas anteriores vimos como podemos construir IC para parâmetros populacionais a partir de dados amostrais.
- Contudo, em muitos problemas necessitamos decidir, baseado em um conjunto de evidências, qual de duas afirmações competitivas acerca do valor de algum parâmetro será aceita como verdadeira.
- As afirmações são chamadas de hipóteses e o procedimento de tomada de decisão sobre as hipóteses é chamado de testes de hipóteses.
- Esse é um procedimento útil, uma vez que muitos tipos de problemas de tomada de decisão, testes ou experimentos, no mundo da engenharia podem ser formulados como problema de testes de hipóteses.
- Além disso, veremos que há uma conexão bem intima entre teste de hipóteses e IC.

Testes de hipóteses

- Nas aulas anteriores vimos como podemos construir IC para parâmetros populacionais a partir de dados amostrais.
- Contudo, em muitos problemas necessitamos decidir, baseado em um conjunto de evidências, qual de duas afirmações competitivas acerca do valor de algum parâmetro será aceita como verdadeira.
- As afirmações são chamadas de hipóteses e o procedimento de tomada de decisão sobre as hipóteses é chamado de testes de hipóteses.
- Esse é um procedimento útil, uma vez que muitos tipos de problemas de tomada de decisão, testes ou experimentos, no mundo da engenharia podem ser formulados como problema de testes de hipóteses.
- Além disso, veremos que há uma conexão bem intima entre teste de hipóteses e IC.

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Testes de hipóteses (T.H)

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Testes de hipóteses (T.H)

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Motivação

- A fim de motivar a ideia de testes de hipóteses considere o seguinte problema:
  - Considere que um individuo está sendo julgado por um determinado delito. Com base nas evidências, (como por exemplo, testemunhas, fatos, etc.) o júri terá de decidir pela culpa ou inocência do individuo. Podemos então concluir que o júri formula duas hipóteses, a saber:
    - H_0 : "o individuo é inocente" (hipótese nula)
    - H_1 "o individuo é culpado" (hipótese alternativa)
  - Com base nas evidências apresentadas, o júri terá de decidir por H_0 ou H_1.
  - Ao tomar, por exemplo, a decisão de aceitar H_1 (consequentemente rejeitar H_0) como verdadeira, o júri pode estar cometendo um erro, pois apesar das evidências, o individuo pode ser inocente. O mesmo pode acontecer com relação à aceitação da hipótese H_0 como sendo verdadeira.
  - Quando um procedimento de T.H é desenvolvido deve-se ter em mente a probabilidade de alcançar uma conclusão errada.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0 \qquad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.

- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0 \qquad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Formulação estatística

Definição: Chamamos de hipótese estatística uma afirmação sobre parâmetros de uma ou mais populações.

- Recorde que como estamos usando distribuições de probabilidades para representar populações, então uma hipótese estatística também pode ser pensada como uma afirmação acerca da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória.
- Denotamos por H_0 a hipótese nula (hipótese de interesse). Caso H_0 seja rejeitado, então aceitamos como verdadeiro a hipótese alternativa, H_1
- Estaremos interessados em testar hipóteses da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu \neq \mu_0 \quad \text{(Hip. alternativa bilateral)}$$

- E da forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

e

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

em que as hipóteses alternativas são unilaterais.

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \rightarrow \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Testes de hipóteses

Definição: Um teste de hipóteses é uma função de decisão $d : \mathbf{X} \to \{a_0, a_1\}$, em que a_0 corresponde a ação de considerar H_0 como sendo verdade e a_1 corresponde a ação de considerar a hipótese H_1 como sendo verdade.

- Na definição acima $\mathbf{X}$ denota o espaço amostral associado a amostra $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
- Note que a função de decisão d particiona o espaço amostral $\mathbf{X}$ em dois conjuntos:
  - $A_0 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_0\}$ e
  - $A_1 = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbf{X} : d(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1\}$.
- Ou seja, em A_0 temos os pontos amostrais que levam a aceitação de H_0 e em A_1 temos pontos amostrais que levam a aceitação de H_1.
- A_0 é chamada de região de aceitação de H_0 e A_1 é chamada de região de rejeição de H_0 (também chamada de região crítica.)

Tipos de erros cometidos em um T.H

- Como dito acima, um teste de hipóteses pode conduzir a dois tipos de erros, a saber:

Decisão	H_0 é verdade	H_0 é falso
Aceitar H_0	Correto	Erro tipo II
Rejeitar H_0	Erro tipo I	Correto

- A probabilidade do erro tipo I, ou seja, P(Rejeitar H_0| H_0 é verdadeira) é chamada de nível de significância do teste e é denotada por α.
- A probabilidade do erro tipo II, ou seja, P(Aceitar H_0| H_0 é falsa) é denotada por β.
- Define-se por poder do teste a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0 quando ela for falsa, ou seja, $1 - \beta$.

Tipos de erros cometidos em um T.H

- Como dito acima, um teste de hipóteses pode conduzir a dois tipos de erros, a saber:

Decisão	H_0 é verdade	H_0 é falso
Aceitar H_0	Correto	Erro tipo II
Rejeitar H_0	Erro tipo I	Correto

- A probabilidade do erro tipo I, ou seja, P(Rejeitar H_0| H_0 é verdadeira) é chamada de nível de significância do teste e é denotada por α.
- A probabilidade do erro tipo II, ou seja, P(Aceitar H_0| H_0 é falsa) é denotada por β.
- Define-se por poder do teste a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0 quando ela for falsa, ou seja, $1 - \beta$.

Tipos de erros cometidos em um T.H

- Como dito acima, um teste de hipóteses pode conduzir a dois tipos de erros, a saber:

Decisão	H_0 é verdade	H_0 é falso
Aceitar H_0	Correto	Erro tipo II
Rejeitar H_0	Erro tipo I	Correto

- A probabilidade do erro tipo I, ou seja, P(Rejeitar H_0| H_0 é verdadeira) é chamada de nível de significância do teste e é denotada por α.
- A probabilidade do erro tipo II, ou seja, P(Aceitar H_0| H_0 é falsa) é denotada por β.
- Define-se por poder do teste a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0 quando ela for falsa, ou seja, $1 - \beta$.

Tipos de erros cometidos em um T.H

- Como dito acima, um teste de hipóteses pode conduzir a dois tipos de erros, a saber:

Decisão	H_0 é verdade	H_0 é falso
Aceitar H_0	Correto	Erro tipo II
Rejeitar H_0	Erro tipo I	Correto

- A probabilidade do erro tipo I, ou seja, P(Rejeitar H_0| H_0 é verdadeira) é chamada de nível de significância do teste e é denotada por α.
- A probabilidade do erro tipo II, ou seja, P(Aceitar H_0| H_0 é falsa) é denotada por β.
- Define-se por poder do teste a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0 quando ela for falsa, ou seja, $1 - \beta$.

Teste de hipóteses

- Um teste de hipóteses ideal seria aquele em que α e β fossem os menores possíveis.
- Contudo, infelizmente, esses dois erros não podem ser controladas de maneira simultânea, ou seja, uma diminuição da probabilidade de um tipo de erro sempre resulta em um aumento da probabilidade do outro, desde que tamanho da amostra não varie.
- Logo, um procedimento padrão na construção de testes de hipóteses é fixar a probabilidade do erro tipo I, isto é α, e procurar dentre todos os testes de nível α, o teste que minimiza a probabilidade do erro tipo II, ou seja, determinar a região critica que tem a menor probabilidade do erro tipo II, o que implica maior poder.

Teste de hipóteses

- Um teste de hipóteses ideal seria aquele em que α e β fossem os menores possíveis.
- Contudo, infelizmente, esses dois erros não podem ser controladas de maneira simultânea, ou seja, uma diminuição da probabilidade de um tipo de erro sempre resulta em um aumento da probabilidade do outro, desde que tamanho da amostra não varie.
- Logo, um procedimento padrão na construção de testes de hipóteses é fixar a probabilidade do erro tipo I, isto é α, e procurar dentre todos os testes de nível α, o teste que minimiza a probabilidade do erro tipo II, ou seja, determinar a região critica que tem a menor probabilidade do erro tipo II, o que implica maior poder.

Teste de hipóteses

- Um teste de hipóteses ideal seria aquele em que α e β fossem os menores possíveis.
- Contudo, infelizmente, esses dois erros não podem ser controladas de maneira simultânea, ou seja, uma diminuição da probabilidade de um tipo de erro sempre resulta em um aumento da probabilidade do outro, desde que tamanho da amostra não varie.
- Logo, um procedimento padrão na construção de testes de hipóteses é fixar a probabilidade do erro tipo I, isto é α, e procurar dentre todos os testes de nível α, o teste que minimiza a probabilidade do erro tipo II, ou seja, determinar a região critica que tem a menor probabilidade do erro tipo II, o que implica maior poder.

Conexão entre I.C e T.H

- Há uma conexão entre testes de hipótese acerca para um parâmetro, digamos θ, e o IC para θ.
- Se $[l, u]$ for um IC com $100(1-\alpha)\%$ para θ, então o teste de hipóteses, de nível de significância α,

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

contra

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

conduzirá a rejeição de H_0 se, e somente se, θ_0 **NÃO** estiver no IC $[l, u]$ com $100(1-\alpha)\%$ de confiança para θ.

Conexão entre I.C e T.H

- Há uma conexão entre testes de hipótese acerca para um parâmetro, digamos θ, e o IC para θ.
- Se $[l, u]$ for um IC com $100(1-\alpha)\%$ para θ, então o teste de hipóteses, de nível de significância α,

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

contra

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

conduzirá a rejeição de H_0 se, e somente se, θ_0 **NÃO** estiver no IC $[l, u]$ com $100(1-\alpha)\%$ de confiança para θ.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, conhecida.
- Considere que desejamos testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.
- Sabemos que $\bar{X}$ tem distribuição normal de média μ_0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, se a hipótese nula for verdadeira.
- Logo, podemos construir uma região de rejeição por meio da estatística de teste

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, conhecida.
- Considere que desejamos testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Sabemos que $\bar{X}$ tem distribuição normal de média μ_0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, se a hipótese nula for verdadeira.
- Logo, podemos construir uma região de rejeição por meio da estatística de teste

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, conhecida.
- Considere que desejamos testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

em que μ_0 é uma constante especificada.

- Sabemos que $\bar{X}$ tem distribuição normal de média μ_0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, se a hipótese nula for verdadeira.
- Logo, podemos construir uma região de rejeição por meio da estatística de teste

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, conhecida.
- Considere que desejamos testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

  em que μ_0 é uma constante especificada.
- Sabemos que $\bar{X}$ tem distribuição normal de média μ_0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, se a hipótese nula for verdadeira.
- Logo, podemos construir uma região de rejeição por meio da estatística de teste

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Considere que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média μ e variância σ^2, conhecida.
- Considere que desejamos testar as hipóteses

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

  em que μ_0 é uma constante especificada.
- Sabemos que $\bar{X}$ tem distribuição normal de média μ_0 e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, se a hipótese nula for verdadeira.
- Logo, podemos construir uma região de rejeição por meio da estatística de teste

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Se a hipótese nula for verdadeira, sabemos que $E(\bar{X}) = \mu_0$ e a distribuição de Z_0 é uma normal padrão.
- Temos que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdade, então a probabilidade será de $1 - \alpha$ de que a estatística de teste Z_0 caia entre $-z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $z_{\frac{\alpha}{2}}$, em que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ é obtido da tabela da normal padrão tal que $P(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2}$ e $Z \sim N(0, 1)$.
- Logo, uma amostra produzindo um valor da estatística de teste que caia nos extremos da distribuição de Z_0 não seria usual se H_0 fosse verdadeira.
- Assim, devemos rejeitar H_0, ao nível de significância α, se o valor observado da estatística de teste, z_0 for

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\} \quad \text{(Região de rejeição do teste)}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Se a hipótese nula for verdadeira, sabemos que $E(\bar{X}) = \mu_0$ e a distribuição de Z_0 é uma normal padrão.
- Temos que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdade, então a probabilidade será de $1 - \alpha$ de que a estatística de teste Z_0 caia entre $-z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $z_{\frac{\alpha}{2}}$, em que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ é obtido da tabela da normal padrão tal que $P(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2}$ e $Z \sim N(0, 1)$.
- Logo, uma amostra produzindo um valor da estatística de teste que caia nos extremos da distribuição de Z_0 não seria usual se H_0 fosse verdadeira.
- Assim, devemos rejeitar H_0, ao nível de significância α, se o valor observado da estatística de teste, z_0 for

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\} \quad \text{(Região de rejeição do teste)}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

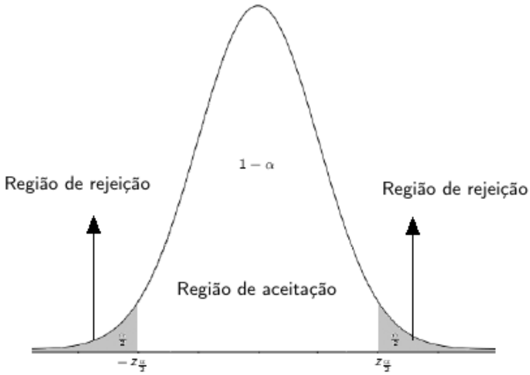
- Se a hipótese nula for verdadeira, sabemos que $E(\bar{X}) = \mu_0$ e a distribuição de Z_0 é uma normal padrão.
- Temos que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdade, então a probabilidade será de $1 - \alpha$ de que a estatística de teste Z_0 caia entre $-z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $z_{\frac{\alpha}{2}}$, em que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ é obtido da tabela da normal padrão tal que $P(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2}$ e $Z \sim N(0, 1)$.
- Logo, uma amostra produzindo um valor da estatística de teste que caia nos extremos da distribuição de Z_0 não seria usual se H_0 fosse verdadeira.
- Assim, devemos rejeitar H_0, ao nível de significância α, se o valor observado da estatística de teste, z_0 for

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\} \quad \text{(Região de rejeição do teste)}$$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- Se a hipótese nula for verdadeira, sabemos que $E(\bar{X}) = \mu_0$ e a distribuição de Z_0 é uma normal padrão.
- Temos que se $H_0 : \mu = \mu_0$ for verdade, então a probabilidade será de $1 - \alpha$ de que a estatística de teste Z_0 caia entre $-z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $z_{\frac{\alpha}{2}}$, em que $z_{\frac{\alpha}{2}}$ é obtido da tabela da normal padrão tal que $P(Z \geq z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{\alpha}{2}$ e $Z \sim N(0, 1)$.
- Logo, uma amostra produzindo um valor da estatística de teste que caia nos extremos da distribuição de Z_0 não seria usual se H_0 fosse verdadeira.
- Assim, devemos rejeitar H_0, ao nível de significância α, se o valor observado da estatística de teste, z_0 for

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\} \quad \text{(Região de rejeição do teste)}$$


1 − α
Região de rejeição
Região de rejeição
Região de aceitação
$\frac{\alpha}{2}$
$\frac{\alpha}{2}$
$-z_{\frac{\alpha}{2}}$
$z_{\frac{\alpha}{2}}$

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

T.H para a média de uma distribuição normal com variância conhecida

- De maneira totalmente análoga, pode-se desenvolver procedimento de testes de nível de significância fixo para hipóteses alternativas unilaterais.
- Por exemplo, considere o teste de nível α

$$H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu > \mu_0$$

- Na definição da região de rejeição do teste, note que um valor negativo da estatística de teste Z_0 nunca levaria a concluir que $H_0 : \mu = \mu_0$ seria falsa.
- Logo, colocamos a região de rejeição na extremidade superior da distribuição normal padrão e rejeitamos H_0 se

$$A_1 = \{Z_0 > z_\alpha\}$$

- De maneira totalmente análoga se o teste, de nível α, fosse da forma $H_0 : \mu = \mu_0 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu < \mu_0$, então a região de rejeição é $A_1 = \{Z_0 < -z_\alpha\}$.

Exemplo

Exemplo: Os sistemas de escape da tripulação de uma aeronave funcionam devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que uma taxa média de queima deve ser de 50 cm/s. Sabe-se que o desvio-padrão da taxa de queima é $\sigma = 2$ cm/s. Considere que uma amostra aleatória de $n = 25$ forneceu uma taxa média amostra de queima de $\bar{x} = 51.3$ cm/s. Que conclusões poderiam ser tiradas a um nível $\alpha = 5\%$ de significância.

- Sol.: primeiro note que o parâmetro de interesse é μ (taxa média de queima do propelente).
- Podemos aplicar um T.H considerando as hipóteses:

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

- Temos que a estatística de teste é $z_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{51.3-50}{2/\sqrt{25}} = 3.25$.

Exemplo

Exemplo: Os sistemas de escape da tripulação de uma aeronave funcionam devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que uma taxa média de queima deve ser de 50 cm/s. Sabe-se que o desvio-padrão da taxa de queima é $\sigma = 2$ cm/s. Considere que uma amostra aleatória de $n = 25$ forneceu uma taxa média amostra de queima de $\bar{x} = 51.3$ cm/s. Que conclusões poderiam ser tiradas a um nível $\alpha = 5\%$ de significância.

- Sol.: primeiro note que o parâmetro de interesse é μ (taxa média de queima do propelente).
- Podemos aplicar um T.H considerando as hipóteses:

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

- Temos que a estatística de teste é $z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{51.3 - 50}{2/\sqrt{25}} = 3.25$.

Exemplo

Exemplo: Os sistemas de escape da tripulação de uma aeronave funcionam devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que uma taxa média de queima deve ser de 50 cm/s. Sabe-se que o desvio-padrão da taxa de queima é $\sigma = 2$ cm/s. Considere que uma amostra aleatória de $n = 25$ forneceu uma taxa média amostra de queima de $\bar{x} = 51.3$ cm/s. Que conclusões poderiam ser tiradas a um nível $\alpha = 5\%$ de significância.

- Sol.: primeiro note que o parâmetro de interesse é μ (taxa média de queima do propelente).
- Podemos aplicar um T.H considerando as hipóteses:

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

- Temos que a estatística de teste é $z_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{51.3-50}{2/\sqrt{25}} = 3.25$.

Exemplo

Exemplo: Os sistemas de escape da tripulação de uma aeronave funcionam devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que uma taxa média de queima deve ser de 50 cm/s. Sabe-se que o desvio-padrão da taxa de queima é $\sigma = 2$ cm/s. Considere que uma amostra aleatória de $n = 25$ forneceu uma taxa média amostra de queima de $\bar{x} = 51.3$ cm/s. Que conclusões poderiam ser tiradas a um nível $\alpha = 5\%$ de significância.

- Sol.: primeiro note que o parâmetro de interesse é μ (taxa média de queima do propelente).
- Podemos aplicar um T.H considerando as hipóteses:

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

- Temos que a estatística de teste é $z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{51.3 - 50}{2/\sqrt{25}} = 3.25$.

Exemplo

Exemplo: Os sistemas de escape da tripulação de uma aeronave funcionam devido a um propelente sólido. A taxa de queima desse propelente é uma característica importante do produto. As especificações requerem que uma taxa média de queima deve ser de 50 cm/s. Sabe-se que o desvio-padrão da taxa de queima é $\sigma = 2$ cm/s. Considere que uma amostra aleatória de $n = 25$ forneceu uma taxa média amostra de queima de $\bar{x} = 51.3$ cm/s. Que conclusões poderiam ser tiradas a um nível $\alpha = 5\%$ de significância.

- Sol.: primeiro note que o parâmetro de interesse é μ (taxa média de queima do propelente).
- Podemos aplicar um T.H considerando as hipóteses:

$$H_0 : \mu = 50 \qquad \text{contra} \qquad H_1 : \mu \neq 50$$

- Temos que a estatística de teste é $z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{51.3 - 50}{2 / \sqrt{25}} = 3.25.$

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0, 1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.
- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0,1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.
- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0, 1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.
- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0,1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.

- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0, 1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

  e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.
- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.

Cont. do exemplo

- Temos que o valor do nível de significância é $\alpha = 5\%$, logo $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ e $z_{0.025}$ é tal que $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$, em que $Z \sim N(0, 1)$, ou seja, $z_{0.025} = 1.96$.
- Logo, como a região de rejeição do teste é

$$A_1 = \{Z_0 > z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad Z_0 < -z_{\frac{\alpha}{2}}\}$$

  e temos que $3.25 > 1.96$, então rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.
- Interpretação: Conclui-se que a taxa média de queima difere de 50 cm/s, com base na amostra coletada.
- De fato, há forte evidência de que a taxa média de queima exceda 50 cm por segundo.