Probabilidade e estatística - Aula 3

Probabilidade condicional

Dr. Giannini Italino Alves Vieira

Universidade Federal do Ceará - Campus de Crateús

Março, 2024

Probabilidade condicional

Motivação

Veremos, a seguir, um importante conceito da teoria de probabilidades. A importância desse conceito reside no fato de que em muitas situações podemos estar interessados em calcular probabilidade de um evento dado que temos alguma informação prévia sobre a ocorrência de outro evento.

- Ou seja, essas informações preliminares podem alterar as probabilidades de eventos.
- Por exemplo, a probabilidade de chover no final da tarde de hoje poderia ser diferente se soubéssemos algumas informações adicionais, como a situação climática do dia anterior.
- Probabilidades condicionais, além de serem úteis para modelar situações práticas, também são úteis quando queremos calcular probabilidades de eventos cuja caracterização não é simples de estabelecer. Veremos que, nesses casos, um condicionamento em eventos mais simples pode ser conveniente e tornar os cálculos de probabilidades mais simples.
- A probabilidade de um evento A ocorrer dado que um evento B ocorreu é o que chamamos de **probabilidade condicional** de A dado B e é definida, formalmente, da seguinte maneira:

Probabilidade condicional

Motivação

Veremos, a seguir, um importante conceito da teoria de probabilidades. A importância desse conceito reside no fato de que em muitas situações podemos estar interessados em calcular probabilidade de um evento dado que temos alguma informação prévia sobre a ocorrência de outro evento.

- Ou seja, essas informações preliminares podem alterar as probabilidades de eventos.
- Por exemplo, a probabilidade de chover no final da tarde de hoje poderia ser diferente se soubéssemos algumas informações adicionais, como a situação climática do dia anterior.
- Probabilidades condicionais, além de serem úteis para modelar situações práticas, também são úteis quando queremos calcular probabilidades de eventos cuja caracterização não é simples de estabelecer. Veremos que, nesses casos, um condicionamento em eventos mais simples pode ser conveniente e tornar os cálculos de probabilidades mais simples.
- A probabilidade de um evento A ocorrer dado que um evento B ocorreu é o que chamamos de **probabilidade condicional** de A dado B e é definida, formalmente, da seguinte maneira:

Probabilidade condicional

Motivação

Veremos, a seguir, um importante conceito da teoria de probabilidades. A importância desse conceito reside no fato de que em muitas situações podemos estar interessados em calcular probabilidade de um evento dado que temos alguma informação prévia sobre a ocorrência de outro evento.

- Ou seja, essas informações preliminares podem alterar as probabilidades de eventos.
- Por exemplo, a probabilidade de chover no final da tarde de hoje poderia ser diferente se soubéssemos algumas informações adicionais, como a situação climática do dia anterior.
- Probabilidades condicionais, além de serem úteis para modelar situações práticas, também são úteis quando queremos calcular probabilidades de eventos cuja caracterização não é simples de estabelecer. Veremos que, nesses casos, um condicionamento em eventos mais simples pode ser conveniente e tornar os cálculos de probabilidades mais simples.
- A probabilidade de um evento A ocorrer dado que um evento B ocorreu é o que chamamos de **probabilidade condicional** de A dado B e é definida, formalmente, da seguinte maneira:

Probabilidade condicional

Motivação

Veremos, a seguir, um importante conceito da teoria de probabilidades. A importância desse conceito reside no fato de que em muitas situações podemos estar interessados em calcular probabilidade de um evento dado que temos alguma informação prévia sobre a ocorrência de outro evento.

- Ou seja, essas informações preliminares podem alterar as probabilidades de eventos.
- Por exemplo, a probabilidade de chover no final da tarde de hoje poderia ser diferente se soubéssemos algumas informações adicionais, como a situação climática do dia anterior.
- Probabilidades condicionais, além de serem úteis para modelar situações práticas, também são úteis quando queremos calcular probabilidades de eventos cuja caracterização não é simples de estabelecer. Veremos que, nesses casos, um condicionamento em eventos mais simples pode ser conveniente e tornar os cálculos de probabilidades mais simples.
- A probabilidade de um evento A ocorrer dado que um evento B ocorreu é o que chamamos de **probabilidade condicional** de A dado B e é definida, formalmente, da seguinte maneira:

Probabilidade condicional

Motivação

Veremos, a seguir, um importante conceito da teoria de probabilidades. A importância desse conceito reside no fato de que em muitas situações podemos estar interessados em calcular probabilidade de um evento dado que temos alguma informação prévia sobre a ocorrência de outro evento.

- Ou seja, essas informações preliminares podem alterar as probabilidades de eventos.
- Por exemplo, a probabilidade de chover no final da tarde de hoje poderia ser diferente se soubéssemos algumas informações adicionais, como a situação climática do dia anterior.
- Probabilidades condicionais, além de serem úteis para modelar situações práticas, também são úteis quando queremos calcular probabilidades de eventos cuja caracterização não é simples de estabelecer. Veremos que, nesses casos, um condicionamento em eventos mais simples pode ser conveniente e tornar os cálculos de probabilidades mais simples.
- A probabilidade de um evento A ocorrer dado que um evento B ocorreu é o que chamamos de **probabilidade condicional** de A dado B e é definida, formalmente, da seguinte maneira:

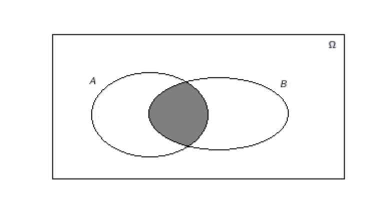
Probabilidade Condicional

Definição

Definição: Sejam A e B eventos de Ω, com $P(B) > 0$. Definimos a probabilidade condicional do evento A dado o evento B por

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},$$

se $P(B) = 0$, então $P(A|B) = P(A)$.



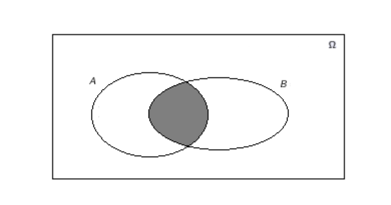
Uma possível interpretação da probabilidade acima, é que se imaginarmos que as probabilidades dos eventos A e B $A \cap B$ como sendo proporcionais às suas áreas, então $P(A|B)$ é a proporção do evento B que é ocupada pelo evento A.

Definição

Definição: Sejam A e B eventos de Ω, com $P(B) > 0$. Definimos a probabilidade condicional do evento A dado o evento B por

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},$$

se $P(B) = 0$, então $P(A|B) = P(A)$.



Uma possível interpretação da probabilidade acima, é que se imaginarmos que as probabilidades dos eventos A e B $A \cap B$ como sendo proporcionais às suas áreas, então $P(A|B)$ é a proporção do evento B que é ocupada pelo evento A.

Probabilidade condicional

- É possível mostrar que a definição de probabilidade condicional acima é de fato uma probabilidade, ou seja, satisfaz os axiomas (Ax1), (Ax2) e (Ax3) da definição axiomática de probabilidade vista na aula anterior.
- Como $P(A|B)$ é uma probabilidade, então todas as propriedades apresentadas anteriormente para uma medida de probabilidade continuam sendo válidas. Como por exemplo:
  - $P(\emptyset|B) = 0$;
  - $P(A|B) = 1 - P(A^c|B)$.

Probabilidade condicional

- É possível mostrar que a definição de probabilidade condicional acima é de fato uma probabilidade, ou seja, satisfaz os axiomas (Ax1), (Ax2) e (Ax3) da definição axiomática de probabilidade vista na aula anterior.
- Como $P(A|B)$ é uma probabilidade, então todas as propriedades apresentadas anteriormente para uma medida de probabilidade continuam sendo válidas. Como por exemplo:
  - $P(\emptyset|B) = 0$;
  - $P(A|B) = 1 - P(A^c|B)$.

Probabilidade condicional

- É possível mostrar que a definição de probabilidade condicional acima é de fato uma probabilidade, ou seja, satisfaz os axiomas (Ax1), (Ax2) e (Ax3) da definição axiomática de probabilidade vista na aula anterior.
- Como $P(A|B)$ é uma probabilidade, então todas as propriedades apresentadas anteriormente para uma medida de probabilidade continuam sendo válidas. Como por exemplo:
  - $P(\emptyset|B) = 0$;
  - $P(A|B) = 1 - P(A^c|B)$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

  Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Exemplo

A fim de ilustrar a ideia básica de probabilidade condicional, considere novamente um exemplo visto na aula anterior:

- Exemplo: Suponha que lançamos um dado honesto duas vezes e as faces resultantes são observadas. Considere os seguintes eventos:
  - A: os resultados obtidos foram pares;
  - B: a soma dos resultados é igual a 6.
- Calculamos, na aula passada, as probabilidades de vários eventos. Suponha que queremos agora calcular a probabilidade dos resultados obtidos serem pares dado que a soma dos resultados foi igual a 6.
  Sol.: Recorde que $A = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$ e
  $B = \{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$. Logo, temos que $A \cap B = \{(2,4),(4,2)\}$. Logo, temos que

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}.$$

Recorde, da aula passada, que $P(A) = \frac{9}{36}$.

Teorema do produto de probabilidades

O teorema a seguir fornece uma maneira de calcular probabilidades de eventos ocorrerem de maneira simultânea por meio de probabilidades condicionais.

Teorema: Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos de Ω, tais que $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$. Então temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)) \ldots P(A_n|(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{n-1})).$$

- Por exemplo, para $n = 2$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1);$$

- Para $n = 3$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)).$$

- E assim por diante.

Teorema do produto de probabilidades

O teorema a seguir fornece uma maneira de calcular probabilidades de eventos ocorrerem de maneira simultânea por meio de probabilidades condicionais.

Teorema: Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos de Ω, tais que $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$. Então temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)) \ldots P(A_n|(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{n-1})).$$

- Por exemplo, para $n = 2$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1);$$

- Para $n = 3$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)).$$

- E assim por diante.

Teorema do produto de probabilidades

O teorema a seguir fornece uma maneira de calcular probabilidades de eventos ocorrerem de maneira simultânea por meio de probabilidades condicionais.

Teorema: Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos de Ω, tais que $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$. Então temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)) \ldots P(A_n|(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{n-1})).$$

- Por exemplo, para $n = 2$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1);$$

- Para $n = 3$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)).$$

- E assim por diante.

Teorema do produto de probabilidades

O teorema a seguir fornece uma maneira de calcular probabilidades de eventos ocorrerem de maneira simultânea por meio de probabilidades condicionais.

Teorema: Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos de Ω, tais que $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$. Então temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)) \ldots P(A_n|(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{n-1})).$$

- Por exemplo, para $n = 2$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1);$$

- Para $n = 3$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)).$$

- E assim por diante.

Teorema do produto de probabilidades

O teorema a seguir fornece uma maneira de calcular probabilidades de eventos ocorrerem de maneira simultânea por meio de probabilidades condicionais.

Teorema: Sejam $A_1, A_2, \ldots, A_n$ eventos de Ω, tais que $P(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$. Então temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)) \ldots P(A_n|(A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_{n-1})).$$

- Por exemplo, para $n = 2$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2|A_1);$$

- Para $n = 3$ o teorema acima afirma que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2)).$$

- E assim por diante.

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.

  Pelo teorema anterior, temos que

  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.

  Pelo teorema anterior, temos que

  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.
  Pelo teorema anterior, temos que
  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.
  Pelo teorema anterior, temos que
  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.
  Pelo teorema anterior, temos que
  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.
  Pelo teorema anterior, temos que
  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Exemplo

Suponha que selecionamos, ao acaso, sem reposição três cartas de um baralho contendo 52 cartas. Considere que queremos calcular a probabilidade de obtermos três reis.

- Sol.: Considere o evento A_i : retirar um rei na i-ésima extração. Note que nosso interesse é calcular a probabilidade do evento $A_1 \cap A_2 \cap A_3$, ou seja, calcular $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$.
  Pelo teorema anterior, temos que
  - $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$. Mas note que
  - $P(A_1) = \frac{4}{52}$;
  - $P(A_2|A_1) = \frac{3}{51}$;
  - $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{2}{50}$;
  - Logo, temos que

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}.$$

Partição

O conceito de partição, que veremos a seguir, será importante para entendermos dois importantes teoremas sobre a teoria de probabilidade, a saber: o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes (que veremos na próxima aula).

Definição:Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de Ω formam uma partição de Ω se satisfazem as condições a seguir:

- $A_i \cap A_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$. (Eventos são dois a dois disjuntos);
- $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. (União dos eventos resulta no espaço amostral).

Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$, $A_3 = \{5, 6\}$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição de Ω. Note que, por exemplo, $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2, 3\}$, $B_3 = \{4, 5\}$, $B_4 = \{6\}$ é outra partição de Ω.

Partição

O conceito de partição, que veremos a seguir, será importante para entendermos dois importantes teoremas sobre a teoria de probabilidade, a saber: o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes (que veremos na próxima aula).

Definição:Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de Ω formam uma partição de Ω se satisfazem as condições a seguir:

- $A_i \cap A_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$. (Eventos são dois a dois disjuntos);
- $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. (União dos eventos resulta no espaço amostral).

Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$, $A_3 = \{5, 6\}$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição de Ω. Note que, por exemplo, $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2, 3\}$, $B_3 = \{4, 5\}$, $B_4 = \{6\}$ é outra partição de Ω.

Partição

O conceito de partição, que veremos a seguir, será importante para entendermos dois importantes teoremas sobre a teoria de probabilidade, a saber: o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes (que veremos na próxima aula).

Definição:Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de Ω formam uma partição de Ω se satisfazem as condições a seguir:

- $A_i \cap A_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$. (Eventos são dois a dois disjuntos);
- $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. (União dos eventos resulta no espaço amostral).

Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$, $A_3 = \{5, 6\}$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição de Ω. Note que, por exemplo, $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2, 3\}$, $B_3 = \{4, 5\}$, $B_4 = \{6\}$ é outra partição de Ω.

Partição

O conceito de partição, que veremos a seguir, será importante para entendermos dois importantes teoremas sobre a teoria de probabilidade, a saber: o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes (que veremos na próxima aula).

Definição:Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de Ω formam uma partição de Ω se satisfazem as condições a seguir:

- $A_i \cap A_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$. (Eventos são dois a dois disjuntos);
- $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. (União dos eventos resulta no espaço amostral).

Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$, $A_3 = \{5, 6\}$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição de Ω. Note que, por exemplo, $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2, 3\}$, $B_3 = \{4, 5\}$, $B_4 = \{6\}$ é outra partição de Ω.

Partição

O conceito de partição, que veremos a seguir, será importante para entendermos dois importantes teoremas sobre a teoria de probabilidade, a saber: o teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes (que veremos na próxima aula).

Definição:Dizemos que os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_n$ de Ω formam uma partição de Ω se satisfazem as condições a seguir:

- $A_i \cap A_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$. (Eventos são dois a dois disjuntos);
- $\cup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$. (União dos eventos resulta no espaço amostral).

Por exemplo, se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $A_1 = \{1, 2, 3\}$, $A_2 = \{4\}$, $A_3 = \{5, 6\}$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição de Ω. Note que, por exemplo, $B_1 = \{1\}$, $B_2 = \{2, 3\}$, $B_3 = \{4, 5\}$, $B_4 = \{6\}$ é outra partição de Ω.

Teorema da probabilidade total

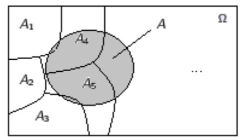
A ideia do teorema da probabilidade total é calcular a probabilidade de eventos, que podem não serem tão simples de serem caracterizados, por meio do condicionamento em eventos mais simples.

Teorema: Suponha que $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sejam eventos que formam uma partição de Ω e todos tem probabilidade positiva. Então, para qualquer evento A temos que

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i)$$

- Prova: Primeiro note que se A é um evento qualquer de Ω, então podemos decompor A da seguinte forma

$$A = (A \cap A_1) \cup (A \cap A_2) \cup (A \cap A_3) \ldots \cup (A \cap A_n)$$



Teorema da probabilidade total

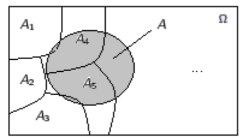
A ideia do teorema da probabilidade total é calcular a probabilidade de eventos, que podem não serem tão simples de serem caracterizados, por meio do condicionamento em eventos mais simples.

Teorema: Suponha que $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sejam eventos que formam uma partição de Ω e todos tem probabilidade positiva. Então, para qualquer evento A temos que

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i)$$

- Prova: Primeiro note que se A é um evento qualquer de Ω, então podemos decompor A da seguinte forma

$$A = (A \cap A_1) \cup (A \cap A_2) \cup (A \cap A_3) \ldots \cup (A \cap A_n)$$



Teorema da probabilidade total

- Note que os eventos $(A \cap A_1)$, $(A \cap A_2)$, $(A \cap A_3) \ldots (A \cap A_n)$ são dois a dois disjuntos, uma vez que os eventos A_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ formam uma partição de Ω.
- Logo, temos que

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \ldots P(A \cap A_n). \tag{1}$$

- Note ainda que $P(A|A_i) = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A_i)}$, ou seja, $P(A \cap A_i) = P(A|A_i)P(A_i)$, para todo $i = 1, 2, \ldots n$.
- Logo, podemos escrever a identidade (1) da forma

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3) + \ldots P(A|A_n)P(A_n).$$

ou seja,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i).$$

Teorema da probabilidade total

- Note que os eventos $(A \cap A_1)$, $(A \cap A_2)$, $(A \cap A_3) \ldots (A \cap A_n)$ são dois a dois disjuntos, uma vez que os eventos A_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ formam uma partição de Ω.
- Logo, temos que

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \ldots P(A \cap A_n). \tag{1}$$

- Note ainda que $P(A|A_i) = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A_i)}$, ou seja, $P(A \cap A_i) = P(A|A_i)P(A_i)$, para todo $i = 1, 2, \ldots n$.
- Logo, podemos escrever a identidade (1) da forma

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3) + \ldots P(A|A_n)P(A_n).$$

ou seja,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i).$$

Teorema da probabilidade total

- Note que os eventos $(A \cap A_1)$, $(A \cap A_2)$, $(A \cap A_3) \ldots (A \cap A_n)$ são dois a dois disjuntos, uma vez que os eventos A_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ formam uma partição de Ω.
- Logo, temos que

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \ldots P(A \cap A_n). \tag{1}$$

- Note ainda que $P(A|A_i) = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A_i)}$, ou seja, $P(A \cap A_i) = P(A|A_i)P(A_i)$, para todo $i = 1, 2, \ldots n$.
- Logo, podemos escrever a identidade (1) da forma

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3) + \ldots P(A|A_n)P(A_n).$$

ou seja,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i).$$

Teorema da probabilidade total

- Note que os eventos $(A \cap A_1)$, $(A \cap A_2)$, $(A \cap A_3) \ldots (A \cap A_n)$ são dois a dois disjuntos, uma vez que os eventos A_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ formam uma partição de Ω.
- Logo, temos que

$$P(A) = P(A \cap A_1) + P(A \cap A_2) + P(A \cap A_3) + \ldots P(A \cap A_n). \tag{1}$$

- Note ainda que $P(A|A_i) = \frac{P(A \cap A_i)}{P(A_i)}$, ou seja, $P(A \cap A_i) = P(A|A_i)P(A_i)$, para todo $i = 1, 2, \ldots n$.
- Logo, podemos escrever a identidade (1) da forma

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3) + \ldots P(A|A_n)P(A_n).$$

ou seja,

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|A_i)P(A_i).$$

Exemplos

A fim de ilustrar o teorema acima, considere o seguinte exemplo.

- Exemplo: Considere que uma fabrica produz chips que estão sujeito a um dos seguintes níveis de contaminação: baixo, médio ou alto. Suponha que em um lote particular da produção, 50% dos chips estão sujeitos a níveis de contaminação baixo, 30% a níveis de contaminação médio e 20% a níveis de contaminação alto. Considere que se um produto usar chip produzido por essa fábrica, então ele tem chance de falhar igual a 0.001 se o chip tiver nível de contaminação baixo, 0.01 se o chip tiver nível de contaminação médio e 0.1 se o chip tiver nível de contaminação alto. Qual a probabilidade de um produto falhar ao usar um desses chips?
  - Sol.: Considere que A é o evento composto por produtos que falham ao usarem um desses chips. Note que queremos calcular $P(A)$. Considere ainda os eventos:
    - A_1 o evento em que um chip tem nível baixo de contaminação;
    - A_2 o evento em que um chip tem nível médio de contaminação;
    - A_3 o evento em que um chip tem nível alto de contaminação;

Exemplos

A fim de ilustrar o teorema acima, considere o seguinte exemplo.

- Exemplo: Considere que uma fabrica produz chips que estão sujeito a um dos seguintes níveis de contaminação: baixo, médio ou alto. Suponha que em um lote particular da produção, 50% dos chips estão sujeitos a níveis de contaminação baixo, 30% a níveis de contaminação médio e 20% a níveis de contaminação alto. Considere que se um produto usar chip produzido por essa fábrica, então ele tem chance de falhar igual a 0.001 se o chip tiver nível de contaminação baixo, 0.01 se o chip tiver nível de contaminação médio e 0.1 se o chip tiver nível de contaminação alto. Qual a probabilidade de um produto falhar ao usar um desses chips?
  - Sol.: Considere que A é o evento composto por produtos que falham ao usarem um desses chips. Note que queremos calcular $P(A)$. Considere ainda os eventos:
    - A_1 o evento em que um chip tem nível baixo de contaminação;
    - A_2 o evento em que um chip tem nível médio de contaminação;
    - A_3 o evento em que um chip tem nível alto de contaminação;

Exemplos

A fim de ilustrar o teorema acima, considere o seguinte exemplo.

- Exemplo: Considere que uma fabrica produz chips que estão sujeito a um dos seguintes níveis de contaminação: baixo, médio ou alto. Suponha que em um lote particular da produção, 50% dos chips estão sujeitos a níveis de contaminação baixo, 30% a níveis de contaminação médio e 20% a níveis de contaminação alto. Considere que se um produto usar chip produzido por essa fábrica, então ele tem chance de falhar igual a 0.001 se o chip tiver nível de contaminação baixo, 0.01 se o chip tiver nível de contaminação médio e 0.1 se o chip tiver nível de contaminação alto. Qual a probabilidade de um produto falhar ao usar um desses chips?
  - Sol.: Considere que A é o evento composto por produtos que falham ao usarem um desses chips. Note que queremos calcular $P(A)$. Considere ainda os eventos:
    - A_1 o evento em que um chip tem nível baixo de contaminação;
    - A_2 o evento em que um chip tem nível médio de contaminação;
    - A_3 o evento em que um chip tem nível alto de contaminação;

Exemplos

A fim de ilustrar o teorema acima, considere o seguinte exemplo.

- Exemplo: Considere que uma fabrica produz chips que estão sujeito a um dos seguintes níveis de contaminação: baixo, médio ou alto. Suponha que em um lote particular da produção, 50% dos chips estão sujeitos a níveis de contaminação baixo, 30% a níveis de contaminação médio e 20% a níveis de contaminação alto. Considere que se um produto usar chip produzido por essa fábrica, então ele tem chance de falhar igual a 0.001 se o chip tiver nível de contaminação baixo, 0.01 se o chip tiver nível de contaminação médio e 0.1 se o chip tiver nível de contaminação alto. Qual a probabilidade de um produto falhar ao usar um desses chips?
  - Sol.: Considere que A é o evento composto por produtos que falham ao usarem um desses chips. Note que queremos calcular $P(A)$. Considere ainda os eventos:
    - A_1 o evento em que um chip tem nível baixo de contaminação;
    - A_2 o evento em que um chip tem nível médio de contaminação;
    - A_3 o evento em que um chip tem nível alto de contaminação;

Exemplos

A fim de ilustrar o teorema acima, considere o seguinte exemplo.

- Exemplo: Considere que uma fabrica produz chips que estão sujeito a um dos seguintes níveis de contaminação: baixo, médio ou alto. Suponha que em um lote particular da produção, 50% dos chips estão sujeitos a níveis de contaminação baixo, 30% a níveis de contaminação médio e 20% a níveis de contaminação alto. Considere que se um produto usar chip produzido por essa fábrica, então ele tem chance de falhar igual a 0.001 se o chip tiver nível de contaminação baixo, 0.01 se o chip tiver nível de contaminação médio e 0.1 se o chip tiver nível de contaminação alto. Qual a probabilidade de um produto falhar ao usar um desses chips?
  - Sol.: Considere que A é o evento composto por produtos que falham ao usarem um desses chips. Note que queremos calcular $P(A)$. Considere ainda os eventos:
    - A_1 o evento em que um chip tem nível baixo de contaminação;
    - A_2 o evento em que um chip tem nível médio de contaminação;
    - A_3 o evento em que um chip tem nível alto de contaminação;

Cont. do exemplo

- Observe que os eventos A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço amostral.
- Logo, podemos usar o teorema da probabilidade para calcular $P(A)$, ou seja,

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3),$$

em que $P(A_1) = 0.5$, $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.2$, $P(A|A_1) = 0.001$, $P(A|A_2) = 0.01$ e $P(A|A_3) = 0.1$. Logo,

$$P(A) = (0.001)(0.5) + (0.01)(0.3) + (0.1)(0.2) = 0.0235.$$

Cont. do exemplo

- Observe que os eventos A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço amostral.
- Logo, podemos usar o teorema da probabilidade para calcular $P(A)$, ou seja,

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3),$$

em que $P(A_1) = 0.5$, $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.2$, $P(A|A_1) = 0.001$, $P(A|A_2) = 0.01$ e $P(A|A_3) = 0.1$. Logo,

$$P(A) = (0.001)(0.5) + (0.01)(0.3) + (0.1)(0.2) = 0.0235.$$

Cont. do exemplo

- Observe que os eventos A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço amostral.
- Logo, podemos usar o teorema da probabilidade para calcular $P(A)$, ou seja,

$$P(A) = P(A|A_1)P(A_1) + P(A|A_2)P(A_2) + P(A|A_3)P(A_3),$$

em que $P(A_1) = 0.5$, $P(A_2) = 0.3$, $P(A_3) = 0.2$, $P(A|A_1) = 0.001$, $P(A|A_2) = 0.01$ e $P(A|A_3) = 0.1$. Logo,

$$P(A) = (0.001)(0.5) + (0.01)(0.3) + (0.1)(0.2) = 0.0235.$$

Outro exemplo

Exemplo: Falhas em teclados de computadores ocorrem devido a conexões elétricas imperfeitas (12%) ou a defeitos mecânicos (88%). Defeitos mecânicos estão relacionados a teclas soltas (27%) ou a montagens impróprias (73%). Defeitos de conexão elétrica são causados por fios defeituosos (35%), por conexões impróprias (13%) ou por fios mal soldados (52%).

(a) Encontre a probabilidade de uma falha ocorrer devido a teclas soltas.

- Sol.: Seja F_{TS} o evento composto por os teclados cuja falha foi devido a teclas soltas. Queremos calcular $P(F_{TS})$.
- Note que uma partição natural de Ω é a composta pelos eventos A_1 falhas foram devido a conexões elétricas imperfeitas e A_2 falhas foram devido a defeitos mecânicos. Note que

$$P(F_{TS}) = P(F_{TS}|A_1)P(A_1) + P(F_{TS}|A_2)P(A_2)$$

ou seja, como $P(A_1) = 12\%$, $P(A_2) = 88\%$, $P(F_{TS}|A_1) = 0$ e $P(F_{TS}|A_2) = 27\%$. Logo,

$$P(F_{TS}) = (27\%)(88\%) = 0,2376.$$

Exemplo: Falhas em teclados de computadores ocorrem devido a conexões elétricas imperfeitas (12%) ou a defeitos mecânicos (88%). Defeitos mecânicos estão relacionados a teclas soltas (27%) ou a montagens impróprias (73%). Defeitos de conexão elétrica são causados por fios defeituosos (35%), por conexões impróprias (13%) ou por fios mal soldados (52%).

(a) Encontre a probabilidade de uma falha ocorrer devido a teclas soltas.

- Sol.: Seja F_{TS} o evento composto por os teclados cuja falha foi devido a teclas soltas. Queremos calcular $P(F_{TS})$.
- Note que uma partição natural de Ω é a composta pelos eventos A_1 falhas foram devido a conexões elétricas imperfeitas e A_2 falhas foram devido a defeitos mecânicos. Note que

$$P(F_{TS}) = P(F_{TS}|A_1)P(A_1) + P(F_{TS}|A_2)P(A_2)$$

ou seja, como $P(A_1) = 12\%$, $P(A_2) = 88\%$, $P(F_{TS}|A_1) = 0$ e $P(F_{TS}|A_2) = 27\%$. Logo,

$$P(F_{TS}) = (27\%)(88\%) = 0,2376.$$

Outro exemplo

Exemplo: Falhas em teclados de computadores ocorrem devido a conexões elétricas imperfeitas (12%) ou a defeitos mecânicos (88%). Defeitos mecânicos estão relacionados a teclas soltas (27%) ou a montagens impróprias (73%). Defeitos de conexão elétrica são causados por fios defeituosos (35%), por conexões impróprias (13%) ou por fios mal soldados (52%).

(a) Encontre a probabilidade de uma falha ocorrer devido a teclas soltas.

- Sol.: Seja F_{TS} o evento composto por os teclados cuja falha foi devido a teclas soltas. Queremos calcular $P(F_{TS})$.
- Note que uma partição natural de Ω é a composta pelos eventos A_1 falhas foram devido a conexões elétricas imperfeitas e A_2 falhas foram devido a defeitos mecânicos. Note que

$$P(F_{TS}) = P(F_{TS}|A_1)P(A_1) + P(F_{TS}|A_2)P(A_2)$$

ou seja, como $P(A_1) = 12\%$, $P(A_2) = 88\%$, $P(F_{TS}|A_1) = 0$ e $P(F_{TS}|A_2) = 27\%$. Logo,

$$P(F_{TS}) = (27\%)(88\%) = 0,2376.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

  Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

  Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$

Cont. do exemplo

(b) Calcule a probabilidade de uma falha ocorrer devido a fios impropriamente conectados ou mal soldados.

- Sol.: Seja F_{IC} o evento composto por teclados cuja falha foi devido fios impropriamente conectados e F_{MS} o evento composto por teclados cuja falha foi devido a fios mal soldados. Queremos calcular $P(F_{IC} \cup F_{MS})$.
- Note que

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = P(F_{IC}) + P(F_{MS}) - P(F_{IC} \cap F_{MS})$$

  - Temos que $P(F_{IC}) = P(F_{IC}|A_1)P(A_1) + P(F_{IC}|A_2)P(A_2) = (13\%)(12\%) = 0.0156$,
  - $P(F_{MS}) = P(F_{MS}|A_1)P(A_1) + P(F_{MS}|A_2)P(A_2) = (52\%)(12\%) = 0.0624$.
  - $P(F_{IC} \cap F_{MS}) = 0$.

Logo,

$$P(F_{IC} \cup F_{MS}) = 0.0156 + 0.0624 = 0.078.$$