## Probabilidade e estatística - Aula 17 Intervalos de confiança

Dr. Giannini Italino Alves Vieira

Universidade Federal do Ceará - Campus de Crateús

2024

🚺 Intervalos de confiança - IC

IC para a média da distribuição normal com variância conhecida

lacksquare IC para a média  $\mu$  - amostras grandes

2 / 17

- Antes de iniciarmos um estudo sobre estimação intervalar, veremos primeiro um importante teorema (Teorema central do limite) que utilizaremos para construirmos um importante intervalo de confiança.
- ullet Vimos, em estimação pontual, que  $ar{X}$  (média da amostra) é um bom estimador
- ullet A distribuição de probabilidade de  $ar{X}$  é chamada de distribuição amostral da média.
- Veremos agora uma das mais importantes distribuições amostrais, que é a

- Antes de iniciarmos um estudo sobre estimação intervalar, veremos primeiro um importante teorema (Teorema central do limite) que utilizaremos para construirmos um importante intervalo de confiança.
- Vimos, em estimação pontual, que  $\bar{X}$  (média da amostra) é um bom estimador para a média de uma população.
- ullet A distribuição de probabilidade de  $ar{X}$  é chamada de distribuição amostral da média.
- Veremos agora uma das mais importantes distribuições amostrais, que é a distribuição da média.

3 / 17

- Antes de iniciarmos um estudo sobre estimação intervalar, veremos primeiro um importante teorema (Teorema central do limite) que utilizaremos para construirmos um importante intervalo de confiança.
- ullet Vimos, em estimação pontual, que  $ar{X}$  (média da amostra) é um bom estimador para a média de uma população.
- A distribuição de probabilidade de  $\bar{X}$  é chamada de distribuição amostral da média.
- Veremos agora uma das mais importantes distribuições amostrais, que é a

- Antes de iniciarmos um estudo sobre estimação intervalar, veremos primeiro um importante teorema (Teorema central do limite) que utilizaremos para construirmos um importante intervalo de confiança.
- ullet Vimos, em estimação pontual, que  $ar{X}$  (média da amostra) é um bom estimador para a média de uma população.
- ullet A distribuição de probabilidade de  $ar{X}$  é chamada de distribuição amostral da média.
- Veremos agora uma das mais importantes distribuições amostrais, que é a distribuição da média.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCl

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCL

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCL

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCL

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCL

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

• Intuitivamente, o teorema central do limite estabelece que se estivermos amostrando de uma população com distribuição de probabilidade desconhecida, então a distribuição amostral da média da amostra,  $\bar{X}$ , será aproximadamente normal de média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{n}$ , se o tamanho da amostra for grande.

#### Teorema central do limite - TCL

**Teorema**: Sejam  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra aleatória de tamanho n de uma população (finita ou infinita) com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Se  $\bar{X}$  for a média da amostra, então a forma limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Em muitos casos práticos, se  $n \ge 30$  a aproximação pela normal será satisfatória, independente da forma da população.
- ullet Se n < 30, o TCL se aplica, desde que a distribuição da população não difira muito da normal.

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- ullet Contudo, temos que  $ar{X}\sim N(75.5,rac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $rac{ar{X}-75.5}{3.5}\sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z\sim N(0.1)$ . Mas, temos que  $P(\bar{X}>75.75)=1-P(\bar{X}\leq75.75)$ , ou seja

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306$$

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X} \sim N(75.5, \frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} \sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z \sim N(0.1)$ . Mas, temos que  $P(\bar{X} > 75.75) = 1 - P(\bar{X} \le 75.75)$ , ou seja

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$$

4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 4□ > 4□

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- ullet Sol.: Temos que se  $ar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X} > 75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X}\sim N(75.5,\frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{2}}\sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$$

2024

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X} \sim N(75.5, \frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{6}} \sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z \sim N(0.1)$ . Mas, temos que  $P(\bar{X} > 75.75) = 1 - P(\bar{X} \le 75.75)$ , ou seja

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$$

→□→→□→→□→→□→□→□→□→□→□→□→

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X} \sim N(75.5, \frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} \sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z \sim N(0.1)$ . Mas, temos que  $P(\bar{X} > 75.75) = 1 - P(\bar{X} \le 75.75)$ , ou seja,

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$$

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X} \sim N(75.5, \frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} \sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z\sim \mathit{N}(0.1)$ . Mas, temos que  $P(ar{X}>75.75)=1-P(ar{X}\le75.75)$ , ou seja,

 $P(X > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$ 

→ロト 4回ト 4 差ト 4 差ト 差 めなべ

Exemplo: Uma fibra sintética usada na fabricação de carpete, tem uma resistência à tração que é normalmente distribuída, com uma média de 75.5 psi e um desvio-padrão de 3.5 psi. Encontre a probabilidade de uma amostra aleatória de n=6 corpos de prova de fibra ter resistência média amostral à tração que exceda 75.75 psi.

- Sol.: Temos que se  $\bar{X}$  é a resistência média amostral à tração, então queremos calcular  $P(\bar{X}>75.75)$ .
- Contudo, temos que  $\bar{X} \sim N(75.5, \frac{(3.5)^2}{6})$ , ou seja,  $\frac{\bar{X}-75.5}{\frac{3.5}{6}} \sim N(0,1)$
- Logo, temos que

$$P(\bar{X} > 75.75) = P\left(\frac{\bar{X} - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}} > \frac{75.75 - 75.5}{\frac{3.5}{\sqrt{6}}}\right) \approx P(Z > 0.174965)$$

Em que  $Z\sim \mathit{N}(0.1)$ . Mas, temos que  $P(\bar{X}>75.75)=1-P(\bar{X}\leq75.75)$ , ou seja,

$$P(\bar{X} > 75.75) \approx 1 - P(Z < 0.174965) \approx 0.4306.$$

→□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ 900

5 / 17

- Em estimação pontual vimos como um parâmetro populacional pode ser estimado a partir dos dados. Faremos agora um estudo sobre estimação intervalar.
- Intuitivamente, um intervalo de confianca é uma estimativa intervalar para um
- Veremos que, ao construirmos um intervalo de confiança para um parâmetro, não
- No entanto, veremos que o intervalo é construído de modo que tenhamos alta

- Em estimação pontual vimos como um parâmetro populacional pode ser estimado a partir dos dados. Faremos agora um estudo sobre estimação intervalar.
- Intuitivamente, um intervalo de confiança é uma estimativa intervalar para um parâmetro populacional, ou seja, é um intervalo que representa valores plausíveis para um parâmetro populacional.
- Veremos que, ao construirmos um intervalo de confiança para um parâmetro, não
- No entanto, veremos que o intervalo é construído de modo que tenhamos alta

- Em estimação pontual vimos como um parâmetro populacional pode ser estimado a partir dos dados. Faremos agora um estudo sobre estimação intervalar.
- Intuitivamente, um intervalo de confiança é uma estimativa intervalar para um parâmetro populacional, ou seja, é um intervalo que representa valores plausíveis para um parâmetro populacional.
- Veremos que, ao construirmos um intervalo de confiança para um parâmetro, não podemos estar certos de que esse intervalo conterá o parâmetro verdadeiro desconhecido, uma vez que usamos somente uma amostra da população para obter as estimativas pontuais e o intervalo.
- No entanto, veremos que o intervalo é construído de modo que tenhamos alta

- Em estimação pontual vimos como um parâmetro populacional pode ser estimado a partir dos dados. Faremos agora um estudo sobre estimação intervalar.
- Intuitivamente, um intervalo de confiança é uma estimativa intervalar para um parâmetro populacional, ou seja, é um intervalo que representa valores plausíveis para um parâmetro populacional.
- Veremos que, ao construirmos um intervalo de confiança para um parâmetro, não podemos estar certos de que esse intervalo conterá o parâmetro verdadeiro desconhecido, uma vez que usamos somente uma amostra da população para obter as estimativas pontuais e o intervalo.
- No entanto, veremos que o intervalo é construído de modo que tenhamos alta confiança de que ele contenha o parâmetro desconhecido da população.

- A fim de entender as ideias de um IC, consideremos a situação de obter um IC para a média,  $\mu$ , de uma população normal de variância conhecida,  $\sigma^2$ .
- Suponha que  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  seja uma amostra aleatória proveniente de uma
- Sabemos que  $\bar{X}$  é normalmente distribuída com média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{2}$ . Logo,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$



- A fim de entender as ideias de um IC, consideremos a situação de obter um IC para a média,  $\mu$ , de uma população normal de variância conhecida,  $\sigma^2$ .
- Suponha que  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2$ .
- Sabemos que  $\bar{X}$  é normalmente distribuída com média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{\sigma^2}$ . Logo.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$



- A fim de entender as ideias de um IC, consideremos a situação de obter um IC para a média,  $\mu$ , de uma população normal de variância conhecida,  $\sigma^2$ .
- Suponha que  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2$ .
- Sabemos que  $\bar{X}$  é normalmente distribuída com média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{2}$ . Logo, podemos padronizar  $\bar{X}$ , subtraindo da média e dividindo pelo desvio-padrão e concluir que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

- A fim de entender as ideias de um IC, consideremos a situação de obter um IC para a média,  $\mu$ , de uma população normal de variância conhecida.  $\sigma^2$ .
- Suponha que  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  seja uma amostra aleatória proveniente de uma população normal de média  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2$ .
- Sabemos que  $\bar{X}$  é normalmente distribuída com média  $\mu$  e variância  $\frac{\sigma^2}{2}$ . Logo, podemos padronizar  $\bar{X}$ , subtraindo da média e dividindo pelo desvio-padrão e concluir que

$$Z = rac{ar{X} - \mu}{rac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

- sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .
- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$1 \le \mu \le \mu$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .

- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$1 \le \mu \le u$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .

- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1=x_1, X_2=x_2, \ldots, X_n=x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$1 \le \mu \le u$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .

- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1=x_1, X_2=x_2, \ldots, X_n=x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$1 \le \mu \le u$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .

- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$1 \le \mu \le u$$

- Uma estimativa intervalar para  $\mu$  é um intervalo da forma  $I \leq \mu \leq u$  em que os extremos I e u são calculados a partir da amostra observada.
- Note que uma vez que diferentes amostras produzirão diferentes valores de I e u, então I e u são, na verdade, valores assumidos por variáveis aleatórias L e U.
- Considere que queremos obter valores de L e U de modo que

$$P\{L \le \mu \le U\} = 1 - \alpha$$

sendo  $\alpha \in [0,1]$ . Ou seja, há uma probabilidade de  $1-\alpha$  de selecionar uma amostra para o qual o IC conterá o valor verdadeiro de  $\mu$ .

- ullet A quantidade 1-lpha é chamada de coeficiente de confiança do intervalo.
- Uma vez selecionada a amostra, ou seja,  $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$ , e calculado I e u, então o intervalo

$$I \leq \mu \leq u$$

 Em nossa situação, de determinar IC para a média da distribuição normal com variância conhecida, temos que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - c$$

2024

 Em nossa situação, de determinar IC para a média da distribuição normal com variância conhecida, temos que

$$Z = rac{ar{X} - \mu}{rac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - c$$

2024

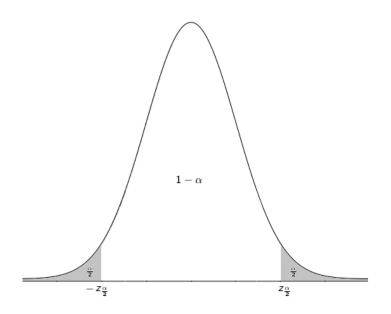
 Em nossa situação, de determinar IC para a média da distribuição normal com variância conhecida, temos que

$$Z = rac{ar{X} - \mu}{rac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

Logo, podemos determinar um intervalo de  $1-\alpha$  de coeficiente de confiança para  $\mu$  procedendo da forma:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Probabilidade e estatística 2024 9 / 17



#### Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda

$$P\left(-\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - c$$

◆ロト ◆問ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣り(で)

Dr. Giannini Italino

Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda

$$P\left(-\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

◆ロト ◆個ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣り○・

Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda,

$$P\left(-\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

◆ロト ◆個ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣り○・

• Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda,

$$P\left(-\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - c$$

◆ロト ◆個ト ◆恵ト ◆恵ト ・恵 ・ 釣り○・

Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda,

$$P\left(-\bar{X}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq -\mu \leq -\bar{X}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

◆ロト ◆個ト ◆生ト ◆生ト を めらぐ

Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda,

$$P\left(-\bar{X}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq -\mu\leq -\bar{X}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Dr. Giannini Italino

Probabilidade e estatística

Mas, note que:

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \Leftrightarrow P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

ou ainda,

$$P\left(-\bar{X}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq -\mu \leq -\bar{X}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$$

e finalmente

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

◆ロト ◆個ト ◆注ト ◆注ト 注 りへぐ

#### Portanto, temos que

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

em que  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  é obtido da tabela da normal padrão tal que  $P(Z>z_{\frac{\alpha}{2}})=\frac{\alpha}{2}$ .

Portanto, temos que

Se  $\bar{x}$  for a média de uma amostra aleatória de tamanho n proveniente de uma população normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida, então um intervalo de confiança para  $\mu$ , com  $100(1-\alpha)\%$  de confiança é

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Portanto, temos que

Se  $\bar{x}$  for a média de uma amostra aleatória de tamanho n proveniente de uma população normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida, então um intervalo de confiança para  $\mu$ , com  $100(1-\alpha)\%$  de confiança é

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Portanto, temos que

Se  $\bar{x}$  for a média de uma amostra aleatória de tamanho n proveniente de uma população normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida, então um intervalo de confiança para  $\mu$ , com  $100(1-\alpha)\%$  de confiança é

$$\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

em que  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  é obtido da tabela da normal padrão tal que  $P(Z>z_{\frac{\alpha}{2}})=\frac{\alpha}{2}$ .

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2=1000$ ,  $\bar{x}=3250$ , n=12 e  $100(1-\alpha)\%=95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2=1000$ ,  $\bar{x}=3250$ , n=12 e  $100(1-\alpha)\%=95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2=1000$ ,  $\bar{x}=3250$ , n=12 e  $100(1-\alpha)\%=95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

ullet Como estamos no caso de dados normais com variância conhecida, então sabemos que o IC para  $\mu$  com 1-lpha de coeficiente de confiança é

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2 = 1000$ ,  $\bar{x} = 3250$ , n = 12 e  $100(1 \alpha)\% = 95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha = 5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

ullet Como estamos no caso de dados normais com variância conhecida, então sabemos que o IC para  $\mu$  com 1-lpha de coeficiente de confiança é

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2=1000$ ,  $\bar{x}=3250$ , n=12 e  $100(1-\alpha)\%=95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2=1000$ ,  $\bar{x}=3250$ , n=12 e  $100(1-\alpha)\%=95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

ullet Como estamos no caso de dados normais com variância conhecida, então sabemos que o IC para  $\mu$  com 1-lpha de coeficiente de confianca é

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\sigma^2 = 1000$ ,  $\bar{x} = 3250$ , n = 12 e  $100(1 \alpha)\% = 95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha = 5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96)\frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96)\frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9]$$

$$\left[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- Temos que  $\sigma^2 = 1000$ ,  $\bar{x} = 3250$ , n = 12 e  $100(1 \alpha)\% = 95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha = 5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{\frac{0.05}{2}} = z_{0.025}$ .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z>z_{0.025})=0.025$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.025})=0.025=1-P(Z\leq z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.025})=1-0.025=0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025}=1.96$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96) \frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9].$$

 Como estamos no caso de dados normais com variância conhecida, então sabemos que o IC para  $\mu$  com  $1-\alpha$  de coeficiente de confiança é

$$\left[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- Temos que  $\sigma^2 = 1000$ ,  $\bar{x} = 3250$ , n = 12 e  $100(1 \alpha)\% = 95\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=5\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.05}{2}}=z_{0.025}$  .
- Recorde que  $z_{0.025}$  é tal que  $P(Z > z_{0.025}) = 0.025$ , ou seja,  $P(Z > z_{0.025}) = 0.025 = 1 - P(Z < z_{0.025})$ . Portanto,  $P(Z \le z_{0.025}) = 1 - 0.025 = 0.975$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.025} = 1.96$ .
- lacktriangle Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[3250 - (1.96)\frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}, 3250 + (1.96)\frac{\sqrt{(1000)}}{\sqrt{12}}] \Leftrightarrow [3232.1, 3267.9].$$

Probabilidade e estatística

- No exemplo anterior obtivemos o IC [3232.1, 3267.9] com 95% de confiança para μ. Logo, uma primeira tentativa de conclusão natural seria concluir que com 95%
- Contudo, note que isso é falso, uma vez que um IC é um intervalo aleatório.
- A interpretação correta é a de que se um numero de amostras é coletado e se um
- Por exemplo, no IC de confianca obtido no exemplo anterior, ou seja, um intervalo

- No exemplo anterior obtivemos o IC [3232.1, 3267.9] com 95% de confiança para  $\mu$ . Logo, uma primeira tentativa de conclusão natural seria concluir que com 95% de probabilidade teríamos  $\mu$  dentro desse intervalo.
- Contudo, note que isso é falso, uma vez que um IC é um intervalo aleatório.
- A interpretação correta é a de que se um numero de amostras é coletado e se um intervalo de confiança  $100(1-\alpha)\%$  para  $\mu$  é calculado, a partir de cada amostra, então  $100(1-\alpha)\%$  desses intervalos conterão o valor verdadeiro de  $\mu$ .
- ullet Por exemplo, no IC de confiança obtido no exemplo anterior, ou seja, um intervalo de 95% de confiança, teríamos que 5% dos intervalos falhariam em conter o verdadeiro valor do parâmetro  $\mu$ .

- No exemplo anterior obtivemos o IC [3232.1, 3267.9] com 95% de confiança para  $\mu$ . Logo, uma primeira tentativa de conclusão natural seria concluir que com 95% de probabilidade teríamos  $\mu$  dentro desse intervalo.
- Contudo, note que isso é falso, uma vez que um IC é um intervalo aleatório.
- A interpretação correta é a de que se um numero de amostras é coletado e se um
- Por exemplo, no IC de confianca obtido no exemplo anterior, ou seja, um intervalo

- No exemplo anterior obtivemos o IC [3232.1, 3267.9] com 95% de confiança para  $\mu$ . Logo, uma primeira tentativa de conclusão natural seria concluir que com 95% de probabilidade teríamos  $\mu$  dentro desse intervalo.
- Contudo, note que isso é falso, uma vez que um IC é um intervalo aleatório.
- A interpretação correta é a de que se um numero de amostras é coletado e se um intervalo de confiança  $100(1-\alpha)\%$  para  $\mu$  é calculado, a partir de cada amostra, então  $100(1-\alpha)\%$  desses intervalos conterão o valor verdadeiro de  $\mu$ .
- Por exemplo, no IC de confiança obtido no exemplo anterior, ou seja, um intervalo

- No exemplo anterior obtivemos o IC [3232.1, 3267.9] com 95% de confiança para  $\mu$ . Logo, uma primeira tentativa de conclusão natural seria concluir que com 95% de probabilidade teríamos  $\mu$  dentro desse intervalo.
- Contudo, note que isso é falso, uma vez que um IC é um intervalo aleatório.
- A interpretação correta é a de que se um numero de amostras é coletado e se um intervalo de confiança  $100(1-\alpha)\%$  para  $\mu$  é calculado, a partir de cada amostra, então  $100(1-\alpha)\%$  desses intervalos conterão o valor verdadeiro de  $\mu$ .
- Por exemplo, no IC de confianca obtido no exemplo anterior, ou seja, um intervalo de 95% de confiança, teríamos que 5% dos intervalos falhariam em conter o verdadeiro valor do parâmetro  $\mu$ .

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- $\bullet$  Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i}-\bar{X})^{2}}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i}-\bar{X})^{2}}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i}-\bar{X})^{2}}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L estabelece que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{i}-\bar{X})^{2}}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L estabelece que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

tem distribuição normal padrão aproximada.

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \bar{X})^2}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L estabelece que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

tem distribuição normal padrão aproximada.

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para obter um IC para  $\mu$ . Contudo, observe que  $\sigma^2$  é desconhecido.
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \bar{X})^2}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L estabelece que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

tem distribuição normal padrão aproximada.

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para obter um IC para  $\mu$ . Contudo, observe que  $\sigma^2$  é desconhecido.
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{n-1}}$ . Essa troca tem

- No intervalo obtido anteriormente, consideramos que a distribuição da população é normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  conhecida.
- ullet Veremos agora um IC para  $\mu$  considerando amostras grandes. Esse intervalo não requer suposição de normalidade dos dados e nem do conhecimento sobre a variância.
- Seja  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  uma amostra proveniente de uma população X com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ambas desconhecidas. Recorde que se n for grande, o T.C.L estabelece que

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

tem distribuição normal padrão aproximada.

- Logo, poderíamos proceder da forma como fizemos no intervalo anterior, para obter um IC para  $\mu$ . Contudo, observe que  $\sigma^2$  é desconhecido.
- Logo, como n é grande, podemos trocar  $\sigma$  por  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i \bar{X})^2}{n-1}}$ . Essa troca tem pouco efeito na distribuição de Z.

ullet Portanto, quando n é grande temos que a grandeza  $Z=rac{ar{X}-\mu}{\sigma_{\overline{z}}}$  tem distribuição normal padrão aproximada. Então, um IC com  $100(1-\alpha)\%$  para  $\mu$ , para amostras grandes, é

$$\left[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

• Geralmente, para n > 40 pode-se usar esse resultado de maneira confiável.

ullet Portanto, quando n é grande temos que a grandeza  $Z=rac{ar{X}-\mu}{\sigma_{\overline{z}}}$  tem distribuição normal padrão aproximada. Então, um IC com  $100(1-\alpha)\%$  para  $\mu$ , para amostras grandes, é

$$\left[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

• Geralmente, para n > 40 pode-se usar esse resultado de maneira confiável.

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.01}{2}}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.01}{2}}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{\frac{0.01}{2}}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

ullet Como estamos no caso de dados quaisquer com variância desconhecida, então sabemos que o IC aproximado para  $\mu$  com 1-lpha de coeficiente de confiança é

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- lacktriangle Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$

$$[\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}},\bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]$$

- Temos que  $\bar{x}=0.5250$  e s=0.3486, n=53 e  $100(1-\alpha)\%=99\%$ . Logo, temos ainda  $\alpha=1\%$  e  $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.01}=z_{0.005}$ .
- Recorde que  $z_{0.005}$  é tal que  $P(Z>z_{0.005})=0.005$ , ou seja,  $P(Z>z_{0.005})=0.005=1-P(Z\leq z_{0.005})$ . Portanto,  $P(Z\leq z_{0.005})=1-0.005=0.995$ , o que implica, pela tabela da normal padrão, que  $z_{0.005}\approx 2.57$ .
- ullet Dessa forma, temos que o IC para  $\mu$  é

$$[0.5250 - (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}, 0.5250 + (2.57) \frac{0.3486}{\sqrt{53}}] \Leftrightarrow [0.4019, 0.6480].$$