Wprowadzenie

Celem niniejszego dokumentu jest porównanie wyników zwaranych przez algorytm projektujący graf na przestrzeń d-wymiarową. Wyniki algorytmu są prezentowane na wykresie punktowym - w przypadku wartości $d > 2$ wynik algorytmu jest dodatkowo rzutowany na przestrzeń 2-wymiarową za pomocą gotowego algorytmu PCA. Dla porównania wyniki algorytmu używającego funkcję scipy.optimize.minimize są zestawione z algorytmem zwracającym podobne wyniki, ale wyznaczający je przy pomocy wartości i wektorów własnych.

In [ ]:
```
import main
np.random.seed(44)
```

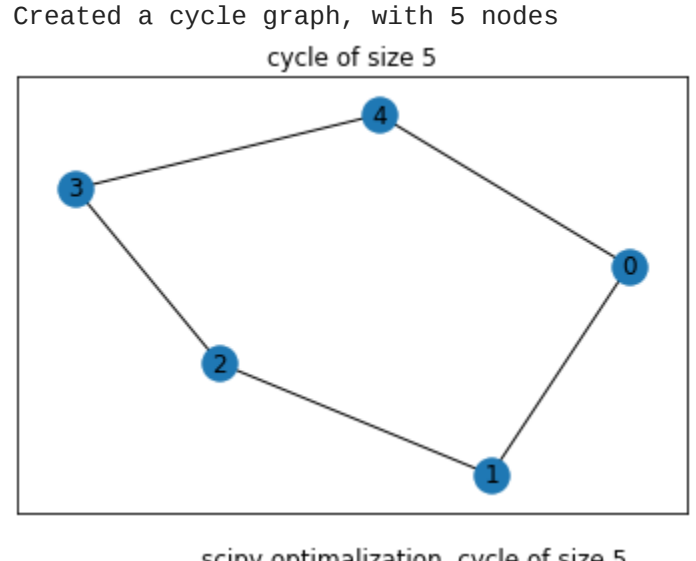
Porównanie algorytmów

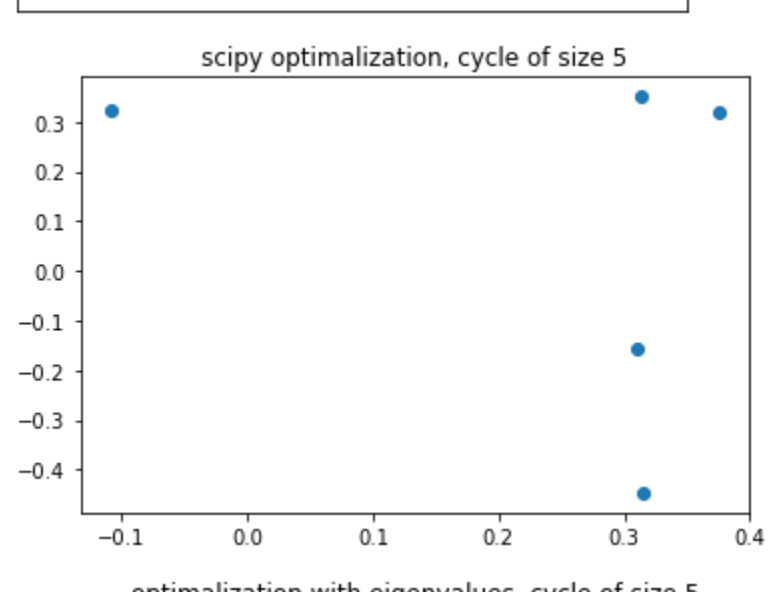
Poniżej porównujemy wyniki algorytmów dla różnych wartości d na reprezentatywnych przykładach - cyklu, grafie sztangowym, oraz grafie Barabasi-Alberta.

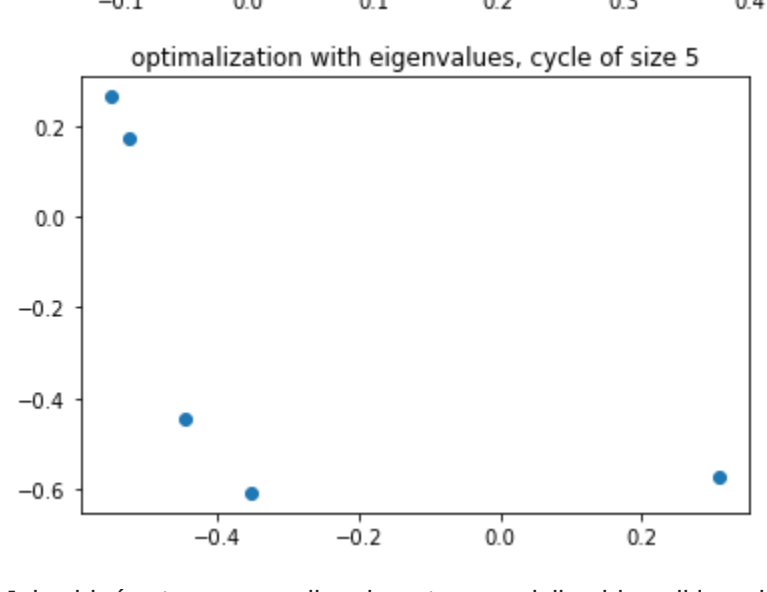
In [ ]:
```
# examples
# two dimensional projection

n = 5
graph = Graph()
graph.cycle_graph(n)
graph.show_results("cycle")
```

```
Created a cycle graph, with 5 nodes
```



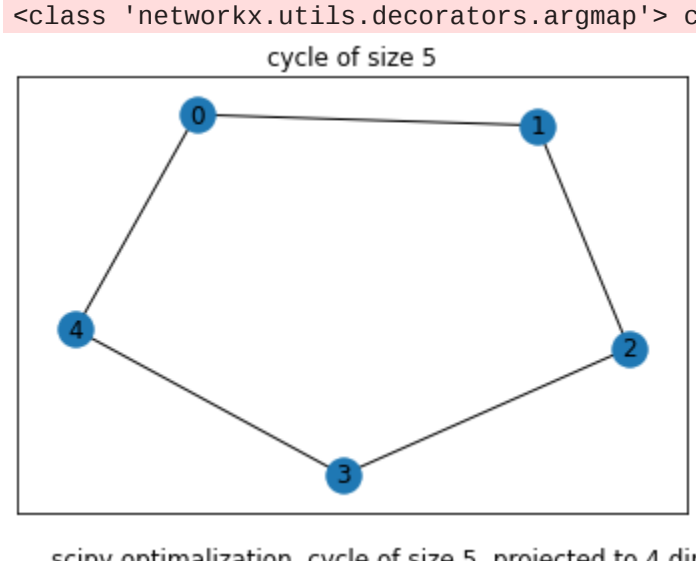


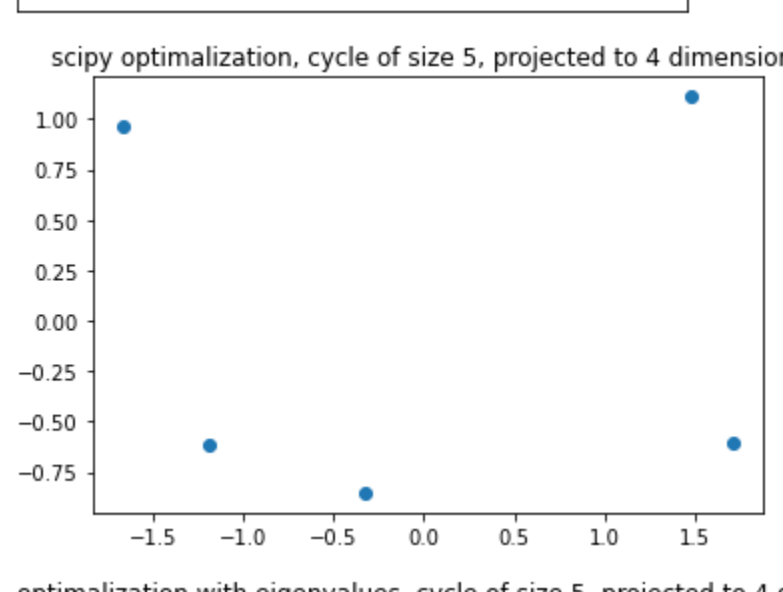


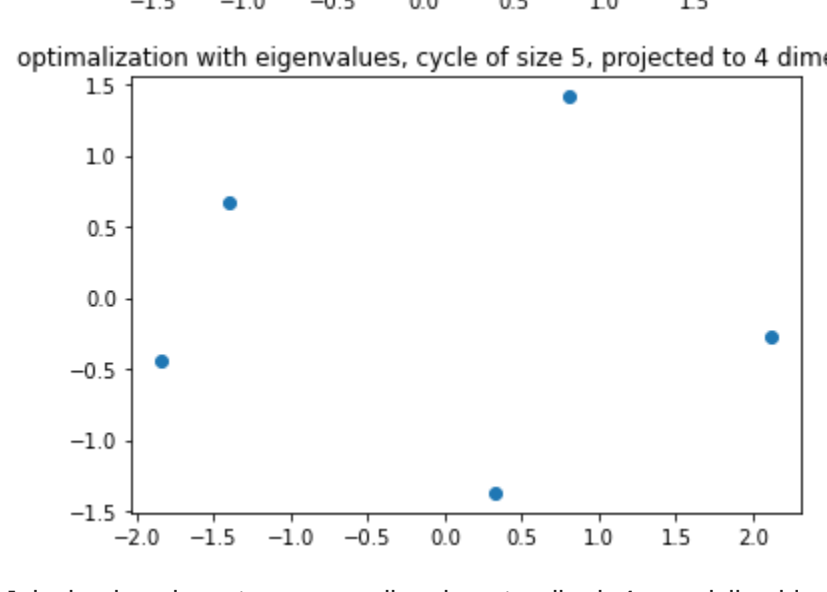
Jak widać w tym przypadku algorytm poradził sobie całkiem dobrze, reprezentacja cyklu o 5 wierzchołkach wygląda poprawnie.

In [ ]:
```
n = 5
graph = Graph()
graph.cycle_graph(n)
graph.show_results("cycle", 4)
```

```
Created a cycle graph, with 5 nodes
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```



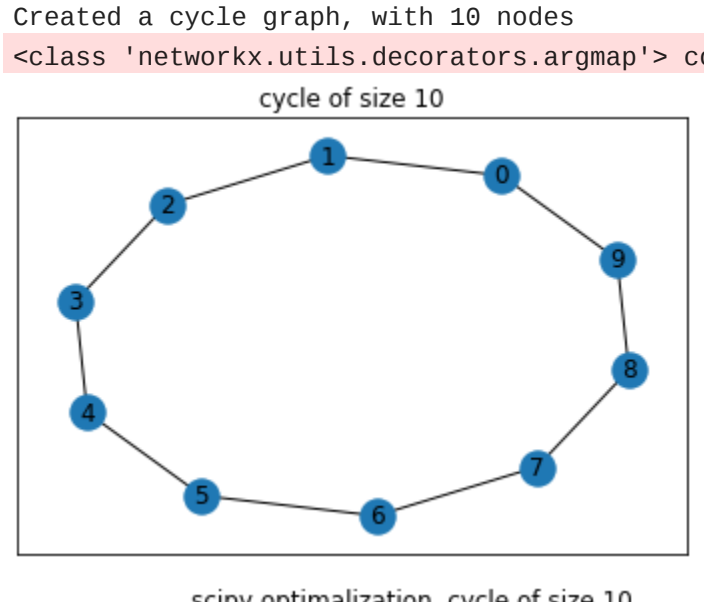


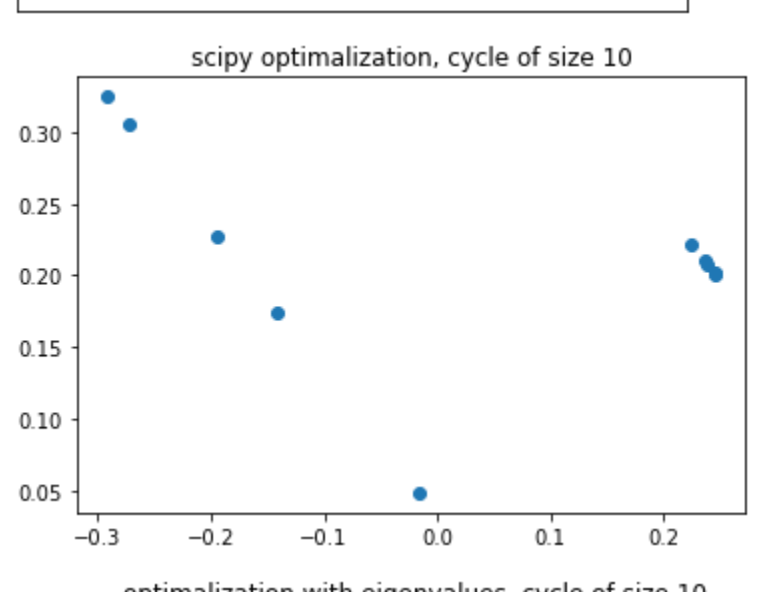


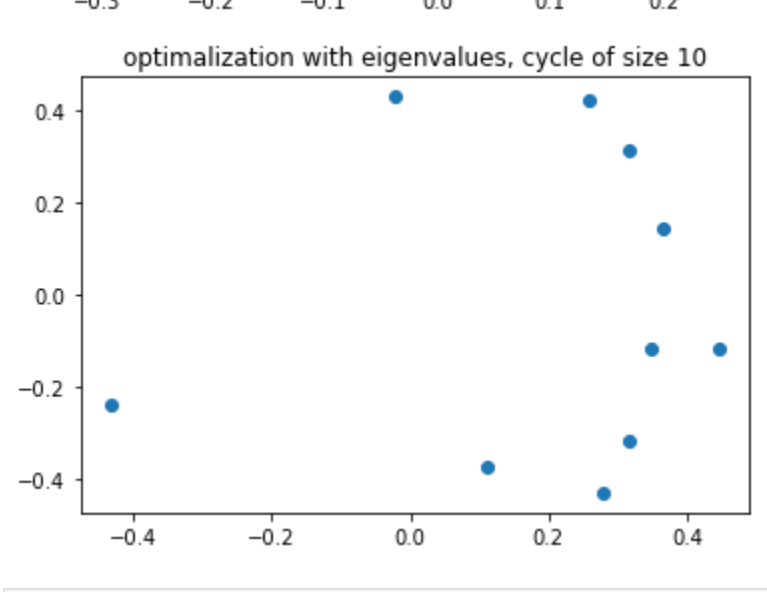
Jak się okazuje, w tym przypadku algorytm dla d=4 poradził sobie znacznie lepiej niż wersja z d=2 - w obu przypadkach (algorytmu z scipy.optimize.minimize oraz za pomocą liczenia wartości własnych)

In [ ]:
```
n = 10
graph.cycle_graph(n)
graph.show_results("cycle")
```

```
Created a cycle graph, with 10 nodes
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```

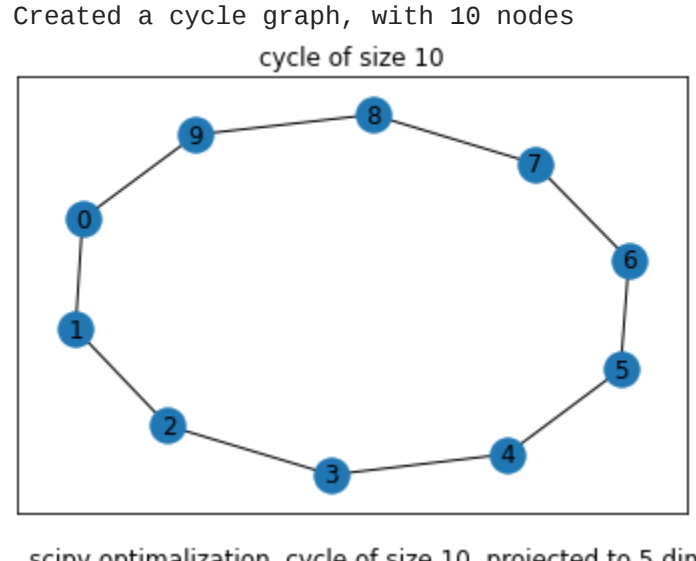


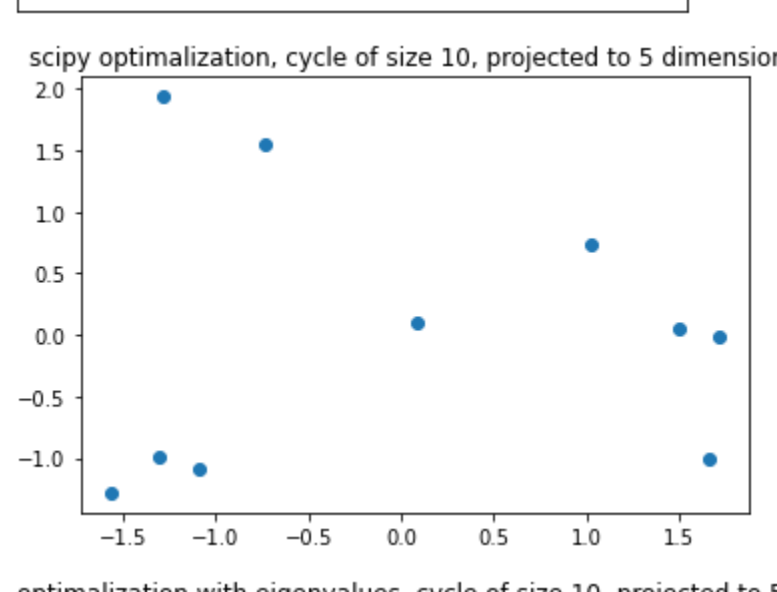


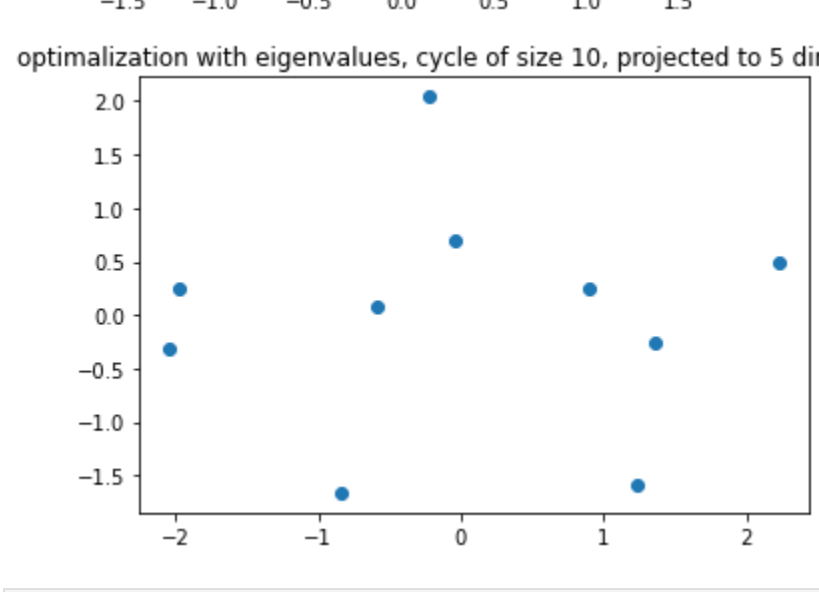


In [ ]:
```
n = 10
graph = Graph()
graph.cycle_graph(n)
graph.show_results("cycle", 5)
```

```
Created a cycle graph, with 10 nodes
```

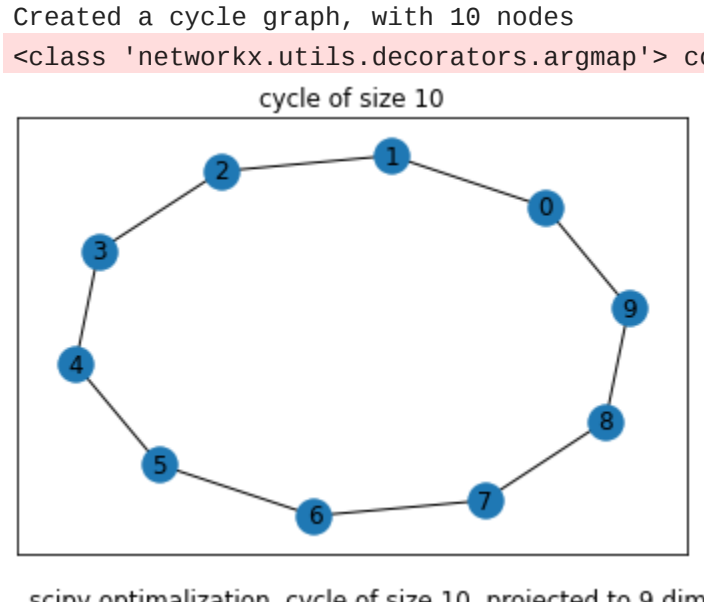


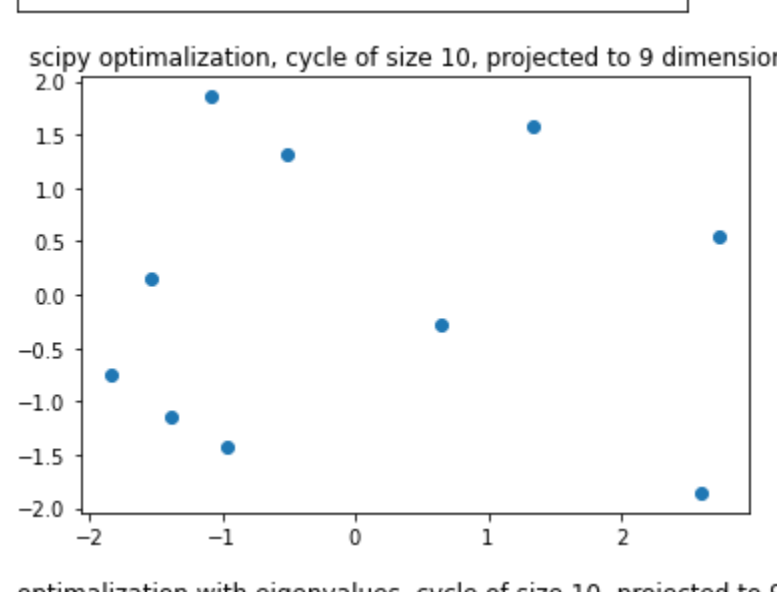


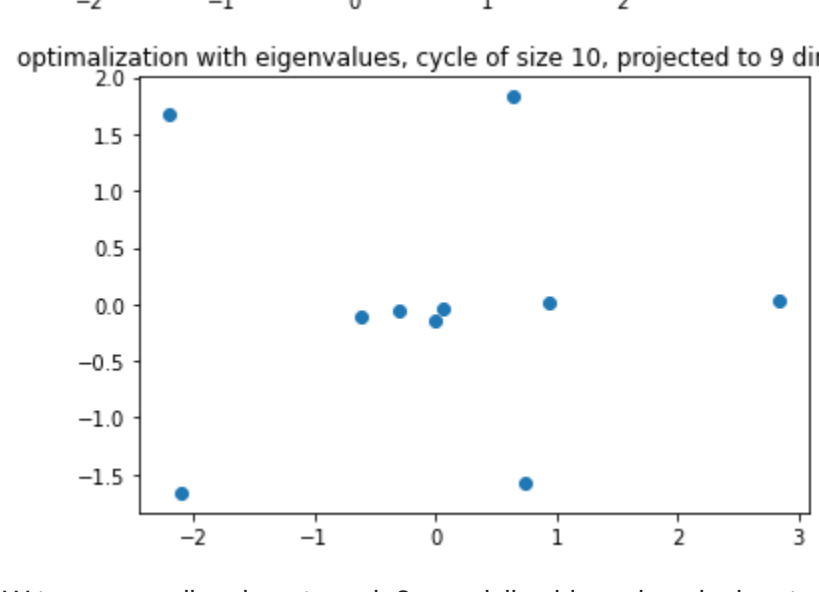


In [ ]:
```
n = 10
graph = Graph()
graph.cycle_graph(n)
graph.show_results("cycle", 9)
```

```
Created a cycle graph, with 10 nodes
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```





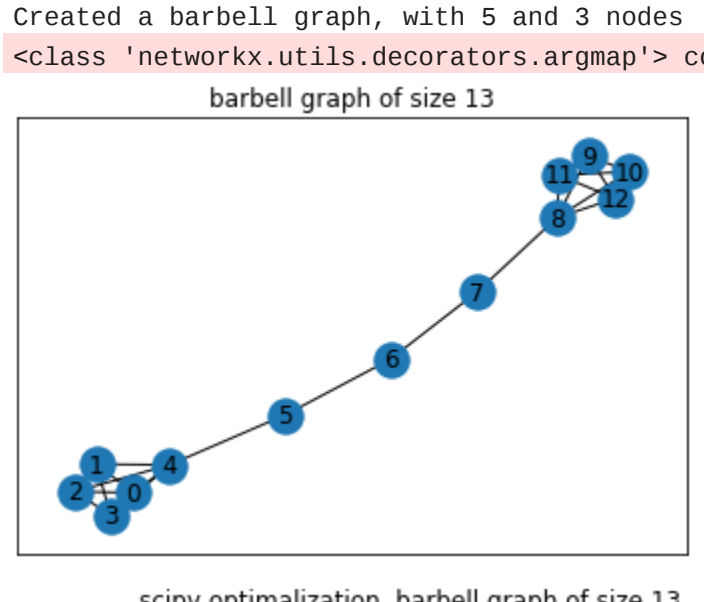


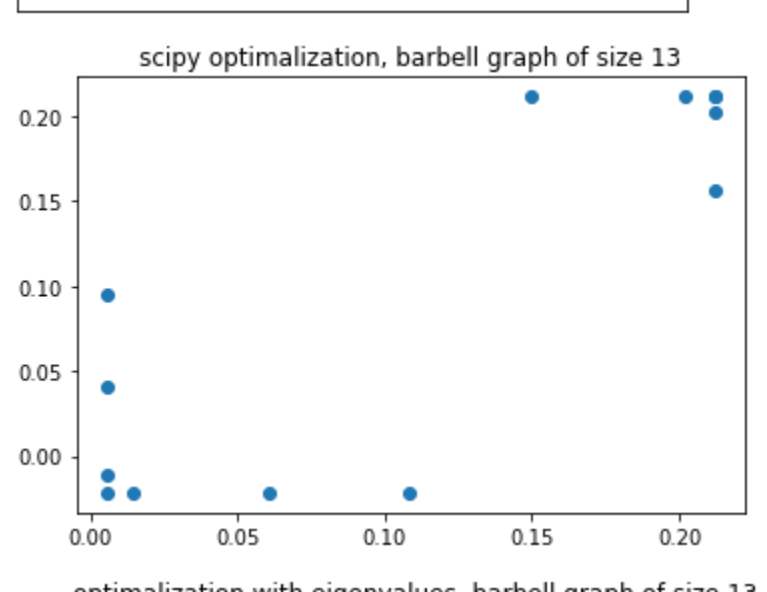
W tym przypadku algorytm z d=2 poradził sobie moim zdaniem trochę lepiej niż dla d=5. Mimo długiego czasu wykonywania obliczeń, najlepiej sprawdził się jednak algorytm dla d=9 - mimo drobnych zakłóceń, reprezentacja grafu najbardziej przypomina cykl.

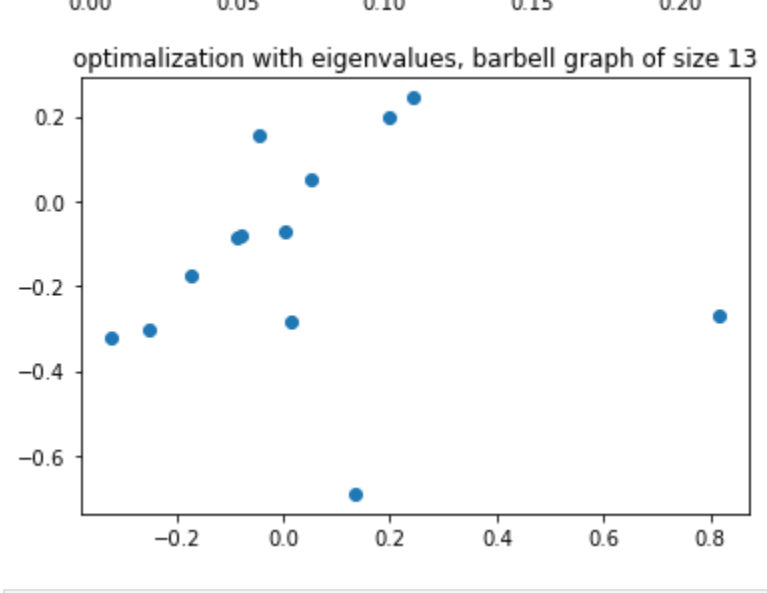
Jeżeli chodzi o optymalizacje przy użyciu wartości własnych najlepiej sprawdził się algorytm dla d=2.

In [ ]:
```
graph.barbell_graph(5, 3)
graph.show_results("barbell graph")
```

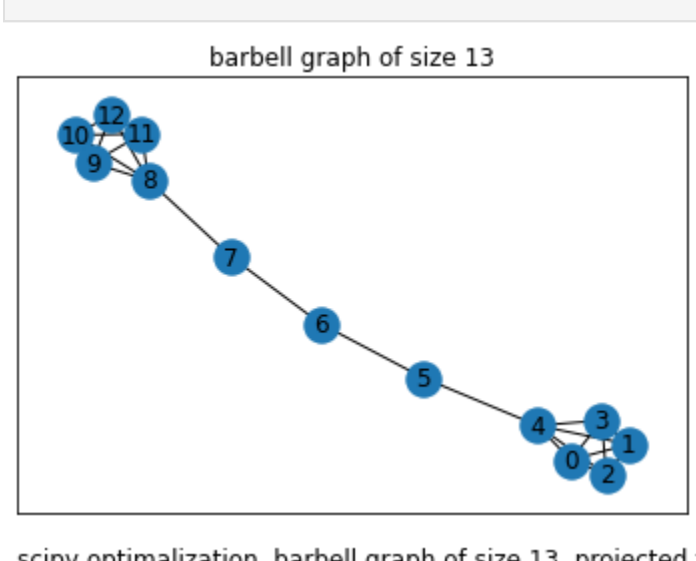
```
Created a barbell graph, with 5 and 3 nodes
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```

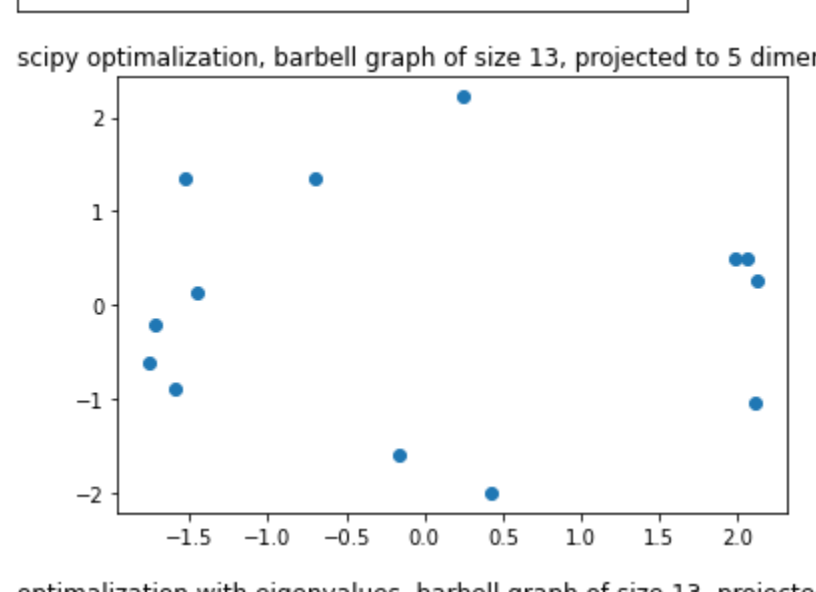


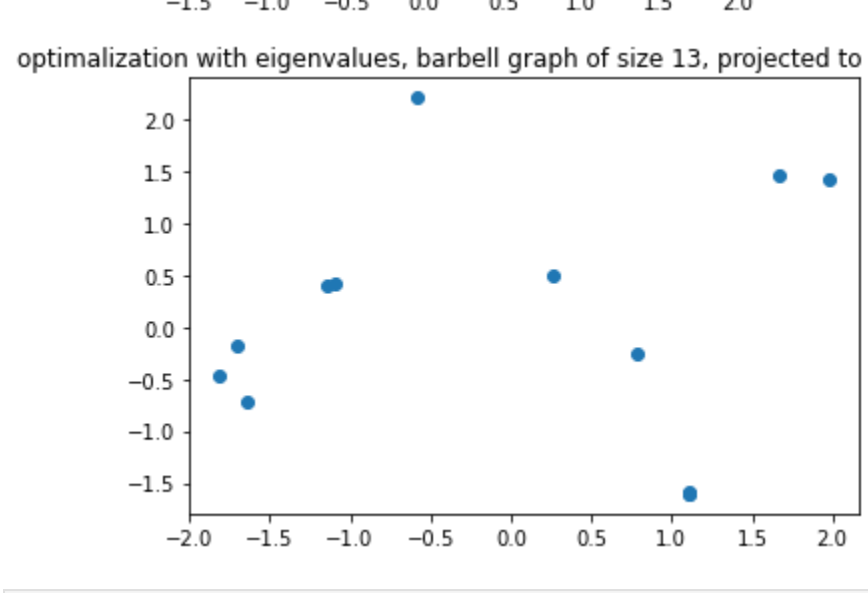




In [ ]:
```
graph.show_results("barbell graph", 5)
```

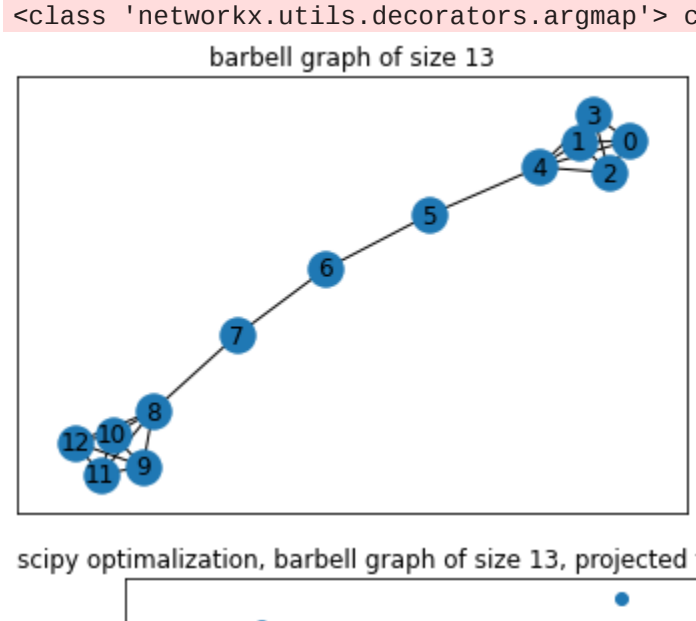


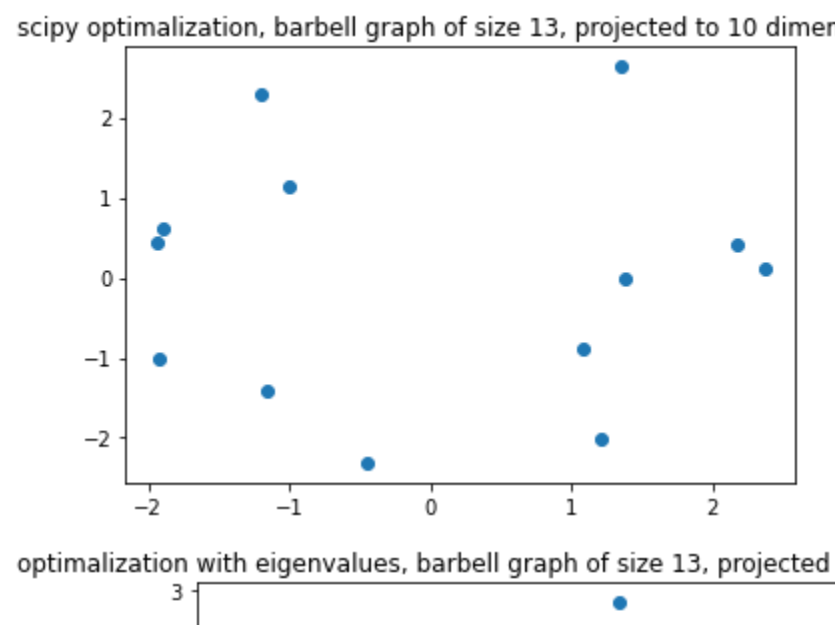


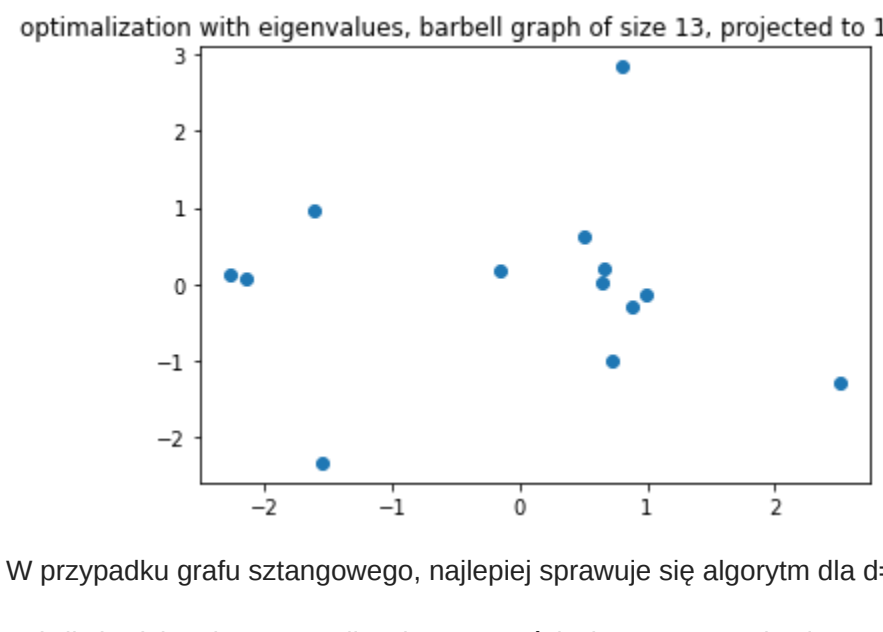


In [ ]:
```
graph.show_results("barbell graph", 10)
```

```
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```





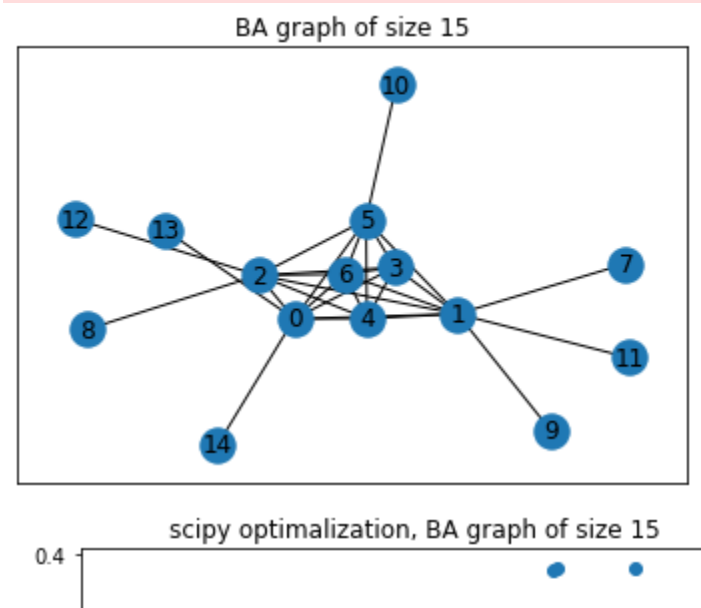


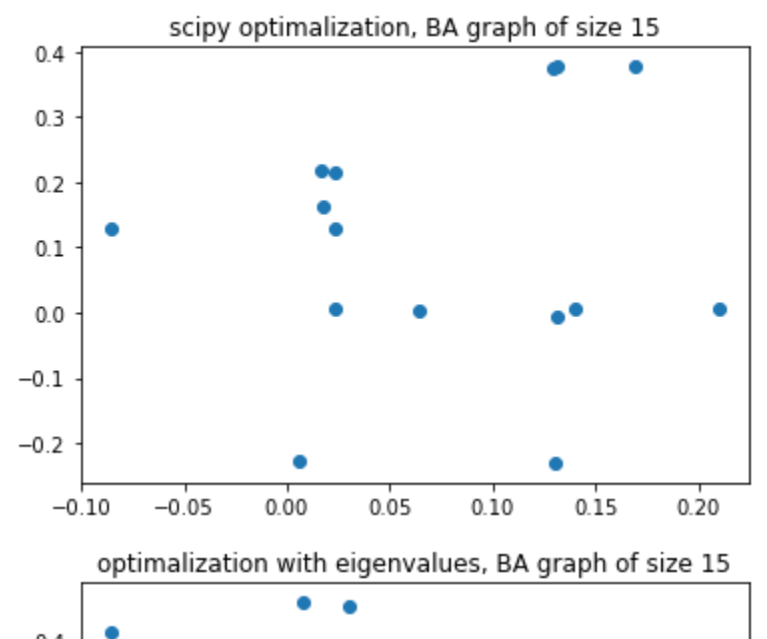
W przypadku grafu sztangowego, najlepiej sprawuje się algorytm dla d=2 - na wykresie łatwo zauważyć zgrupowane punktów w dwóch miejscach. Dla większych wartości d nie widać tak wyraźnie zgrupowania.

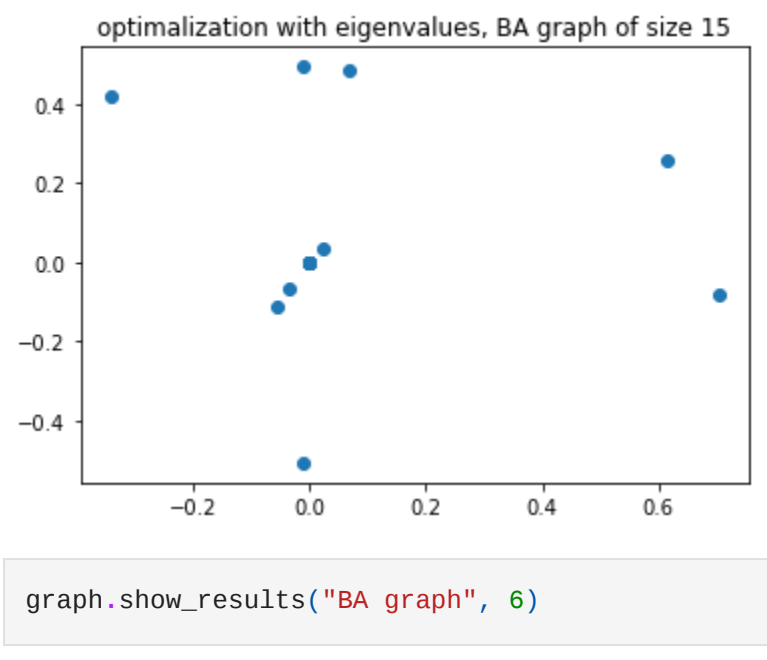
Jeżeli chodzi o algorytm wyliczający wartości własne, sprawuje się on raczej gorzej.

In [ ]:
```
graph.ba_graph(7, 15, 1)
graph.show_results("BA graph")
```

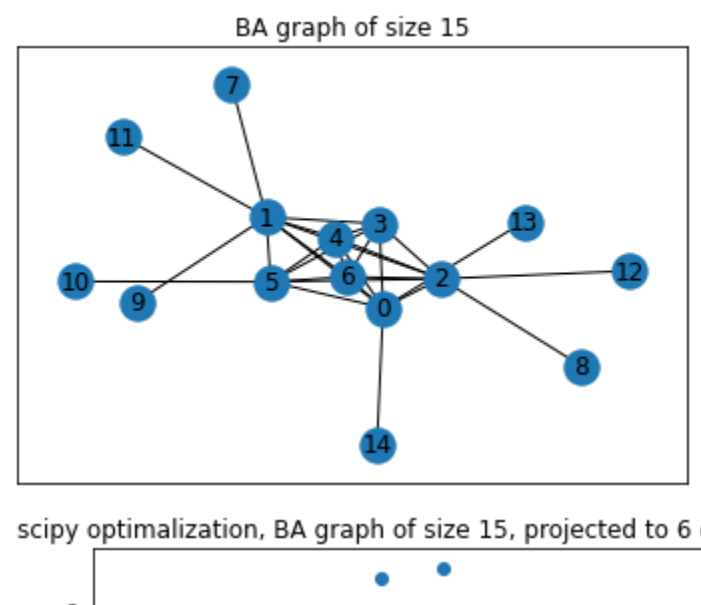
```
Created a ba graph, with 15 nodes
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```

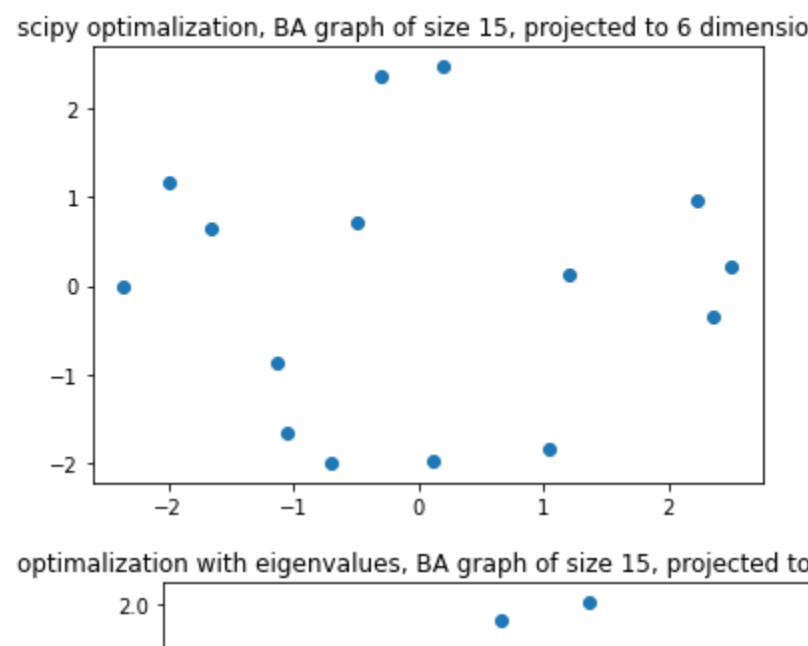


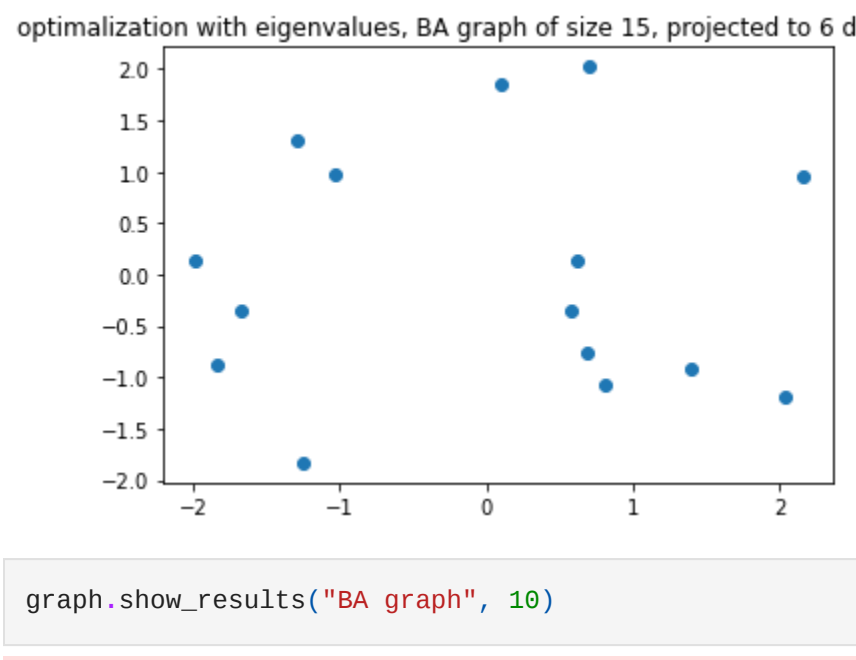




In [ ]:
```
graph.show_results("BA graph", 6)
```

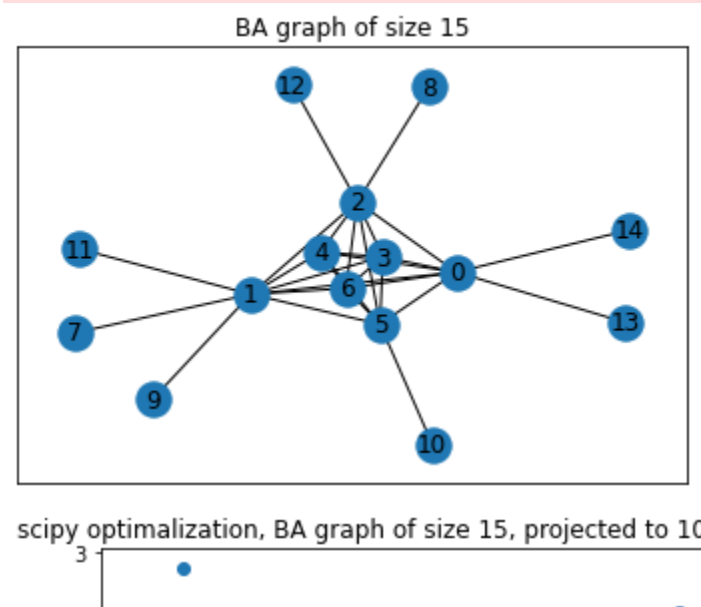


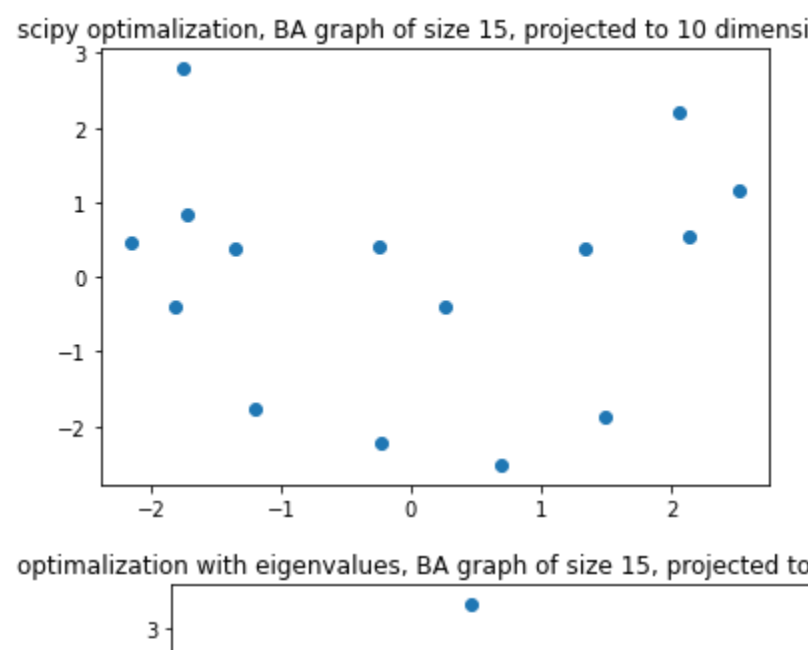


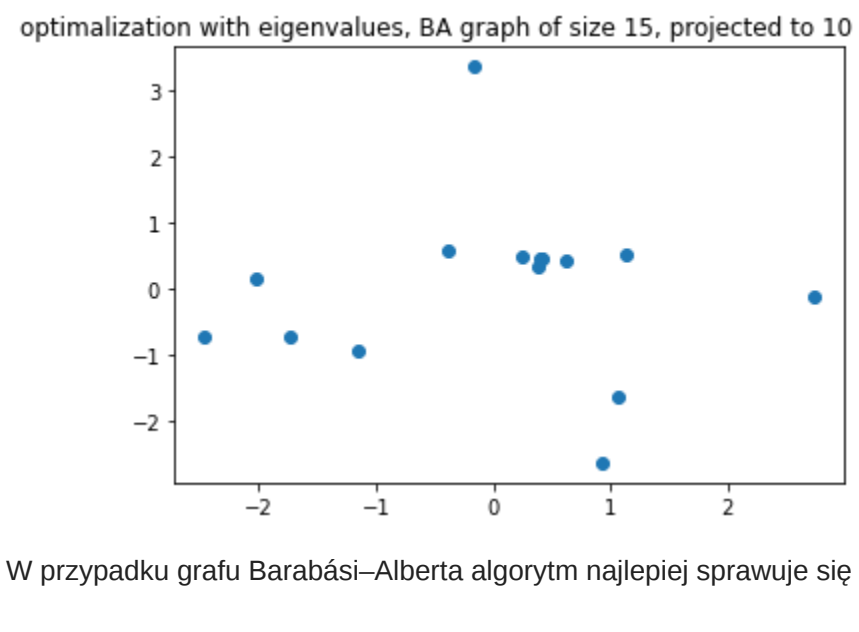


In [ ]:
```
graph.show_results("BA graph", 10)
```

```
<class 'networkx.utils.decorators.argmap'> compilation 12:4: FutureWarning: laplacian_matrix will return a scipy.sparse array instead of a matrix in Networkx 3.0.
```







W przypadku grafu Barabási–Alberta algorytm najlepiej sprawuje się dla d=2 - wyraźnie widać większą grupę punktów w jednym miejscu, czego nie można zaobserwować w pozostałych wizualizacjach.

W tym przypadku projekcji za pomocą wartości własnych poradziła sobie znacznie lepiej - widać strukturę grafu Barabasi-Alberta.

Podsumowanie

W projektowaniu grafów przy użyciu algorytmu korzystającego ze scipy.optimize.minimize najlepsze wyniki są otrzymywane w ogólnym przypadku dla parametru d=2. Jeżeli chodzi o projektowanie cykli przy użyciu wyżej wspomnianego algorytmu sprawuje się on lepiej dla większych wartości d. Wydaję mi się, że jakość wyników dla d > 2 jest zmniejszona ze względu na niedokładność przeprowadzanych obliczeń i stosowane przybliżenia, które zostają dodatkowo spotęgowane przez stosowany algorytm PCA.

Mimo, to wydaje mi się, że zastosowany przeze mnie algorytm sprawuje się lepiej niż wyliczanie wyników za pomocą wartości własnych.