



Sistemas de Recomendación


Arturo Sánchez Palacio

24, 27 y 28 de Enero de 2020


Sistemas de recomendación no personalizados



Estructura sección

- Características sistemas no recomendados.
- Popularidad
- Reglas de asociación.
- Ejemplos reales: Hacker News y Reddit
- Dilema de exploración vs. explotación.
- Aproximación Bayesiana. (Incuye ejercicio en Python).
- Aprendizaje Supervisado
- Ejemplo real: Google PageRank. 
- Evaluación de Rankings.

Características de sistemas no personalizados

- No se basa en los gustos individuales de cada usuario. 
- Algunos criterios habituales en estos sistemas son popularidad o actualidad.
- Algunos casos de uso:
 - Algoritmo de búsqueda de Google.
 - Tiendas de ropa en una primera aproximación.
 - Noticias

Nota. En esta sección habrá pocas implementaciones pues son algoritmos muy rudimentarios.

Primera aproximación: Popularidad.💬

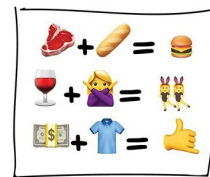
“Si a otra gente le gusta, a ti te gustará”

Problema: Inespecífico. No se ajusta a las situaciones.

Reglas de asociación 🗨️

“Los productos que se suelen comprar juntos son productos que se venden lógicamente juntos”

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Association
Rule Learning

Problema: Es importante tener en cuenta el soporte (número de veces que ocurre B)

Reglas de asociación

Solución: Impulso

$$lift = \frac{P(A, B)}{P(A)P(B)} = \frac{P(A | B)}{P(A)} = \frac{P(B | A)}{P(B)}$$

Independencia -> impulso = 1.

Relación simétrica.

Impulso > 1 implica una relación causal.

Hacker News

- La mayoría de sistemas de recomendación para noticias funcionan con un ratio de popularidad tiempo.

$$nota = \frac{(arriba - abajo - 1)^{0.8}}{(edad + 2)^{gravedad}} \cdot penalizacion$$

Lectura recomendada: [How Hacker News ranking really works: scoring, controversy and penalties](#)

Reddit

El logaritmo modera el impacto del ratio



$$nota = signo(arribas - abajos) \times \log(max(1, |arribas - abajos|)) + \frac{edad}{45000}$$

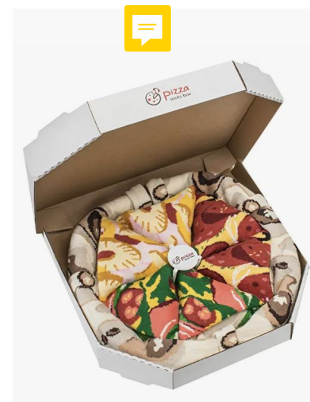
Dilema de exploración vs. explotación

- La situación se complica cuando trabajamos con valoraciones numéricas.

¿Qué producto es mejor?



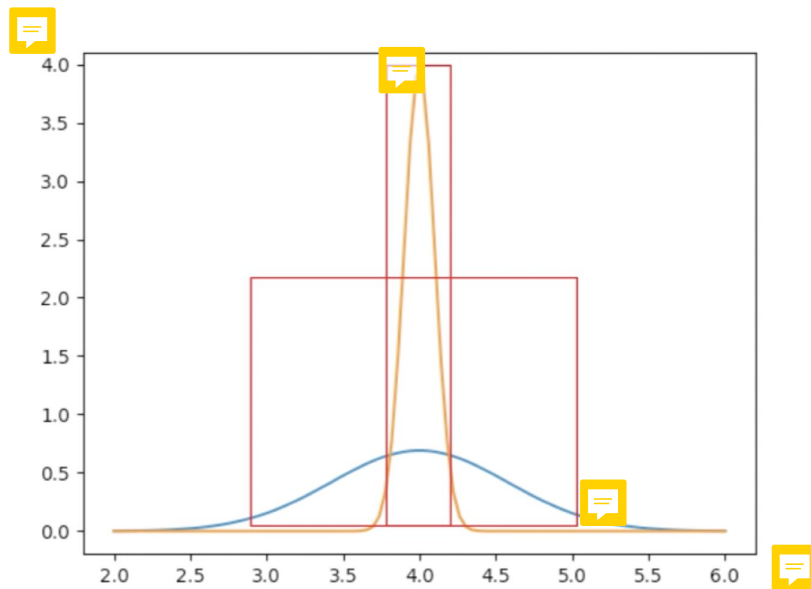
Newdora
8 Pares Show calcetines de corte bajo
de algodón para mujeres - Calcetin...
★★★★★ ~ 23



Rainbow Socks
Pizza MIX Italiana Hawaiana
Pepperoni Mujer Hombre - 4 pares ...
★★★★★ ~ 2,652

Dilema de exploración vs. explotación

¿Qué producto sería mejor? ¿Azul o naranja?



Dilema de exploración vs. explotación 🗨️

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{N}\right)$$

Dilema de exploración vs. explotación

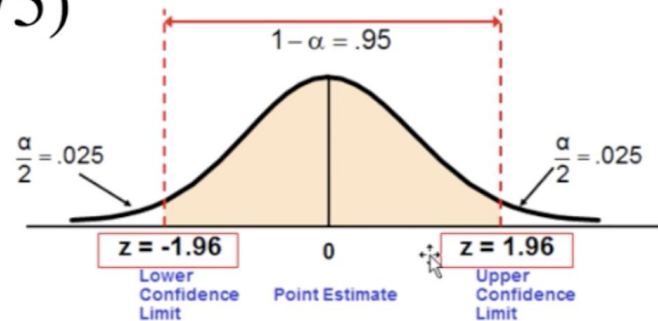
$$95\%CI = \left[\bar{X} - z_{left} \frac{s}{\sqrt{N}}, \bar{X} + z_{right} \frac{s}{\sqrt{N}} \right]$$

$$95\%CI = \left[\bar{X} - 1.96 \frac{s}{\sqrt{N}}, \bar{X} + 1.96 \frac{s}{\sqrt{N}} \right]$$

$$z_{left} = \Phi^{-1}(0.025), z_{right} = \Phi^{-1}(0.975)$$

$\Phi(\cdot)$ = CDF of Normal dist.

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$



Dilema de exploración vs. explotación

En el caso de opiniones binarias (me gusta, no me gusta) podemos usar la aproximación de Bernouilli:

$$\hat{p} = \frac{\textit{ exitos }}{N}$$

$$95\%CI = \left[\hat{p} - 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}}, \hat{p} + 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} \right]$$

Dilema de exploración vs. explotación

Intervalo de Wilson. Una versión mejorada para opiniones binarias: 

$$\frac{\hat{p} + \frac{z^2}{2N}}{1 + \frac{z^2}{N}} \pm \frac{z}{1 + \frac{z^2}{N}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{N} + \frac{z^2}{4N^2}}$$

Dilema de exploración vs. explotación

Intervalo de Wilson. Extensión a casos no binarios

Estrellas	Negativos	Positivos	Total
0	0	0	0
1	1	0	1
2	0.75	0.25	1
3	0.5	0.5	1
4	0.25	0.75	1
5	0	1	1

Dilema de exploración vs. explotación

Intervalo de Wilson.

Casos reales: Reddit valora los comentarios. Hacker News para valorar los links.

Problema: Es bastante pesimista. Si algo tiene pocas valoraciones y no muy buenas el producto va a ser muy mal catalogado. Funciona bien con productos muy populares.

Dilema de exploración vs. explotación

Problema: ¿Qué hacemos cuando no disponemos de valoraciones? 

Smoothing:


$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i + \lambda \mu_0)}{N + \lambda}$$

Es una transición suavizada del valor prefijado a la estimación real.

Dilema de exploración vs. explotación



Dilema de exploración vs. explotación

“Recolectar datos es una 
pérdida suboptimal de tiempo”

Dilema de exploración vs. explotación

Ejemplo Youtube



¿Cuántas recetas de sushi pueden interesarte? 

Aproximación Bayesiana

Paradigma Bayesiano: “Todo es una variable aleatoria”

Es un método de ranking no determinístico. Construimos el ranking basándonos en muestreo.

Aproximación Bayesiana

Bernoulli:

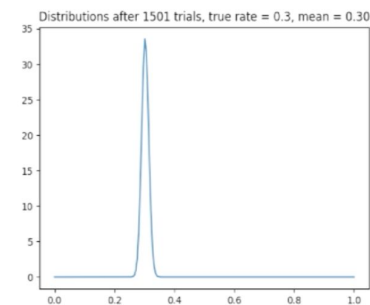
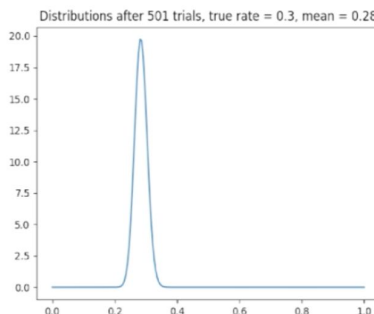
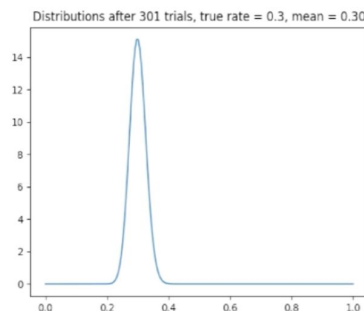
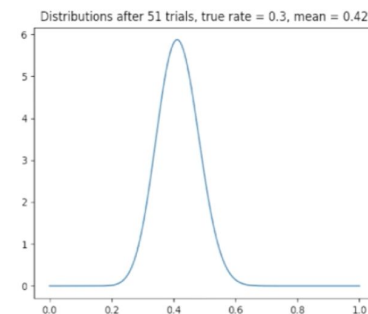
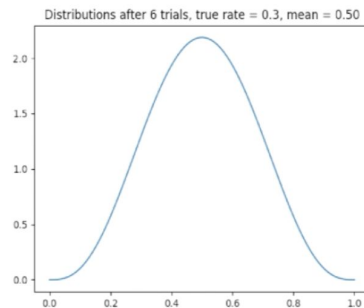
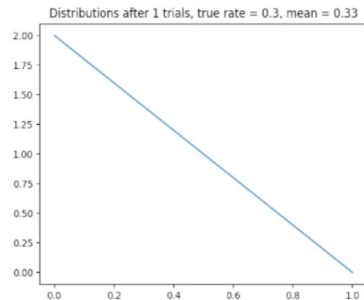
$$p(x) = \pi^x (1 - \pi)^{1-x}$$

El parámetro sigue una distribución Beta:

$$\pi \mid X \sim \text{Beta}(\alpha', \beta') \quad \alpha' = \alpha + \left(\sum_{i=1}^N X_i \right), \quad \beta' = \beta + N - \left(\sum_{i=1}^N X_i \right)$$

Aproximación Bayesiana

Evolución del parámetro:



Aproximación Bayesiana

Para cada ítem extraemos una muestra de su distribución.

Tenemos dos posibles escenarios: distribuciones separadas o superpuestas.

El muestreo gestiona automáticamente el dilema de exploración explotación.

Aproximación Bayesiana

¡Manos a la obra!

Notebook: bayessian_approach.ipynb

Aproximación Aprendizaje Supervisado


Def. El Aprendizaje Supervisado se basa en algoritmos que trabajan con datos etiquetados y buscan una función que dados los datos de entradas les asigne la etiqueta correcta.

Algunas posibles etiquetas son:

- El usuario da like.
- El usuario pincha el enlace.
- El usuario compra el producto.


Aproximación Aprendizaje Supervisado


Obtención de los datos

- Entre los datos de entrada se pueden considerar características demográficas como edad, género, localidad, trabajo, nivel de estudios, estado socio-económico.
- También resulta interesante añadir datos recabados por la web: historial de productos, tiempo registrado...
- También es posible adquirir datos de fuentes externas. 

Problema: Este modelo no tiene en cuenta información sobre el producto.


Aproximación Aprendizaje Supervisado

Posible solución A: Un modelo por producto. Poco viable, se necesitan muchos datos para cada producto. 

Posible solución B: Mezclar en un mismo vector de características datos del usuario y del producto. 

Adquisición de datos

- Bloqueadores de anuncios.
- Los datos del producto dependen del vendedor.
- Respeto a la privacidad.
- Reticencia para la cesión de datos.

Solución: Modelos de variables latentes. Extraemos las características implícitamente. 

PageRank



PageRank



“El PageRank de una página es la probabilidad de que acabara en esa página si navegara Internet aleatoriamente durante una cantidad infinita de tiempo”

PageRank

Modelos de Markov:

La premisa general es que tratamos de predecir el estado siguiente basado únicamente en el anterior. Esto se resume en la hipótesis:

$$p(x_t \mid x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_1) = p(x_t \mid x_{t-1})$$

PageRank

Modelos de Markov. Matrices de transición.

Las matrices de transición modelan las probabilidades de cambios de estado:

$$A(i,j) = p(x_t = j \mid x_{t-1} = i)$$

Condición para que una matriz sea de Markov o estocástica:

$$\sum_{j=1}^M A(i,j) = \sum_{j=1}^M p(x_t = j \mid x_{t-1} = i) = 1$$

Todas las filas deben sumar 1.

PageRank

Modelos de Markov. Matrices de transición. Ejemplo:

Estado 1. Soleado. Estado 2. Llueve.

$p(\text{sol}|\text{sol}) = 0.9$ $p(\text{sol}|\text{llueve}) = 0.9$ $p(\text{llueve}|\text{sol}) = 0.9$ $p(\text{llueve}|\text{llueve}) = 0.9$

$$p(\text{llueve}|\text{sol}) = \frac{\text{veces}(\text{sol} \rightarrow \text{llueve})}{\text{veces}(\text{sol})}$$

[Enlace de interés.](#) Explicación visual de las cadenas de Markov.

PageRank

Modelos de Markov. Distribución de probabilidad del estado.

Def. La distribución de probabilidad de un estado t (π_t) es la probabilidad de estar en un estado en un momento determinado. En nuestro ejemplo anterior:

$$\pi_t = [p(x_t = sol), p(x_t = llueve)]$$

PageRank

Modelos de Markov. Calcular siguiente estado:

$$\begin{aligned} p(x_{t+1} = j) &= \sum_{i=1}^M p(x_{t+1} = j, x_t = i) \\ &= \sum_{i=1}^M p(x_{t+1} = j \mid x_t = i) p(x_t = i) \\ &= \sum_{i=1}^M A(i, j) \pi_t(i) \\ &= \pi_{t+1}(j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_{t+1}(j) &= \sum_{i=1}^M A(i, j) \pi_t(i) \\ \pi_{t+1} &= \pi_t A \end{aligned}$$

PageRank

Modelos de Markov. Calcular estados de futuro:

$$\pi_{t+2} = \pi_t A A = \pi_t A^2$$

$$\pi_{t+k} = \pi_t A^k$$

PageRank

Modelos de Markov. Infinito:

$$\pi_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_0 A^t$$

$$\pi_{\infty} = \pi_{\infty} A$$

$$Av = \lambda v$$

Problema de autovalor 1

PageRank

Relación de Markov con PageRank:

- Cada página se modela como un estado.
- La probabilidad de transición se distribuye uniformemente entre todos los links de la página:

$$p(x_t = j \mid x_{t-1} = i) = \frac{1}{n(i)}$$

Si i conecta con j : $n(i)$ es el número de links en i . Si no conectaran la probabilidad sería 0.

PageRank

Suavizamiento:

Problema: Millones de páginas en Internet cuya probabilidad de transición es 0.

$$G = 0.85A + 0.15U, \quad U(i,j) = 1/M \quad \forall i,j = 1..M$$

PageRank

Si hallamos el estado al que converge G obtenemos un vector con M componentes siendo cada componente la probabilidad. Esta probabilidad es PageRank de la página.

Hallar el vector propio es fácil PERO estamos hablando de **miles de millones de filas.**

PageRank

Def. La distribución límite es la distribución de estados a la que se llega después de pasar por G un número infinito de veces.

Def. La distribución estacionaria es una la distribución de estados que no cambia después de pasar por G .


Teorema de Perrón-Fröbenius. Si G es una matriz válida de Markov y todos sus elementos son positivos la distribución estacionaria y la distribución límite coinciden.

PageRank

Funcionamiento:

- Páginas con muchas veces el mismo enlace. Por definición es como si apareciera una sola vez.
- Páginas enlazadas a 'sitios dummies' que enlazan de vuelta a tu página. Los sitios no son populares luego la probabilidad es 0 y por tanto no sirven para nada.

Evaluando los rankings

- **No existe un criterio.**
- En un 90% de los casos se trata de un problema de negocio: el criterio de calidad de un ranking son sus resultados/su rentabilidad.
- No existe un (único) ranking correcto. 
- No se puede medir la calidad de un ranking hasta su puesta en producción.
- Es importante mantener un equilibrio exploración-explotación.