Лабораторная работа № 4

Решение систем линейных уравнений

Указания к выполнению лабораторной работы

Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Коэффициенты системы для каждого варианта даны в таблице 1.

Для решения можно использовать электронные таблицы, математические пакеты или собственные программы на любом языке.

Оценить точность решения с помощью невязки

$$E_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 - b_i$$
 (i=1,2,3).

Сделать вывод, какой из рассмотренных методов оказался более точным.

Для метода Холецкого исходная система представлена в таблице 3 и в текстовом файле lab-4-Cholesky.txt (каждый вариант в отдельной строке).

Таблица 1

Вариант	i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	b_i
1	1	0,21	-0,45	-0,20	1,91
	2	0,30	0,25	0,43	0,32
	3	0,60	-0,35	-0,25	1,83
2	1	-3	0,5	0,5	-56,5
	2	0,5	-6	0,5	-100
	3	0,5	0,5	-3	-210
3	1	0,45	-0,94	-0,15	-0,15
	2	-0,01	0,34	0,06	0,31
	3	-0,35	0,05	0,63	0,37
4	1	0,63	0,05	0,15	0,34
	2	0,15	0,10	0,06	0,42
	3	0,03	0,34	0,63	0,32
5	1	-0,20	1,60	-0,10	0,30
	2	-0,30	0,10	-1,50	0,40
	3	1,20	-0,20	0,30	-0,60
6	1	0.30	1.20	-0.20	-0.60
	2	-0.10	-0.2	1.60	0.30
	3	0.05	0.34	0.10	0.32
7	1	0.20	0.44	0.81	0.74

	2	0.58	-0.29	0.05	0.02	
	3	0.05	0.34	0.10	0.32	
8	1	6.36	11.75	10	-41.40	
	2	7.42	19.03	11.75	-49.49	
	3	5.77	7.48	6.36	-27.67	
9	1	0,21	-0,45	-0,20	1,91	
	2	0,30	0,25	0,43	0,32	
	3	0,60	-0,35	-0,25	1,83	
10	1	-0,20	1,60	-0,10	0,30	
	2	-0,30	0,10	-1,50	0,40	
	3	1,20	-0,20	0,30	-0,60	

Задание на лабораторную работу

Задание 1. Матричные методы решения СЛУ

Найти решение СЛУ с помощью обратной матрицы и методом Крамера. Оценить точность решения с помощью невязки.

Задание 2. Метод Гаусса

Написать программу решения СЛУ методом Гаусса. При выводе результата должны различаться случаи, когда система несовместна и имеет бесконечно много решений (таблица 2).

Таблица 2

Исходные данные для тестирования

Система на входе	Ожидаемый результат
$5.2 x_1 + 3.7 x_2 + 1.5 x_3 = 0.5$	Единственное решение
$8,1 x_1 + 9,3 x_2 + 1,2 x_3 = 0,75$	
$3,6 x_1 + 8,1 x_2 + 6,23 x_3 = 12,5$	
$4x_1 + 5x_2 + x_3 = 15$	Бесконечное количество решений
$6x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 24$	
$3 x_1 + 4 x_2 + x_3 = 12$	
$4,1 x_1 + 5,2 x_2 + 3,7 x_3 + 1,5 x_4 = 15$	Система несовместна
$4,1 x_1 + 5,2 x_2 + 3,7 x_3 + 1,5 x_4 = 0,5$	
$8, x_1 + 19, 3x_2 + 16x_3 + 1, 2x_4 = 0,75$	
$3,6 x_1 + 8,1 x_2 + 6,23 x_3 + 4,8 x_4 = 12,5$	

Задание 3. Итерационные методы решения СЛУ

- Привести систему своего варианта к виду, допускающему использование метода простой итерации (см. достаточное условие сходимости итерационной последовательности).
- Найти коэффициент сжатия.
- Найти решение с точностью до 0.0001 методом простой итерации. Проверить ответ подстановкой. Сравнить ответ с полученными при использовании других методов.
- Найти решение с точностью до 0.0001 методом Зейделя. Проверить ответ подстановкой. Сравнить ответ с ответами, полученными при использовании других методов.

Задание 4. Решение СЛУ с помощью LU-разложения

Найти LU-разложение матрицы системы своего варианта и с его помощью найти решение. Сравнить с предыдущими результатами.

Задание 5. Метод Холецкого

Для системы своего варианта (таблица 3) проверить условие положительной определённости матрицы системы¹. Если условие выполняется, найти решение системы методом Холецкого.

Таблица 3

Bap.	Коэффициенты системы										
1	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	a_{i6}	a_{i7}	a_{i8}	a_{i9}	<i>a</i> _{i10}	b_i
	1	0,43	0,5	0	0	0	0,79	0,09	0	0	0,24
	0,43	0,25	0,1	0	0	0	0,02	0,05	0	0	0,11
	0,5	0,1	0,5	0,3	0	0	0,87	0	0	0	0,79
	0	0	0,3	3,3	0,34	0	0,37	0	0	0	0,82
	0	0	0	0,34	0,55	0	0	0	0	0	0,35
2	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0,03
	0,79	0,02	0,87	0,37	0	0	3,2	0	0	0,08	0,8
	0,09	0,05	0	0	0	0	0	0,83	0	0,37	0,28
	0	0	0	0	0	0	0	0	0,27	0,15	0,42
	0	0	0	0	0	0	0,08	0,37	0,15	3,1	0,56
	0,35	1,2	0,79	0,31	0,91	0,78	0,37	0,16	0,95	0,52	0,06
	1,2	0,56	0,76	0,61	0,97	0,45	0,99	0,91	0	0,21	0,47
	0,79	0,76	0,55	0,29	0,84	0,2	0,69	0,91	0,28	0,19	0,08
	0,31	0,61	0,29	0,77	0,74	0,74	0,14	0,05	0,88	0,64	0,73
	0,91	0,97	0,84	0,74	0,02	0,31	0,77	0,83	0,68	0,97	0,71

¹ Симметричная матрица положительно определена тогда и только тогда, когда все её главные миноры положительны.

3

	0,78	0,45	0,2	0,74	0,31	0,6	0,14	0	0,19	0,73	0,21
	0,37	0,99	0,69	0,14	0,77	0,14	0,9	0,02	0,47	0,3	0,23
	0,16	0,91	0,91	0,05	0,83	0	0,02	0,79	0,37	0,39	0,28
	0,95	0	0,28	0,88	0,68	0,19	0,47	0,37	0,36	0,7	0,37
	0,52	0,21	0,19	0,64	0,97	0,73	0,3	0,39	0,7	0,76	0,29
3	0,35	0,5	0,4	0,69	0,29	0,8	0,6	0,26	0,38	0,97	0,08
	0,5	0,31	0,1	0,45	0,56	0,4	0,36	0,64	0,05	0,85	0,94
	0,4	0,1	0,4	0,14	0,74	0,39	0,03	0,4	0,45	0,35	0,29
	0,69	0,45	0,14	0,68	0,41	0,9	0,36	0,52	0,37	0,6	0,26
	0,29	0,56	0,74	0,41	0,4	0,92	0,39	0,75	0,65	0,49	0,56
	0,8	0,4	0,39	0,9	0,92	0,39	0,11	0,24	0,88	0,81	0,13
	0,6	0,36	0,03	0,36	0,39	0,11	0,33	0,16	0,24	0,36	0,24
	0,26	0,64	0,4	0,52	0,75	0,24	0,16	0,4	0,03	0,22	0,54
	0,38	0,05	0,45	0,37	0,65	0,88	0,24	0,03	0,34	0,21	0,85
	0,97	0,85	0,35	0,6	0,49	0,81	0,36	0,22	0,21	0,24	0,52
4	0,7	0,5	0,66	0,62	0,32	0,81	0,5	0,81	0,98	0,72	0,93
	0,5	0,98	0,9	0,99	0,22	0,4	0,02	0,88	0,83	0,54	0,83
	0,66	0,9	0,4	0,73	0,06	0,48	0,27	0,22	0,9	0,4	0,84
	0,62	0,99	0,73	0,07	0,04	0,19	0,21	0,5	0,79	0,63	0,54
	0,32	0,22	0,06	0,04	0,6	0,59	0,08	0,28	0,95	0,3	0,15
	0,81	0,4	0,48	0,19	0,59	0,88	0,01	0,72	0,63	0,86	0,61
	0,5	0,02	0,27	0,21	0,08	0,01	0,79	0,15	0,54	0,1	0,01
	0,81	0,88	0,22	0,5	0,28	0,72	0,15	0,75	0,26	0,05	0,39
	0,98	0,83	0,9	0,79	0,95	0,63	0,54	0,26	0,72	0,74	0,83
	0,72	0,54	0,4	0,63	0,3	0,86	0,1	0,05	0,74	0,77	0,22
5	0,7	0,5	0,64	0,86	0,48	0,86	0,88	0,29	0,44	0,94	0,79
	0,5	0,07	0,64	0,3	0,16	0,26	0,99	0,78	0,35	0,07	0,87
	0,64	0,64	0,69	0,48	0,08	0,19	0,96	0,68	0,39	0,14	0,64
	0,86	0,3	0,48	0,02	0,19	0,76	0,53	0,25	0,92	0,89	0,73
	0,48	0,16	0,08	0,19	0,46	0,93	0,88	0,27	0,16	0,4	0,4
	0,86	0,26	0,19	0,76	0,93	0,05	0,15	0,78	0,72	0,82	0,99
	0,88	0,99	0,96	0,53	0,88	0,15	0,88	0,08	0,58	0,79	0,33
	0,29	0,78	0,68	0,25	0,27	0,78	0,08	0,31	0,56	0,43	0,76
	0,44	0,35	0,39	0,92	0,16	0,72	0,58	0,56	0,61	0,07	0,37
	0,94	0,07	0,14	0,89	0,4	0,82	0,79	0,43	0,07	0,24	0,71
6	0,75	0,15	0,44	0,2	0,59	0,1	0,2	0,21	0,18	0,59	0,26

0,2 0,26 0,92 0,85 0,94 0,11 0,4 0,54 0,49 0,56 0,9 0,59 0,83 0,74 0,94 0,83 0,46 0,25 0,79 0,24 0,15 0,5 0,1 0,02 0,81 0,75 0,4 0,25 0,37 0,82 0,55 0,01 0,12 0,0 0,21 0 0,68 0,54 0,79 0,86 0,55 0,56 0,93 0,97 0,6 0,18 0,94 0,75 0,49 0,24 0,93 0,01 0,93 0,75 0,84 0,0 0,59 0,94 0,99 0,56 0,15 0,82 0,12 0,97 0,84 0,31 0,9 0,59 0,94 0,99 0,56 0,15 0,82 0,12 0,94 0,31 0,9 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,68 0,48 0,88 0,0		0,15	0,33	0,62	0,26	0,83	0,02	0,81	0	0,94	0,94	0,78
0,59		0,44	0,62	0,51	0,92	0,74	0,59	0,75	0,68	0,75	0,99	0,41
0,1 0,02 0,59 0,11 0,46 0,67 0,37 0,86 0,93 0,82 0,0 0,2 0,81 0,75 0,4 0,25 0,37 0,82 0,55 0,01 0,12 0,2 0,21 0 0,68 0,54 0,79 0,86 0,55 0,56 0,93 0,97 0,04 0,18 0,94 0,75 0,49 0,24 0,93 0,01 0,93 0,75 0,84 0,31 0,59 0,99 0,56 0,15 0,82 0,12 0,97 0,84 0,31 0,6 0,68 0,45 0,48 0,88 0,0 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,23 0,02 0,46 0,40		0,2	0,26	0,92	0,85	0,94	0,11	0,4	0,54	0,49	0,56	0,71
0,2 0,81 0,75 0,4 0,25 0,37 0,82 0,55 0,01 0,12 0, 0,21 0 0,68 0,54 0,79 0,86 0,55 0,56 0,93 0,97 0, 0,18 0,94 0,75 0,49 0,24 0,93 0,01 0,93 0,75 0,84 0, 0,59 0,94 0,99 0,56 0,15 0,82 0,12 0,97 0,84 0,31 0, 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,43 0,88 0, 0,12 0,23 0,08 0,62 0,99 0,13 0,18 0,35 0,56 0,04 0, 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,42 0, 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,29 0,87 0,12 0,01 0,86 0,69		0,59	0,83	0,74	0,94	0,83	0,46	0,25	0,79	0,24	0,15	0,29
0,21 0 0,68 0,54 0,79 0,86 0,55 0,56 0,93 0,97 0,9 0,18 0,94 0,75 0,49 0,24 0,93 0,01 0,93 0,75 0,84 0,2 0,59 0,94 0,99 0,56 0,15 0,82 0,12 0,97 0,84 0,31 0,6 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,45 0,48 0,88 0, 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,23 0,02 0,46 0, 0,12 0,23 0,08 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,42 0, 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,29 0,87 0,12 0,01 0,86 0,69 0, 0,69 0,46 0,13 0,91 0,87 0,41 0,35 0,61		0,1	0,02	0,59	0,11	0,46	0,67	0,37	0,86	0,93	0,82	0,06
0,18		0,2	0,81	0,75	0,4	0,25	0,37	0,82	0,55	0,01	0,12	0,98
0,59		0,21	0	0,68	0,54	0,79	0,86	0,55	0,56	0,93	0,97	0,97
7 0,33 0,15 0,12 0,08 0,24 0,6 0,68 0,45 0,48 0,88 0,015 0,13 0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,23 0,02 0,46 0,00 0,023 0,02 0,46 0,00 0,012 0,23 0,08 0,62 0,99 0,13 0,18 0,35 0,56 0,04 0,04 0,00 0,02 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,42 0,0 0,04 0,04 0,04 0,0 0,04 0,0 0,04 0,0		0,18	0,94	0,75	0,49	0,24	0,93	0,01	0,93	0,75	0,84	0,54
0,15 0,43 0,23 0,19 0,31 0,46 0,86 0,23 0,02 0,46 0,0 0,12 0,23 0,08 0,62 0,99 0,13 0,18 0,35 0,56 0,04 0,0 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,42 0,0 0,64 0,31 0,99 0,16 0,29 0,87 0,12 0,01 0,86 0,69 0,0 0,6 0,46 0,13 0,91 0,87 0,54 0,08 0,7 0,63 0,75 0,61 0,04		0,59	0,94	0,99	0,56	0,15	0,82	0,12	0,97	0,84	0,31	0,98
0,12 0,23 0,08 0,62 0,99 0,13 0,18 0,35 0,56 0,04 0,0 0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,42 0,1 0,00 0,01 0,00 0,00 0,62 0,42 0,0 0,00 0,	7	0,33	0,15	0,12	0,08	0,24	0,6	0,68	0,45	0,48	0,88	0,55
0,08 0,19 0,62 0,59 0,16 0,91 0,22 0,56 0,22 0,43 0,44 0,44 0,45 0,45 0,45 0,45 0,45 0,45 0,45 0,23 0,35 0,56 0,01 0,7 0,19 0,41 0,35 0,04		0,15	0,43	0,23	0,19	0,31	0,46	0,86	0,23	0,02	0,46	0,59
0,24 0,31 0,99 0,16 0,29 0,87 0,12 0,01 0,86 0,69 0,6 0,6 0,46 0,13 0,91 0,87 0,54 0,08 0,7 0,63 0,75 0,0 0,68 0,86 0,18 0,22 0,12 0,08 0,71 0,19 0,45 0,61 0,6 0,45 0,23 0,35 0,56 0,01 0,7 0,19 0,41 0,35 0,04 0,4 0,48 0,02 0,56 0,22 0,86 0,63 0,45 0,35 0,18 0,19 0,4 0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,0 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,6 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46		0,12	0,23	0,08	0,62	0,99	0,13	0,18	0,35	0,56	0,04	0,49
0,6 0,46 0,13 0,91 0,87 0,54 0,08 0,7 0,63 0,75 0,7 0,68 0,86 0,18 0,22 0,12 0,08 0,71 0,19 0,45 0,61 0,6 0,45 0,23 0,35 0,56 0,01 0,7 0,19 0,41 0,35 0,04 0,6 0,48 0,02 0,56 0,22 0,86 0,63 0,45 0,35 0,18 0,19 0,4 0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,6 0,78 0,15 0,69 0,96 0,37 0,93 0,91 0,85 0,06 0,05 0,0 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,6 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,57 0,19		0,08	0,19	0,62	0,59	0,16	0,91	0,22	0,56	0,22	0,42	0,53
0,68 0,86 0,18 0,22 0,12 0,08 0,71 0,19 0,45 0,61 0,61 0,45 0,23 0,35 0,56 0,01 0,7 0,19 0,41 0,35 0,04 0,0 0,48 0,02 0,56 0,22 0,86 0,63 0,45 0,35 0,18 0,19 0,0 0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,6 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,0 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,0 0,96 0,22 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0		0,24	0,31	0,99	0,16	0,29	0,87	0,12	0,01	0,86	0,69	0,47
0,45 0,23 0,35 0,56 0,01 0,7 0,19 0,41 0,35 0,04 0,4 0,48 0,02 0,56 0,22 0,86 0,63 0,45 0,35 0,18 0,19 0,6 0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,6 0,15 0,69 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,6 0,69 0,99 0,32 0,75 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,6 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,6 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44		0,6	0,46	0,13	0,91	0,87	0,54	0,08	0,7	0,63	0,75	0,71
0,48 0,02 0,56 0,22 0,86 0,63 0,45 0,35 0,18 0,19 0,0 0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,6 8 0,78 0,15 0,69 0,96 0,37 0,93 0,91 0,85 0,06 0,05 0,7 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,6 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,93 0,6 0,78 0,69 0,89 0,07 0,57 0,49 0,73		0,68	0,86	0,18	0,22	0,12	0,08	0,71	0,19	0,45	0,61	0,88
0,88 0,46 0,04 0,42 0,69 0,75 0,61 0,04 0,19 0,8 0,8 8 0,78 0,15 0,69 0,96 0,37 0,93 0,91 0,85 0,06 0,05 0,0 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,0 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,1 0,13 0,1 0,13 0,0 <td></td> <td>0,45</td> <td>0,23</td> <td>0,35</td> <td>0,56</td> <td>0,01</td> <td>0,7</td> <td>0,19</td> <td>0,41</td> <td>0,35</td> <td>0,04</td> <td>0,91</td>		0,45	0,23	0,35	0,56	0,01	0,7	0,19	0,41	0,35	0,04	0,91
8 0,78 0,15 0,69 0,96 0,37 0,93 0,91 0,85 0,06 0,05 0,0 0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,0 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,37 0,63 0,85 0,69 0,89 0,07 0,57 0,19 0,52 0,93 0,0 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,4 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,4 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71<		0,48	0,02	0,56	0,22	0,86	0,63	0,45	0,35	0,18	0,19	0,41
0,15 0,29 0,99 0,22 0,63 0,6 0,6 0,32 0,25 0,49 0,49 0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,6 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,6 0,37 0,63 0,85 0,69 0,89 0,07 0,57 0,19 0,52 0,93 0,6 0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44 0,6 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,6 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,6 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62		0,88	0,46	0,04	0,42	0,69	0,75	0,61	0,04	0,19	0,8	0,64
0,69 0,99 0,32 0,75 0,85 0,78 0,09 0,07 0,03 0,46 0,7 0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,7 0,37 0,63 0,85 0,69 0,89 0,07 0,57 0,19 0,52 0,93 0, 0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44 0, 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0, 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,03 0,49 0,4 0,5 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0, 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 <	8	0,78	0,15	0,69	0,96	0,37	0,93	0,91	0,85	0,06	0,05	0,71
0,96 0,22 0,75 0,7 0,69 0,63 0,25 0,83 0,1 0,13 0,0 0,37 0,63 0,85 0,69 0,89 0,07 0,57 0,19 0,52 0,93 0,0 0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44 0,0 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,0 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,0 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,0 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 <t< th=""><td rowspan="4"></td><td>0,15</td><td>0,29</td><td>0,99</td><td>0,22</td><td>0,63</td><td>0,6</td><td>0,6</td><td>0,32</td><td>0,25</td><td>0,49</td><td>0,42</td></t<>		0,15	0,29	0,99	0,22	0,63	0,6	0,6	0,32	0,25	0,49	0,42
0,37 0,63 0,85 0,69 0,89 0,07 0,57 0,19 0,52 0,93 0,6 0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44 0,7 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,7 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,6 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,7 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,7 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 <t< th=""><td>0,69</td><td>0,99</td><td>0,32</td><td>0,75</td><td>0,85</td><td>0,78</td><td>0,09</td><td>0,07</td><td>0,03</td><td>0,46</td><td>0,07</td></t<>		0,69	0,99	0,32	0,75	0,85	0,78	0,09	0,07	0,03	0,46	0,07
0,93 0,6 0,78 0,63 0,07 0,72 0,4 0,73 0,71 0,44 0,73 0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,73 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,6 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,6 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,9 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,7		0,96	0,22	0,75	0,7	0,69	0,63	0,25	0,83	0,1	0,13	0,78
0,91 0,6 0,09 0,25 0,57 0,4 0,76 0,47 0,33 0,69 0,7 0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,6 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,6 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,9 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,9		0,37	0,63	0,85	0,69	0,89	0,07	0,57	0,19	0,52	0,93	0,74
0,85 0,32 0,07 0,83 0,19 0,73 0,47 0,09 0,99 0,4 0,6 0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,6 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,9 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,7		0,93	0,6	0,78	0,63	0,07	0,72	0,4	0,73	0,71	0,44	0,04
0,06 0,25 0,03 0,1 0,52 0,71 0,33 0,99 0,96 0,62 0,7 0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0,6 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,7 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,7		0,91	0,6	0,09	0,25	0,57	0,4	0,76	0,47	0,33	0,69	0,6
0,05 0,49 0,46 0,13 0,93 0,44 0,69 0,4 0,62 0,6 0, 9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0,00 0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,00		0,85	0,32	0,07	0,83	0,19	0,73	0,47	0,09	0,99	0,4	0,29
9 0,8 0,77 0,71 0,21 0,59 0,6 0,64 0,99 0,39 0,11 0 ,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,00,0		0,06	0,25	0,03	0,1	0,52	0,71	0,33	0,99	0,96	0,62	0,22
0,77 0,26 0,01 0,08 0,32 0,81 0,5 0,34 0,7 0,81 0,		0,05	0,49	0,46	0,13	0,93	0,44	0,69	0,4	0,62	0,6	0,1
	9	0,8	0,77	0,71	0,21	0,59	0,6	0,64	0,99	0,39	0,11	0,85
0.71 0.01 0.57 0.33 0.4 0.30 0.33 0.63 0.37 0.01 0.		0,77	0,26	0,01	0,08	0,32	0,81	0,5	0,34	0,7	0,81	0,77
0,71 0,01 0,57 0,32 0,4 0,38 0,23 0,63 0,27 0,01 0,		0,71	0,01	0,57	0,32	0,4	0,38	0,23	0,63	0,27	0,01	0,72
0,21 0,08 0,32 0,71 0,21 0,79 0,87 0,16 0,91 0,75 0 ,		0,21	0,08	0,32	0,71	0,21	0,79	0,87	0,16	0,91	0,75	0,17
0,59 0,32 0,4 0,21 0,55 0,32 0 0,34 0,29 0,87 0 ,0		0,59	0,32	0,4	0,21	0,55	0,32	0	0,34	0,29	0,87	0,2
0,6 0,81 0,38 0,79 0,32 0,56 0,43 0,91 0,45 0,51 0 ,		0,6	0,81	0,38	0,79	0,32	0,56	0,43	0,91	0,45	0,51	0,88
0,64 0,5 0,23 0,87 0 0,43 0,89 0,23 0,99 0,33 0 ,		0,64	0,5	0,23	0,87	0	0,43	0,89	0,23	0,99	0,33	0,48

Математические основы анализа данных

	0,99	0,34	0,63	0,16	0,34	0,91	0,23	0,72	0,27	0,56	0,42
	0,39	0,7	0,27	0,91	0,29	0,45	0,99	0,27	0,08	0,72	0,14
	0,11	0,81	0,01	0,75	0,87	0,51	0,33	0,56	0,72	0,74	0,1
10	0,8	1,1	0,8	0,93	0,04	0,25	0,75	0,2	0,83	0,8	0,4
	1,1	0,56	0,96	0,36	0,74	0,49	0,74	0,84	0,82	0,9	0,28
	0,8	0,96	0,85	0,36	0,65	0,2	0,48	0,42	0,85	0,59	0,58
	0,93	0,36	0,36	0,45	0,22	0,03	0,65	0,27	0,27	0,53	0,16
	0,04	0,74	0,65	0,22	0,8	0,72	0,85	0	0,96	0,01	0,94
	0,25	0,49	0,2	0,03	0,72	0,22	0,36	0,04	0,62	0,7	0,24
	0,75	0,74	0,48	0,65	0,85	0,36	0,29	0,3	0,81	0,42	1
	0,2	0,84	0,42	0,27	0	0,04	0,3	0,73	0,15	0,79	0,81
	0,83	0,82	0,85	0,27	0,96	0,62	0,81	0,15	0,5	0,67	0,39
	0,8	0,9	0,59	0,53	0,01	0,7	0,42	0,79	0,67	0,41	0,96