

Дано: $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

Построение нормального уравнения

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$w = (X^T X)^{-1} X^T y = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \\ 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 38 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = (*)$$

Нахождение обратной матрицы $\begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 38 \end{bmatrix}^{-1}$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & 38 & 0 & 1 \end{array} \right) = \text{< разделим первую строку на 3, а вторую на 10 > } =$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{10}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 1 & \frac{38}{10} & 0 & \frac{1}{10} \end{array} \right) = \text{< вычтем из второй строки первую > } =$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{10}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{7}{15} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{10} \end{array} \right) = \text{< умножим вторую строку на } \frac{15}{7} \text{ > } =$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{10}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{3}{14} \end{array} \right) = \text{< вычтем из первой строки вторую, умноженную на } \frac{10}{3} \text{ > } =$$

$$= \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{7} & \frac{3}{14} \end{array} \right).$$

Таким образом, $\begin{bmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 38 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} & \frac{3}{14} \end{bmatrix}$

$$(*) = \begin{bmatrix} \frac{19}{7} & -\frac{5}{7} \\ -\frac{5}{7} & \frac{3}{14} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{19}{7} \cdot 1 + \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 2 & \frac{19}{7} \cdot 1 + \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 3 & \frac{19}{7} \cdot 1 + \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 5 \\ \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 1 + \frac{3}{14} \cdot 2 & \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 1 + \frac{3}{14} \cdot 3 & \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 1 + \frac{3}{14} \cdot 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{9}{7} & \frac{4}{7} & -\frac{6}{7} \\ -\frac{2}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{5}{14} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{9}{7} \cdot 1 + \frac{4}{7} \cdot 3 + \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot 4 \\ \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 1 + \left(-\frac{1}{14}\right) \cdot 3 + \frac{5}{14} \cdot 4 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{3}{7} \\ \frac{13}{14} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -0,4285714285714286 \\ 0,9285714285714286 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$w0 = -0,4285714285714286$$

$$w1 = 0,9285714285714286$$

Функция линейной регрессии $f(x) = -0,4285714285714286 + 0,9285714285714286 \cdot x$