Лабораторная работа № 7

Многомерная оптимизация

Указания к выполнению лабораторной работы

Задания выполняются письменно. В качестве отчёта по лабораторной работе нужно сдать записи решений заданий или скан/фото этих записей. При необходимости нужно ответить на дополнительные вопросы.

Задание на лабораторную работу

Задание 1. Найти частные производные функций двух переменных

а) $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$

б) $z = \dfrac{y \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$

в) $z = \arcsin(xy)$

г) $z = \ln(2xy^2 + 4x)$

д) $z = e^{3x-4y}$

Задание 2. Найти градиент функции в указанной точке:

а) $u = xy^2 + z^2 - xyz$ в точке $M_0(1; 2; 3)$.

б) $u = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{3}$ в точке $M_0(2; 4)$

в) $z = 3x^2y^2 + 5xy^2$ в точке $A(1; 1)$

Задание 3. Изобразить на плоскости градиент и линии уровня линейной функции двух переменных

Вариант	Функция
1	$z = 3x + 2y - 1.5$
2	$z = -3x + 1.5y + 1$
3	$z = 3x - 3y + 1.5$
4	$z = 1.5x - 1.5y + 1.5$
5	$z = -1.5x + 1.5y - 3$
6	$z = 2x - 2y - 1$
7	$z = -2x + 2y + 1$
8	$z = 1.5x - 2y + 1.5$
9	$z = -1.5x + 2y - 1.5$
10	$z = 3x - 2.5y - 1$

Задание 4. Найти частные производные второго порядка

а) $z = \ln(x^2 + y)$,

б) $u = xy + yz + zx$.

Задание 5. Исследовать на экстремум функции:

а) $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$

б) $f(x;y) = 4 + \sqrt[3]{(x^2 + y^2)^2}$

Алгоритм исследования:

1. Найти частные производные, прировнять их у нулю.
2. Решить полученную систему уравнений и найти стационарные точки.
3. Найти частные производные второго порядка

$$A = \frac{\partial^2 z(x_0;y_0)}{\partial x^2}, B = \frac{\partial^2 z(x_0;y_0)}{\partial x \partial y} C = \frac{\partial^2 z(x_0;y_0)}{\partial y^2}$$

и составить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}$$

4. Для каждой критичской точки проверить:

если $\Delta < 0$, то экстремума в найденной критической точке нет,

если $\Delta > 0$, то экстремум в найденной критической точке есть:

если $A > 0$, то в этой точке существует **минимум** функции двух переменных,
а если $A < 0$, то **максимум**,

если $\Delta = 0$, то требуются дополнительные исследования.