

Лабораторная работа № 5

Экстремум функции одной переменной**Указания к выполнению лабораторной работы**

Оба задания выполняются письменно. В задании 2 решение требуется сопровождать необходимыми комментариями.

В качестве отчёта по лабораторной работе нужно сдать записи решения или скан/фото этих записей.

Задание на лабораторную работу**Задание 1. Найти производные функций**

Вариант	Функция
1	$y = x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + e^{5x}.$
2	$y = \cos x \operatorname{Intg} x - \operatorname{Intg}(x/2).$
3	$y = x \arccos(x/2) - \sqrt{4 - x^2}.$
4	$y = x(\sin \ln x - \cos \ln x).$
5	$y = x^2 + x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}.$
6	$y = x\sqrt{4 - x^2} + 4 \arcsin(x/2).$
7	$y = \sqrt{x} - (1 + x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$
8	$y = \operatorname{Intg}(x/2) - x/\sin x.$
9	$y = e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x).$
10	$y = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2}.$

Задание 2 (общее). Выполнить поиск оптимального решения в следующих задачах:

1. Завод A нужно соединить шоссейной дорогой с прямолинейной железной дорогой, на которой город B . Расстояние $|AO|$ от завода до железной дороги равно a , расстояние $|OB|$ по железной дороге равно l . Стоимость перевозок по шоссе в k раз дороже стоимости перевозок по железной дороге ($k > 1$). Как провести шоссе AM к железной дороге, чтобы стоимость перевозок от завода к городу была наименьшей?

2. Функция дохода от количества реализованного товара x выражается формулой $R(x) = 16x - x^2$, а функция затрат на производство товара – формулой $C(x) = x^2 + 1$. Определить оптимальный уровень производства и прибыль, которая при этом достигается.

3. Требуется загородить забором прямоугольный участок земли площадью 294 кв. м, и затем разделить его на две равные части перегородкой. Каковы должны быть размеры участка, чтобы на постройку забора и перегородки было истрачено наименьшее количество материала?

4. Найти наименьшее количество жести, из которого моно изготовить цилиндрическую консервную банку вместимостью 2 л (запас на швы не учитывать).

5. Реакция организма на два лекарства как функции t (время выражается в часах) составляют $r_1(t) = te^{-t}$ и $r_2(t) = t^2e^{-t}$. У какого из лекарств выше максимальная реакция? Какое действует быстрее?

6. Пусть стоимость каждого кв. см крышки цилиндрической банки составляет a денежных единиц, дна банки – b денежных единиц, а боковой поверхности – c денежных единиц. Определить, каково должно быть отношение высоты H к диаметру дна банки D , чтобы при объеме V куб. см ее стоимость была наименьшей.

7. Расходы топлива для топки парохода пропорциональна кубу его скорости. Известно, что при скорости 10 км/ч расходы на топливо составляют 30 руб. в час, остальные же расходы (не зависящие от скорости) составляют 480 руб. в час. При какой скорости парохода общая сумма на 1 км пути будет наименьшей? Какова будет при этом общая сумма расходов в час?