Лабораторная работа №1

Векторные пространства

Указания к выполнению лабораторной работы

При решении можно пользоваться электронными таблицами, системами компьютерной алгебры (Maxima, MatLab и т.п.) или написать собственную программу на языке программирования. При выборе Python нельзя использовать стандартные функции библиотек.

В качестве отчета по работе преподавателю предъявляются решения в электронном виде. При необходимости нужно ответить на дополнительные вопросы.

Задание на лабораторную работу

Задание 1. Выполнить операции над векторами.

| Вариант | Векторы | Требуется найти |
|---------|--------------------------------|--|
| 1 | a(3.45; 2.71; -0.98) | $3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ |
| | b(-1.53; -0.88; 1.23) | b-2a $a-2b$ |
| 2 | <i>a</i> (-0.18; 1.57; -3.69) | 2.5a + b a + 2.5b |
| | <i>b</i> (2.22; -2.22; 0.07) | b - 3a a - 3b |
| 3 | a (0.38; 2.35; 3.36) | $4\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \boldsymbol{a} + 4\boldsymbol{b}$ |
| | <i>b</i> (-2.02; -2.03; -2.04) | b-2a $a-2b$ |
| 4 | <i>a</i> (4.53; -2.61; 1.36) | 1.7a + b a + 1.7b |
| | b (1.01; 2.02; 3.03) | b-2a $a-2b$ |
| 5 | a (0.27; -0.67; 1.34) | 1.5a + b a + 1.5b |
| | <i>b</i> (0.01; -0.22; 3.67) | b - 3a $a - 3b$ |
| 6 | a(3.45; 2.71; -0.98) | $3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ |
| | b(-1.53; -0.88; 1.23) | b-2a $a-2b$ |
| 7 | <i>a</i> (-0.18; 1.57; -3.69) | 2.5a + b a + 2.5b |
| | <i>b</i> (2.22; -2.22; 0.07) | b - 3a a - 3b |
| 8 | a (0.38; 2.35; 3.36) | $4\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \boldsymbol{a} + 4\boldsymbol{b}$ |
| | <i>b</i> (-2.02; -2.03; -2.04) | b - 2a a - 2b |
| 9 | <i>a</i> (4.53; -2.61; 1.36) | 1.7a + b a + 1.7b |
| | b (1.01; 2.02; 3.03) | b-2a $a-2b$ |
| 10 | <i>a</i> (0.27; -0.67; 1.34) | 1.5a + b a + 1.5b |
| | b (0.01; -0.22; 3.67) | b - 3a $a - 3b$ |

Задание 2. Найти скалярное произведение векторов.

| Вариант | Векторы |
|---------|---|
| 1 | a(3.45; 2.71; -0.98; -1.35; 2.18; 1.11; -0.025) |

| | $\boldsymbol{b}(-1.53; -0.88; 1.23; 1.08; -0.67; -0.65; 1.18)$ |
|----|--|
| 2 | <i>a</i> (-0.18; 1.57; -3.69; 0.15; 0.42; 0.29; 0.21) |
| | b (2.22; -2.22; 0.07; -1.58; 0.25; 1.36; -0.98) |
| 3 | a (0.38; 2.35; 3.36; 0.38; 2.35; 3.36; -0.02) |
| | b (-2.02; -2.03; -2.04; -0.18; 1.57; -3.69; -0.12) |
| 4 | <i>a</i> (4.53; -2.61; 1.36; 3.45; 2.71; -0.98; 0.67) |
| | b (1.01; 2.02; 3.03; 0.38; 2.35; 3.36; -0.02) |
| 5 | <i>a</i> (0.27; -0.67; 1.34; 2.22; -2.22; 0.07; -1.58) |
| | b (0.01; -0.22; 3.67; 0.15; 0.42; 0.29; 0.21) |
| 6 | a(3.45; 2.71; -0.98; -1.35; 2.18; 1.11; -0.025) |
| | b(-1.53; -0.88; 1.23; 1.08; -0.67; -0.65; 1.18) |
| 7 | <i>a</i> (-0.18; 1.57; -3.69; 0.15; 0.42; 0.29; 0.21) |
| | b (2.22; -2.22; 0.07; -1.58; 0.25; 1.36; -0.98) |
| 8 | <i>a</i> (0.38; 2.35; 3.36; 0.38; 2.35; 3.36; -0.02) |
| | b (-2.02; -2.03; -2.04; -0.18; 1.57; -3.69; -0.12) |
| 9 | a (4.53; -2.61; 1.36; 3.45; 2.71; -0.98; 0.67) |
| | b (1.01; 2.02; 3.03; 0.38; 2.35; 3.36; -0.02) |
| 10 | a (0.27; -0.67; 1.34; 2.22; -2.22; 0.07; -1.58) |
| | b (0.01; -0.22; 3.67; 0.15; 0.42; 0.29; 0.21) |

Задание 3

Косинусное сходство используется для поиска сходства между двумя документами. Признак оценивает сходство между векторами, что достигается путем нахождения косинусов углов между ними. Диапазон сходства составляет от 0 до 1: если значение показателя сходства между двумя векторами равно 1, это означает, что существует большое сходство между ними (угол равен 0). С другой стороны, если значение оценки сходства между двумя векторами равно 0, это означает, что между ними нет никакого сходства (угол составляет 90°).

Пусть два документа описаны векторами a и b. Определить их косинусное сходство.

Сравнить свой результат с другими вариантами и выяснить, в каком варианте пара документов наиболее близка, а каком – наименее.

| Вариа | | Координаты векторов | | | | | | | | | |
|-------|----------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| нт | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | 0,1504 | 0,4214 | 0,2905 | 0,2133 | 0,7994 | 0,6193 | 0,3501 | 0,8943 | 0,2864 | 0,4109 |
| 1 | a | 28 | 3 | 83 | 66 | 32 | 16 | 26 | 95 | 74 | 59 |
| 1 | | 0,3008 | 0,8428 | 0,5811 | 0,4267 | 1,5988 | 1,2386 | 0,7002 | 1,7887 | 0,5729 | 0,8219 |
| | b | 57 | 6 | 66 | 32 | 65 | 31 | 53 | 91 | 48 | 18 |
| | | 0,3702 | 0,8993 | 0,0824 | 0,4468 | 0,7529 | 0,9311 | 0,5559 | 0,0555 | 0,6349 | 0,9217 |
| 2 | a | 24 | 43 | 17 | 87 | 73 | 09 | 93 | 45 | 49 | 75 |
| 2 | | 0,8540 | 0,3341 | 0,5620 | 0,2286 | 0,7372 | 0,6004 | 0,0887 | 0,4086 | 0,0811 | 0,3219 |
| | b | 34 | 38 | 71 | 92 | 06 | 51 | 52 | 66 | 55 | 58 |
| 2 | | 0,1291 | 0,5782 | 0,5515 | 0,3115 | 0,3520 | 0,6822 | 0,9989 | 0,8399 | 0,8079 | 0,0582 |
| 3 | a | 96 | 92 | 55 | 11 | 41 | 11 | 35 | 34 | 94 | 68 |

| ĺ | I | 0,4521 | 2,0240 | 1,9304 | 1,0902 | 1,2321 | 2,3877 | 3,4962 | 2,9397 | 2,8279 | 0,2039 |
|----|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | b | 86 | 23 | 43 | 9 | 43 | 38 | 71 | 69 | 78 | 4 |
| | - | 0,7929 | 0,8486 | 0,4319 | 0,5261 | 0,9688 | 0,5167 | 0,2650 | 0,9335 | 0,1601 | 0,5567 |
| | a | 64 | 3 | 11 | 77 | 7 | 19 | 73 | 51 | 97 | 68 |
| 4 | - | 0,5157 | 0,5364 | 0,7971 | 0,6298 | 0,8785 | 0,8390 | 0,1009 | 0,8473 | | 0,5143 |
| | b | 32 | 88 | 32 | 84 | 57 | 16 | 03 | 61 | 0,011 | 32 |
| | | 0,0720 | 0,4812 | 0,3846 | 0,5848 | 0,8792 | 0,0678 | 0,7012 | 0,4461 | 0,4569 | 0,9129 |
| _ | a | 94 | 42 | 83 | 67 | 05 | 01 | 76 | 74 | 09 | 76 |
| 5 | | 0,1081 | 0,7218 | 0,5770 | | 1,3188 | 0,1017 | 1,0519 | 0,6692 | 0,6853 | 1,3694 |
| | b | 41 | 63 | 24 | 0,8773 | 08 | 02 | 13 | 61 | 63 | 64 |
| | | 0,2773 | 0,1030 | 0,5418 | 0,9671 | 0,4413 | 0,0910 | 0,9081 | 0,3238 | 0,2682 | 0,5318 |
| | a | 52 | 93 | 8 | 27 | 73 | 64 | 14 | 48 | 46 | 42 |
| 6 | | 0,0577 | 0,7764 | 0,5306 | 0,2280 | 0,9312 | 0,2050 | 0,3614 | 0,9069 | 0,7503 | 0,8457 |
| | \boldsymbol{b} | 29 | 59 | 25 | 19 | 06 | 29 | 86 | 61 | 41 | 51 |
| | | 0,0527 | 0,3806 | 0,4818 | 0,0830 | 0,0600 | 0,4365 | 0,9451 | 0,2829 | 0,4240 | 0,3551 |
| 7 | a | 24 | 36 | 39 | 29 | 01 | 85 | 34 | 99 | 53 | 45 |
| / | | 0,0421 | 0,3045 | 0,3854 | 0,0664 | 0,0480 | 0,3492 | 0,7561 | 0,2263 | 0,3392 | 0,2841 |
| | b | 79 | 09 | 71 | 23 | 01 | 68 | 07 | 99 | 43 | 16 |
| | | 0,7856 | 0,6228 | 0,2257 | 0,3454 | 0,5303 | 0,6293 | 0,0241 | 0,1367 | 0,7217 | 0,2704 |
| 8 | a | 83 | 31 | 65 | 58 | 54 | 84 | 67 | 5 | 29 | 93 |
| 0 | | 0,6534 | 0,9103 | 0,9040 | 0,0629 | 0,3263 | 0,9832 | 0,7422 | 0,9808 | 0,3500 | 0,9050 |
| | \boldsymbol{b} | 46 | 19 | 26 | 94 | 59 | 04 | 53 | 86 | 81 | 66 |
| | | 0,1403 | 0,9254 | 0,8547 | 0,5983 | 0,2072 | 0,5294 | 0,9045 | | 0,3065 | 0,6735 |
| 9 | a | 7 | 08 | 46 | 65 | 63 | 41 | 3 | 0,971 | 5 | 75 |
| | | 0,1080 | 0,7125 | 0,6581 | 0,4607 | 0,1595 | 0,4076 | 0,6964 | 0,7476 | 0,2360 | 0,5186 |
| | b | 85 | 64 | 54 | 41 | 92 | 69 | 88 | 7 | 43 | 53 |
| | | 0,0169 | 0,9162 | 0,8666 | 0,1068 | 0,6422 | 0,7986 | 0,9295 | 0,4029 | 0,0986 | 0,2620 |
| 10 | a | 49 | 13 | 21 | 23 | 47 | 79 | 34 | 04 | 88 | 6 |
| 10 | | 0,4571 | 0,0429 | 0,7252 | 0,7051 | 0,7427 | 0,2239 | 0,9782 | 0,7056 | 0,4647 | 0,5207 |
| | \boldsymbol{b} | 94 | 07 | 81 | 95 | 74 | 74 | 68 | 05 | 69 | 23 |

Задание 4. Определить, будет ли система векторов линейно независимой (с точностью до $0{,}001$).

| Вариант | Векторы |
|---------|---|
| 1 | <i>a</i> (0,15; 0,42; 0,29; 0,21; 0,8) |
| | b (0,30; 0,84; 0,58; 0,43; 1,6) |
| 2 | <i>a</i> (0,37; 0,9; 0,08; 0,45; 0,75) |
| | b (0,85; 0,33; 0,56; 0,23; 0,74) |
| 3 | a (0,13; 0,58; 0,55; 0,31; 0,35) |
| | b (0,45; 2,02; 1,93; 1,09; 1,23) |
| 4 | <i>a</i> (0,79; 0,85; 0,43; 0,53; 0,97) |
| | b (0,52; 0,54; 0,8; 0,63; 0,88) |
| 5 | a (0,07; 0,48; 0,38; 0,58; 0,88) |
| | b (0,11; 0,72; 0,58; 0,88; 1,32) |
| 6 | <i>a</i> (0,28; 0,1; 0,54; 0,97; 0,44) |
| | b (0,06; 0,78; 0,53; 0,23; 0,93) |
| 7 | a (0,05; 0,38; 0,48; 0,08; 0,06) |
| | b (0,04; 0,3; 0,39; 0,07; 0,05) |
| 8 | a (0,79; 0,62; 0,23; 0,35; 0,53) |

Математические основы анализа данных

| | b (0,65; 0,91; 0,9; 0,06; 0,32) |
|----|---|
| 9 | a (0,14; 0,93; 0,85; 0,6; 0,2) |
| | b (0,11; 0,71; 0,66; 0,46; 0,16) |
| 10 | a (0,02; 0,92; 0,87; 0,1; 0,64) |
| | b (0,46; 0,04; 0,73; 0,71; 0,74) |