

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1
Демо-вариант

1. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость следующие ряды:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+4)^3}{n!}$; (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+a)^n}{n^{n+a}}$; (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^a}$; (iv) $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+(-1)^n}}$; (v) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}} \right)$;
(vi) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2} (2n+1)!!}{(2n+2)!!}$.

2. Найдите такие C и α , что $\sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5}} \sim C \cdot N^{-\alpha}$ ($N \rightarrow \infty$). Ответ обоснуйте.

3. Найдите все действительные значения параметра p , при которых ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p + (-1)^n}$$

сходится условно.

4. Исследуйте на сходимость

(i) $\prod_{n=1}^{\infty} e^{cn^c}$; (ii) $\prod_{n=1}^{\infty} \sqrt{\cos \frac{1}{n}}$.

5. Исследуйте на равномерную сходимость

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^7 x^2}$ на \mathbb{R} ;
(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^7 x^9}$ на \mathbb{R} ;
(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x \cos(nx)}{\sqrt{n+8}}$ на $(0, 1)$;
(iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt[3]{n^8+x^4}}$ на $(0; \frac{\pi}{8})$;
(v) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt[3]{n+x^4}}$ на $(0; \frac{\pi}{8})$;
(vi) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{\sqrt[3]{n+x^4}}$ на $(0; \frac{\pi}{8})$.

6. Найдите радиус сходимости степенного ряда (i) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n$; (ii) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^{n^2}$.

7. Разложите в ряд по степеням x функцию $\operatorname{arctg} x$. Найдите множество x , на котором сумма полученного ряда равна $\operatorname{arctg} x$.

8. Найдите $f^{(2016)}(0)$, если $f(x) = (2x+1) \ln \sqrt{1+3x}$.

9. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{2^n}.$$