

Экзаменационное задание № 0

Необходимо дать решения предложенных задач.

1. На переговоры за круглый стол приглашены $n + 1$ рыцарей и n священников. Они рассаживаются за столом случайным образом. Найдите вероятность того, что никакие два священника не сели рядом.
2. В ящике лежат 5 красных, 5 синих и 5 зеленых шаров. Сначала наугад вынимаются 3 шара. Если среди них попадают синие, то их перекрашивают в красный цвет. После чего все шары возвращаются в ящик. Второй раз наугад вынимаются три шара. Найдите условную вероятность того, что в первый раз вынули хотя бы два синих шара, если во второй раз вынули 2 красных и 1 зеленый шар.
3. Множество из k различных шаров случайно раскладывают по m ящикам. Случайная величина ξ равна количеству ящиков, содержащих ровно 1 шар, при таком случайном размещении. Найдите $E\xi$ и $D\xi$.
4. Случайные величины X, Y, Z, W независимы и имеют равномерное распределение на отрезке $[0, 1]$. Найдите вероятность того, что отрезки с длинами X, Y, Z и W могут служить сторонами некоторого четырехугольника.
5. Роботы F и Z умеют сдавать тест на IQ. Результаты сдачи, однако, случайны. Нормированный результат Z имеет плотность $p_1(x) = (x^3/4)I_{[0,2]}(x)$, а нормированный (тем же самым способом) результат F имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 1 - e^{-x}, & 0 \leq x < 3; \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

Считая результаты тестов независимыми, найдите вероятность того, что результат Z превысит результат F.

6. Случайные величины X и Y имеют экспоненциальное распределение с параметром 1 и независимы. Найдите математическое ожидание случайной величины $Z = 1/\sqrt{X + Y}$.