Statistical Machine Learning s Data Storytelling

spacing = 3 tab

1. Part 1 Essential Mathematical Foundations (Deep Live)

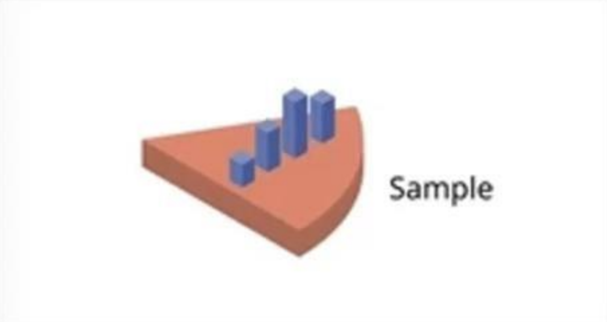
Chapter 1. Descriptive Statistics

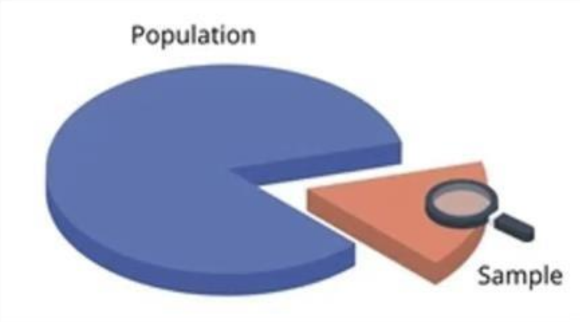
1-1. Introduction To Descriptive Statics

Peran Statistik Deskriptif

- Langkah awal dalam eksplorasi data
- Membantu mengidentifikasi pola, tren, dan anomali
- Menyediakan ringkasan numerik dan visual dari data
- Dasar untuk analisis statistic lanjutan dan machine learning

Statistik Deskriptif vs Inferensial





Deskriptif:

- Fokus pada data yang tersedia
- Tidak membuat prediksi atau generalisasi

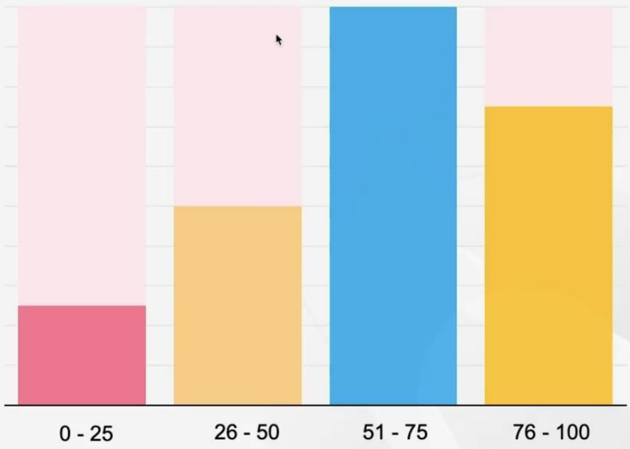
Inferensial:

- Menggunakan sampel untuk menyimpulkan tentang populasi.
- Melibatkan estimasi dan pengujian hipotesis

Contoh Aplikasi Statistik Deskriptif

No	Nilai
1	75
2	73
3	50
4	90
5	75
6	45
7	60
8	80
9	76
10	15

Mean	63,9
Median	74
Standard Deviasi	22,0426355
Minimum	15
Maximum	90
First Quartile	52,5



1-2. Measures Of Central Tendency

01 **Ukuran Pemusatan**

02 **Mean, Median, Modus**

03 **Interpretasi Ukuran Pemusatan**

04 **Contoh Aplikasi**

05 **Penutup**

Ukuran Pemusatan

- Ukuran pemusatan menggambarkan nilai tengah atau tipikal dari suatu kumpulan data.
- Digunakan untuk meringkas data numerik menjadi satu nilai representatif.
- Tiga ukuran utama: Mean (rata-rata), Median, dan Mode (modus).

Mean (Rata-rata)

$x \rightarrow 5\ 7\ 6\ 2\ 1\ 4\ 40$

data

$\underbrace{5\ 7\ 6\ 2\ 1\ 4}_{n=6}$

$$\bar{x} = \frac{5+7+6+2+1+4+40}{\cancel{6}\ 7}$$

$$= \frac{25}{6} \rightarrow \frac{65}{7} = 9{,}14\ldots$$

$$= 4{,}16666 \approx 4{,}17$$

Definisi: Jumlah seluruh nilai dibagi jumlah data.

Formula:

nilai

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

jumlah data

Catatan:

Kelebihan: Menggunakan semua data, mudah dihitung.

Kekurangan: Sangat sensitif terhadap outlier.

Mean (Rata-rata)

$x \rightarrow 5\ 7\ 6\ 2\ 1\ 4\ 40$

data

$\underbrace{5\ 7\ 6\ 2\ 1\ 4}_{n=6}$

$$\bar{x} = \frac{5+7+6+2+1+4+40}{\cancel{6}\ 7}$$

$$= \frac{25}{6} \rightarrow \frac{65}{7} = 9{,}14\ldots$$

$$= 4{,}16666 \approx 4{,}17$$

Definisi: Jumlah seluruh nilai dibagi jumlah data.

Formula:

nilai

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

jumlah data

Catatan:

Kelebihan: Menggunakan semua data, mudah dihitung.

Kekurangan: Sangat sensitif terhadap outlier.

Modus (Mode)

X → 1 2 2 2 3 4

modus = 2

X → 1 2 2 2 3 4 4 4 5

Bimodal.

1 2 2 2 3 4 4 4 5 6 6 6

3 3 3

multimodal

Definisi: Nilai yang sering muncul.

Formula:

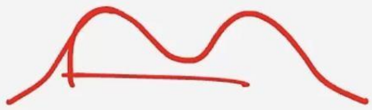
- Frekuensi / kemunculan data tertinggi
- Dapat memiliki lebih dari satu modus (bimodal/multimodal)

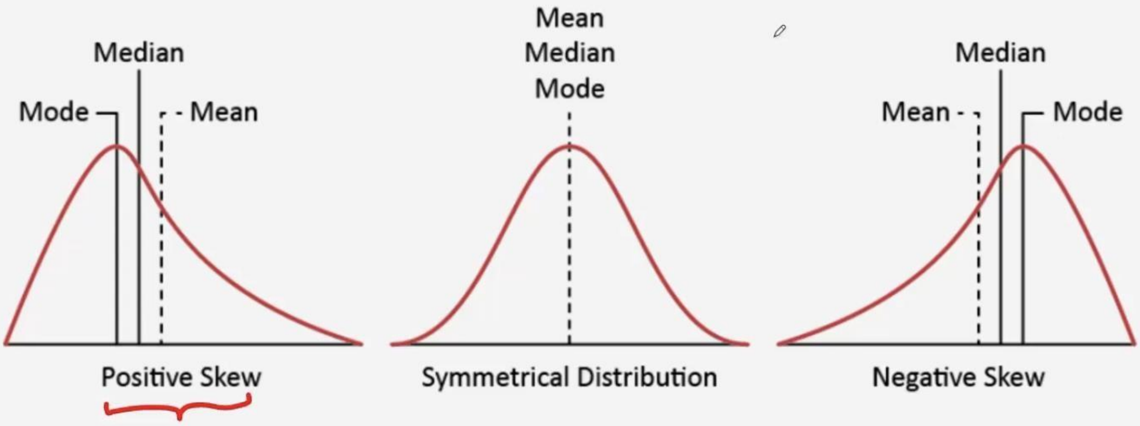
Catatan:

Kelebihan: Lebih cocok untuk data kategorikal.

Kekurangan: Tidak selalu ada atau tidak unik.

Perbandingan Mode, Median & Mean





Contoh Aplikasi Mean, Median & Modus

- Data gaji karyawan: gunakan median untuk menghindari bias dari gaji ekstrem.
- Nilai ujian siswa: mean untuk melihat performa umum.
- Preferensi produk: mode untuk mengetahui pilihan terbanyak.

Penutup

- **Mean**: rata-rata aritmatika, sensitif terhadap outlier.
- **Median**: nilai tengah, robust terhadap outlier.
- **Mode**: nilai paling sering muncul, cocok untuk data kategorikal.
- Pilih ukuran pemusatan sesuai konteks data.

1-3. Measures Of Dispersion

01 **Apa itu ukuran persebaran data?**

02 **Range (Jangkauan)**

03 **Variance (variansi)**

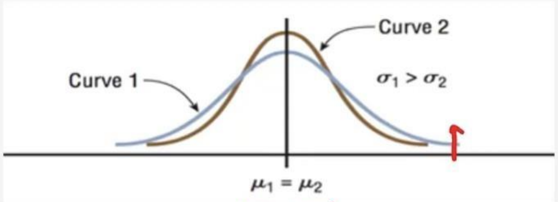
04 **Standard Deviation (Simpangan Baku)**

05 **Interquartile Range (IQR)**

Apa itu ukuran persebaran data

12345 234

3 3



Sama

- **Definisi**: Ukuran penyebaran menggambarkan seberapa tersebar data dalam suatu distribusi.
- **Tujuan**:
  - Digunakan untuk memahami variabilitas dan konsistensi data.
  - Deteksi outlier
  - Normalisasi data
  - Evaluasi model prediktif
- **Contoh**: dua dataset dengan rata-rata sama bisa memiliki penyebaran yang berbeda.

Range (Jangkauan)

115

No	Nilai
1	75
2	73
3	50
4	90
5	75
6	45
7	60
8	80
9	76
10	15

max

$$range = \max - min$$
$$= 90 - 15$$
$$= 75$$

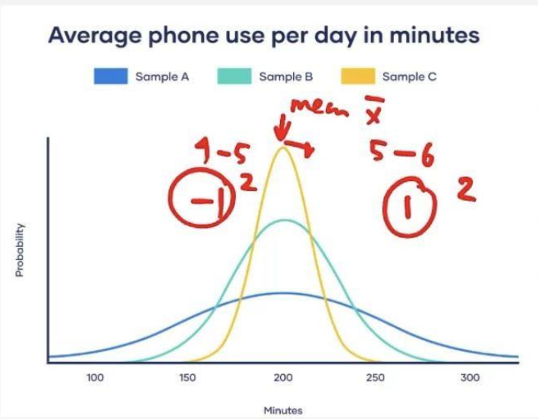
min

- **Definisi**: selisih antara nilai maksimum dan minimum dalam dataset.
- **Formula**:

$$range = max - min$$

- **Kelebihan**: Mudah dihitung
- **Kekurangan**: Sangat dipengaruhi oleh outlier

Variance (Variansi / Ragam)

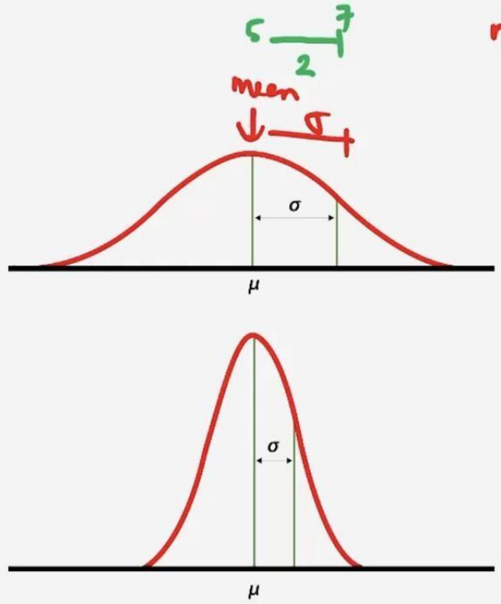


- **Definisi**: mengukur rata-rata kuadrat deviasi dari mean
- **Formula**:

$$\sigma = \text{STD} \leftarrow \sigma^2 = \sum \frac{(x_i - \mu)^2}{n}$$

- **Kelebihan**: Menggunakan semua data
- **Kekurangan**: Satuan kuadrat, sulit diinterpretasi langsung

Standard Devitation (Simpangan Baku)



men = 5
σ = 2

- **Definisi**: akar kuadrat dari variance
- **Formula**:

$$\sigma = \sqrt{\sum \frac{(x_i - \mu)^2}{n}}$$

- **Kelebihan**: Satuan sama dengan data asli.
- **Kekurangan**: Masih dipengaruhi oleh outlier

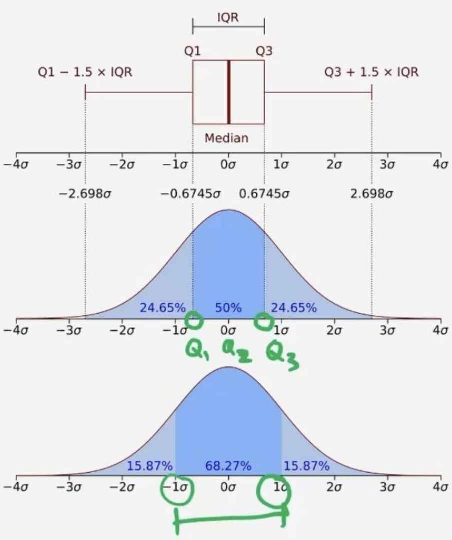
Interquartile Range (IQR)

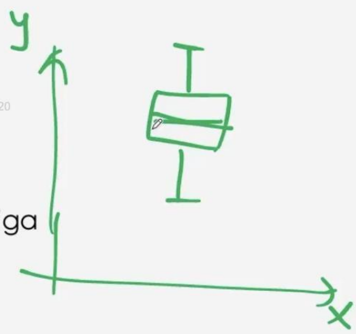
- **Definisi**: selisih antara kuartil ketiga (Q_3) dan kuartil pertama (Q_1).
- **Formula**:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

- **Kelebihan**: Robust terhadap outlier.
- **Kekurangan**: Tidak menggunakan semua data

Interquartile Range (IQR)

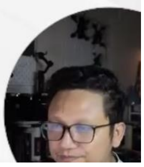




- **Definisi**: selisih antara kuartil ketiga (Q_3) dan kuartil pertama (Q_1).
- **Formula**:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

- **Kelebihan**: Robust terhadap outlier.
- **Kekurangan**: Tidak menggunakan semua data



Perbandingan

Range	Mudah Sangat sensitive terhadap outlier
Variance	Menggunakan semua data Satuan kuadrat
Standard Deviation	Menggunakan semua data Interpretasi lebih mudah
Interquartile Range	Robust (Tegar) Terhadap Outlier

Aplikasi dalam Data Science dan Statistics

01 **Menilai Variabilitas Fitur**	Ukuran pemusatan seperti mean hanya memberi tahu kita nilai rata-rata, tetapi tidak memberi tahu apakah data homogen atau heterogen. Measures of dispersion seperti standard deviation dan IQR menunjukkan seberapa jauh data menyebar dari pusatnya.
02 **Mendeteksi Outlier**	Ukuran seperti range dan IQR membantu mengidentifikasi nilai ekstrem yang bisa mempengaruhi analisis.
03 **Menentukan Stabilitas dan Risiko**	Dalam konteks bisnis atau keuangan, standard deviation sering digunakan untuk mengukur risiko atau volatilitas.
04 **Membantu Pemilihan Metode Statistik**	Distribusi data yang skewed atau memiliki penyebaran tinggi mungkin tidak cocok untuk metode yang mengasumsikan distribusi normal.
05 **Meningkatkan Interpretasi Visualisasi**	Visualisasi seperti **boxplot** dan **histogram** menjadi lebih bermakna jika kita memahami ukuran penyebaran
06 **Dasar untuk Normalisasi dan Standarisasi**	Dalam machine learning, data sering perlu dinormalisasi agar model bekerja optimal. Measures of dispersion digunakan untuk **Z-score normalization**: menggunakan mean dan standard deviation **Min-max scaling**: menggunakan range

1-4. Understanding Data Distribution Shapes

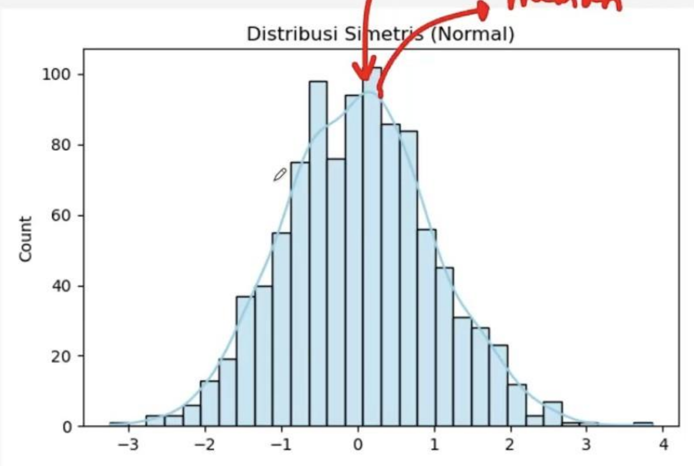
01	02	03	04	05
Definisi	**Jenis-jenis distribusi data**	**Skewness & Kurtosis**	**Perbandingan**	**Penutup**

Bentuk Distribusi Data

- Bentuk distribusi data menggambarkan bagaimana nilai-nilai dalam dataset tersebar.
- Distribusi dapat menunjukkan pola
  - simetris,
  - miring (skewed),
  - seragam,
  - atau memiliki lebih dari satu puncak (bimodal).

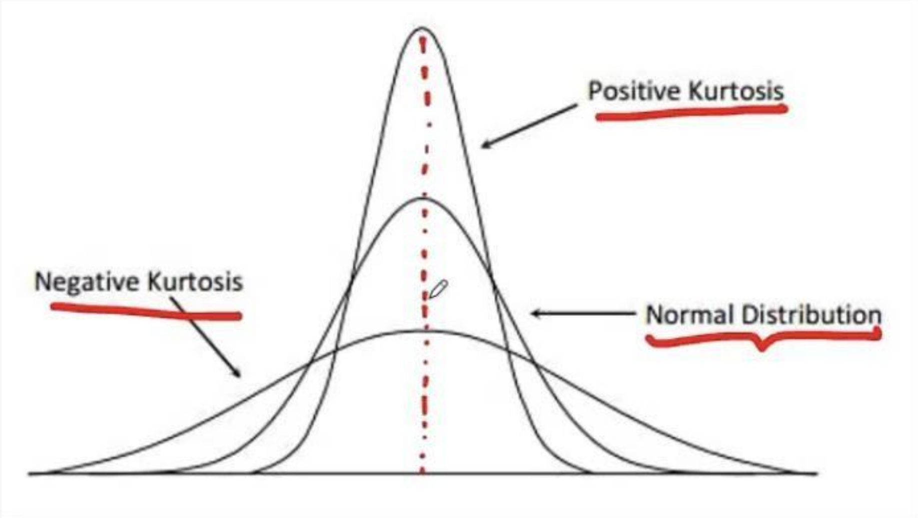
Distribusi Simetris

mean
median



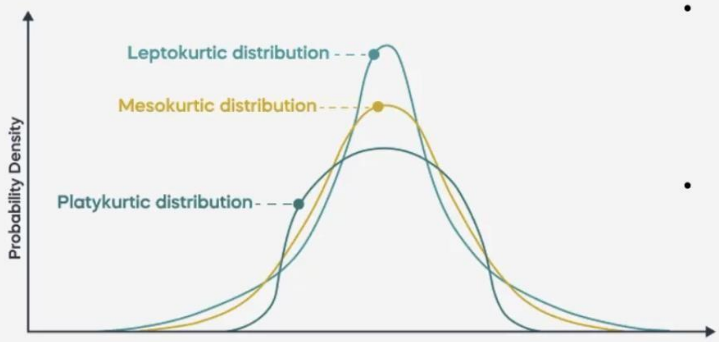
- Distribusi yang tersebar dengan titik **median** dan **mean** saling **berdekatan.**
- Contoh dari distribusi ini adalah **distribusi normal**

Kurtosis



Kurtosis mengukur **derajat konsentrasi data di sekitar mean** dan **frekuensi outlier**. Secara teknis, kurtosis adalah **momen keempat** dari distribusi yang dinormalisasi.

Kurtosis



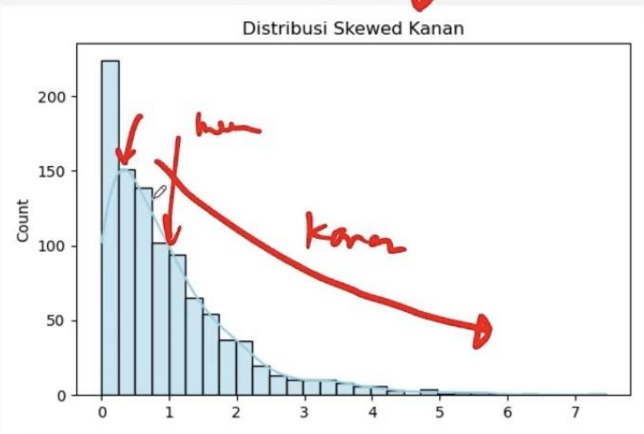
library

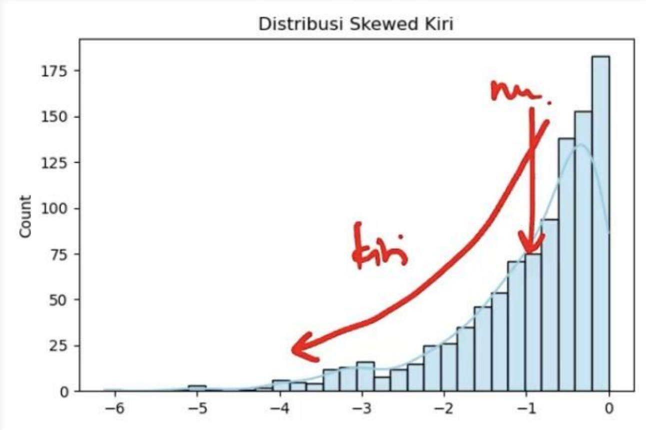
Menghitung kurtosis dengan python

```
from scipy.stats import kurtosis
kurtosis(data, fisher=False)
```

- Mesokurtic (Kurtosis ≈ 3)
  - Distribusi normal standar.
  - Puncak distribusi **sedang**, tidak terlalu tajam atau datar.
  - Outlier muncul dengan frekuensi normal.
- Leptokurtic (Kurtosis > 3)
  - Puncak distribusi **tajam dan tinggi**.
  - Data lebih terkonsentrasi di sekitar mean.
  - **Outlier lebih sering muncul.**
  - Contoh: distribusi keuangan dengan lonjakan ekstrem.
- Platykurtic (Kurtosis < 3)
  - Puncak distribusi **datar dan lebar**.
  - Data lebih tersebar.
  - **Outlier lebih jarang.**
  - Contoh: distribusi nilai ujian yang merata.

Distribusi Miring (Skewed)





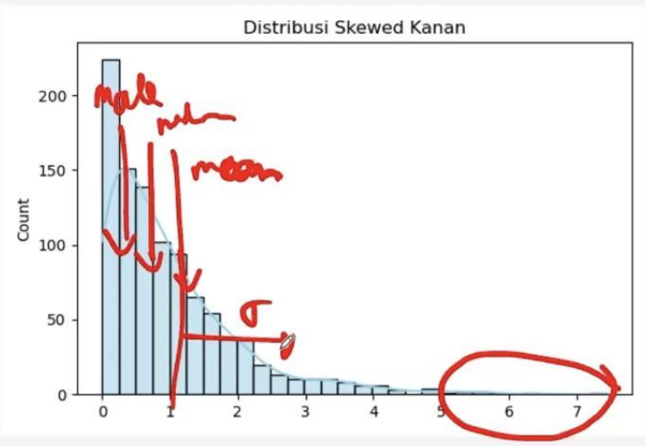
Skewness > 0: miring ke kanan

Skewness < 0: miring ke kiri

$$skewness = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{(n-1)\sigma^3}$$

$\bar{x}$ = nilai mean,
x_i= Nilai data ke-i,
σ = Standard Deviation,
n = jumlah data

Distribusi Miring (Skewed)

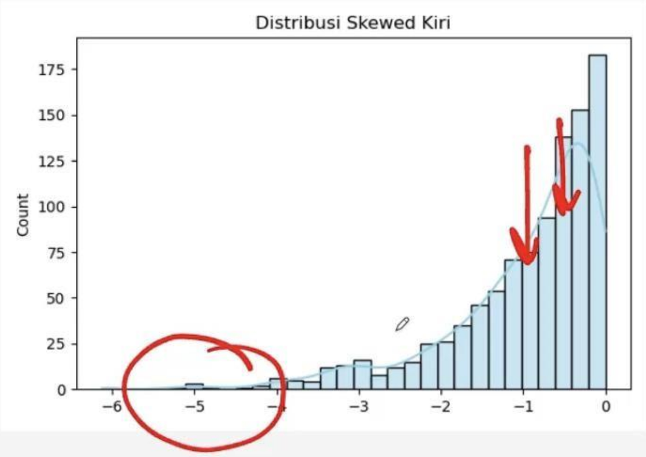


Skewness > 0: miring ke kanan

Karakteristik:

- Ekor Panjang di kanan
- Mean > Median > Mode
- Contoh:
  - Pendapatan Individu: segelintir orang berpenghasilan sangat tinggi
- Warning:
  - Nilai Mean dapat menyesatkan karena dipengaruhi oleh outliers
  - Median lebih representatif untuk pusat data
  - Standard Deviasi yang sangat besar karena terdapat nilai ekstrem di kanan

Distribusi Miring (Skewed)

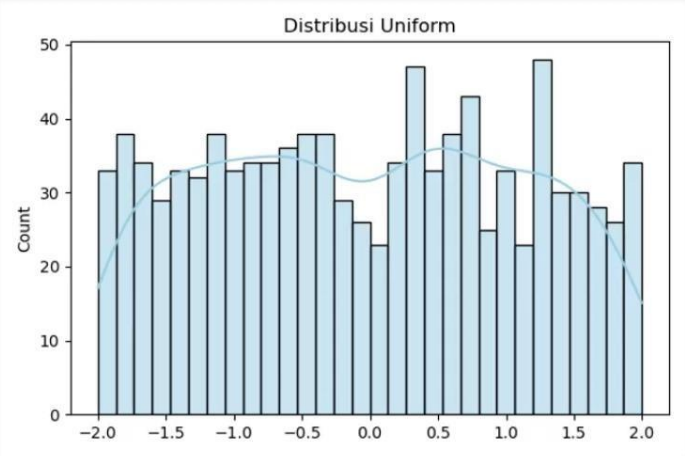


Skewness < 0: miring ke kiri

Karakteristik:

- Ekor Panjang di kiri
- Mean < Median < Mode
- Contoh:
  - Skor ujian dengan nilai tinggi yang banyak dan sedikit yang bernilai rendah
- Warning:
  - Nilai Mean dapat menyesatkan karena dipengaruhi oleh outliers ekstrem minimum
  - Median lebih representatif untuk pusat data
  - Standard Deviasi yang sangat besar karena terdapat nilai ekstrem di kiri

Distribusi Uniform



Skewness < 0: miring ke kiri

Karakteristik:

- Semua nilai memiliki probabilitas yang mirip
- Mean ≈ Median
- Contoh:
  - Hasil lemparan dadu fair → setiap angka memiliki probabilitas 1/6
  - Digunakan untuk menggenerasi nilai random pada nilai awal bobot machine learning.
- Warning:
  - Semakin besar rentang data, semakin besar variansinya.
  - $Var(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$, dengan a dan b adalah rentang distribusi

Penutup

- Bentuk distribusi mempengaruhi analisis data
- Skewness dan kurtosis membantu memahami karakteristik data
- Visualisasi sangatlah penting untuk eksplorasi awal sebaran data dan deteksi outliers.

1-5. Summary And Practice Problems

Ringkasan Konsep Utama

- Mean: Rata-rata dari sekumpulan data
- Median: Nilai tengah dari data yang diurutkan
- Mode: Nilai yang paling sering muncul
- Range: Selisih antara nilai maksimum dan minimum
- Variance: Ukuran penyebaran data dari rata-rata
- Standard Deviation: Akar dari variance, menunjukkan sebaran data

Latihan 1 – Ukuran Pemusatan

Diberikan data: [4, 8, 6, 5, 3, 4, 4, 7]

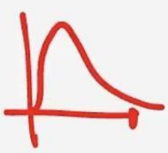
Hitung mean, median, modus, dan range

mean $\rightarrow \bar{x} = \dfrac{4+8+6+5+3+4+4+7}{8}$

$= \dfrac{41}{8} = 5{,}125$

median $\rightarrow$ 3 4 4 $\underbrace{4\ 5}$ 6 7 8

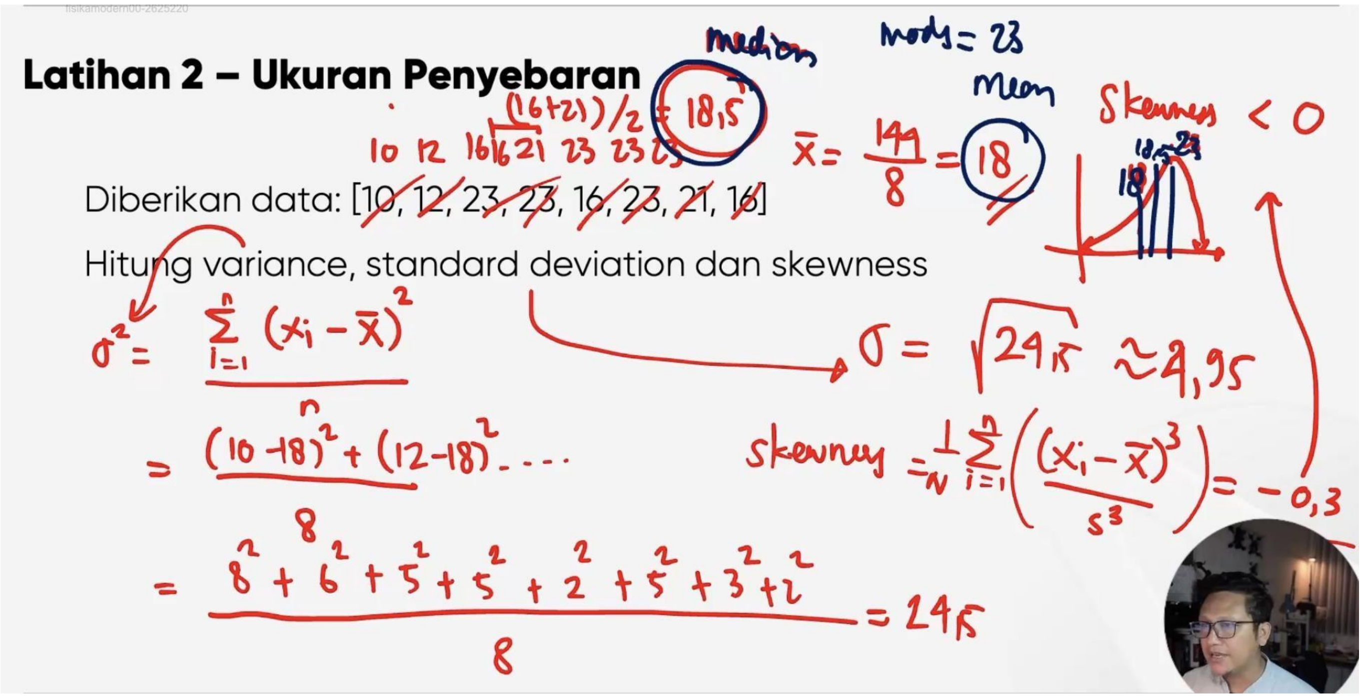
$\dfrac{4+5}{2} = 4{,}5$

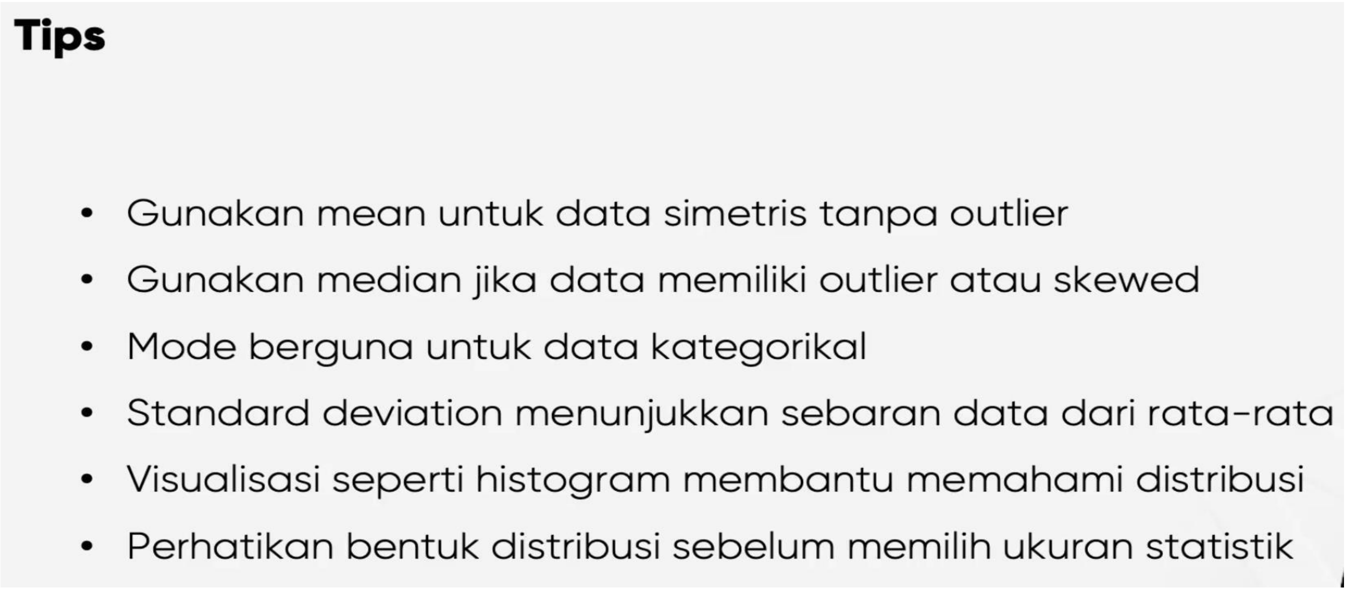


modus = 4

range = 8 − 3

= 5





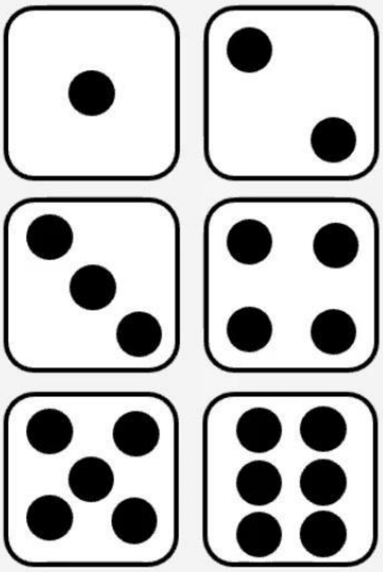
Chapter 2. Probability Theory

2-1. What Is Probability

Apa Itu Probabilitas?

01 **Definisi**	• Probabilitas adalah ukuran kemungkinan suatu kejadian terjadi
02 **Nilai**	• Bernilai 0 saat tidak terjadi. • Bernilai 1 saat terjadi.
03 **Penggunaan**	• Digunakan dalam pengambilan keputusan berbasis data

Contoh



Berapa probabilitas / kemungkinan dadu berangka 2 muncul saat dilempar?

$$[1, 2, 3, 4, 5, 6]$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$P(2) = \frac{1}{6}$$

$$\left.\begin{array}{l} P(1) = \frac{1}{6} \\ \vdots \\ P(6) = \frac{1}{6} \end{array}\right\} 1$$

Contoh

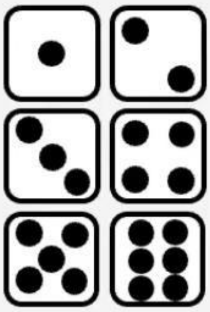
angka gambar

Berapa probabilitas / kemungkinan gambar muncul saat sekali tos?

$$P(\text{gambar}) = \frac{1}{2}$$
$$P(\text{angka}) = \frac{1}{2}$$
$$\overline{\qquad\qquad} +$$
$$1$$

Sample Space / Ruang Sampel

- Sample Space adalah himpunan semua kemungkinan hasil



Sample Space nya adalah:

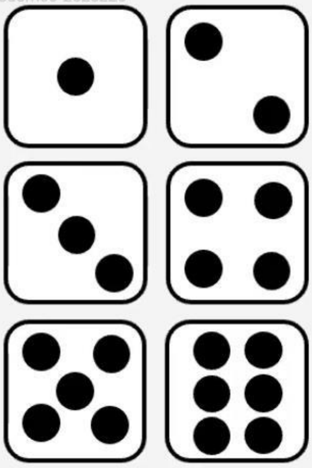
$\underbrace{[\,1, 2, 3, 4, 5, 6\,]}_{6}$

Sample Space nya adalah:

$\underbrace{[\text{ angka, gambar }]}_{2}$

Event / Kejadian

- Event atau kejadian adalah subset dari sample space



Sample Space nya adalah:

[1, 2, 3, 4, 5, 6]

Event → Angka Ganjil:

[1, 3, 5]

Event → Angka Genap:

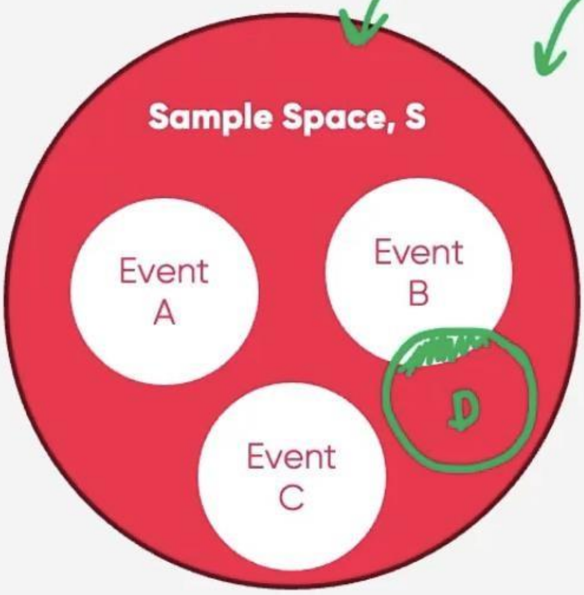
[2, 4, 6]

Event → Bilangan Prima:

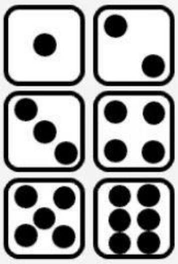
[2, 3, 5]

Sample Space dan Event

diagr Venn



Classical VS Empirical



Jumlah sampel adalah 6

Kemungkinan angka 3 muncul adalah?

Classical / Theoretical:

$$P(3) = \frac{\text{kemunculan 3}}{\text{total kemungkinan}}$$

$$= \frac{1}{6}$$

Empirical / Experiment:

1 3 1 4 5 6

$$P(1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Kenapa Berbeda?

Probabilitas Teoritical akan sama dengan Probabilitas Empirical saat

Jumlah ekperimen sangatlah BESAR!

Jika nilai probabilitas teoritical tidak diketahui, jumlah observasi yang sangat banyak akan meningkatkan akurasi nilai probabilitas

Ringkasan

- **Sample Space**: semua kemungkinan outcome dari eksperimen
- **Eksperimen**: proses yang menghasilkan hasil acak
- **Outcome**: hasil dari satu percobaan

Kejadian saling lepas (mutually exclusive)

- Kejadian yang tidak mungkin terjadi bersama-sama:
  - Pelemparan satu dadu menghasilkan angka 2 dan 5
  - Pelemparan coin satu kali menghasilkan gambar dan angka

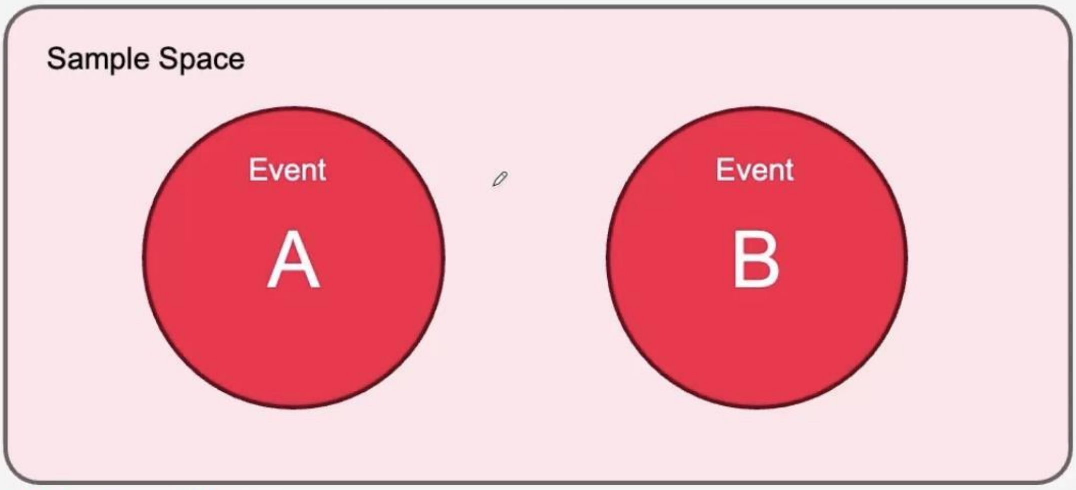


Diagram Venn

Kejadian tidak saling lepas (Non mutually exclusive)

- Kejadian yang mungkin terjadi bersama-sama:
  - Siswa yang suka fisika dan matematika
  - Siswa yang memakai kacamata dan keriting

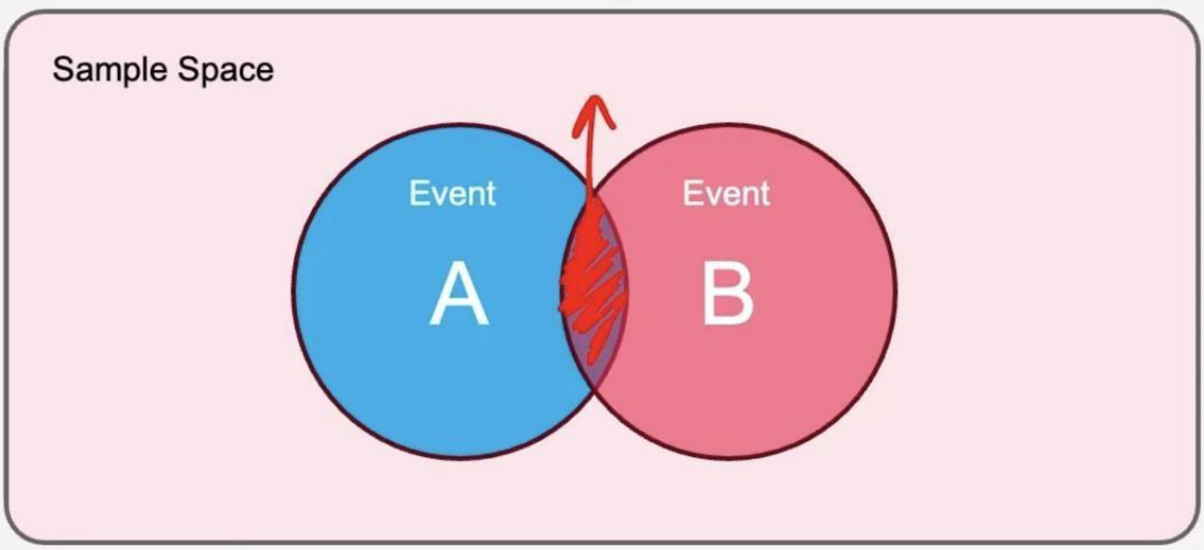
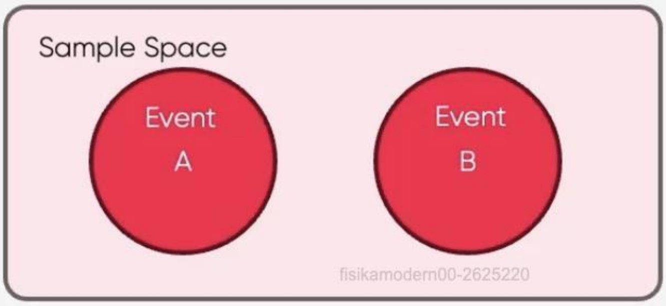


Diagram Venn

Aturan Penjumlahan (Mutually Exclusive)

- Berapa probabilitas kejadian A atau B. contohnya dalam 1 lempar dadu, muncul angka 1 atau 6 atau 3



$$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$$
$$P(1 \text{ atau } 6) = P(1) + P(6)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$
$$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

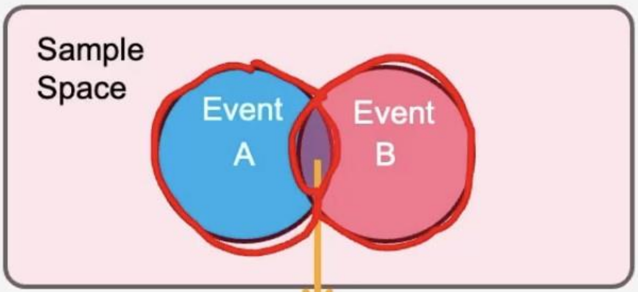
- Formulasi:

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \text{ or } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

NON

Aturan Penjumlahan (Mutually Exclusive)

- Berapa probabilitas kejadian A atau B. contohnya siswa berkacamata atau keriting



$$P(A \text{ dan } B) = P(A \text{ and } B) = P(A \cap B)$$

union.

- Formulasi:

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \text{ or } B) = P(A \cup B)$$
$$= P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}$$

Dependent vs Independent Events

Dependent

Kejadian yang hasilnya mempengaruhi kejadian selanjutnya

Contoh:
- Pengambilan kartu pada dek kartu tanpa dikembalikan, mempengaruhi pengambilan selanjutnya

Independent

Kejadian yang hasilnya tidak mempengaruhi kejadian selanjutnya

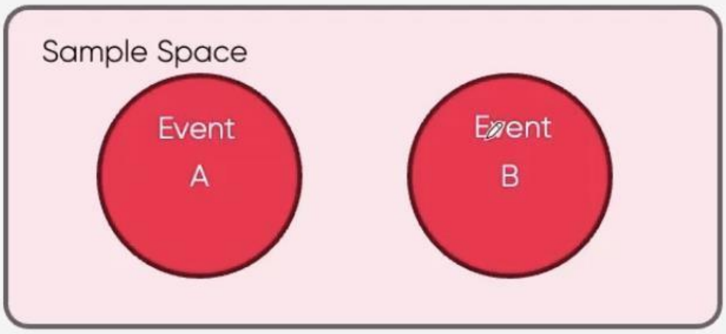
Contoh:
- Pelemparan coin pertama tidak mempengahuri pelemparan kedua, dan seterusnya

Aturan Perkalian (Mutually Exclusive)

dan

$\cap$

- Akan selalu bernilai nol, karena kejadian A dan B terjadi bersamaan tidak ada

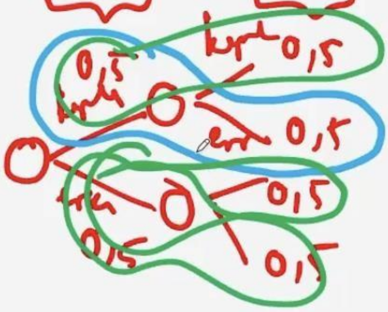


$$P(A \cap B) = 0$$
$$P(A) \times P(B) = 0$$

Aturan Perkalian (Independent)

- Aturan perkalian digunakan untuk menemukan probabilitas bahwa dua atau lebih kejadian saling bebas terjadi secara berurutan atau bersamaan
- Contoh: Melempar koin dua kali
  - Kejadian A: Mendapatkan "Kepala" pada lemparan pertama. $P(A) = 0.5$
  - Kejadian B: Mendapatkan "Ekor" pada lemparan kedua. $P(B) = 0.5$
  - Probabilitas mendapatkan kepala lalu ekor:
    - $P(A\ dan\ B) = P(A\ and\ B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.5 \times 0.5 = 0.25$

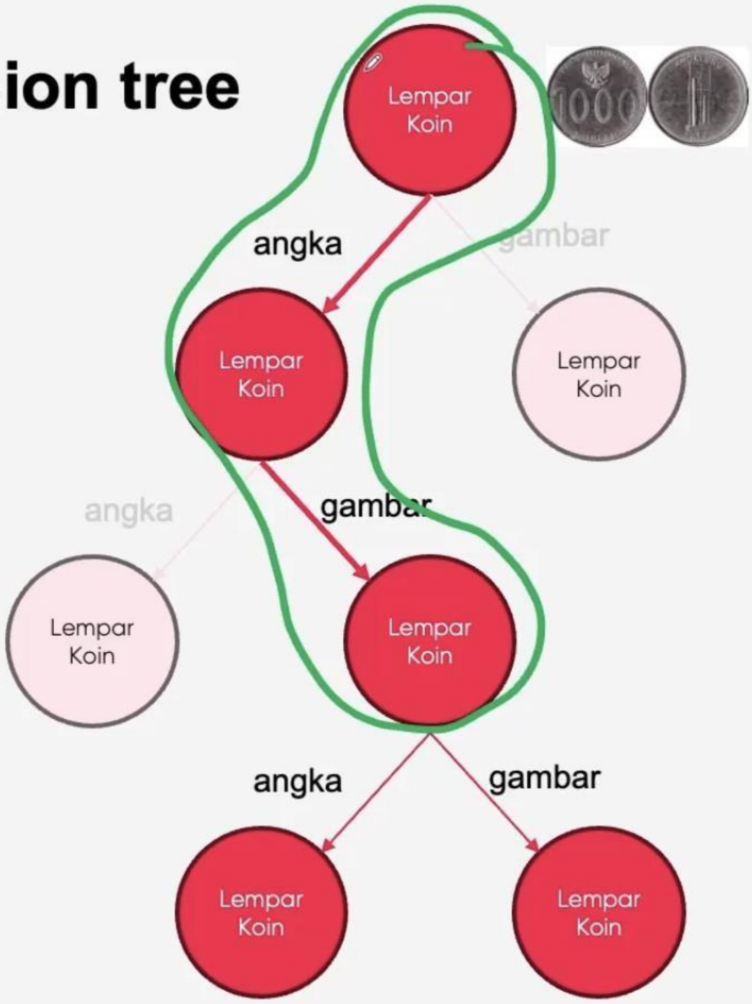
urutan



0,125 . 4

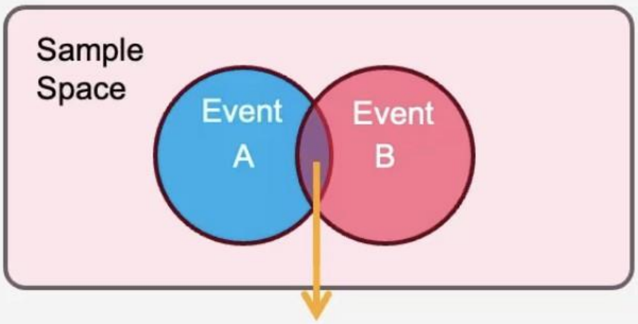
= 1

Ilustrasi decision tree Independent



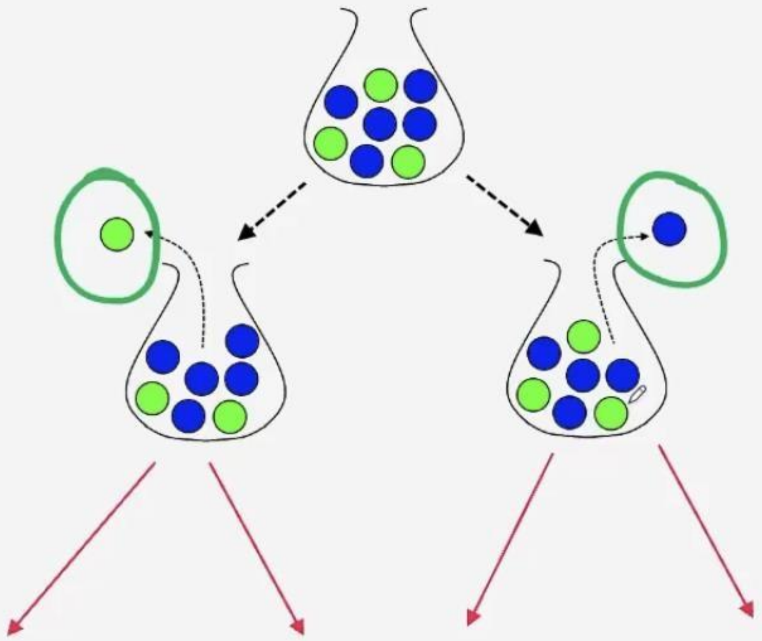
Aturan Perkalian (Non Mutually Exclusive)

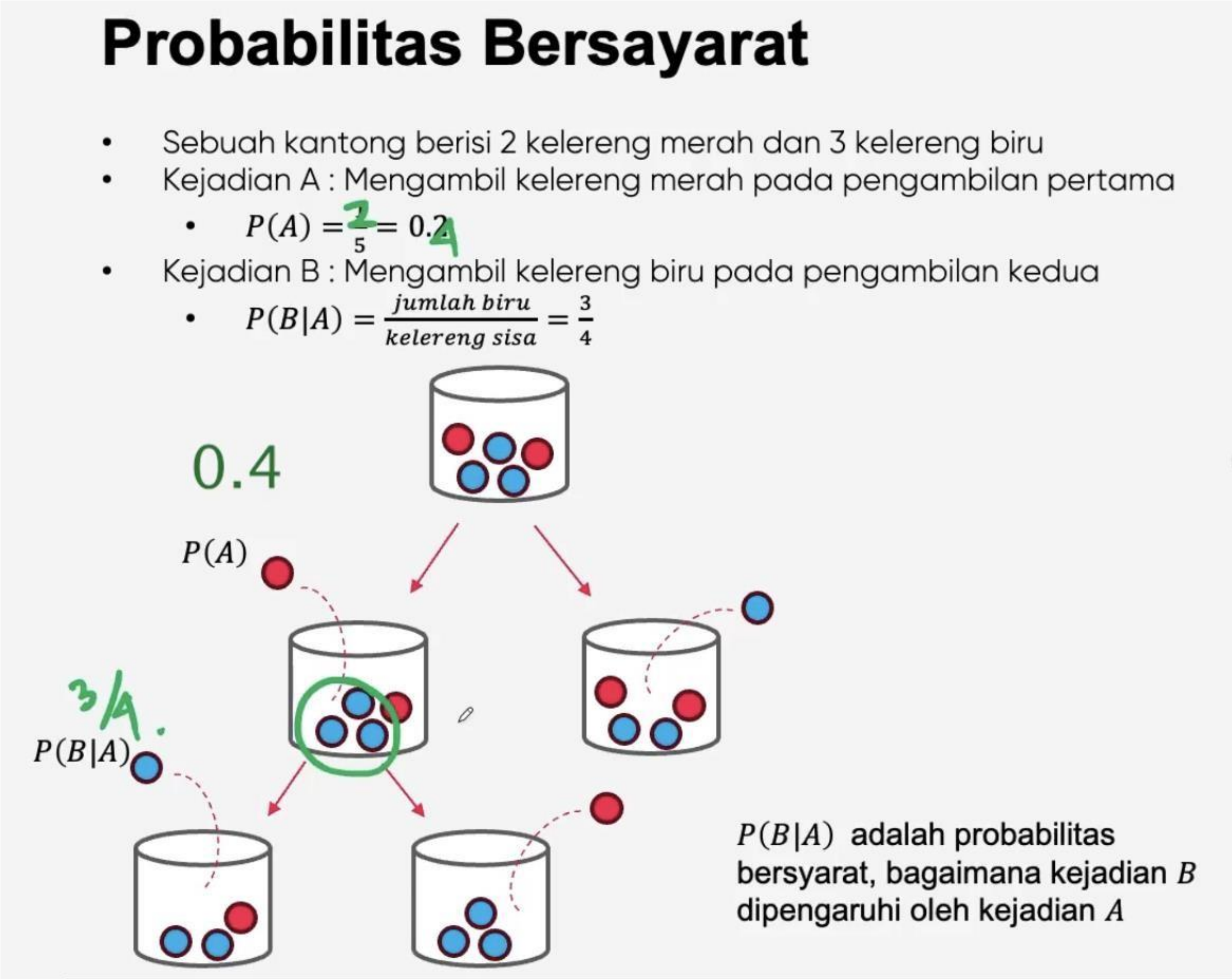
- Akan bernilai tidak nol, karena kejadian A dan B dapat terjadi dalam waktu bersamaan, misal mengambil kartu no 5 dan berwarna merah.



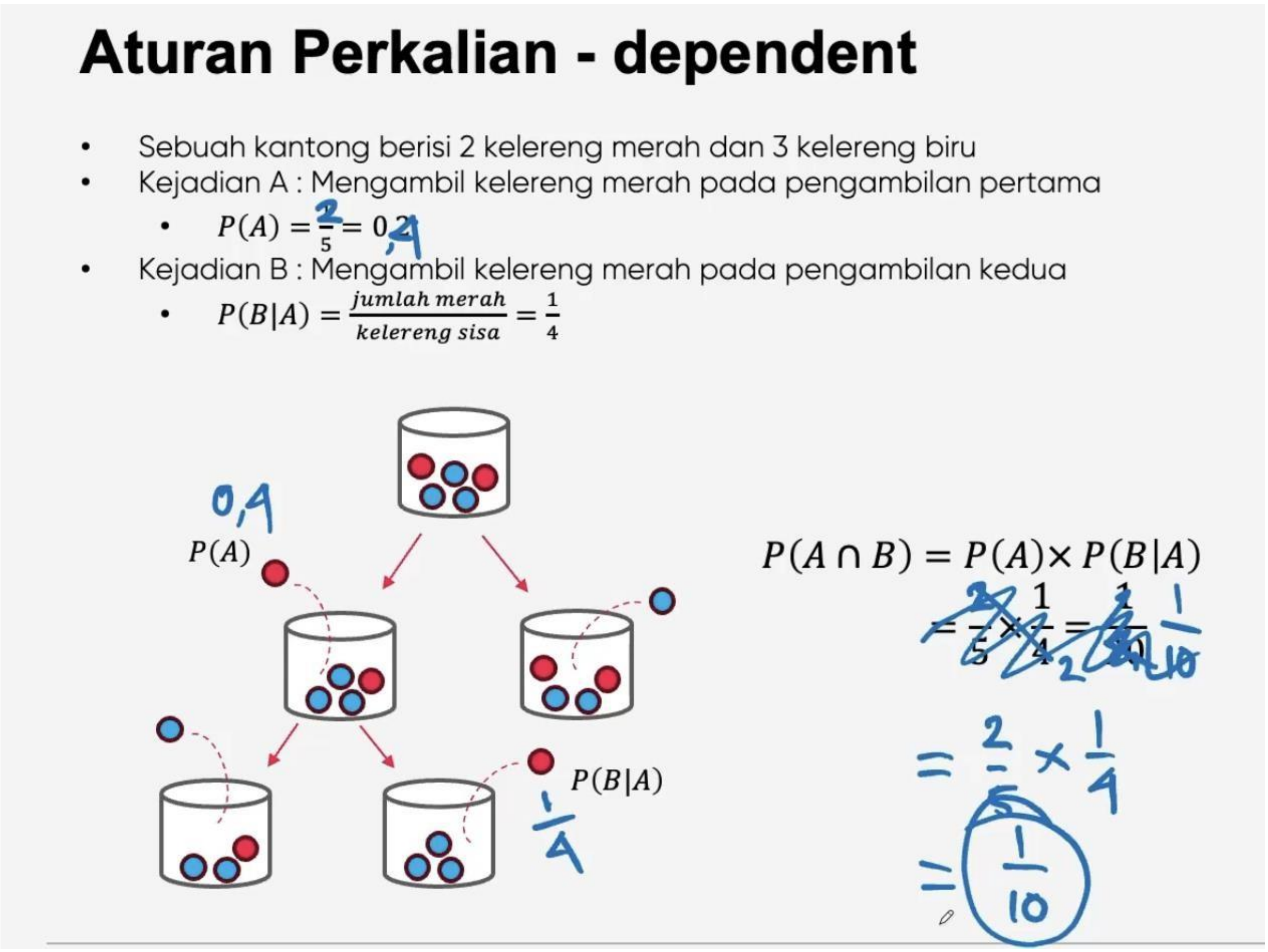
$$P(A \text{ dan } B) = P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) \neq 0$$

Ilustrasi decision tree - Dependent





P(B|A) artinya peluang B dengan syarat A sudah diketahui (atau terjadi). Urutannya: A diketahui dulu, baru B dihitung.



2-3. Conditional Probabilty s Independence

01 **Memahami konsep conditional probability**

02 **Menghitung probabilitas bersyarat menggunakan rumus**

03 **Mengidentifikasi kejadian independen**

04 **Menggunakan tabel kontingensi dan diagram pohon untuk visualisasi**

Apa itu Conditional Probability?

- Probabilitas suatu kejadian terjadi dengan asumsi bahwa kejadian lain telah terjadi.
- Notasi diberikan oleh:

$P(A|B)$= Probabilitas A terjadi jika B telah terjadi

- Contoh: Probabilitas seseorang sakit flu jika ia demam

Conditional Probability Formula

- Ingat bahwa probabilitas kejadian A terjadi dan kejadian B terjadi adalah :

$= P(A) \times P(B|A)$

$P(A|B)$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

- Kita bisa menggabarkan bahwa $P(A|B)$ sebagai seberapa mungkin A terjadi di antara kejadian B

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Contoh: Probabilitas seseorang sakit flu jika ia demam

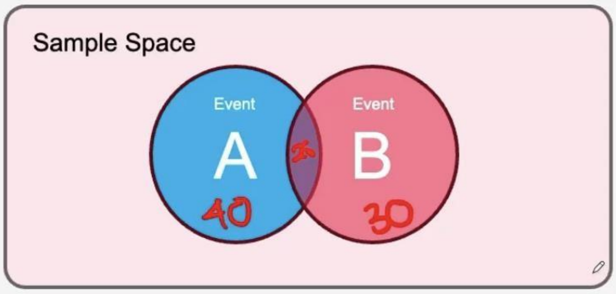
$$P(\text{flu}|\text{demam}) = \frac{P(\text{flu dan demam})}{P(\text{demam})}$$

Contoh

- Dari 100 pasien, 40 demam, 30 sakit flu, dan 25 keduanya
- $P(Demam) = \frac{40}{100} = 0.4$
- $P(Sakit \ \cap Demam) = \frac{25}{100} = 0.25$
- $P(Sakit \mid Demam) = \frac{0.25}{0.4} = 0.625$

$P(\text{flu}) = \frac{30}{100} = 0,3$

$P(\text{sakit} \mid \text{dem}) = \frac{P(\text{sakit} \cap \text{dem})}{P(\text{dem})} = \frac{0,25}{0,4}$



$P(\text{dem} \mid \text{saki}) = \frac{P(\text{sakit} \cap \text{dem})}{P(\text{sakit})} = \frac{0,25}{0,3} =$ ~~0,0...7~~

$= 0,31 \ldots$

Contigency Table

- Tabel kontingensi membantu menghitung probabilitas bersyarat
- Dari 100 pasien, 40 demam, 30 sakit flu, dan 25 keduanya

$P(\text{tidak sakit} \mid \text{tidak demam}) = \frac{55}{60} = 0,1...$

	Sakit	Tidak Sakit	Total
Demam	**25**	15	**40**
Tidak Demam	5	55	60
Total	**30**	70	**100**

$P(\text{sakit} \mid \text{demam}) = \frac{P(\text{sakit} \cap \text{demam})}{P(\text{demam})} = \frac{25}{40} = 0,625$

$P(\text{demam} \mid \text{sakit}) = \frac{25}{30} = 0,1...$

Mendeteksi Kejadian Independent

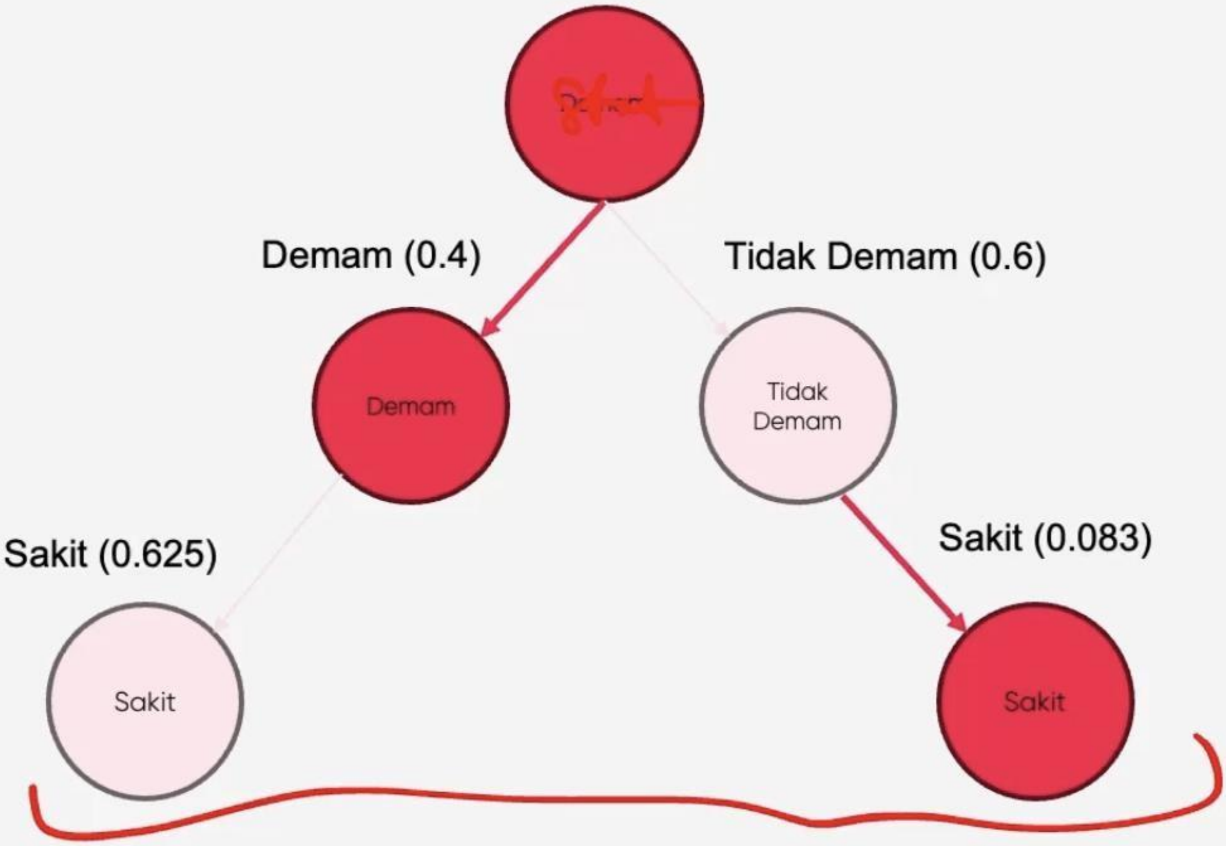
- Dua kejadian A dan B dinyatakan independent jika

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- Atau secara ekuivalen

$$P(A|B) = P(A) \text{ dan } P(B|A) = P(B)$$

Ilustrasi decision tree



Probabilitas total sakit = (0.4×0.625) + (0.6×0.083) = 0.25 + 0.05 = 0.30

Ringkasan

- Conditional probability memperhitungkan informasi tambahan.
- Kejadian independen tidak saling mempengaruhi.
- Tabel kontingensi dan diagram pohon membantu visualisasi.
- Konsep ini penting dalam model prediktif dan inferensi statistik.

01 **Memahami konsep dasar teorema Bayes**

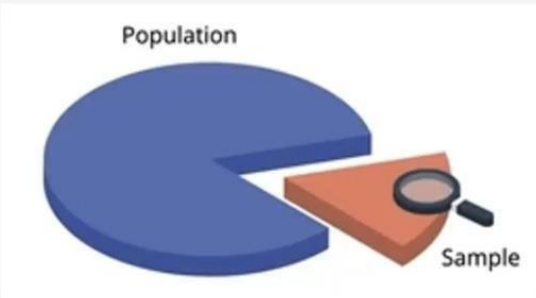
02 **Menginterpretasikan rumus Bayes dalam konteks nyata**

03 **Menerapkan Teorema Bayes pada kasus nyata**

04 **Menghubungkan Teorema Bayes dengan algoritma machine learning**

Pengantar

- Bayes Theorem adalah alat penting dalam inferensi statistik

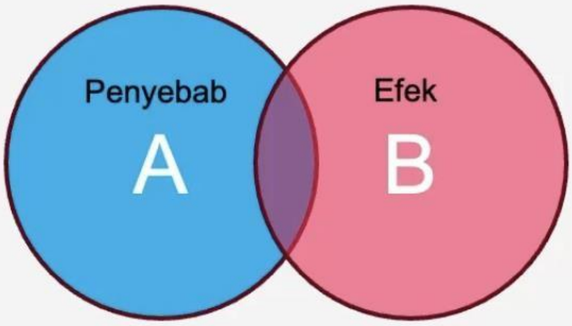


Inferensial:

- Menggunakan sampel untuk menyimpulkan tentang populasi
- Melibatkan estimasi dan pengujian hipotesis
- Probabilitas diperbaharui setiap ada informasi baru

Pengantar

- Secara sederhana. Teorema Bayes memberikan cara matematis untuk membalikkan probabilitas bersyarat.
- Memungkinkan untuk menemukan probabilitas suatu "**penyebab**" (A) jika kita mengetahui "**efek**" (B) telah terjadi.



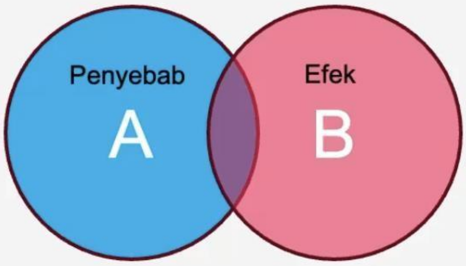
Positif Mengidap Penyakit

Tes Laboratorium

$P(B|A)$ Probabilitas hasil tes positif jika memang sakit

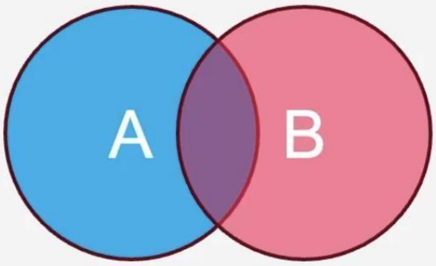
$P(A|B)$ Probabilitas orang sakit jika tes adalah positif

Teorema Bayes



Positif Mengidap Penyakit

Tes Laboratorium



$P(B|A)$ Probabilitas hasil tes positif jika memang sakit

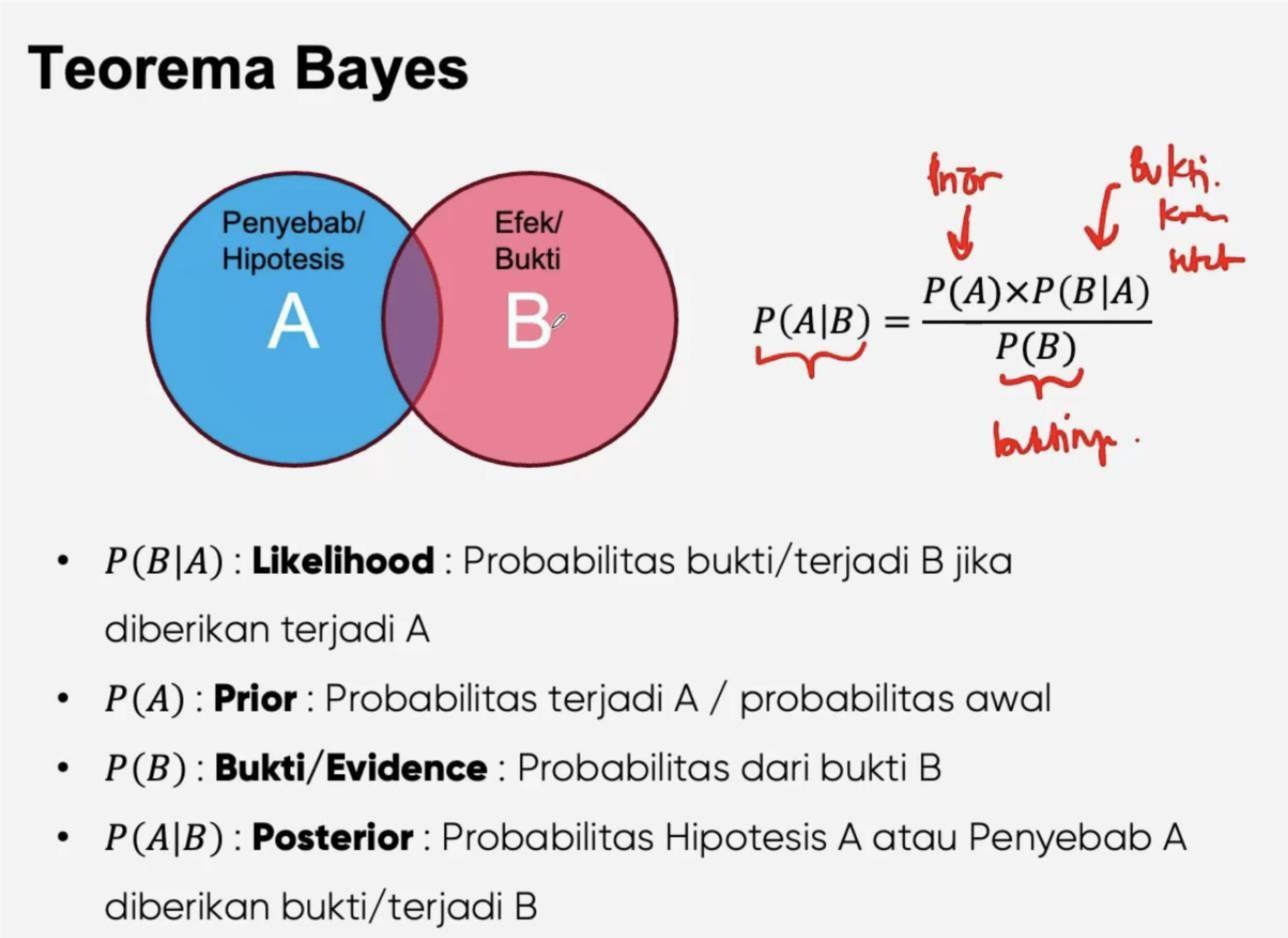
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

Probabilitas sakit dan tes positif =
Perobabilitas tes positif × Sakit jika hasil tes positif

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

example: orang di test PCR misal hasilnya positif, berapa probabilitas dia untuk terjadinya sakit



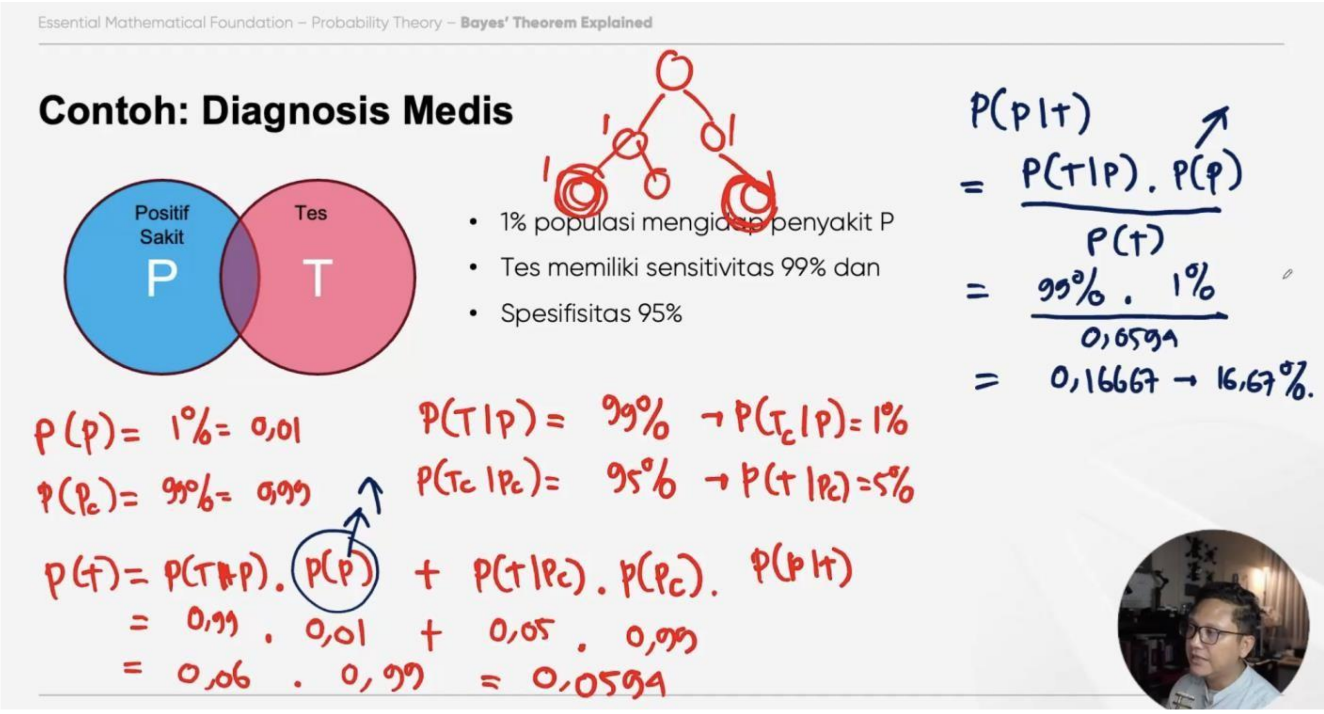
misal ada kendaraan dan waktu tempuh

B = sebab = kendaraan

A = akibat = waktu tempuh

P(A | B) = peluang tiba cepat jika naik kendaraan tertentu

P(B | A) = peluang naik kendaraan tertentu jika tiba cepat



Contoh Teorema Bayes

Diketahui Kotak :

1. Kotak A berisi 10 cokelat manis dan 5 cokelat pahit
2. Kotak B berisi 4 cokelat manis dan 16 cokelat pahit

Diketahui Kebiasaan Kamu :

1. 3 dari 5 kali. kamu memilih Kotak A. $P(manis \mid A) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
2. 2 dari 5 kali. kamu memilih Kotak B. $P(manis \mid B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Pertanyaan :

1. berapa peluang bahwa cokleat manis itu berasal dari Kotak A

Jawaban

1. Peluang Dasar (dari isi kotak) :

* $P(manis \mid A) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
* $P(manis \mid B) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

2. Hitung total probabilitas dapat cokelat manis $P(manis)$:

* $P(manis) = P(manis \mid A) \ . \ P(A) + P(manis \mid B) \ . \ P(B)$
* $P(manis) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{25}$

3. Sekarang hitung $P(A \mid manis)$ pakai teorema bayes :

* $P(A \mid manis) = \dfrac{P(manis \mid A) \ . \ P(A)}{P(manis)}$
* $P(A \mid manis) = \dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{12}{25}} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} = 0.833 = 83.3\%$

4. Kesimpulan :

setelah kamu tahu cokelat manis, peluang besar bahwa kamu ambil dari kotak A adalah $\frac{5}{6}$ atau sekitar 83.3%

Langkah-langkah

- Tentukan Prior $P(A)$
- Hitung likelihood $P(B|A)$
- Hitung Evidence $P(B)$
- Gunakan rumus bayes untuk mendapatkan posterior $P(A|B)$

Naive Bayes Classifier (Machine Learning)

- Algoritma naïve Bayes memanfaatkan teorema Bayes untuk tugas klasifikasi. Dengan Asumsi penyederhanaan yang NAÏVE!

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)} \leftarrow \text{teorem bayes}$$

- Jika bukti yang ingin dipakai banyak, atau bukti ini biasanya disebut fitur.

$$P(A|b_1, b_2, \ldots, b_n) = \frac{P(A) \times P(b_1, b_2, \ldots, b_n|A)}{\underbrace{P(b_1, b_2, \ldots, b_n)}_{\text{fitur}}}$$

Class

- Naïve Bayes mengasumsikan fitur-fitur ini independent, maka dapat disederhanakan:

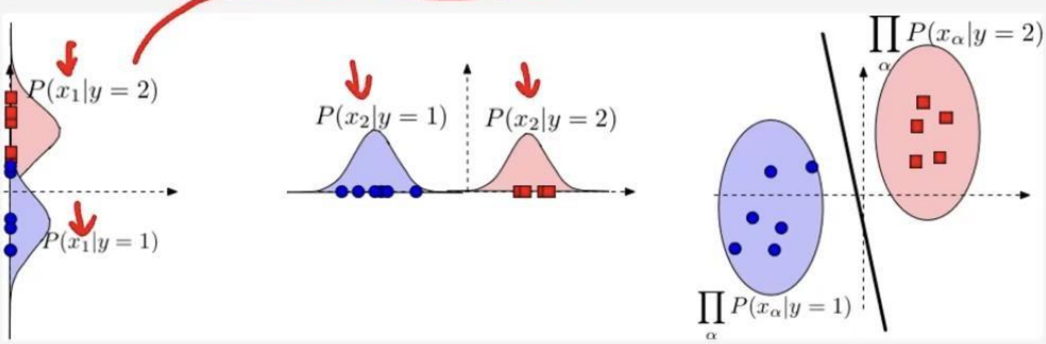
$$P(b_1, b_2, \ldots, b_n|A) = P(b_1|A) \times P(b_1|A) \times P(b_1|A) \times \cdots \times P(b_n|A)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} P(b_i|A)$$

Naive Bayes Classifier (Machine Learning)

- Naïve Bayes mengasumsikan fitur-fitur ini independent, maka dapat disederhanakan:

$$P(b_1, b_2, \ldots, b_n|A) = \prod_{i=1}^{n} P(b_i|A)$$

$$P(A_m|b_1, b_2, \ldots, b_n) = \frac{P(A_m) \times \prod_{i=1}^{n} P(b_i|A_m)}{P(b_1, b_2, \ldots, b_n)}$$



Contoh

Email ID	Teks Email	Label
1	Beli obat murah	Spam
2	Diskon besar sekarang	Spam
3	Halo apa kabar	Bukan Spam
4	Pertemuan tim besok	Bukan Spam
5	Obat terlaris diskon	Spam

Prediksi email baru: "**Murah Sekarang**"

A = Label / Kelas

- Jumlah total email: 5
- Jumlah email "Spam": 3
- Jumlah email "Bukan Spam":2

$$P(spam) = P(A_1) = \frac{jumlah\ spam}{total\ email} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P(Bukan\ spam) = P(A_2) = \frac{jumlah\ bukan\ spam}{total\ email} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Contoh

Tabel Fitur/likelihood kata pada kelas spam

$$P(kata|spam) = P(kata|A_1) = \frac{Jumlah\ kemunculan\ kata + 1}{Total\ kata\ di\ kelas\ spam + total\ kosakata}$$

$$= \frac{jumlah\ kemunculan\ kata}{9 + 13}$$

Kata	Jumlah di spam	$P(kata|spam)$
beli	1	$\frac{(1+1)}{22} = 0.0909$
obat	2	0.1364
murah	1	0.0909
diskon	2	0.1364
besar	1	0.0909
Sekarang	1	0.0909
Terlaris	1	0.0909
(kata lain)	0	0.0455

Contoh

Tabel Fitur/likelihood kata pada kelas bukan spam

$$P(kata|bukan\ spam) = P(kata|A_2) = \frac{Jumlah\ kemunculan\ kata + 1}{Total\ kata\ di\ kelas\ bukan\ spam + total\ kosakata}$$

$$= \frac{jumlah\ kemunculan\ kata}{6 + 13}$$

Kata	Jumlah di bukan spam	$P(kata\|bukan\ spam)$
halo	1	$\frac{(1+1)}{19}$ = 0.1053
apa	1	0.1053
kabar	1	0.1053
pertemuan	1	0.1053
tim	1	0.1053
besok	1	0.1053
(kata lain)	0	0.0526

Contoh

Prediksi email baru: "Murah Sekarang"

$$P(spam) = P(A_1) = \frac{jumlah\ spam}{total\ email} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P(Bukan\ spam) = P(A_2) = \frac{jumlah\ bukan\ spam}{total\ email} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(Spam|email\ baru) = \frac{P(Spam).P(murah|spam).P(sekarang|spam)}{P(semua\ kata)}$$

$$= 0.6 \times \frac{2}{22} \times \frac{2}{22} \times \frac{1}{P(semua\ kata)}$$

$$= 0.004958 \times \frac{1}{P(semua\ kata)}$$

$$P(Bukan\ Spam|email\ baru) = \frac{P(Bukan\ Spam).P(murah|bukan\ spam).P(sekarang|bukan\ spam)}{P(semua\ kata)}$$

$$= 0.4 \times \frac{1}{19} \times \frac{1}{19} \times \frac{1}{P(semua\ kata)}$$

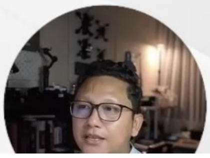
$$= 0.001107 \times \frac{1}{P(semua\ kata)}$$

$$P(Spam|email\ baru) > P(Bukan\ Spam|email\ baru)$$

$$0.004958 \times \frac{1}{P(semua\ kata)} > 0.001107 \times \frac{1}{P(semua\ kata)}$$

$$0.004958 > 0.001107$$

SPAM!



Naive Bayes

- Naïve Bayes Classifier menggunakan teorema Bayes
- Fitur bersifat independen
- Cepat dan efektif untuk klasifikasi teks
- Contoh: `sklearn.naive_base.GaussianNB.MultinominalNB`

Ringkasan

- Teorema Bayes menggabungkan informasi baru dengan pengetahuan awal
- Digunakan dalam banyak aplikasi nyata dan algoritma Machine Learning

- Penting untuk memahami asumsi dan interpretasi hasil

Chapter 3. Random Variable s Probability Distribution

3-1. What are random variables

01 **Memahami konsep Random Variable**

02 **Membedakan antara fenomena diskrit dan kontinu**

03 **Memahami pentingnya Random Variable untuk pemodelan**

Suhu = 72°

Apa Itu Variables/Variabel?

Simbol yang mewakili kuantitas yang dapat berubah

Contoh: Suhu, Jumlah_penjualan, Usia

Apa Itu Random Variables?

Dalam Probabilitas, nilai dari variable ditentukan oleh **proses acak** atau **eksperimen**

Contoh:

- Jika kita melempar koin, hasilnya bisa "Heads" (H) atau "Tails" (T). Ini bukan angka.
- Bagaimana jika kita ingin menganalisis hasilnya secara matematis? Kita perlu mengubahnya menjadi angka.

CONTOH!

Percobaan: Melempar sebuah koin satu kali

Ruang Sampel (S)**:** $\{Angka, Gambar\}$

↓ ↓

1 0

Tantangan: Analisis secara kuantitatif

Solusi:

definisikan:

$X=1 \rightarrow$ hasil $\rightarrow$ angka

$X=0 \rightarrow$ hasil $\rightarrow$ gambar

$P(X=1) = ?\ \frac{1}{2}$ $\quad P(X=0) = ?\ \frac{1}{2}$

$P(\text{angka}) \rightarrow P(X=1)$

$P(\text{gambar}) \rightarrow P(X=0)$

CONTOH!

Percobaan: Melempar sebuah koin **dua** kali

Ruang Sampel (S)**:** $\{AA, AG, GA, GG\}$ (0,25, 0,25, 0,25, 0,25)

Tantangan: Analisis secara kuantitatif

Solusi:

definisikan ~~RV~~ $\rightarrow X =$ jumlah angka yg muncul

$X=0 \rightarrow$ Angka 0

$X=1 \rightarrow$ Angka 1 kali

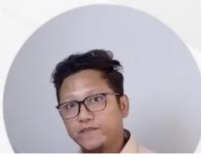
$X=2 \rightarrow$ Angka 2 kali muncul.

$X = \{0, 1, 2\}$

$P(X=1) = P(AG) + P(GA)$

$= 0,25 + 0,25$

$= \underline{\underline{0,5}}$



Definisi Formal?

Dilambangkan dengan huruf kapital misalkan X, Y atau Z, yang memetakan sample (S) ke bilangan real ($\mathbb{R}$)

$$X: S \to \mathbb{R}$$

X:= ↑sampl ↖ angka

sampel (S) → Variabel (X) → Nilai numerik (probability)

Ditentukan oleh proses acak

Angka
Gambar

X : Angka

$X = 1$
$X = 0$

$$p(X=1) = \frac{1}{2}$$

$$p(X=0) = \frac{1}{2}$$

Diskrit VS Kontinu

Discrete Random Variable (Variabel Acak Diskrit)

- Mengambil nilai-nilai yang dapat dihitung atau terpisah. 1, 2, 3, 4 .....
- Jumlah terbatas atau tak terhingga, tapi masih bisa dihitung (misalnya 1, 2, 3, ...)
- Contoh: Jumlah anak di sebuah keluarga, jumlah mobil yang lewat di persimpangan

Continuous Random Variable (Variabel Acak Kontinu)

- Mengambil nilai dalam sebuah interval yang tak terhitung jumlahnya.
- Nilai-nilai diukur, bukan dihitung.
- Contoh: Tinggi badan seseorang, suhu ruangan, waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan sebuah tugas

dddd

min 160 160,5 170,0000001 max 185

Let's Differentiate!

	Diskrit/Kontinu
Waktu yang dibutuhkan sebuah baterai untuk habis	Kontinu
Jumlah kecelakaan mobil dalam sehari di Bandung	Diskrit
Tingkat gula darah seseorang	Kontinu
Jumlah buku yang terjual di sebuah toko dalam sehari	Diskrit

RECAP

Apa itu random variables: Sebuah fungsi yang mengubah hasil non-numerik dari sebuah percobaan acak menjadi nilai numerik

Tujuannya: Memungkinkan kita untuk menggunakan alat-alat matematika dan statistic untuk menganalisa dan memodelkan fenomena acak

Dua tipe utama:

- Diskrit: Nilai yang dapat dihitung (count)
- Kontinu: Nilai yang diukur dalam sebuah interval

Next up: Kita akan membahas lebih dalam tentang distribusi probabilitas untuk variable acak diskrit dan kontinu

3-2. Discrete Probabily Distribution - 1

01 Memahami dan menginterpretasikan Probability Mass Function (PMF) untuk menghitung probabilitas

02 Mengidentifikasi dan menerapkan model distribusi binomial dan distribusi poisson dalam masalah nyata

03 Menghitung Expected Value (nilai harapan) dan Variance (varians) untuk distribusi binomial dan poisson)

Pengantar Probability Mass Function (PMF)

$F(x) = \dots$

Apa itu PMF?

- PMF adalah sebuah fungsi yang memberikan probabilitas bahwa sebuah variabel acak diskrit akan sama dengan nilai tertentu.
- Singkatnya, ini adalah peta yang menunjukkan seberapa sering setiap nilai yang mungkin muncul.

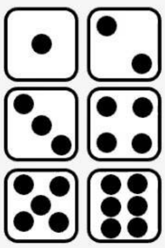
Definisi

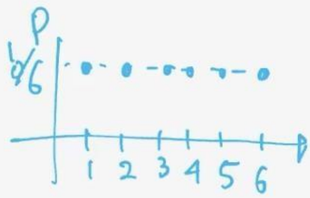
- Untuk variabel acak diskrit X, PMF dilambangkan sebagai

$$\boxed{P(X = x)}$$

- Probabilitas untuk setiap nilai harus non-negative: $P(X = x) \geq 0$
- Total semua probabilitas: $\sum_x P(X = x) = 1$

Contoh never dies!





Percobaan

Melempar sebuah dadu standar enam sisi

Hitung

- Variabel acak X: hasil lemparan dadu
- Sampel S: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ← x
- PMF untuk setiap hasil (asumsi dadu adil):

$P(X=x) = ?$

$P(X=1) = 1/6$

$P(X=2) = 1/6$

$\vdots$

$P(X=6) = 1/6$

total propabilitas.

$\sum P(X=x) = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1$

Distribusi Binomial

Digunakan ketika kita memiliki percobaan dengan jumlah pengulangan yang tetap (n), di mana setiap percobaan hanya memiliki dua hasil yang mungkin (sukses atau gagal)

Syarat Percobaan Binomial:

1. Ada n percobaan yang independen.
2. Setiap percobaan memiliki dua hasil: Sukses atau Gagal. gum atau angka
3. Probabilitas sukses (p) tetap konstan di setiap percobaan.

jumlah berhasil

jumlah percobaan

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

probabilitas

Di mana $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Distribusi Binomial

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

n=1 k=1 p=0,5

p p n-k.

1 percobaan, 1 berhasil

$$P(X=1)=\frac{1!}{1!\,(1-1)!}(0.5)^1(1-0.5)^{1-1}=0.5$$

$\frac{\cancel{1}}{1 \cdot \cancel{1}} \cdot 0,5\,(0,5)^0 = 0,5$

1 percobaan, 1 gagal

$$P(X=0)=\frac{1!}{0!\,(1-0)!}(0.5)^0(1-0.5)^{1-0}=0.5$$

k k k k k=0

Distribusi Binomial

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

n=2 , k=1 , p= 0,5

2 percobaan, 1 berhasil ~~lalu~~ 1 gagal

$$P(X=1)=\frac{2!}{1!\,(2-1)!}(0.5)^1(1-0.5)^{2-1}=0.5$$

n=2 , k=2 , p= 0,5

2 percobaan, 2 berhasil

$$P(X=2)=\frac{2!}{2!\,(2-2)!}(0.5)^2(1-0.5)^{2-2}=0.25$$

n=2, k=0, p=0,5

2 percobaan, 2 gagal

$$P(X=0)=\frac{2!}{0!\,(2-0)!}(0.5)^0(1-0.5)^{2-0}=0.25$$

n=2, k=1 , p= 0,5

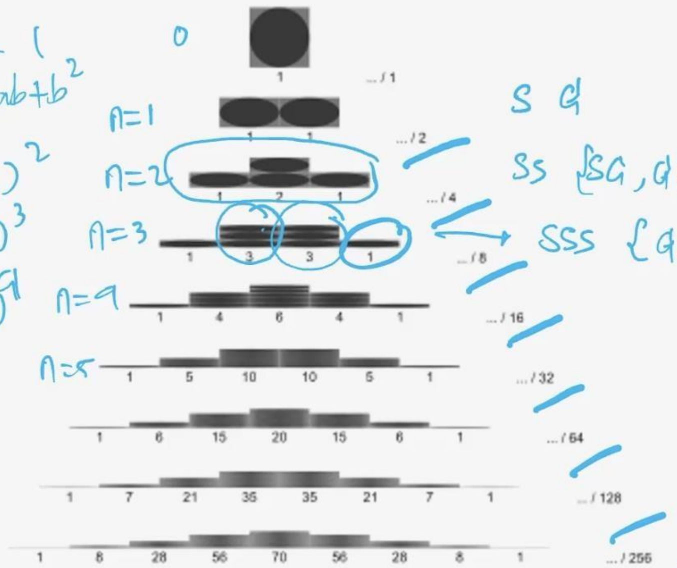
2 percobaan, 1 gagal ~~lalu~~ 1 berhasil

$$P(X=1)=\frac{2!}{1!\,(2-1)!}(0.5)^1(1-0.5)^{2-1}=0.5$$

0,25 SS, 0,25 SG, 0,25 G,S, 0,25 GG

$\underbrace{\text{SG, GS}}_{0,5}$

Distribusi Binomial



1 2 1 0

$a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2$

$(a+b)^3$

$(a+b)^4$

n=1, n=2, n=3, n=4, n=5

S G

SS {SG, GS}, GG

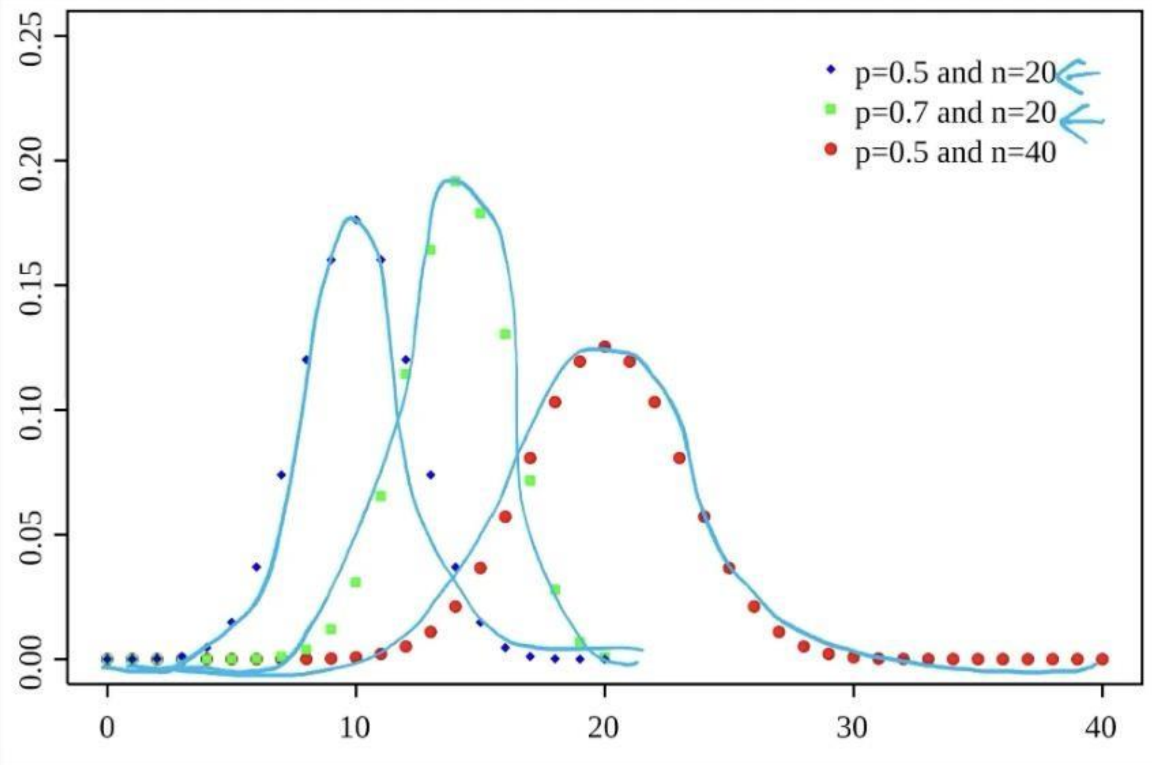
SSS {GGS , SSG} , GGG

GGS, SGG, GSG } 3

SSG, SGS, GSS } 3

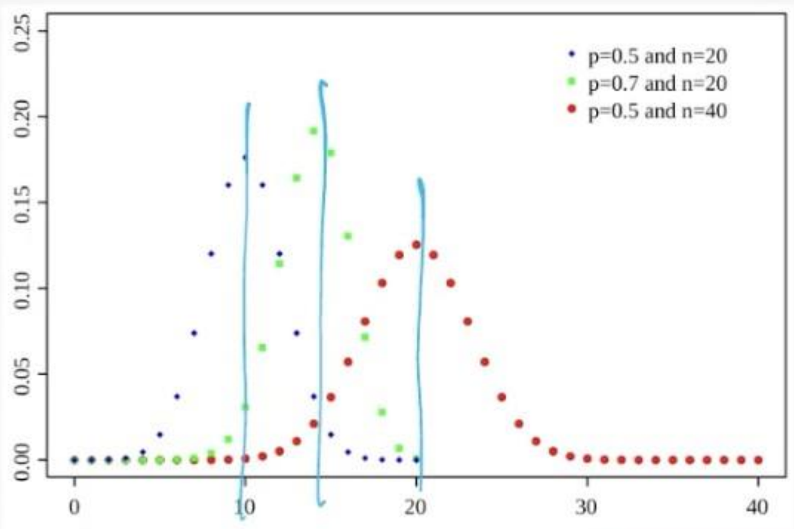
Fast campus

Distribusi Binomial



Expected Value

Expected Value ($E[X]$): Rata-rata atau nilai yang diharapkan dari variable acak jika percobaan diulang berkali-kali



$$E[X] = n \cdot p$$

n: Jumlah percobaan
p: Probabilitas

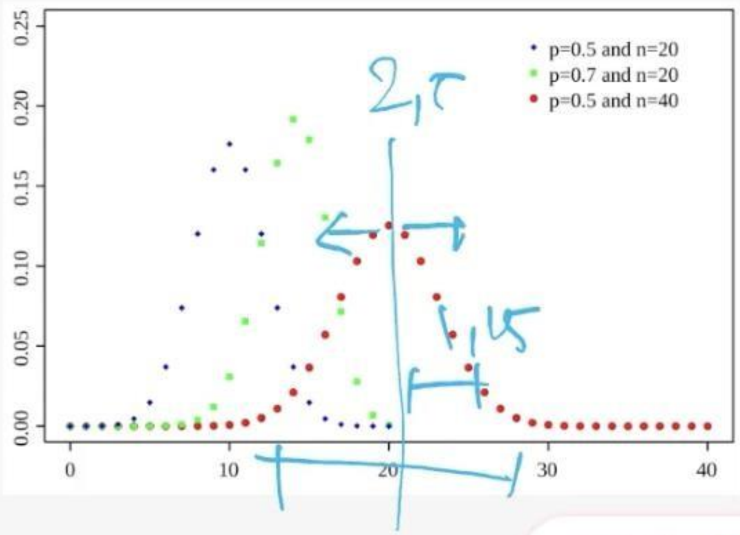
Contoh: Melempar koin 5 kali

$E(X) = 0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5$

Variance

Variance ($Var[X]$): Mengukur seberapa jauh nilai-nilai yang mungkin tersebar dari nilai harapan.

$E(x)\,(1-p)$,



$$Var[X] = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

n: Jumlah percobaan
p: Probabilitas

Contoh: Melempar koin 5 kali

$Var(X) = 2{,}5 \cdot (1 - 0{,}5)$
$= 1{,}25$

3-3. Discrete Probabily Distribution - 2

Distribusi Poisson

6 3 2 12 11 6 8 pelanggan.
8 9 10 11 12 13 14 15 jam

Digunakan ketika kita menghitung jumlah kejadian suatu peristiwa dalam interval waktu atau ruang yang tetap, dengan asumsi kejadian-kejadian terjadi secara independent pada Tingkat rata-rata yang konstan (λ)

Parameter ($\boldsymbol{\lambda}$): Rata-rata jumlah kejadian dalam interval yang diberikan
Contoh: Rata-rata 3 pelanggan tiba di sebuah toko per jam

e

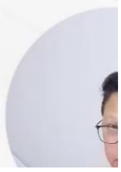
$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{k}}{k!}$$

rata-rata.

kejadian

Di mana

$e \approx 2.71828$



Distribusi Poisson

Jika probabilitas sukses untuk setiap percobaan adalah $p = \frac{\lambda}{n}$, di mana λ adalah rata-rata (mean) dan n adalah jumlah percobaan

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$p \qquad 1 - p$

Karena percobaan pada domain kontinu maka n berjumlah tak hingga

$$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}\right] \left[\frac{\lambda^k}{n^k}\right] \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\lambda^k}{k!}\right] \left[\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{n^k}\right] \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

Distribusi Poisson

$$\lim_{n \to \infty} \binom{n}{k} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}\right] \left[\frac{\lambda^k}{n^k}\right] \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\lambda^k}{k!}\right] \left[\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{n^k}\right] \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\lambda^k}{k!}\right] \left[\frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \dots \cdot \frac{n-k+1}{n}\right] \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[\frac{\lambda^k}{k!}\right] \left[\frac{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^k}\right]$$

$$P(X = k) = \left[\frac{\lambda^k}{k!}\right] e^{-\lambda}$$

Distribusi Poisson

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$$

$e \approx 2.71828$

Skenario: Rata-rata 4 pelanggan tiba di sebuah toko per jam

Tantangan: Berapa probabilitas tepat 2 pelanggan tiba dalam jam berikutnya

Parameter:

- $\lambda = 4$ (rata-rata pelanggan per jam)
- $k = 2$ (jumlah kejadian yang diinginkan)

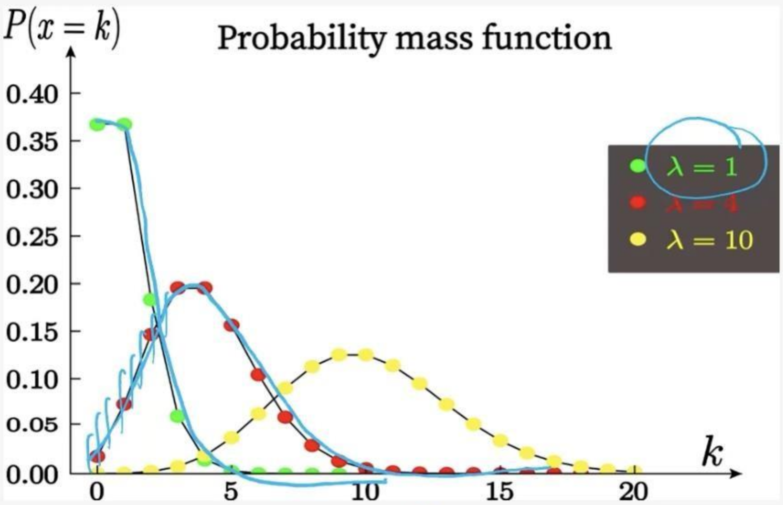
Perhitungan:

$$P(X=k) = \frac{e^{-4}\, 4^k}{k!}$$

$$p(X=2) = \frac{e^{-4} \cdot 4^2}{2!} = \frac{e^{-4}\, \cancel{16}\; 8}{\cancel{2} \cdot 1} = 0{,}224$$

22,4%

Distribusi Poisson



$\lambda = 1$ $k =$ → k

Distribusi Poisson menunjukan bahwa semakin tinggi nilai lambda (rata-rata) maka distribusi akan bergeser ke kanan.

Mean $E[X]$ = Variance $Var[X]$ = λ

Recap

- **Probability Mass Function** : Fungsi untuk menghitung probabilitas nilai spesifik dari variable acak
- **Binomial**: Digunakan untuk percobaan dengan n tetap, dua hasil (sukses/gagal), dan probabilitas sukses yang konstan.
- **Poisson**: Digunakan untuk menghitung jumlah kejadian dalam interval dengan rata-rata konstan

Next Up:

Setelah memahami distribusi diskrit, selanjutnya kita akan menyelami dunia Continuous Probability Distributions, termasuk Cumulative Distribution Function (CDF).

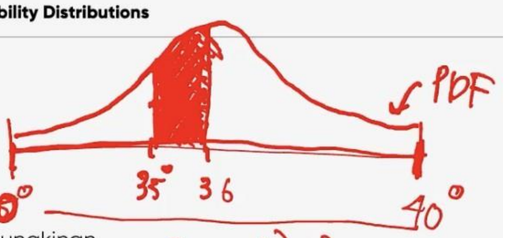
3-4. Continuous Probabiliy Distribution

01 **Memahami bagaimana Probability Density Function (PDF) menggambarkan variabel acak kontinu**

02 **Mengaplikasikan distribusi normal dan distribusi uniform dalam konteks praktis**

03 **Menginterpretasikan area di bawah kurva sebagai probabilitas dan memahami konsep probabilitas total**

Pengantar Probability Density Function (PDF)



Apa itu PDF?

- PDF adalah sebuah fungsi yang menggambarkan kemungkinan relatif bahwa sebuah variabel acak kontinu akan jatuh pada titik tertentu.
- Berbeda dengan PMF, nilai PDF $(f(x))$ bukanlah probabilitas. Probabilitas dihitung untuk sebuah **rentang** nilai

$P(X = 35°)$? ∞

$\frac{100}{\infty} = 0$

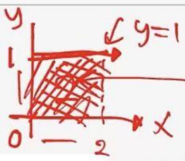
Penting!

- Untuk variabel acak kontinu, probabilitas bahwa X sama dengan nilai tertentu Adalah nol

$$\boxed{P(X = x) = 0}$$

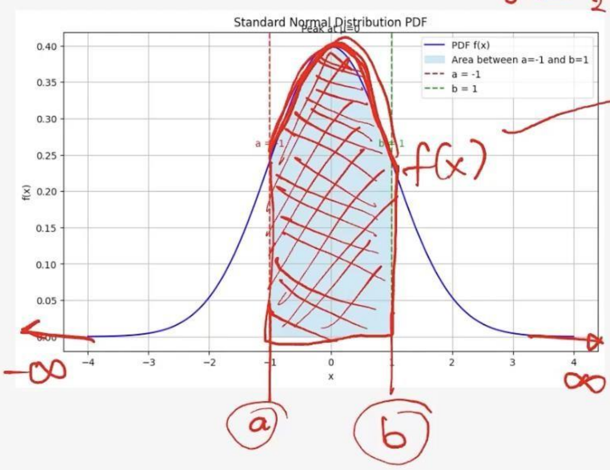
- Ini karena ada jumlah tak terhingga dari nilai yang mungkin dalam sebuah interval

Area di Bawah Kurva



Luas $= \int_0^2 y \, dx = \int_0^2 1 \, dx = x\big|_2 - x\big|_0$

$= 2 - 0 = 2$



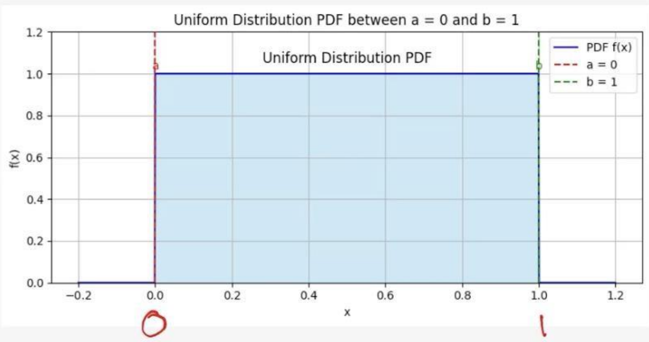
- Probabilitas X berada dalam interval $[a, b]$ dihitung sebagai area di bawah kurva PDF dari a hingga b

$$P(a \le X \le b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

- Probabilitas Total adalah luas area seluruh kurva PDF $f(x)$ dari minus tak hingga ke plus tak hingga

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1$$

Distribusi Uniform (Seragam)

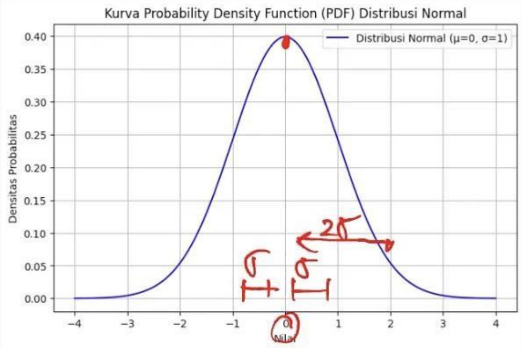


- **Contoh**: Waktu tunggu untuk bus yang datang setiap 10 menit. Waktu tunggu antara 0 dan 10 menit memiliki probabilitas yang sama

- **Kapan digunakan?** Ketika setiap nilai dalam sebuah interval memiliki probabilitas yang sama untuk terjadi.
- **Ciri-ciri**:
  - PDF-nya berbentuk persegi Panjang atau "datar" $a \le x \le b$
  - $f(x) = \frac{1}{b-a}$ untuk $a \le x \le b$ → $f(x) = \frac{1}{b-a}$
  - $f(x) = 0$ di luar interval

Distribusi Normal (Gaussian)

Rata-rata = 0
Stadr deviasi = 1



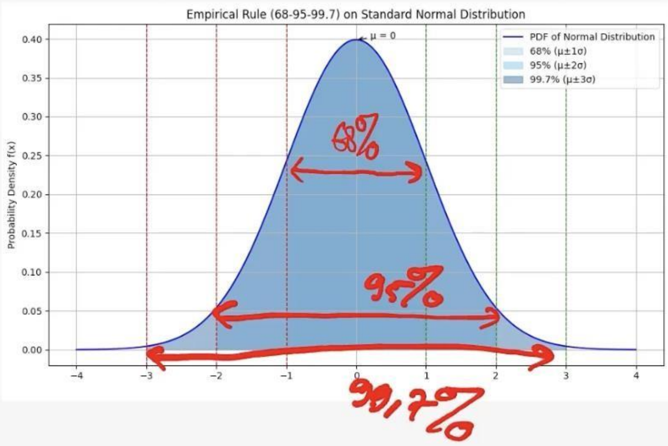
- **PDF**:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

mean,

- **Kapan digunakan?** Ini adalah distribusi paling umum dalam statistik dan data science. Banyak fenomena alami mengikuti pola ini.
- **Ciri-ciri**:
  - Bentuk kurva lonceng (bell curve)
  - Simetris sekitar nilai rata-rata atau mean μ
  - Ditentukan oleh dua parameter: mean μ dan standard deviasi σ

Aturan Empiris (68 – 95 - 99.7)



Dalam distribusi Normal, probabilitas suatu nilai jatuh dalam rentang tertentu dari rata-rata dapat diestimasi dengan mudah:

- Sekitar **68%** data berada dalam 1 standar deviasi dari rata-rata ($\mu \pm 1\sigma$).
- Sekitar **95%** data berada dalam 2 standar deviasi dari rata-rata ($\mu \pm 2\sigma$).
- Sekitar **99.7%** data berada dalam 3 standar deviasi dari rata-rata ($\mu \pm 3\sigma$).

Aturan ini adalah cara cepat untuk memahami sebaran data.

Ringkasan

- **PDF** mendeskripsikan probabilitas untuk variabel acak kontinu, di mana probabilitas dihitung sebagai area di bawah kurva.
- **Distribusi Uniform** memiliki probabilitas yang sama di seluruh interval, dengan bentuk persegi panjang.
- **Distribusi Normal** adalah distribusi berbentuk lonceng yang sangat umum, ditentukan oleh **mean (μ)** dan **standard deviation (σ)**.
- **Area di bawah kurva PDF** adalah representasi visual dari probabilitas. Total area selalu 1.

NEXT UP → Cumulative Distribution Function (CDF).

3-5. Cummulative Distribution Function (CDF)

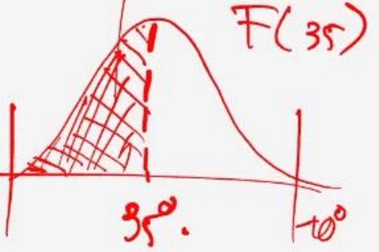
01 **Menggunakan Cumulative Distribution Function (CDF) untuk menghitung probabilitas**

02 **Memvisualisasikan dan menginterpretasikan probabilitas kumulatif melalui grafik**

Pengantar Cumulative Distribution Function (CDF)

CDF → 35°

F(35)



Apa itu CDF?

- CDF adalah sebuah fungsi yang memberikan probabilitas bahwa sebuah variabel acak (X) akan mengambil nilai yang *kurang dari atau sama dengan* nilai tertentu (x).
- CDF dilambangkan sebagai $(F(x))$

Formulasi

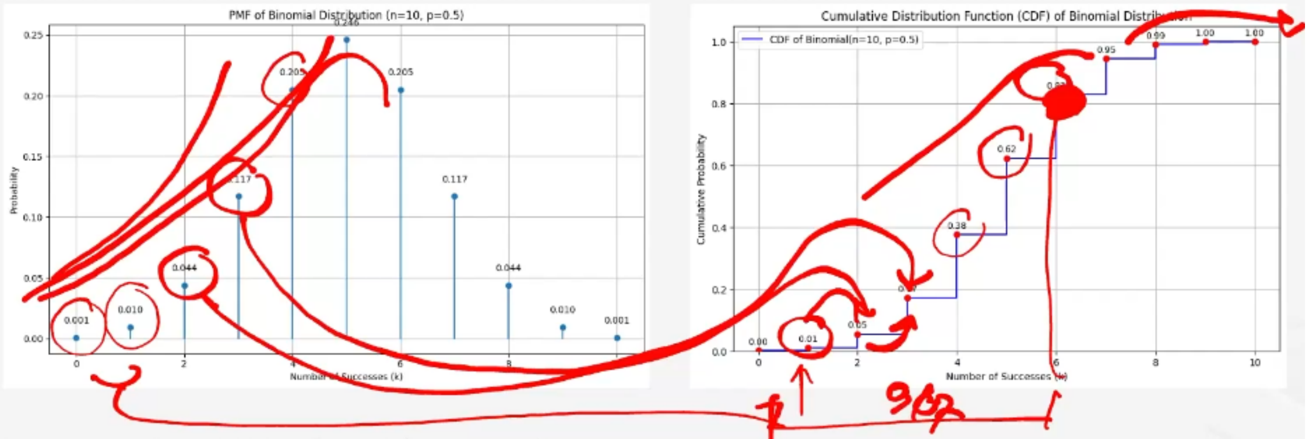
$$\boxed{F(x) = P(X \leq x)}$$

$F(x) = P(X \leq x)$

- CDF memberitahu kita total probabilitas yang "terakumulasi" hingga titik tertentu.
- Nilai CDF selalu berada di antara 0 dan 1
- Fungsi CDF selalu non-turun (Monotonically non-decreasing)

Variabel Diskrit PMF dan CDF

↓PMF ↓CDF



- Hubungan antara PMF dan CDF Adalah bahwa CDF merupakan jumlah dari semua nilai PMF hingga titik x

$$F(x) = \sum_{k \leq x} P(X = k)$$

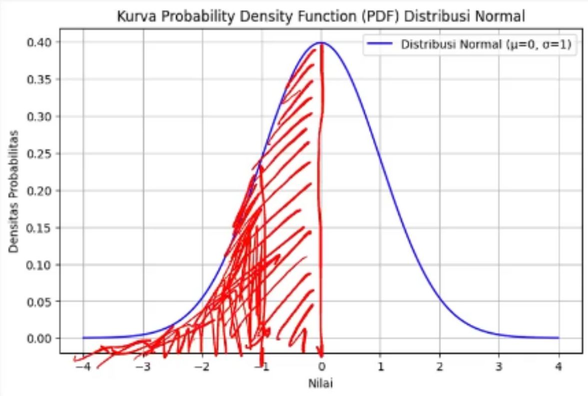
↑ ↑ PMF

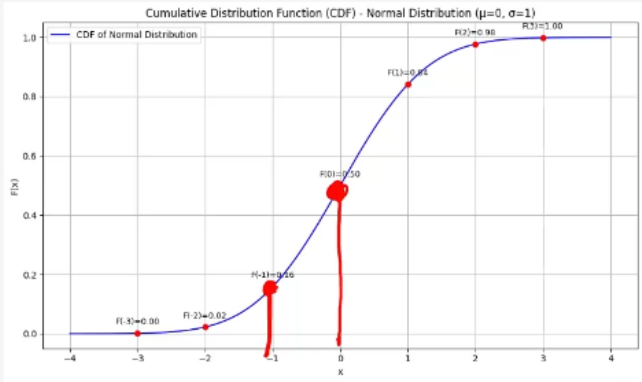
$F(6) = \sum_{k \leq 6} P(X=k) = P(X=1) + P(X=2)$

$P(X=3) \ldots$

$P(X=6)$

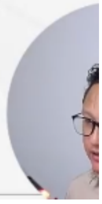
Variabel Kontinu PDF dan CDF



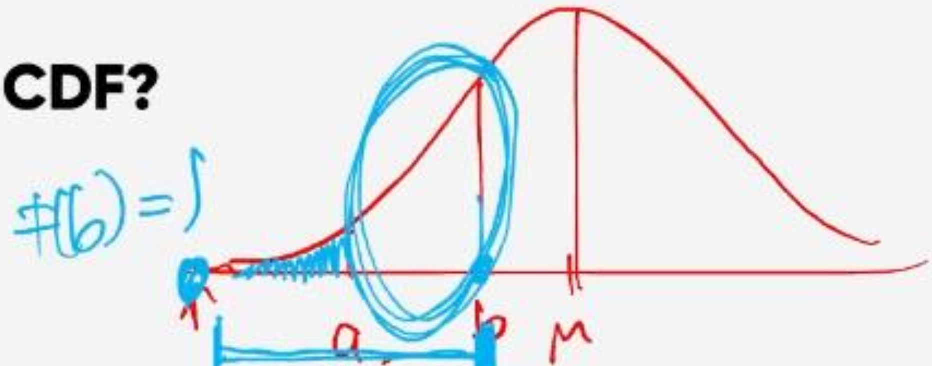


- Hubungan antara PDF dan CDF Adalah bahwa CDF merupakan integral fungsi PDF hingga titik x dari $-\infty$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(k)dk$$



Kenapa CDF?



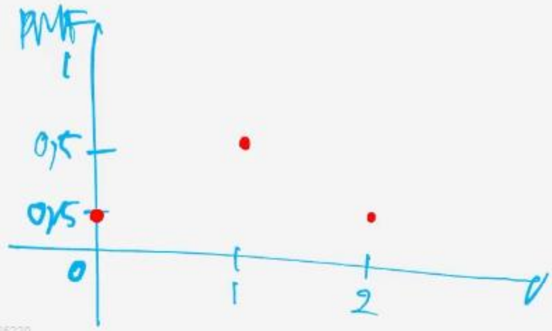
- Dengan CDF kita dengan mudah menghitung probabilitas di antara dua nilai

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$

$= F(b) - F(a).$

- Berlaku untuk distribusi diskrit maupun kontinu

Contoh diskrit:



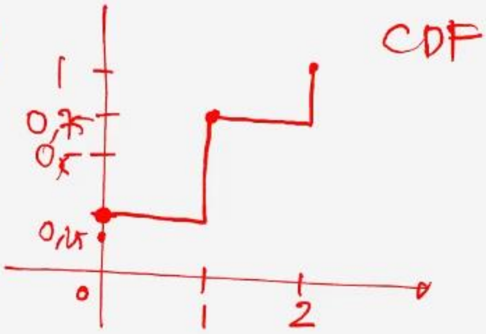
- **Skenario**: Melempar dua koin, A = jumlah Angka
- **Nilai yang mungkin**: $a = \{0,1,2\}$
- **PMF**: $P(A=0) = 0.25, P(A=1) = 0.5, P(A=2) = 0.25.$
- **CDF** $(F(a))$:

AA AG GA GG

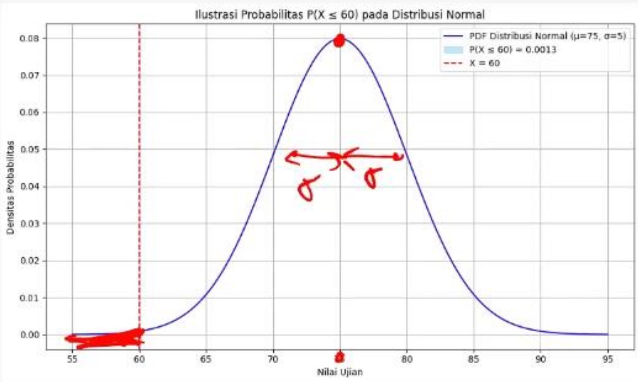
$p(A=0) = 0,25$

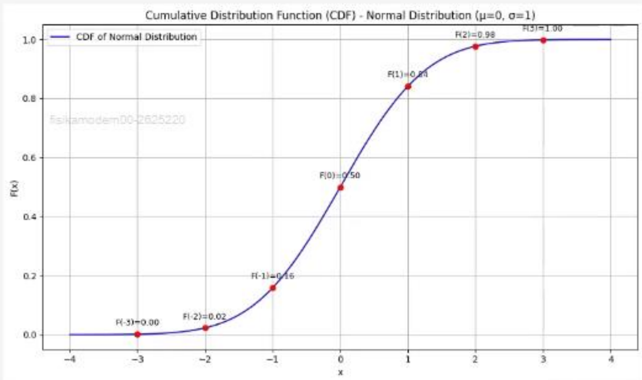
$p(A=1) = 0,5$

$p(A=2) = 0,25$



Contoh kontinu:





- Seorang mahasiswa ingin mengetahui probabilitas bahwa nilai ujian statistiknya (yang mengikuti distribusi normal standar dengan rata-rata $\mu = 75$ dan standar deviasi $\sigma = 5$) kurang dari 60.

$$P(X \leq 60) = \int_{-\infty}^{60} f(x)\,dx$$

- Seorang mahasiswa ingin mengetahui probabilitas bahwa nilai ujian statistiknya (yang mengikuti distribusi normal standar dengan rata-rata $\mu = 75$ dan standar deviasi $\sigma = 5$) **kurang dari 60**.
- Z-score: Mengubah distribusi normal umum menjadi distribusi normal **standar** (dengan $\mu = 0, \sigma = 1$)

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{60-75}{5} = -3$$

$$\frac{-15}{5}$$

- Sehingga

$$P(X \le 60) = P(Z \le -3)$$
$$= 0.0013$$

$= 0,13\%$

Z	CDF P(Z ≤ z)	Z	CDF P(Z ≤ z)
-3.4	0.0003	0.1	0.5398
-3.3	0.0005	0.2	0.5793
-3.2	0.0007	0.3	0.6179
-3.1	0.0010	0.4	0.6554
-3.0	0.0013	0.5	0.6915
-2.9	0.0019	0.6	0.7257
-2.8	0.0026	0.7	0.7580
-2.7	0.0035	0.8	0.7881
-2.6	0.0047	0.9	0.8159
-2.5	0.0062	1.0	0.8413
-2.4	0.0082	1.1	0.8643
-2.3	0.0107	1.2	0.8849
-2.2	0.0139	1.3	0.9032
-2.1	0.0179	1.4	0.9192
-2.0	0.0228	1.5	0.9332
-1.9	0.0287	1.6	0.9452
-1.8	0.0359	1.7	0.9554
-1.7	0.0446	1.8	0.9641
-1.6	0.0548	1.9	0.9713
-1.5	0.0668	2.0	0.9772
-1.4	0.0808	2.1	0.9821
-1.3	0.0968	2.2	0.9861
-1.2	0.1151	2.3	0.9893
-1.1	0.1357	2.4	0.9918
-1.0	0.1587	2.5	0.9938
-0.9	0.1841	2.6	0.9953
-0.8	0.2119	2.7	0.9965
-0.7	0.2420	2.8	0.9974
-0.6	0.2743	2.9	0.9981
-0.5	0.3085	3.0	0.9987
-0.4	0.3446	3.1	0.9990
-0.3	0.3821	3.2	0.9993
-0.2	0.4207	3.3	0.9995
-0.1	0.4602	3.4	0.9997
0.0	0.5000		

Contoh CDF untuk PDF normal dengan Z-score:

- Seorang mahasiswa ingin mengetahui probabilitas bahwa nilai ujian statistiknya (yang mengikuti distribusi normal standar dengan rata-rata $\mu = 75$ dan standar deviasi $\sigma = 5$) **kurang dari 80** dan **lebih besar** dari 70
- Z-score: Mengubah distribusi normal umum menjadi distribusi normal **standar** (dengan $\mu = 0, \sigma = 1$)

$$Z_1 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{80-75}{5} = 1$$
$$Z_2 = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{70-75}{5} = -1$$

- Sehingga

$$P(70 \le X \le 80) = P(X \le 80) - P(X \le 70)$$
$$= P(Z < 1) - P(Z \le -1)$$
$$= 0,8413 - 0,1587 = 0,6827$$

68%

Z	CDF P(Z ≤ z)	Z	CDF P(Z ≤ z)
-3.4	0.0003	0.1	0.5398
-3.3	0.0005	0.2	0.5793
-3.2	0.0007	0.3	0.6179
-3.1	0.0010	0.4	0.6554
-3.0	0.0013	0.5	0.6915
-2.9	0.0019	0.6	0.7257
-2.8	0.0026	0.7	0.7580
-2.7	0.0035	0.8	0.7881
-2.6	0.0047	0.9	0.8159
-2.5	0.0062	1.0	0.8413
-2.4	0.0082	1.1	0.8643
-2.3	0.0107	1.2	0.8849
-2.2	0.0139	1.3	0.9032
-2.1	0.0179	1.4	0.9192
-2.0	0.0228	1.5	0.9332
-1.9	0.0287	1.6	0.9452
-1.8	0.0359	1.7	0.9554
-1.7	0.0446	1.8	0.9641
-1.6	0.0548	1.9	0.9713
-1.5	0.0668	2.0	0.9772
-1.4	0.0808	2.1	0.9821
-1.3	0.0968	2.2	0.9861
-1.2	0.1151	2.3	0.9893
-1.1	0.1357	2.4	0.9918
-1.0	0.1587	2.5	0.9938
-0.9	0.1841	2.6	0.9953
-0.8	0.2119	2.7	0.9965
-0.7	0.2420	2.8	0.9974
-0.6	0.2743	2.9	0.9981
-0.5	0.3085	3.0	0.9987
-0.4	0.3446	3.1	0.9990
-0.3	0.3821	3.2	0.9993
-0.2	0.4207	3.3	0.9995
-0.1	0.4602	3.4	0.9997
0.0	0.5000		

Ringkasan

- **CDF:** Fungsi esensial yang mengukur probabilitas kumulatif $P(X \leq x)$, berperan sebagai "total berjalan" probabilitas dari sebuah variabel acak.
- **Korelasi PMF/PDF**: CDF adalah bentuk terintegrasi dari PMF (untuk diskrit) atau PDF (untuk kontinu), menghubungkan keduanya dalam satu kerangka kerja.
- **Perhitungan Interval:** Memudahkan perhitungan probabilitas untuk suatu rentang, $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$, dengan mengurangi probabilitas kumulatif.
- **Grafik CDF**: Visualisasi fundamental yang menunjukkan perbedaan antara distribusi Diskrit (grafik tangga) dan Kontinu (kurva halus berbentuk S).

3-6. Comparing And Choosing Distribution

01 **Mengidentifikasi dan memilih distribusi probabilitas yang sesuai untuk skenario yang berbeda berdasarkan sifat data.**

02 **Memahami perbedaan utama dalam bentuk, nilai rata-rata (mean), dan varians di antara distribusi diskrit dan kontinu yang umum.**

Perbedaan Kunci: Diskrit vs. Kontinu

Kriteria	Distribusi Diskrit	Distribusi Kontinu
Variabel Acak	Mengambil nilai yang dapat dihitung (count), terpisah. Contoh: jumlah mobil di tempat parkir, jumlah pelanggan.	Mengambil nilai dalam rentang yang tak terhitung jumlahnya (measured). Contoh: tinggi badan, suhu, waktu tempuh.
Probabilitas	Diberikan oleh PMF ($P(X = x)$). Probabilitas untuk ~~satu titik bisa~~ lebih besar dari nol. Total probabilitas dihitung dengan menjumlahkan PMF.	Diberikan oleh PDF ($f(x)$). Probabilitas untuk ~~satu~~ titik adalah nol: $P(X = x) = 0$. Total probabilitas dihitung dengan mengintegrasikan PDF. CDF
PMF Grafik PDF /CDF	Grafik berbentuk tangga.	Kurva halus dan berkelanjutan.
Contoh	Binomial, Poisson	Uniform, Normal

Kapan Menggunakan Distribusi Diskrit

- Distribusi Binomial:
  - Gunakan ketika Anda menghitung **jumlah sukses** dalam **jumlah percobaan tetap** (n) yang independen. Setiap percobaan memiliki dua hasil yang mungkin (sukses/gagal), dan probabilitas sukses (p) harus konstan. Empat asumsi ini harus dipenuhi untuk menerapkan model Binomial.
- Contoh:
  - Perusahaan e-commerce menguji tampilan website baru. Dari 1000 pengunjung ($n = 1000$), berapa probabilitas tepat 50 orang ($k = 50$) melakukan pembelian jika probabilitas pembelian rata-rata adalah 4% ($p = 0.04$)?
- Properti:
  - Rata-rata (μ) dari distribusi ini adalah $n \cdot p$. Varians (σ^2), yang mengukur sebaran data, adalah $n \cdot p \cdot (1 - p)$.

$\mu(1-p)$

Kapan Menggunakan Distribusi Diskrit

- Distribusi Poisson:
  - Gunakan ketika Anda menghitung **jumlah kejadian** dalam **interval waktu atau ruang tetap**, dengan tingkat rata-rata kejadian yang konstan (λ). Asumsi utamanya adalah kejadian-kejadian tersebut bersifat independen.
- Contoh:
  - Rata-rata 7 mobil melewati tol per menit ($\lambda = 7$). Berapa probabilitas bahwa akan ada tepat 5 mobil yang lewat dalam menit berikutnya? Contoh lain: Menghitung jumlah cacat per meter persegi pada lembaran baja.
- Properti:
  - Karakteristik unik dari distribusi Poisson adalah nilai rata-rata (μ) dan varians (σ^2) yang sama, yaitu λ.

- Distribusi Uniform (Seragam):
  - Gunakan ketika setiap nilai dalam sebuah **rentang tertentu** memiliki **probabilitas yang sama** untuk terjadi. PDF-nya berupa garis datar di antara batas bawah (a) dan batas atas (b).
- Contoh:
  - Sebuah sistem pembangkit bilangan acak menghasilkan angka antara 0 dan 10. Probabilitas untuk mendapatkan angka apa pun di antara 0 dan 10 adalah sama. Contoh lain adalah waktu tunggu untuk bus, di mana waktu tunggu bisa di mana saja dalam interval kedatangan.
- Properti:
  - Rata-rata (μ) berada tepat di tengah interval, yaitu $\frac{a+b}{2}$. Variansnya dihitung sebagai $\frac{(b-a)^2}{12}$. $\frac{(b-a)^2}{12}$

Kapan Menggunakan Distribusi Kontinu

- Distribusi Normal:
  - Ini adalah distribusi paling umum dalam statistik. Gunakan ketika data memiliki **bentuk lonceng** yang simetris di sekitar nilai rata-rata (μ). Banyak fenomena alami, sosial, dan teknis mengikuti pola ini. Penting untuk dicatat bahwa peran vital distribusi Normal akan dijelaskan secara rinci dalam bab **Central Limit Theorem**.
- Contoh:
  - Tinggi badan populasi dewasa, skor tes standar, atau error pengukuran pada eksperimen ilmiah. Kurva lonceng yang terbentuk menunjukkan bahwa sebagian besar data berkumpul di sekitar rata-rata.
- Properti:
  - Ditentukan oleh dua parameter utama: **Mean** (μ) yang menunjukkan pusat distribusi, dan **Standard Deviation** (σ) yang mengukur seberapa jauh data menyebar dari pusat.

Perbedaan Kunci: Diskrit vs. Kontinu

Distribusi	Tipe	Parameter Kunci	Mean $E[X]$	Variance $Var[X]$
Binomial	Diskrit	n (jumlah percobaan), p (probabilitas sukses)	np	$np(1-p)$
Poisson	Diskrit	λ (rata-rata kejadian per interval)	λ	λ
Uniform	Kontinu	a (batas bawah), b (batas atas)	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Normal	Kontinu	μ (rata-rata), σ^2 (varians)	μ	σ^2

Rekap

- **Pilihan distribusi yang tepat adalah seni dan sains.** Ini bergantung pada **sifat variabel acak** (diskrit vs. kontinu) dan **jenis pertanyaan** yang Anda ajukan.
- **Proses berpikir dalam memilih distribusi:**
    1. Tentukan apakah variabel Anda merupakan hasil hitungan (diskrit) atau pengukuran (kontinu).
    2. Jika diskrit, apakah Anda menghitung sukses dari jumlah percobaan tetap (Binomial) atau kejadian dalam interval tertentu (Poisson)?
    3. Jika kontinu, apakah probabilitasnya seragam (Uniform) atau terkonsentrasi di sekitar rata-rata (Normal)?
- Distribusi adalah bahasa untuk menceritakan kisah data Anda. Memilih distribusi yang tepat berarti Anda menggunakan model yang paling akurat untuk "menceritakan" apa yang terjadi.

Chapter 4. Central Limit Theorem (CLT)

4-1. What Is Central Limit Theorem

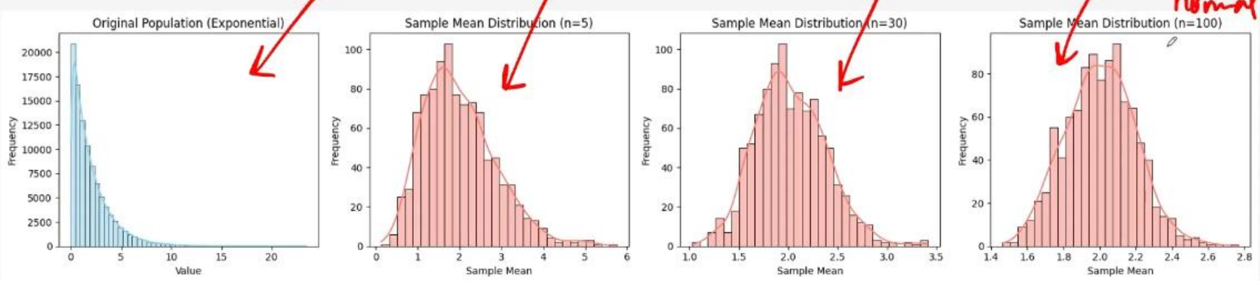
01 **Memahami konsep dasar Teorema Limit Pusat (CLT) dan mengapa ini begitu penting.**

02 **Membedakan antara distribusi populasi dan distribusi sampel.**

03 **Menggunakan CLT untuk membuat kesimpulan yang akurat tentang populasi dari sampel.**

Apa itu Central Limit Theorem?

distribusi normal



Central Limit Theorem (CLT) adalah pilar fundamental dalam statistika modern. Secara formal, CLT menyatakan bahwa jika Anda mengambil sampel acak yang **cukup besar** ($n \geq 30$) dari populasi mana pun, **distribusi rata-rata sampelnya akan mendekati distribusi Normal** (kurva lonceng).

Apa itu Central Limit Theorem?

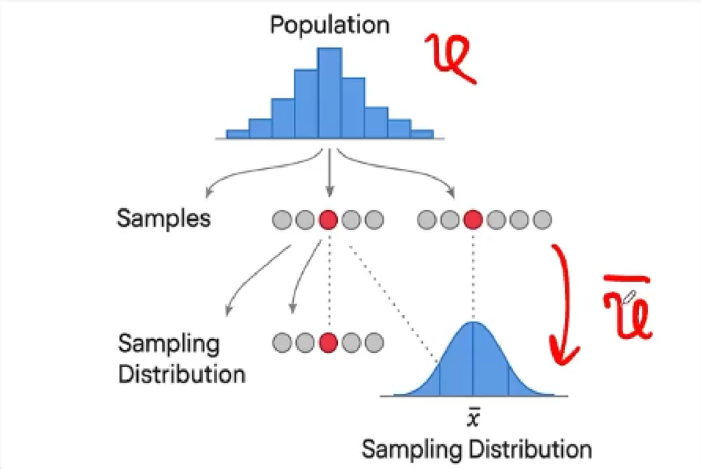
- **Mengapa Ini Luar Biasa?** Teorema ini berlaku meskipun populasi aslinya tidak berdistribusi normal—bisa saja sangat miring (**skewed**), seragam (uniform), atau bentuk apa pun yang tidak terduga. CLT seperti sebuah "*konverter ajaib*" yang selalu menghasilkan kurva lonceng, selama Anda memberinya sampel yang cukup besar.

- **Makna Praktis:** Ini adalah kunci yang memungkinkan kita bekerja dengan rata-rata sampel seolah-olah mereka berasal dari distribusi normal yang dapat diprediksi. Ini sangat penting karena sifat-sifat distribusi normal sangat dipahami dan mudah untuk dianalisis secara matematis.

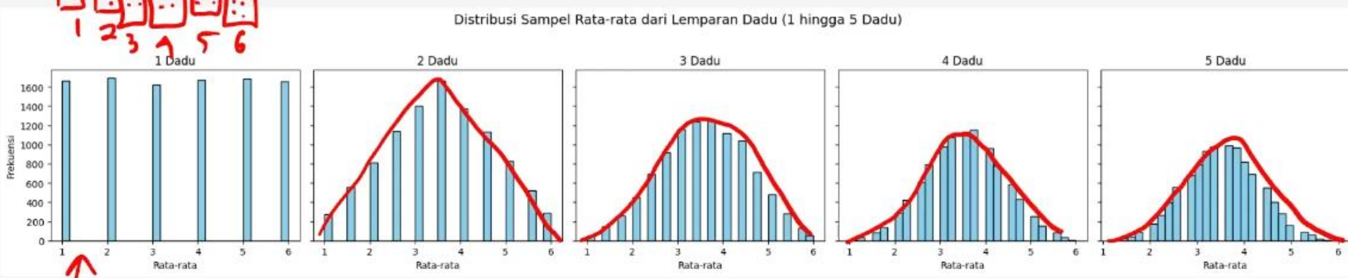
Distribusi Sampel

K=1 N=5 M=?   K=2 N=5 M=?   K=L N=5 M=?

- **Distribusi sampel** adalah konsep penting dalam statistik inferensial yang menggambarkan **distribusi probabilitas dari suatu statistik** (seperti rata-rata, proporsi, atau varians) yang dihitung dari **banyak sampel acak** yang diambil dari populasi yang sama.
- Distribusi sampel (sampling distribution) adalah **distribusi dari nilai-nilai statistik** (misalnya rata-rata sampel $\bar{x}$) yang diperoleh dari **berulang kali mengambil sampel acak** dari suatu populasi.

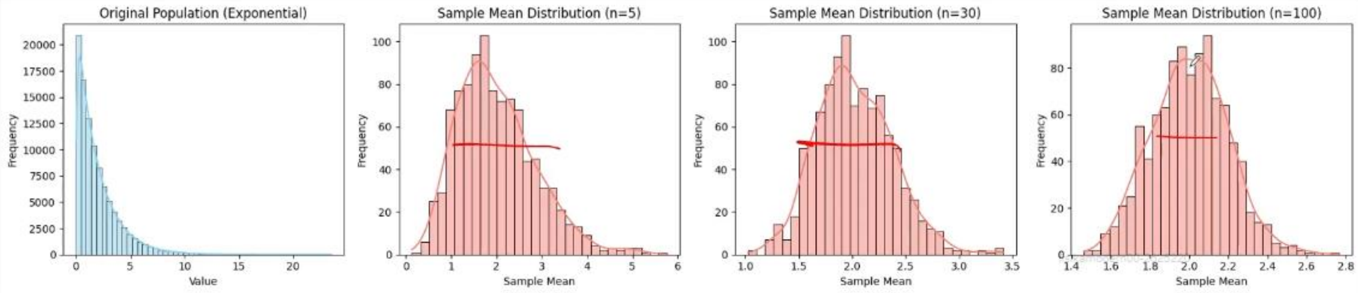


Distribusi Sampel (Contoh)



- Setiap panel menunjukkan **histogram rata-rata hasil lemparan** dari ribuan sampel.
- Semakin banyak dadu yang dilempar (semakin besar n), distribusi rata-rata hasilnya menjadi:
  - Lebih simetris
  - Lebih mendekati distribusi normal
  - Lebih sempit (variasi lebih kecil)

Distribusi Sampel (Contoh)



- **Panel tengah dan kanan** menunjukkan distribusi **rata-rata sampel** dari populasi tersebut untuk ukuran sampel:
  - n=5: distribusi masih mirip populasi asli, tapi mulai terlihat lebih simetris.
  - n=30: distribusi rata-rata sampel mulai menyerupai distribusi normal.
  - n=100: distribusi rata-rata sampel sangat mendekati distribusi normal.

Proses membangun distribusi sampel

1. **Ambil Sampel:** Ambil sebuah sampel acak berukuran n dari populasi.
2. **Hitung Rata-rata:** Hitung rata-rata sampel pertama ($\bar{x}_1$). Catat nilai ini.
3. **Ulangi Proses:** Kembalikan sampel ke populasi. Ulangi langkah 1-2 berkali-kali (misalnya 1000 kali) untuk mendapatkan serangkaian rata-rata sampel: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_{1000}$.
4. **Visualisasikan:** Plot semua rata-rata sampel ini dalam sebuah histogram. Histogram inilah yang secara visual mewakili distribusi sampel.

Properti Kunci Distribusi Sampel

Ketika CLT berlaku, distribusi rata-rata sampel (yang berdistribusi Normal) akan memiliki properti-properti yang sangat spesifik dan dapat diprediksi:

- **Mean (Rata-rata):** Rata-rata dari semua rata-rata sampel ($\mu_{\bar{x}}$) akan sama persis dengan rata-rata populasi aslinya (μ)

$$\boxed{\mu_{\bar{x}} = \mu}$$

- **Standard Error:** Standar deviasi dari distribusi rata-rata sampel disebut Standard Error ($\sigma_{\bar{x}}$). Nilainya lebih kecil dari standar deviasi populasi aslinya (σ).

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \sigma_{\bar{X}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

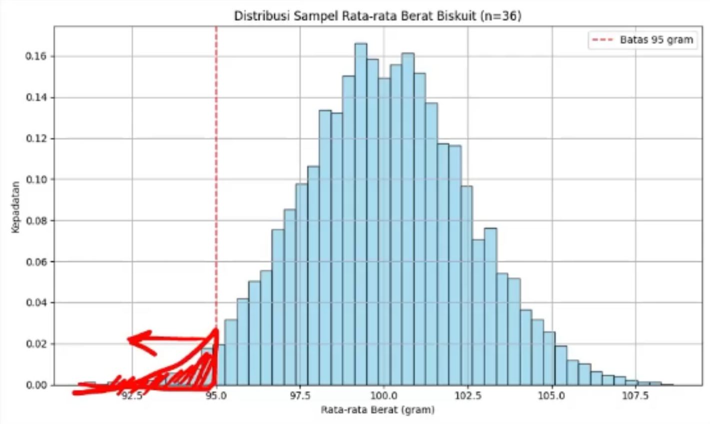
$\sigma = 5$
$n = 10$

Contoh BVAANG!!!: $\sigma = 15$ gram, $n = 36$, $\mu = 100$ gram

Sebuah pabrik makanan memproduksi biscuit dalam kemasan kecil. Berat biscuit dalam satu kemasan bervariasi dan mengikuti distribusi tidak normal, dengan berat rata-rata Adalah 100 gram, dan standar deviasi populasi Adalah 15 gram. Lalu seorang quality control engineer mengambil sampel acak 36 kemasan setiap jam untuk memantau kuaitas produksi.

1. Mengapa engineer dapat menggunakan distribusi normal untuk menganalisis rata-rata berat sampel meskipun distribusi populasi tidak normal? $n \geq 30$
2. Hitung standar deviasi dari distribusi rata-rata sampel (standard error)
3. Berapa probabilitas bahwa rata-rata berat dari 36 kemasan biscuit kurang dari 95 gram $P(X < 95)$?
4. Jika probabilitas pada soal nomor 3 sangat kecil, apa yang bisa disimpulkan?

Contoh BVAANG!!!:



- Diambil **10.000 sampel acak**, masing-masing berukuran **36 kemasan**.
- Histogram menunjukkan distribusi rata-rata berat dari tiap sampel.
- Garis merah menunjukkan batas 95 gram.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{36}} = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ gram}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{95 - 100}{2.5} = -2$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{95 - 100}{2{,}5} = -2$$

Probabilitas bahwa rata-rata berat sampel kurang dari 95 gram adalah sekitar:

$$P(\bar{X} < 95) = P(Z < -2) \approx 0.0228 = 2.28\%$$

Jika probabilits pada soal nomor 3 sangat kecil, apa yang bisa disimpulkan

- Jika proses berjalan dengan normal, kejadian ini sangat jarang terjadi
- Jika rata rata sample di ambil, missal rata rata nya bisa dibawah 95, berarti kemungkinan berarti ada kesalahan produksi

Rasionalisasi

- CLT berfungsi sebagai jembatan logis, memungkinkan kita membuat kesimpulan yang andal tentang populasi dari sampel yang terbatas, karena sulit untuk mengumpulkan data dari seluruh populasi. Ini adalah fondasi teoritis untuk teknik statistika inferensial.
- CLT adalah dasar untuk metode penting seperti **Uji Hipotesis** (menguji klaim populasi dari data sampel) dan **Interval Kepercayaan** (memperkirakan rentang parameter populasi).
- Keunggulan utamanya adalah fleksibilitasnya; teorema ini tetap berlaku meskipun distribusi populasi asalnya tidak diketahui atau tidak normal, asalkan ukuran sampelnya cukup besar (umumnya n≥30).

4-3. Application Of The CLT

01 **Menerapkan Central Limit Theorem pada masalah statistik di dunia nyata.**

02 **Mengidentifikasi kapan asumsi CLT valid dan dapat digunakan dengan tepat.**

03 **Memahami bagaimana CLT menjadi dasar untuk Interval Kepercayaan (Confidence Intervals) dan Uji Hipotesis (Hypothesis Testing).**

Menggunakan CLT untuk inferensi

Ide Utama: Karena CLT menjamin bahwa distribusi rata-rata sampel akan normal, kita dapat menggunakan alat-alat statistik yang dirancang untuk distribusi normal (seperti z-score dan tabel z) untuk membuat kesimpulan tentang populasi.

Proses:

1. Ambil sampel dari populasi.
2. Hitung rata-rata sampel ($\bar{x}$).
3. Dengan CLT, kita tahu bahwa $\bar{x}$ berasal dari distribusi normal.
4. Kita bisa menggunakan sifat-sifat distribusi normal untuk menghitung probabilitas atau mengestimasi parameter populasi.

z-score

Aplikasi 1: Interval Kepercayaan

Apa itu?

- Interval kepercayaan adalah rentang nilai yang kemungkinan besar berisi parameter populasi yang sebenarnya (misalnya, rata-rata populasi, μ).

Bagaimana CLT membantunya?

- CLT memberi tahu kita bahwa distribusi rata-rata sampel adalah normal.
- Kita tahu 95% dari semua rata-rata sampel akan berada dalam ±1.96 standard error dari rata-rata populasi.

  $\pm 1{,}96\sigma$ ↑ z-score
- Ini memungkinkan kita untuk membangun interval di sekitar rata-rata sampel kita untuk mengestimasi lokasi μ yang tidak diketahui.

Aplikasi 1: Interval Kepercayaan

Contoh:

- Misalkan Anda adalah manajer kualitas di sebuah pabrik yang memproduksi botol air 500 ml. Anda ingin menaksir rata-rata volume air yang sebenarnya diisi ke dalam botol, tetapi Anda tidak dapat memeriksa setiap botol. Anda mencurigai bahwa proses pengisian tidak terdistribusi secara normal.
- Pengambilan data sampel sebanyak 100 botol dalam sehari.
- Rata-rata sampel Adalah 498 ml, dengan simpangan baku 5 ml
- Anda menginginkan Tingkat kepercayaan 95%

$n = 100$ botol

$\bar{x} = 498$ ml

$\sigma = 5$ ml

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5\text{ ml}}{\sqrt{100}} = 0{,}5\text{ ml}$$

Interval kepercayaan $= \bar{x} \pm 1{,}96\sigma_{\bar{x}}$

$= 498 \pm 1{,}96 \times 0{,}5$

$= 498 \pm 0{,}98$

batas atas → 498,98

batas bawah → 497,02

$497{,}02 \le \mu \le 498{,}98$

Aplikasi 2: Uji Hipotesis

Apa itu?

- Uji hipotesis adalah metode statistik untuk membuat keputusan tentang populasi berdasarkan data sampel.

Bagaimana CLT membantunya?

- CLT memungkinkan kita menghitung probabilitas untuk mendapatkan rata-rata sampel tertentu jika hipotesis nol (klaim awal) itu benar.
- Jika probabilitas ini sangat rendah (misalnya, kurang dari 5%), kita dapat menolak hipotesis nol dan menyimpulkan bahwa efek yang kita amati pada sampel kemungkinan besar nyata di populasi.

Aplikasi 2: Uji Hipotesis

Contoh:

- Misalkan ada sebuah universitas yang mengklaim bahwa rata-rata berat badan mahasiswanya Adalah 65 kg. Anda sebagai peneliti tidak yakin dengan klaim tersebut dan ingin menguji hipotesis ini. Sampel diambil acak sebanyak 100 Mahasiswa, didapatkan rata-rata sampel Adalah 67 kg dengan simpangan baku Adalah 10 kg. Dipilih kepercayaan hipotesis nol Adalah 95%.

$\bar{x} \pm 1{,}96\,\sigma_{\bar{x}}$

- Hipotesis 0 → $\mu = 65$ kg → 95%
- hipotesis 1 → $\mu \neq 65$ kg → 5%

$n = 100$

$\bar{x} = 66$ kg

$\sigma = 10$ kg

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10\text{ kg}}{\sqrt{100}} = 1$ kg.

Statistik uji z.

$z_{hitung} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{66 - 65}{1\text{ kg}} = -1$

$|z| = 1$

$z_{hitung} < z_{kritis}$.

$z_{hitung} < 1{,}96$

$\cancel{1 < 1{,}96}$

Contoh Nyata dalam Berbagai Bidang

Bisnis dan Ekonomi:

- Mengukur rata-rata kepuasan pelanggan dari survei sampel untuk memprediksi kepuasan populasi.
- Menguji apakah kampanye iklan baru meningkatkan rata-rata penjualan secara signifikan.

Sains dan Medis:

- Mengukur efektivitas obat baru dengan menguji sampel pasien dan menguji hipotesis bahwa obat tersebut memiliki efek yang signifikan.
- Mengestimasi rata-rata tinggi tanaman setelah perlakuan pupuk.

Penelitian Sosial:

- Menggunakan survei sampel untuk memprediksi hasil pemilu atau mengukur rata-rata pendapatan populasi.

Ringkasan & Kapan CLT Valid?

- CLT adalah jembatan antara sampel dan populasi, memungkinkan kita menggunakan distribusi normal untuk inferensi.
- CLT Valid jika:
  - Sampel diambil secara acak.
  - Sampel memiliki ukuran yang cukup besar, biasanya $n \geq 30$.
- Peringatan: Jika ukuran sampel sangat kecil ($n < 30$), distribusi rata-rata sampel mungkin tidak normal, terutama jika populasi asalnya tidak normal. Dalam kasus ini, teknik lain seperti t-distribution mungkin lebih sesuai.

Next Up

Pemahaman tentang CLT adalah fondasi penting untuk seluruh statistika inferensial. Bab selanjutnya dari kursus ini akan membahas lebih rinci tentang **Inferential Statistics** dan bagaimana konsep ini digunakan dalam model machine learning.

Chapter 5. Inferential Statistics

5-1. What Is Inferensial Statistics

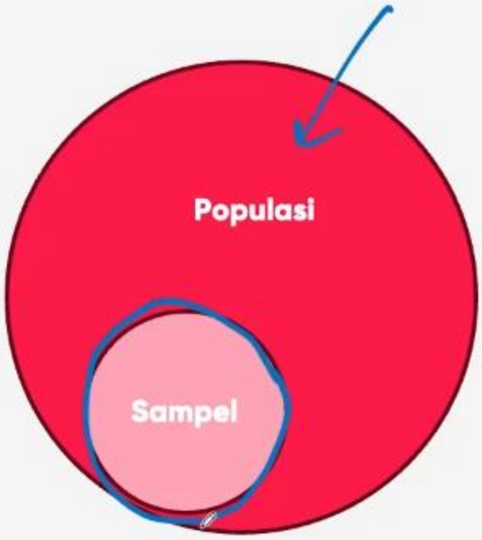
Pengantar: Apa itu Statistika Inferensial?

Statistika Inferensial adalah cabang statistika yang memungkinkan kita untuk membuat **kesimpulan**, **prediksi**, atau **generalisasi** tentang suatu **populasi** berdasarkan data yang hanya diambil **dari sampel**. Ini adalah alat untuk "membaca pikiran" populasi yang lebih besar hanya dengan mengamati sebagian kecilnya.

Statistika Deskriptif vs. Inferensial: Perbedaan Mendasar

Kriteria	Statistik Deskriptif	Statistik Inferensial
Tujuan	Menggambarkan dan meringkas karakteristik data yang sudah ada dalam sampel atau populasi	Membuat kesimpulan, prediksi, atau generalisasi tentang populasi berdasarkan data dari sampel.
Fokus	Data yang diamati (sampel itu sendiri)	Parameter populasi yang tidak diketahui
Pertanyaan Khas	"Berapa rata-rata usia pelanggan kami di survei ini?"	"Berapa rata-rata usia semua pelanggan kami?"
Metode	Mean, median, modus, standar deviasi, frekuensi, histogram, grafik batang	Uji hipotesis, interval kepercayaan, regresi, ANOVA.
Contoh	"Rata-rata tinggi badan siswa di kelas ini Adalah 165 cm."	"Berdasarkan sampel, kami menyimpulkan bahwa rata-rata tinggi badan semua siswa di sekolah ini kemungkinan besar antara 163 cm dan 167 cm

Populasi vs. Sampel: Mengapa Inferensi Diperlukan?



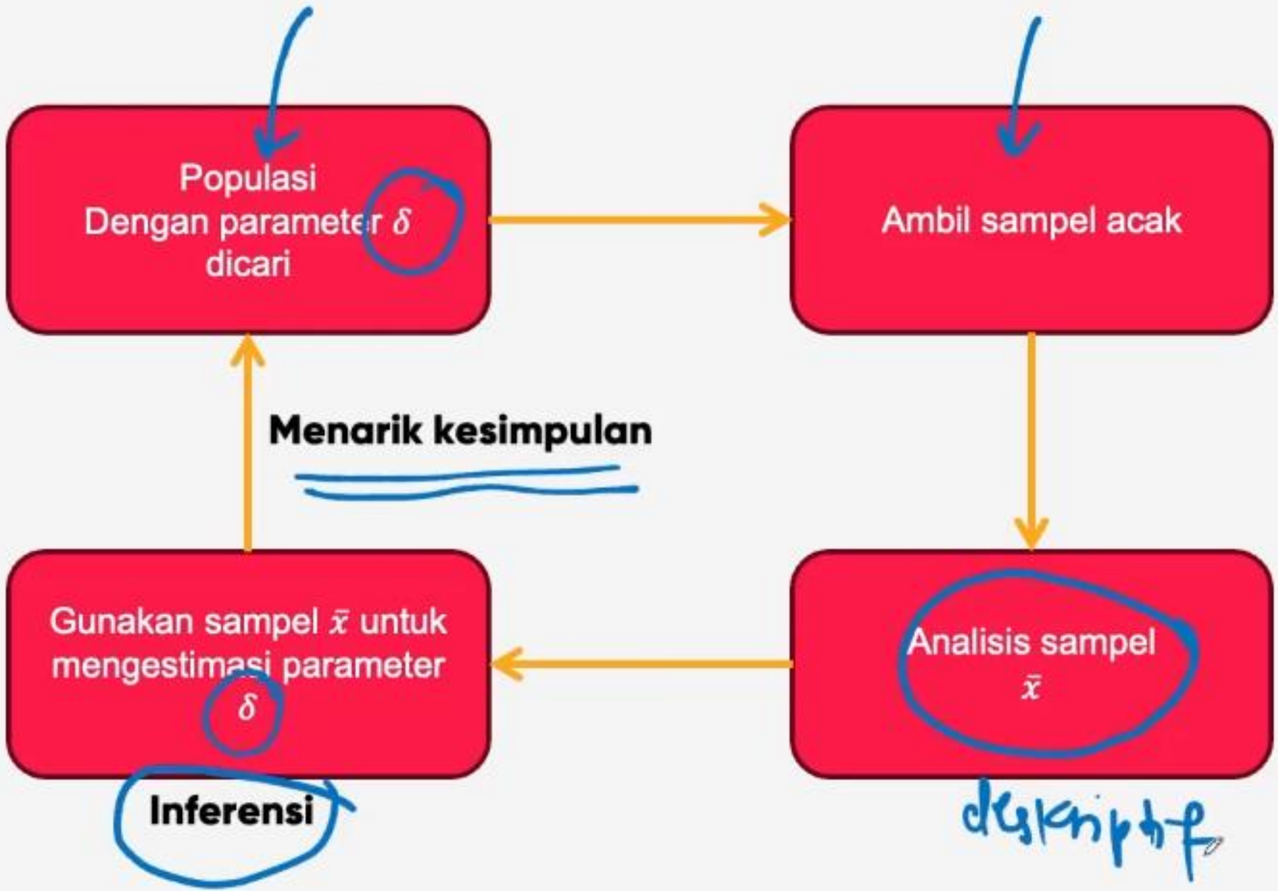
- **Populasi:** Seluruh kelompok individu atau objek yang ingin Anda pelajari. Ini adalah target utama penelitian Anda. (Contoh: semua pemilih di suatu negara, semua bola lampu yang diproduksi oleh suatu pabrik).
- **Sampel:** Sebagian kecil, sub-kelompok dari populasi yang dipilih untuk analisis. Sampel harus **representatif** agar kesimpulan inferensial valid.

Populasi vs. Sampel: Mengapa Inferensi Diperlukan?

Kebutuhan Inferensi:

- Keterbatasan Sumber Daya: Seringkali tidak mungkin secara fisik, finansial, atau waktu untuk mengumpulkan data dari seluruh populasi.
- Efisiensi: Mengumpulkan dan menganalisis data dari sampel jauh lebih efisien.
- Generalisasi: Inferensi memungkinkan kita untuk mengambil temuan dari sampel kecil dan menggeneralisasikannya ke populasi yang lebih besar dengan tingkat kepercayaan tertentu.

Proses Statistika Inferensial



Pentingnya Inferensi dalam Data Science

- Pengambilan Keputusan Berbasis Data
- Prediksi & Pemodelan
- Validasi Hipotesis
- Peran Central Limit Theorem (CLT)

Rangkuman

- **Statistika Inferensial** adalah tentang membuat kesimpulan yang valid dan dapat diandalkan tentang populasi yang besar, hanya dari data sampel yang terbatas.
- Ini adalah perbedaan kunci dari **Statistika Deskriptif**, yang hanya meringkas data yang ada.
- **Inferensi** diperlukan karena keterbatasan praktis dalam mengumpulkan data populasi penuh dan untuk memungkinkan generalisasi temuan.
- **CLT** adalah kunci yang memungkinkan inferensi ini, dengan menjamin normalitas distribusi rata-rata sampel.

- **Next Up**: Di sub-bab berikutnya, kita akan menyelami salah satu aplikasi utama statistika inferensial: Interval Kepercayaan (Confidence Intervals), yang merupakan cara untuk mengestimasi parameter populasi dengan rentang nilai.

01 **Membangun dan menginterpretasi interval kepercayaan (confidence intervals).**

02 **Memahami peran ukuran sampel dan variabilitas dalam interval kepercayaan.**

03 **Mengidentifikasi perbedaan antara margin of error dan tingkat kepercayaan.**

Apa itu Interval Kepercayaan?

Ide Utama:

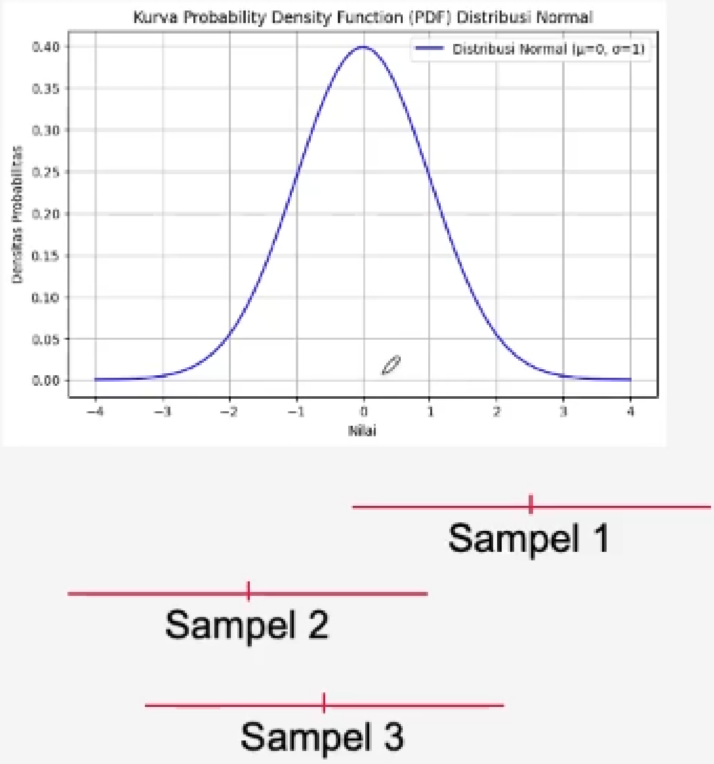
Dalam statistika inferensial, tujuan kita adalah membuat kesimpulan tentang parameter populasi

- seperti rata-rata populasi μ,
- proporsi populasi p, atau
- standar deviasi populasi σ

menggunakan data yang kita kumpulkan dari sampel. Namun, rata-rata sampel ($\bar{x}$) yang kita hitung hanyalah satu perkiraan titik (point estimate). Sangat kecil kemungkinannya rata-rata sampel ini akan sama persis dengan rata-rata populasi yang sebenarnya.

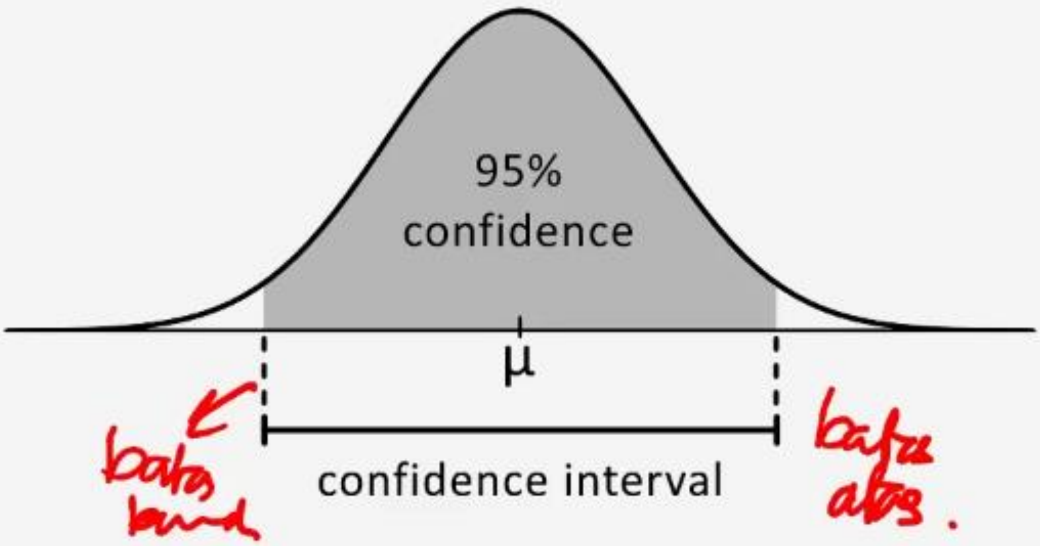
Apa itu Interval Kepercayaan?

Mengapa Perkiraan Titik Saja Tidak Cukup?



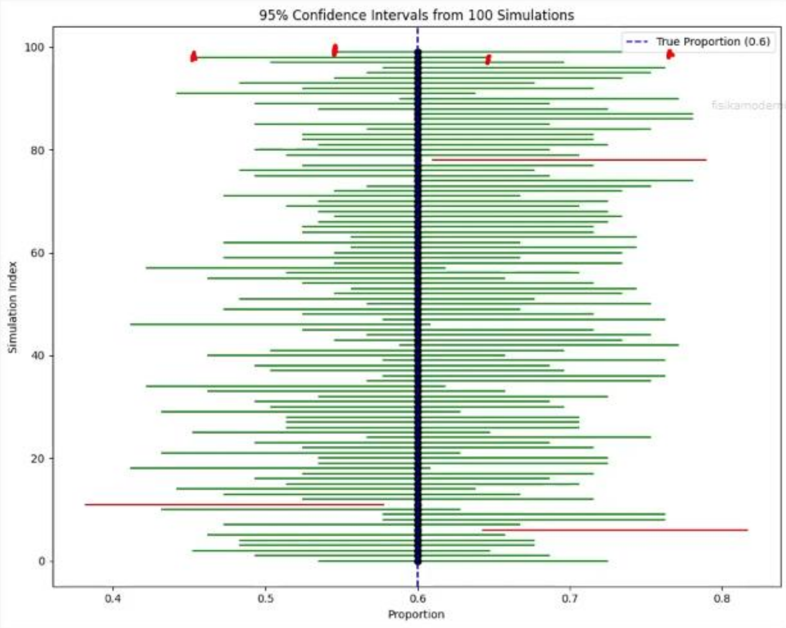
Apa itu Interval Kepercayaan?

Interval Kepercayaan (Confidence Interval - CI)



"Kami tidak tahu persis berapa nilai parameter populasi, tapi kami cukup yakin nilainya ada di antara X dan Y."

Ilustrasi Confidence Interval

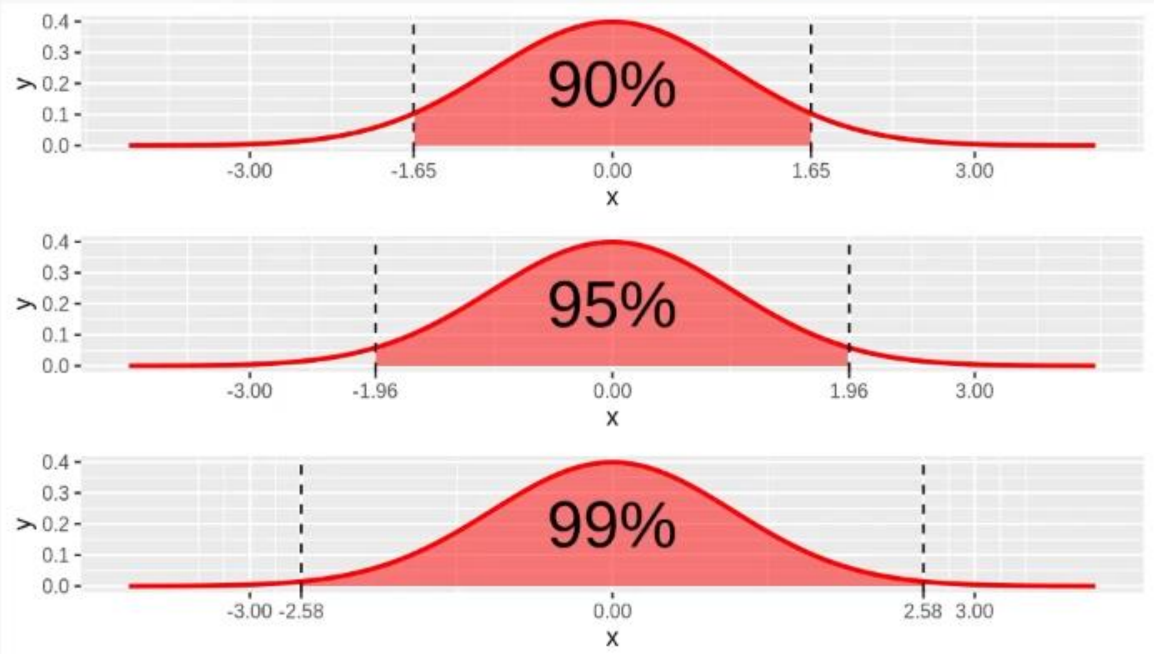


Penjelasan Grafik:

- **Setiap garis horizontal** mewakili satu interval kepercayaan dari satu simulasi.
- **Garis hijau** menunjukkan interval yang **mencakup** nilai proporsi sebenarnya (0.6).
- **Garis merah** menunjukkan interval yang **tidak mencakup** nilai sebenarnya.
- **Garis biru putus-putus** adalah **proporsi sebenarnya** dari populasi (0.6).
- **Titik hitam** menunjukkan posisi nilai sebenarnya pada setiap simulasi.

Confidence Level

Tingkat kepercayaan yang paling sering digunakan adalah 90%, 95%, dan 99%. Pilihan tingkat kepercayaan bergantung pada konsekuensi kesalahan; untuk aplikasi medis atau keuangan yang berisiko tinggi, tingkat kepercayaan yang lebih tinggi (misalnya 99%) mungkin diperlukan.



Komponen Utama: Margin of Error (Batas Kesalahan)

Margin of Error (MoE) adalah jumlah yang ditambahkan dan dikurangkan dari perkiraan titik untuk membentuk interval kepercayaan. Ini secara langsung mengukur presisi perkiraan kita. Semakin kecil MoE, semakin sempit intervalnya, dan semakin presisi estimasi kita.

$$\text{Margin of Error (MoE)} = \text{Nilai Kritis} \times \text{Standard Error}$$

Confidence Level (CL)	α (significance Level)	$Z_{\alpha/2}$ (Nilai Kritis)
90%	0.10	1.645
95%	0.05	1.960
99%	0.01	2.576

Jika standar deviasi populasi diketahui

$$\text{Standard Error} = \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ → z-test.

Jika standar deviasi populasi tidak diketahui, gunakan standar deviasi sampel s → t-test

$$\text{Standard Error} = \sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Komponen Utama: Confidence Interval (Interval Kepercayaan)

rata-rata sampel

$$\text{Interval Kepercayaan} = \bar{x} \pm \text{Margin of Error}$$

$$\text{CI} = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Confidence Level (CL)	α (significance Level)	$Z_{\alpha/2}$ (Nilai Kritis)
90%	0.10	1.645
95%	0.05	1.960
99%	0.01	2.576

Formula ini digunakan ketika standard deviasi populasi atau devaisi sampel diketahui atau ketika ukuran sampel sangat besar > 30, sehingga CLT dipenuhi.

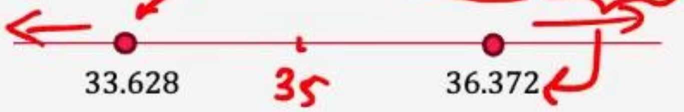
distribusi normal

Contoh

Sebuah perusahaan e-commerce ingin mengestimasi rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan di situs mereka per hari. Mereka mengambil sampel acak 200 pelanggan dan menemukan rata-rata waktu yang dihabiskan adalah 35 menit, dengan standar deviasi populasi 10 menit. Mereka menghitung interval kepercayaan 95% untuk rata-rata waktu yang dihabiskan populasi dan mendapatkan hasil

$$n = 200$$
$$\bar{x} = 35\ menit$$
$$\sigma = 10\ menit$$
$$CL = 95\%$$

$$\begin{aligned}
\text{CI} &= \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\
&= 35 \pm 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{200}} \\
&= 35 \pm 1.96 \times \frac{10}{14.14} \\
&= 35 \pm 1.96 \times 0.7 \\
&= 35 \pm 1.372
\end{aligned}$$



Kami 95% yakin bahwa interval (33.62 menit, 36.37 menit) berisi rata-rata waktu yang dihabiskan oleh seluruh populasi pelanggan yang sebenarnya.

Ringkasan

- **Interval Kepercayaan** memberikan rentang perkiraan yang andal untuk parameter populasi yang tidak diketahui, bukan hanya satu titik.
- **Tingkat Kepercayaan** adalah probabilitas jangka panjang bahwa metode kita akan berhasil "menangkap" parameter populasi.
- **Margin of Error** menentukan lebar interval, dipengaruhi oleh tingkat kepercayaan, Standard Error, dan pada akhirnya, ukuran sampel dan variabilitas data.
- Untuk mendapatkan interval kepercayaan yang lebih sempit, kita membutuhkan ukuran sampel yang lebih besar dan variabilitas yang lebih rendah

Next Up: Setelah memahami Interval Kepercayaan, kita akan melanjutkan ke konsep kunci lainnya dalam statistika inferensial: Uji Hipotesis (Hypothesis Testing), yang memungkinkan kita membuat keputusan formal tentang klaim populasi.

5-3. Hypothesis Testing Basics

01 Memformulasikan hipotesis untuk pengujian statistik.

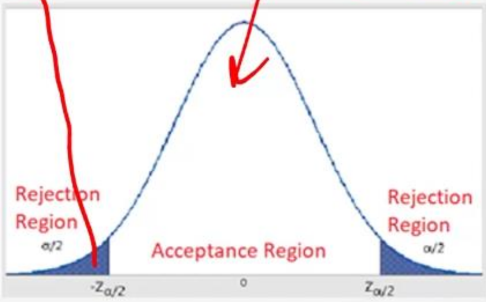
02 Memahami konsep kesalahan Tipe I dan kesalahan Tipe II.

03 Menentukan dan menginterpretasi tingkat signifikansi (alpha).

Apa itu Uji Hipotesis?

hipotesis ditolak

hipotesis berlaku



Ide Utama: Uji hipotesis adalah metode formal untuk membuat keputusan tentang populasi berdasarkan data dari sampel. Ini adalah proses sistematis untuk menentukan apakah ada cukup bukti untuk mendukung suatu klaim atau teori.

Proses: Uji hipotesis membandingkan dua pernyataan yang saling bertentangan tentang suatu parameter populasi: Hipotesis Nol dan Hipotesis Alternatif.

Contoh Sederhana: Apakah rata-rata waktu yang dihabiskan siswa di media sosial lebih dari 2 jam per hari? Uji hipotesis akan membantu kita menjawabnya.

Null dan Alternative Hypotheses

Setiap uji hipotesis dimulai dengan formulasi dua hipotesis:

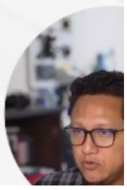
Hipotesis Nol (H_0)**:** Pernyataan awal yang diasumsikan benar.

- Contoh: Rata-rata waktu yang dihabiskan siswa di media sosial sama dengan 2 jam per hari
- $H_0: \mu = 2$ jam

Hipotesis Alternatif (H_a *atau* H_1)**:** Pernyataan yang bertentangan dengan Hipotesis Nol.

- Contoh: Rata-rata waktu yang dihabiskan siswa di media sosial lebih dari 2 jam per hari
- $H_0: \mu > 2$ jam

Tujuan kita adalah mengumpulkan bukti statistik (dari sampel) untuk memutuskan apakah akan menolak H_0 atau tidak.



Kesalahan Tipe I dan Tipe II

Dalam uji hipotesis, selalu ada risiko membuat keputusan yang salah. Ada dua jenis kesalahan:

Keputusan	H_0 Sebenarnya Benar	H_0 Sebenarnya Salah
Menolak H_0	Kesalahan tipe I (False Positive)	Keputusan Tepat
Tidak Menolak H_0	Keputusan Tepat	Kesalahan tipe II (False Negative)

Kesalahan Tipe I (False Positive): Menolak hipotesis nol padahal sebenarnya benar.

- **Contoh:** Menyimpulkan bahwa obat baru lebih efektif, padahal sebenarnya tidak.

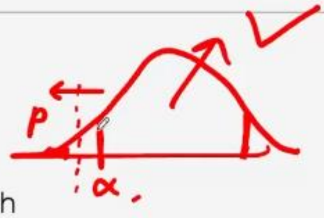
T positif

Kesalahan Tipe II (False Negative): Tidak menolak hipotesis nol padahal sebenarnya salah.

- **Contoh:** Menyimpulkan bahwa obat baru tidak efektif, padahal sebenarnya efektif.

false negatif.

Tingkat Signifikansi (α)



- **Definisi:** Tingkat signifikansi, dilambangkan dengan α (alpha), adalah **probabilitas maksimum** untuk membuat **Kesalahan Tipe I**. Ini adalah ambang batas yang kita tetapkan sebelum pengujian untuk menentukan seberapa banyak risiko yang kita bersedia ambil.

  95% 99% 90%
- **Nilai Umum:** Nilai α yang paling umum adalah 0.05 (5%), 0.01 (1%), atau 0.1 (10%).
- **Hubungan dengan H_0:** Jika nilai p (probabilitas hasil sampel) yang kita hitung lebih kecil dari α, kita memiliki bukti yang cukup untuk menolak H_0. Sebaliknya, jika nilai p lebih besar dari α, kita tidak memiliki bukti yang cukup untuk menolak H_0.
- **Trade-off:** Menurunkan α (misalnya, dari 0.05 ke 0.01) mengurangi kemungkinan Kesalahan Tipe I, tetapi meningkatkan kemungkinan Kesalahan Tipe II.

Proses Uji Hipotesis

- **Formulasikan Hipotesis:** Tulis H_0 dan H_a.
- **Pilih Tingkat Signifikansi:** Tentukan α (misalnya, 0.05).
- **Hitung Statistik Uji:** Kumpulkan data sampel dan hitung statistik uji (misalnya, z-score atau ~~t-score~~) dan nilai p (p-value).
- **Ambil Keputusan:** Bandingkan nilai p dengan **α.**
  - Jika $p \leq \alpha$: **Tolak** H_0. Ada bukti yang signifikan.
  - Jika $p > \alpha$: **Tidak menolak** H_0. Tidak ada bukti yang signifikan.

Contoh

Skenario: Sebuah perusahaan mengklaim bahwa rata-rata waktu yang dihabiskan pengguna di aplikasi mereka adalah 30 menit per hari.

Tantangan: Sebagai analis, Anda menduga rata-rata waktu sebenarnya lebih dari 30 menit. Anda mengambil sampel acak 100 pengguna dan menemukan rata-rata waktu yang dihabiskan adalah 32 menit. (Asumsi: standar deviasi populasi, $\sigma = 9.76$)

$H_0 : \mu = 30$ menit, $\quad n = 100$

$H_a : \mu > 30$ menit. $\quad \bar{x} = 32$

$\sigma = 9,76$

Jawab

Langkah 1: Formulasikan Hipotesis:

- H_0 (Hipotesis Nol) : Rata-rata waktu yang dihabiskan Adalah 30 menit ($\mu = 30$)
- H_a (Hipotesis Alternatif) : Rata-rata waktu yang dihabiskan lebih dari 30 menit ($\mu > 30$)

Langkah 2: Pengujian dan Tingkat Signifikansi CI = 95%

- Kita memilih Tingkat signifikansi α = 0.05

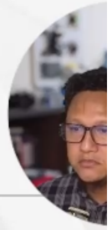
Langkah 3: Detail Perhitungan Statistik Uji

- Standar Error (SE): Mengukur seberapa banyak rata-rata sampel kita bervariasi

std dev

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9.76}{\sqrt{100}} = 0.976$$

populasi



Fast campus

Jawab

Langkah 3: Detail Perhitungan Statistik Uji

- Standar Error (SE): Mengukur seberapa banyak rata-rata sampel kita bervariasi

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9.76}{\sqrt{100}} = 0.976$$

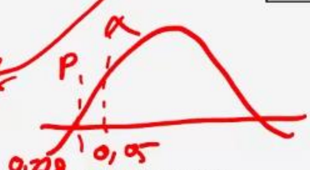
$\bar{x}$

- Z-score: Mengukur seberapa jauh rata-rata sampel kita (32) dari rata-rata yang diklaim (30) dalam satuan Standard Error

μ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{SE} = \frac{32 - 30}{0.976} = \frac{2}{0.976} \approx 2.05$$

Z	CDF $P(Z \leq z)$
…	…
-2.1	0.0179
-2.0	0.0228 (nilai p)
-1.9	0.0287
-1.8	0.0359
-1.7	0.0446
-1.6	0.0548
…	…



- Gunakan $\alpha = 0.05$ untuk uji satu sisi.
- Nilai kritis $Z_{(0.05)} = 1.645$, Karena $Z = 2.05 > 1.645$, maka cukup bukti untuk menolak H_0.
- Nilai p dengan α: $0.02 \leq 0.05$, Karena nilai p lebih kecil dari α, maka cukup bukti untuk menolak H_0.

Kesimpulan: Ada bukti yang signifikan (pada tingkat signifikansi 5%) untuk menyimpulkan bahwa rata-rata waktu yang dihabiskan pengguna di aplikasi adalah lebih dari 30 menit.

Rekap

- **Uji Hipotesis** adalah metode untuk membuat keputusan tentang populasi dari sampel.
- **Hipotesis Nol** (H0) adalah pernyataan awal yang kita uji, sementara **Hipotesis Alternatif** (Ha) adalah klaim yang ingin kita buktikan.
- **Kesalahan Tipe I** (False Positive) adalah menolak H0 yang benar, dan probabilitasnya dikendalikan oleh **Tingkat Signifikansi (α).**
- **Kesalahan Tipe II** (False Negative) adalah tidak menolak H0 yang salah.

- **Next Up:** Di sub-bab berikutnya, kita akan menerapkan konsep ini secara praktis dengan mempelajari **Z-test dan T-test**, yang merupakan metode uji hipotesis yang paling umum.

5-4. Z-test And T-test In Practice

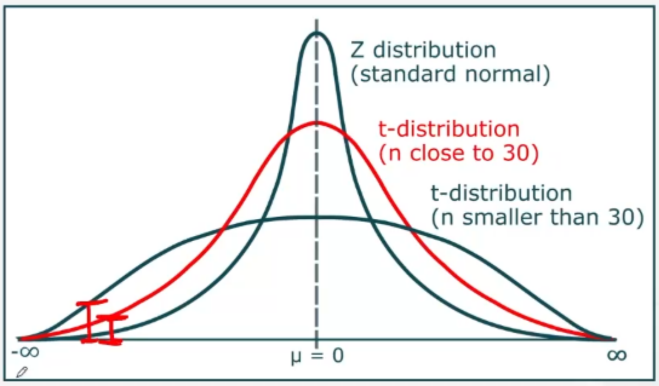
01 **Memahami T-Test**

02 **Mengidentifikasi kapan harus menggunakan Z-test versus T-test.**

03 **Menginterpretasi hasil uji statistik dan nilai p (p-value).**

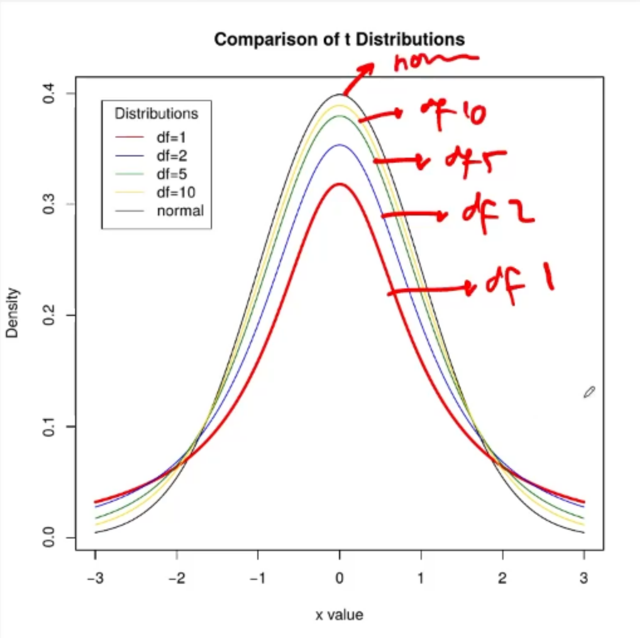
T-test: Penjelasan Detail

- **Ide Utama:** T-test adalah uji hipotesis yang digunakan ketika **standar deviasi populasi (σ) tidak diketahui**. Dalam situasi ini, kita harus menggunakan standar deviasi sampel (s) sebagai estimasi.
- **Distribusi T-Student:** Karena menggunakan estimasi dari sampel, T-test menggunakan **Distribusi T-Student** daripada distribusi Normal. Distribusi t-Student memiliki "ekor" yang lebih tebal, yang mencerminkan ketidakpastian tambahan yang muncul dari estimasi σ.



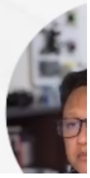
T-test: Penjelasan Detail

degree of fredom
dof



- **Derajat Kebebasan (df):** Bentuk distribusi t-Student dipengaruhi oleh derajat kebebasan (df), yang dihitung sebagai $df = n - 1$. Semakin besar df (artinya semakin besar ukuran sampel), semakin mirip distribusi t-Student dengan distribusi Normal.

29



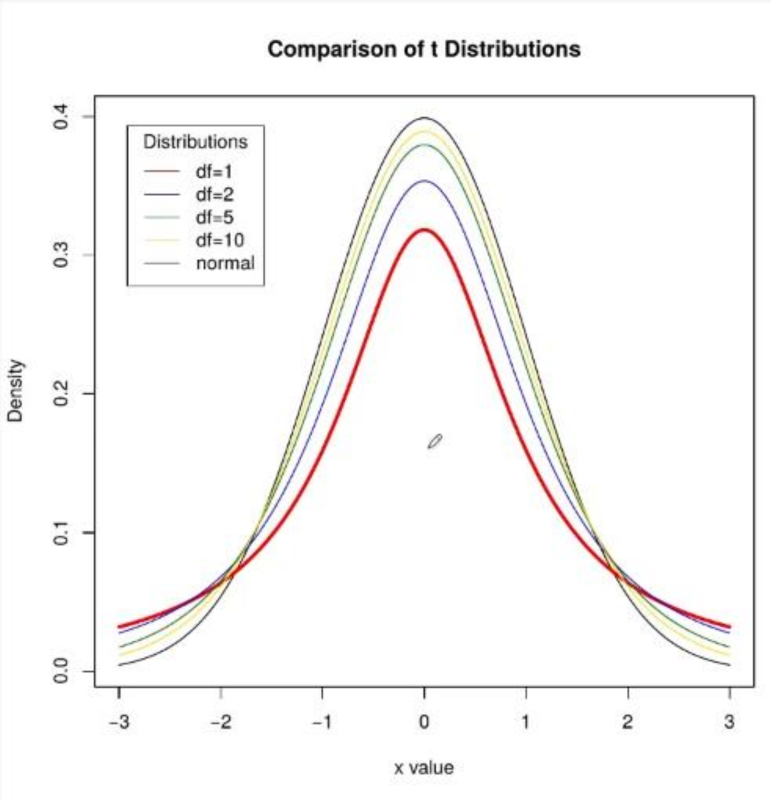
CI=90% CI=95% CI=99%
10% 5% 1%

Tabel T

α 0,1 0,05 0,01

df	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.01}$
1	3.078	6.314	31.821
2	1.886	2.920	6.965
5	1.476	2.015	3.365
10	1.372	1.812	2.764
15	1.341	1.753	2.602
20	1.325	1.725	2.528
25	1.316	1.708	2.485
30	1.310	1.697	2.457
40	1.303	1.684	2.423
60	1.296	1.671	2.390
∞	1.282	1.645	2.326

n=1000 n=100



Jenis-jenis T-Test

1. **T-test Satu Sampel:** Membandingkan rata-rata sampel dengan rata-rata populasi yang diklaim.

1. **T-test Dua Sampel Independen:** Membandingkan rata-rata dari dua kelompok yang tidak berhubungan.

1. **T-test Berpasangan:** Membandingkan rata-rata dari kelompok yang sama di dua waktu yang berbeda (misalnya, sebelum dan sesudah perlakuan).

T-test Satu Sampel

Seorang dosen ingin mengetahui apakah rata-rata nilai ujian mahasiswa lebih tinggi dari nilai standar kelulusan yaitu 70. Dengan **Data Sampel:**

- $n = 25$ mahasiswa
- Rata-rata nilai sampel: $\bar{x} = 73$
- Simpangan baku sampel: $s = 8$

✏️ Langkah-langkah Uji Hipotesis:

1. **Rumusan Hipotesis:**
   - H_0 (Hipotesis nol): $\mu = 70$ (rata-rata nilai sama dengan standar)
   - H_1 (Hipotesis alternatif): $\mu > 70$ (rata-rata nilai lebih tinggi dari standar)
2. **Statistik Uji**: Gunakan rumus uji-t satu sampel

$$SE = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \qquad t = \frac{73 - 70}{8/\sqrt{25}} = 1.875$$

T-test Satu Sampel

Seorang dosen ingin mengetahui apakah rata-rata nilai ujian mahasiswa lebih tinggi dari nilai standar kelulusan yaitu 70. Dengan **Data Sampel:**

- $n = 25$ mahasiswa
- Rata-rata nilai sampel: $\bar{x} = 73$
- Simpangan baku sampel: $s = 8$

df	$t_{0.10}$	$t_{0.05}$	$t_{0.01}$
20	1.325	1.725	2.528
25	1.316	1.708	2.485

✏️ Langkah-langkah Uji Hipotesis:

3. Keputusan:
   - **Derajat kebebasan** $df = n - 1 = 24$
   - **Nilai kritis untuk** $\alpha = 0.05$ (Uji satu sisi $t_{0.05}$) dan $df = 24$ Adalah 1.711

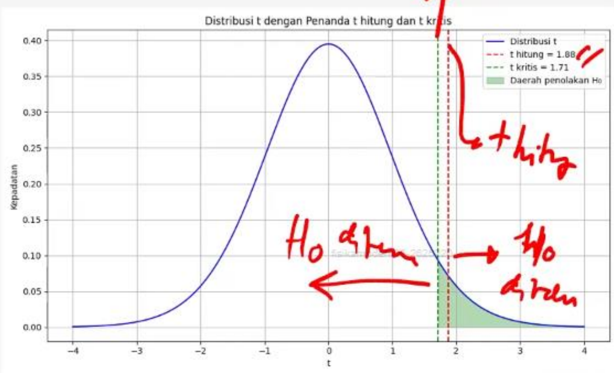
95%

4. Kesimpulan:
   - Karena $t = 1.875 > 1.711$, maka tolak H_0

$t = 1,875 > 1,71$

$$t = \frac{73 - 70}{8/\sqrt{25}} = 1.875$$

Ada cukup bukti untuk menyatakan bahwa rata-rata nilai mahasiswa **lebih tinggi dari standar kelulusan 70** pada tingkat signifikansi 5%.



Memilih Uji yang Tepat

Kriteria	Z-test	T-test
Kapan digunakan	Standar devia si populasi (σ) diketahui atau n sangat besar ($n \geq 30$)	Standar deviai populasi (σ) tidak diketahui
Distribusi	Distribusi Normal (CLT Valid)	Distribusi t-student (dengan derajat kebebasan, $df = n - 1$)
Penerapan	Skenario yang lebih jarang di dunia nyata di mana σ diketahui	Sangat umum di dunia nyata, di mana kita hampir selalu menggunakan standar deviasi sampel

Menginterpretasi Hasil Uji dan Nilai p

Apa itu Nilai p (p-value)?

- Nilai p adalah probabilitas untuk mendapatkan hasil sampel (atau hasil yang lebih ekstrem) yang kita amati, **jika Hipotesis Nol (H_0) benar.**
- Nilai p yang kecil menunjukkan bahwa hasil sampel kita sangat tidak mungkin terjadi secara kebetulan jika H_0 benar, sehingga memberikan bukti yang kuat untuk menolak H_0 .

$z > z_{krits}$

$t > t_{krits}$

Aturan Keputusan:

- **Jika p-value $\leq \alpha$ (tingkat signifikansi):** Hasilnya signifikan secara statistik. Kita **menolak** Hipotesis Nol (H_0). Ini berarti ada cukup bukti untuk mendukung Hipotesis Alternatif (H_a).
- **Jika p-value $> \alpha$:** Hasilnya tidak signifikan secara statistik. Kita **tidak menolak** Hipotesis Nol (H_0). Ini berarti tidak ada cukup bukti dari sampel untuk menolak H_0

Next Up

Apa itu Nilai p (p-value)?

- Nilai p adalah probabilitas untuk mendapatkan hasil sampel (atau hasil yang lebih ekstrem) yang kita amati, **jika Hipotesis Nol (H_0) benar**.
- Nilai p yang kecil menunjukkan bahwa hasil sampel kita sangat tidak mungkin terjadi secara kebetulan jika H_0 benar, sehingga memberikan bukti yang kuat untuk menolak H_0 .

Aturan Keputusan:

- **Jika p-value $\leq \alpha$ (tingkat signifikansi):** Hasilnya signifikan secara statistik. Kita **menolak** Hipotesis Nol (H_0). Ini berarti ada cukup bukti untuk mendukung Hipotesis Alternatif (H_a).
- **Jika p-value $> \alpha$:** Hasilnya tidak signifikan secara statistik. Kita **tidak menolak** Hipotesis Nol (H_0). Ini berarti tidak ada cukup bukti dari sampel untuk menolak H_0

Chapter 6. Covariance And Correlation

6-1. Understand Relationship Between Variables

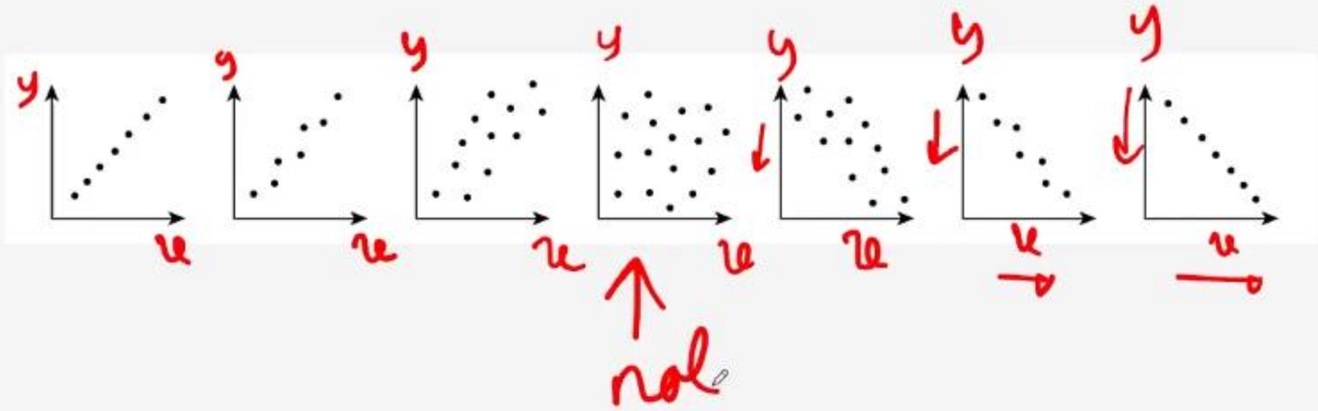
01 **Mengenali pola dalam hubungan data.**

02 **Memahami apa artinya variabel-variabel saling berhubungan.**

03 **Menginterpretasi isyarat visual dari korelasi menggunakan scatter plot.**

Apa Arti Variabel-Variabel Saling Berhubungan?

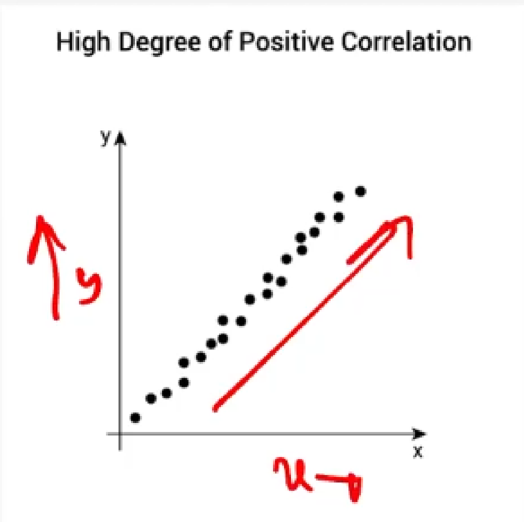
- **Ide Utama:** Variabel-variabel dikatakan saling berhubungan ketika ada **pola atau tren** yang konsisten antara keduanya. **Hubungan ini tidak selalu sempurna, tetapi ada kecenderungan yang jelas.**
- **Contoh:** Apakah pengeluaran iklan memengaruhi penjualan? Kita mengamati hubungan dengan melihat apakah penjualan cenderung naik saat pengeluaran iklan meningkat.



Jenis-jenis Hubungan: Positif, Negatif, dan Nol

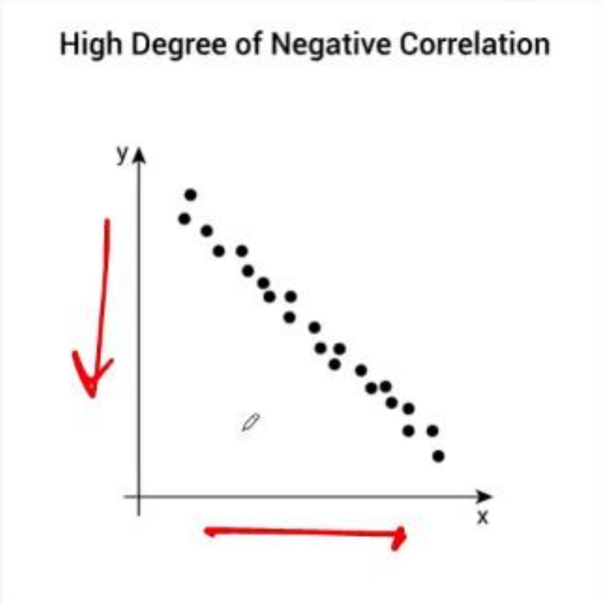
Secara visual, kita bisa mengklasifikasikan hubungan antar variabel menjadi tiga jenis utama:

- **Hubungan Positif:** Ketika satu variabel **meningkat**, variabel lain juga cenderung **meningkat**. Garis trennya akan miring ke atas.
- **Contoh:** Semakin banyak jam belajar, semakin tinggi nilai ujian.



Jenis-jenis Hubungan: Positif, Negatif, dan Nol

Hubungan Negatif: Ketika satu variabel meningkat, variabel lain cenderung menurun.



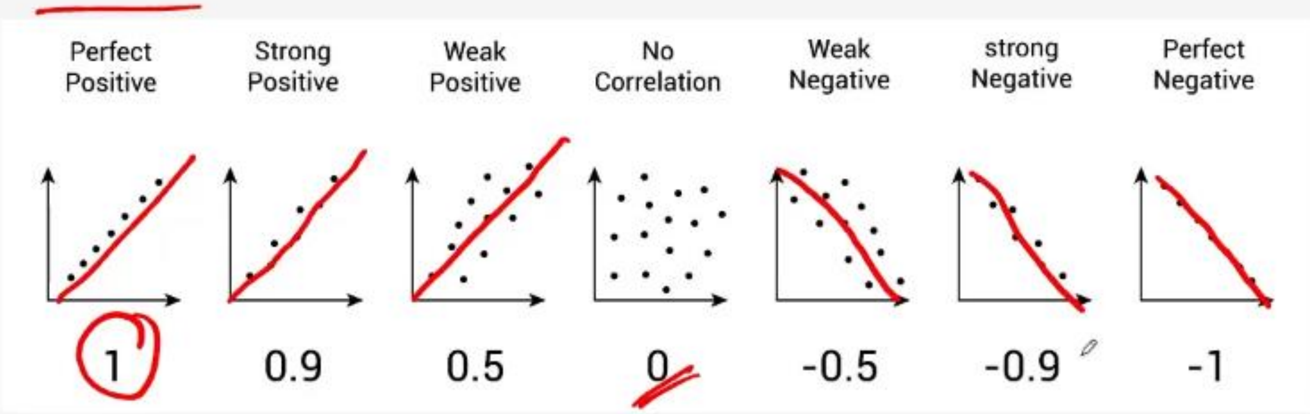
Tidak Ada Hubungan: Perubahan pada satu variabel tidak menunjukkan pola yang konsisten pada variabel lainnya.

Memvisualisasikan Hubungan: Scatter Plot

Scatter plot adalah alat visual terbaik untuk mendeteksi hubungan antara dua variabel kuantitatif.

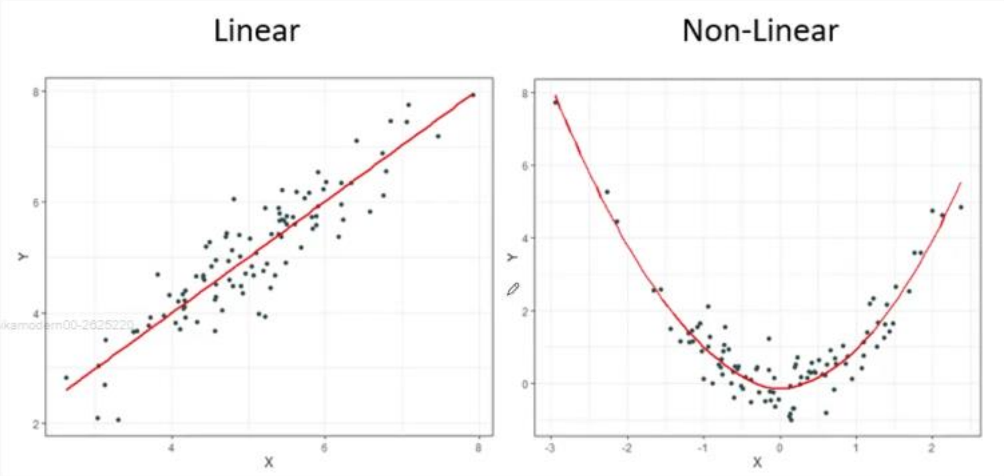
Cara Membaca Scatter Plot:

- **Pola:** Perhatikan apakah titik-titik data membentuk pola garis lurus (linear) atau melengkung (non-linear).
- **Arah:** Arah pola (naik atau turun) menunjukkan jenis hubungan (positif atau negatif).
- **Kekuatan:** Seberapa rapat titik-titik data di sekitar pola menunjukkan kekuatan hubungan.



Mengidentifikasi Hubungan Non-Linear

- Tidak semua hubungan adalah garis lurus. Terkadang, hubungan bisa lebih kompleks.
- Contoh: Hubungan antara suhu dan konsumsi es krim mungkin meningkat hingga batas tertentu, lalu menurun. Hubungan ini tidak dapat ditangkap dengan korelasi linear sederhana.
- Penting: Visualisasi sangat krusial untuk mendeteksi jenis hubungan ini sebelum melakukan analisis statistik formal.



Ringkasan & Next Up

- Memahami hubungan antar variabel adalah langkah pertama dalam analisis data yang lebih mendalam.
- Visualisasi, terutama scatter plot, adalah alat yang sangat efektif untuk mengeksplorasi hubungan ini.
- Meskipun visualisasi memberikan petunjuk, kita memerlukan metrik kuantitatif untuk mengukur kekuatan dan arah hubungan ini secara akurat.
- **Next Up**: Di sub-bab berikutnya, kita akan mempelajari metrik kuantitatif pertama untuk mengukur hubungan: Covariance (Kovarians).

6-2. What Is Covariance

01 **Menghitung kovarians antara dua variabel.**

02 **Memahami apa yang diinformasikan oleh kovarians (dan apa yang tidak).**

03 **Mengidentifikasi keterbatasan kovarians sebagai metrik.**

Definisi dan Rumus Kovarians

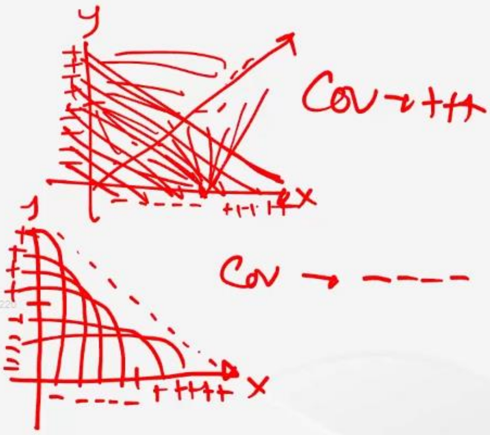
- Ide Utama: Kovarians adalah metrik statistik yang mengukur sejauh mana dua variabel berubah bersama-sama. Ini membantu kita memahami arah hubungan antara dua variabel.
- Bagaimana cara kerjanya? Kovarians menghitung produk dari perbedaan setiap titik data dari rata-ratanya sendiri.
- Rumus Kovarians Sampel:

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})$$

X_i, Y_i = Titik data individual

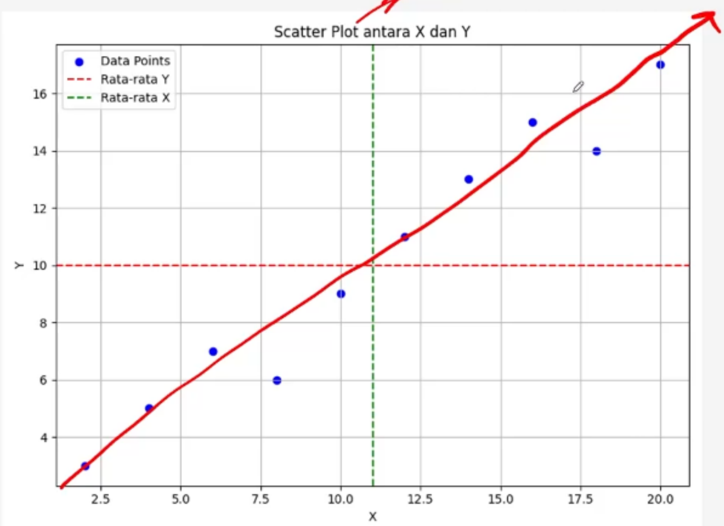
$\bar{x}, \bar{y}$ = Rata-rata sampel dari X, Y

n = Ukuran Sampel



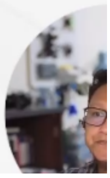
Contoh

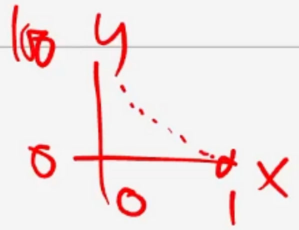
Covariance antara X dan Y = 28.00



🔍 Penjelasan Visualisasi:

- Titik-titik biru menunjukkan pasangan data (X, Y).
- Garis **hijau** menunjukkan rata-rata X.
- Garis **merah** menunjukkan rata-rata Y.
- Pola titik menunjukkan bahwa saat X meningkat, Y juga cenderung meningkat → **covariance positif.**





Kekurangan Covariance

1. Tidak Terstandarisasi:
   - Covariance bergantung pada unit dan skala variabel.
   - Tidak bisa digunakan untuk membandingkan kekuatan hubungan antar pasangan variabel yang berbeda.
2. Tidak Menunjukkan Kekuatan Hubungan:
   - Covariance hanya menunjukkan **arah** hubungan, bukan **seberapa kuat** hubungan tersebut.
3. Sensitif terhadap Outlier:
   - Nilai covariance bisa sangat dipengaruhi oleh outlier karena melibatkan selisih dari rata-rata.
4. Tidak Menunjukkan Kausalitas:
   - Covariance hanya menunjukkan hubungan linier, bukan sebab-akibat.

Ringkasan

positif negatif

- **Kovarians** mengukur arah hubungan antara dua variabel.
- **Tanda kovarians** (+ atau –) menunjukkan apakah hubungan itu positif atau negatif.
- **Besaran kovarians** tidak mudah diinterpretasi karena tidak distandardisasi.
- **Keterbatasan utama:** Kovarians hanya efektif untuk hubungan linear dan sulit digunakan untuk perbandingan.

- **Next Up:** Keterbatasan kovarians mengarah pada kebutuhan akan metrik yang lebih baik: **Korelasi**. Di sub-bab berikutnya, kita akan membahas Koefisien Korelasi Pearson dan Spearman.

01 **Menghitung dan menginterpretasi Korelasi Pearson dan Korelasi Rank Spearman.**

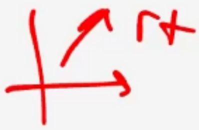
02 **Memilih metode korelasi yang tepat berdasarkan jenis dan distribusi data.**

Mengapa Kita Membutuhkan Korelasi?

- **Keterbatasan Kovarians:** Seperti yang kita pelajari, kovarians hanya memberikan arah hubungan (+ atau −) tetapi besarnya sulit diinterpretasi karena tidak distandardisasi.
- **Solusi: Korelasi:** Korelasi adalah versi kovarians yang distandardisasi. Nilainya selalu berada dalam rentang $[-1, 1]$. Ini membuatnya jauh lebih mudah untuk diinterpretasi dan dibandingkan antar pasangan variabel.
- **Korelasi** adalah metrik yang paling umum digunakan untuk mengukur kekuatan dan arah hubungan linear.

Koefisien Korelasi Pearson (r)

r-value



Ide Utama: Koefisien Korelasi Pearson (r) mengukur kekuatan dan arah hubungan **linear** antara dua variabel.

Rumus (secara konseptual):

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{s_x s_y}$$

$Cov(X,Y)$: Kovarians antara X dan Y

Standar deviasi X dan Y

Interpretasi Nilai:

$r = 1$: Hubungan positif linear sempurna.

$r = -1$: Hubungan negatif linear sempurna.

$r = 0$: Tidak ada hubungan linear.

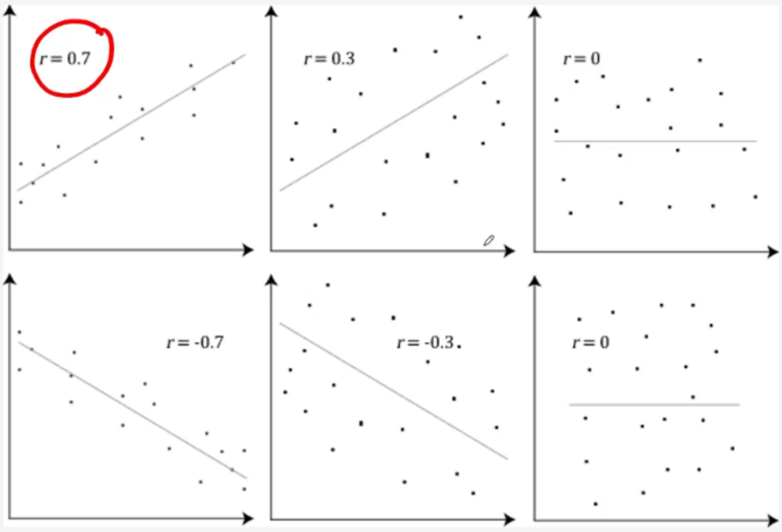
Semakin dekat nilai r ke 1 atau -1, semakin kuat hubungan linearnya.

−0,92

0,93

0,98

Koefisien Korelasi Pearson (r)



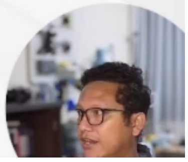
Interpretasi Nilai:

$r = 1$: Hubungan positif linear sempurna.

$r = -1$: Hubungan negatif linear sempurna.

$r = 0$: Tidak ada hubungan linear.

Semakin dekat nilai r ke 1 atau -1, semakin kuat hubungan linearnya.



Kapan Menggunakan Korelasi Pearson?

Asumsi Kunci: Korelasi Pearson hanya valid jika memenuhi beberapa asumsi:

1. **Hubungan Linear:** Hubungan antara variabel harus linear (membentuk garis lurus).
2. **Variabel Kontinu:** Kedua variabel harus berskala interval atau rasio (data kuantitatif).
3. **Distribusi Normal:** Data harus berdistribusi normal (atau mendekati normal).

Contoh: Mengukur hubungan antara tinggi badan dan berat badan. Ini adalah hubungan linear, dan kedua variabelnya kontinu.

180,5 cm 96,1 kg
175,2 cm 85,2 kg

Korelasi Rank Spearman (ρ)

Rk → 1 → 1
— 2 → 2
→ 3 → 3
— 4 → 4
→ 5 → 5

1 → 1
2 → 2
5 → 5
3 → 3
4 → 4

- **Ide Utama:** Korelasi Rank Spearman (ρ) mengukur kekuatan dan arah hubungan **monotonik** antara dua variabel. Ini bekerja dengan mengubah data mentah menjadi peringkat (ranks).
- **Apa itu Hubungan Monotonik?**
  - Ketika satu variabel meningkat, variabel lain cenderung meningkat (atau menurun) secara konsisten, tetapi tidak harus dalam pola garis lurus.
- **Interpretasi Nilai:** Sama seperti Pearson, nilainya berada dalam rentang $[-1,1]$.
  - $\rho = 1$: Hubungan monotonik sempurna.
  - $\rho = -1$: Hubungan monotonik sempurna.
  - $\rho = 0$: Tidak ada hubungan monotonik.

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

Di mana:

- d_i = selisih peringkat antara X_i dan Y_i
- n = jumlah observasi

Kapan Menggunakan Korelasi Spearman?

- **Fleksibilitas:** Korelasi Spearman jauh lebih fleksibel daripada Pearson. Gunakan Spearman ketika:
- **Asumsi Linearitas Gagal:** Hubungan antara variabel non-linear tetapi masih monotonik.
- **Variabel Ordinal:** Salah satu atau kedua variabel berskala ordinal (peringkat, misalnya: sangat setuju, setuju, netral).
  1 2 3
- **Adanya Outlier:** Korelasi Spearman kurang sensitif terhadap outlier.
- **Contoh:** Mengukur hubungan antara peringkat nilai tes (peringkat 1, 2, 3, ...) dan peringkat jam belajar.

Contoh Perhitungan Pearson

Data :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$$X = \{10,20,30,40,50,60,70,80,90,100\}$$

$$Y = \{15,25,35,45,55,65,75,85,95,105\}$$

70

Rata-rata:

$$\bar{X} = 55$$

$$\bar{Y} = 60$$

Hitung Covariance:

+

$$Cov(X,Y) = \frac{\sum(X_i - 55)(Y_i - 60)}{10 - 1} = \frac{8250}{9} = 916.67$$

Simpangan baku:

$$\sigma_X = \sigma_Y = 30.28$$

Pearson r :

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{916.67}{30.28 \times 30.28} = 1$$

Contoh Perhitungan Spearman

Data :

$$X = \{10,20,30,40,50,60,70,80,90,100\}$$

$$Y = \{15,25,35,45,55,65,75,85,95,105\}$$

Ranks (berikan ranking sesuai urutan):

$$Rank = [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]$$

Hitung Selisih Ranking:

$$d_i = Rank(X_i) - Rank(Y_i)$$

Hitung Spearman ρ:

0000

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - 0 = 1$$

10(99)

RkX−RkY.

X	Y	X_rank	Y_rank	d	d²
10	15	1.0	1.0	0.0	0.0
20	25	2.0	2.0	0.0	0.0
...	...	...	...	...	...
100	105	10.0	10.0	0.0	0.0

Σd^2

Ringkasan & Perbandingan

Kriteria	Korelasi Pearson (r)	Korelasi Spearman (ρ)
Mengukur	Hubungan Linear	Hubungan Monotonik
Jenis Data	Kontinu (Rasio/Interval)	Kontinu atau Ordinal
Sensitivitas Outlier	Sangat Sensitif	Kurang Sensitif
Kondisi	Memerlukan asumsi normalitas dan linearitas	Lebih Fleksibel, tidak memerlukan asumsi normalitas
Contoh penggunaan	Hubungan tinggi-berat	Hubungan peringkat nilai-peringkat jam belajar

6-4. Correlation VS Causation

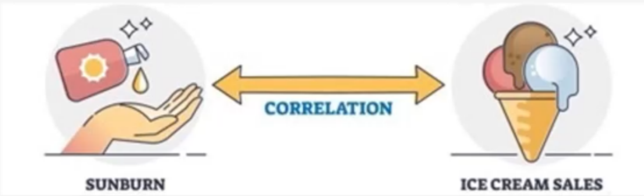
01 **Memahami batasan analisis korelasi.**

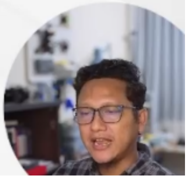
02 **Mengidentifikasi mengapa korelasi tidak sama dengan kausalitas.**

03 **Mengenali variabel perancu (confounding variables) dan korelasi palsu (spurious correlations).**

Mengapa Korelasi Bukan Kausalitas?

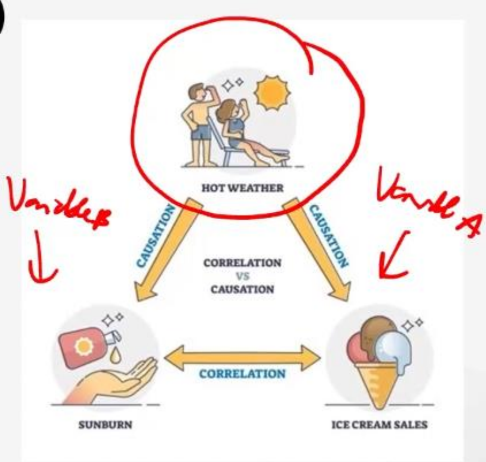
- Ide Utama: Korelasi hanya mengukur kekuatan dan arah hubungan antara dua variabel. Korelasi TIDAK membuktikan bahwa satu variabel menyebabkan perubahan pada variabel lainnya.
- Contoh Klasik:
  - Ada korelasi positif yang kuat antara penjualan es krim dan kasus sunburn di musim panas.
  - Apakah penjualan es krim menyebabkan orang sunburn? Tentu tidak.
  - Ini adalah contoh di mana dua variabel berkorelasi, tetapi tidak ada hubungan sebab-akibat langsung di antara mereka.





Masalah Variabel Perancu (Confounding Variables)

- **Variabel Perancu:** Ini adalah variabel tersembunyi atau tidak terukur yang memengaruhi kedua variabel yang kita amati, sehingga menciptakan korelasi palsu.
- **Kembali ke Contoh Es Krim:**
  - **Variabel A:** Penjualan Es Krim
  - **Variabel B:** Kasus Sunburn
  - **Variabel Perancu (C):** Suhu Udara di Musim Panas
  - **Hubungan yang Sebenarnya:** Suhu yang lebih tinggi menyebabkan penjualan es krim meningkat DAN suhu yang lebih tinggi menyebabkan lebih banyak orang Sunburn.
  - Korelasi antara penjualan es krim dan kasus sunburn adalah hasil dari pengaruh variabel perancu ini, bukan kausalitas langsung.



Korelasi Palsu (Spurious Correlations)

- **Korelasi Palsu:** Ini adalah korelasi yang terjadi hanya karena kebetulan. Hubungan statistik yang kuat ada, tetapi tidak ada hubungan logis atau kausal yang masuk akal di antara variabel-variabel tersebut.
- Contoh:
  - Ada korelasi kuat antara jumlah film yang dibintangi Nicolas Cage dan jumlah kasus tenggelam di kolam renang.
  - Secara statistik, korelasi ini mungkin signifikan, tetapi secara logis, tidak ada alasan sama sekali untuk percaya bahwa satu menyebabkan yang lain. Ini adalah murni kebetulan.
- **Penting:** Selalu gunakan akal sehat dan pengetahuan domain Anda saat menginterpretasi korelasi.

Cara Membedakan Korelasi dan Kausalitas

Korelasi	Kausalitas
Dapat diukur dengan Koefisien Pearson atau Spearman. ρ —— r	**Tidak** dapat dibuktikan hanya dengan korelasi.
Menunjukkan seberapa dekat dua variabel bergerak bersama.	Memerlukan bukti dari **eksperimen terkontrol** (misalnya, A/B testing) di mana satu variabel dimanipulasi secara sengaja sementara faktor lain dikontrol.
Tidak memerlukan manipulasi variabel.	Ada urutan waktu: penyebab harus mendahului akibat. sbb → akibat.

- **Kesimpulan:** Korelasi adalah langkah pertama yang hebat untuk mengidentifikasi potensi hubungan, tetapi bukan bukti kausalitas.

Ringkasan & End of Chapter

- **Korelasi** hanya mengukur hubungan, bukan penyebab.
- Selalu waspada terhadap **variabel perancu** yang dapat menciptakan korelasi palsu.
- **Kausalitas** hanya dapat dibuktikan melalui desain eksperimental yang ketat, seperti eksperimen terkontrol.
- **Penting untuk Data Science:** Jangan pernah secara otomatis menyimpulkan bahwa ada hubungan sebab-akibat hanya karena Anda menemukan korelasi yang kuat.

- **End of Chapter 6:** Dengan ini, kita menyelesaikan Chapter 6 tentang Kovarians dan Korelasi. Anda sekarang memiliki alat untuk mengukur hubungan dan pemahaman kritis tentang batasan alat-alat ini.

Chapter 7. Basic Of Regression Analysis

7-1. What Is Regression Analysis

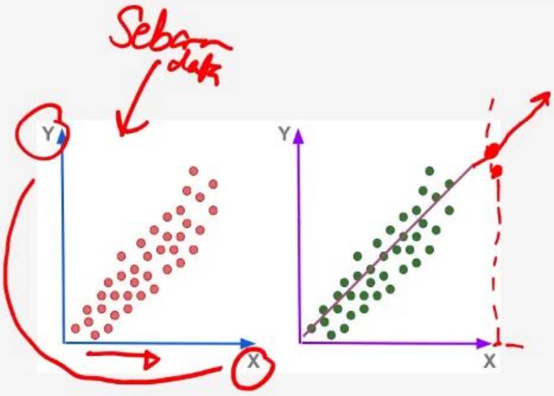
01 **Memahami tujuan utama Analisis Regresi dalam statistik dan data science.**

02 **Mengidentifikasi dan membedakan antara variabel dependen dan variabel independen.**

03 **Mengenali aplikasi regresi di dunia nyata.**

Apa itu Analisis Regresi?

- **Tujuan Utama:** Analisis regresi adalah metode statistik yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara satu **variabel dependen (target)** dan satu atau lebih **variabel independen (prediktor)**.
- **Fungsinya:** Analisis regresi melampaui korelasi dengan membangun sebuah persamaan matematika. Tujuan utamanya adalah:
  1. **Prediksi:** Memperkirakan nilai variabel dependen berdasarkan nilai variabel independen.
  2. **Penjelasan:** Mengukur kekuatan dan arah hubungan tersebut secara kuantitatif untuk memahami dampak dari setiap variabel independen.



Variabel Dependen vs. Independen

Memahami peran variabel-variabel ini adalah fondasi dari regresi.

- Variabel Dependen (Dependent Variable - Y):
  - Variabel yang ingin kita **prediksi** atau **jelaskan**.
  - Contoh: **Harga rumah**, **penjualan produk**, **nilai ujian siswa**.
- Variabel Independen (Independent Variable - X):
  - Variabel yang kita gunakan untuk memprediksi atau menjelaskan variabel dependen.
  - Contoh: **Luas rumah**, **pengeluaran iklan**, **jam belajar**.
- **Analogi Sederhana:** Variabel independen adalah "penyebab" atau "faktor" (meskipun tidak selalu kausal), dan variabel dependen adalah "akibat" atau "hasil" yang ingin kita pelajari.

Aplikasi Nyata Analisis Regresi

Analisis regresi adalah salah satu alat yang paling sering digunakan dalam data science karena kemampuannya untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan penting di berbagai bidang.

- **Bisnis:** Memprediksi penjualan produk di masa depan berdasarkan pengeluaran iklan dan harga.
- **Keuangan:** Memprediksi risiko gagal bayar pinjaman pelanggan berdasarkan pendapatan dan riwayat kredit mereka.
- **Ilmu Pengetahuan:** Mengukur hubungan antara dosis obat dan respons pasien untuk menentukan efektivitas.
- **Kesehatan:** Memprediksi berat badan bayi baru lahir berdasarkan berat badan ibu dan variabel kesehatan lainnya.
- **Sosial:** Mengestimasi pendapatan tahunan seseorang berdasarkan tingkat pendidikan dan pengalaman kerja.

Ringkasan & Next Up

- Analisis Regresi adalah alat pemodelan yang kuat untuk memprediksi dan menjelaskan hubungan antar variabel.
- Ini memungkinkan kita untuk mengukur hubungan secara kuantitatif, melampaui sekadar korelasi.
- Next Up: Di sub-bab berikutnya, kita akan menyelami jenis regresi yang paling dasar: Simple Linear Regression, termasuk konsep dan persamaannya.

7-2. Simple Linear Regression - Concept & Equation

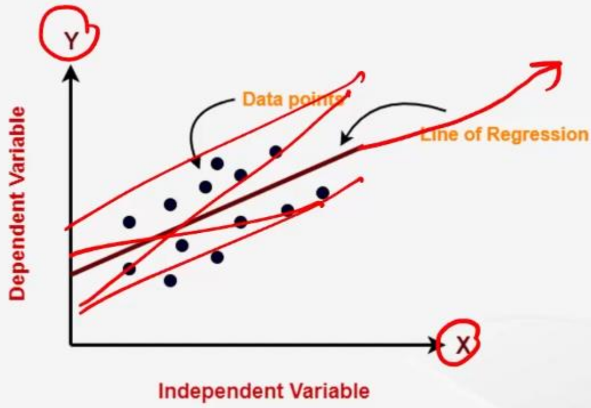
01 **Menginterpretasi komponen-komponen dari model linear.**

02 **Memahami bagaimana garis regresi terbentuk.**

03 **Mengidentifikasi peran kemiringan (slope) dan perpotongan (intercept) dalam model.**

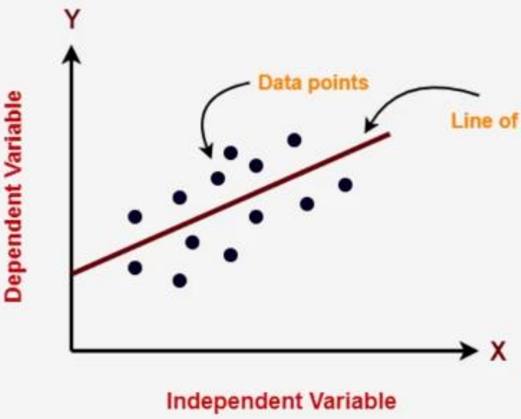
Apa itu Simple Linear Regression?

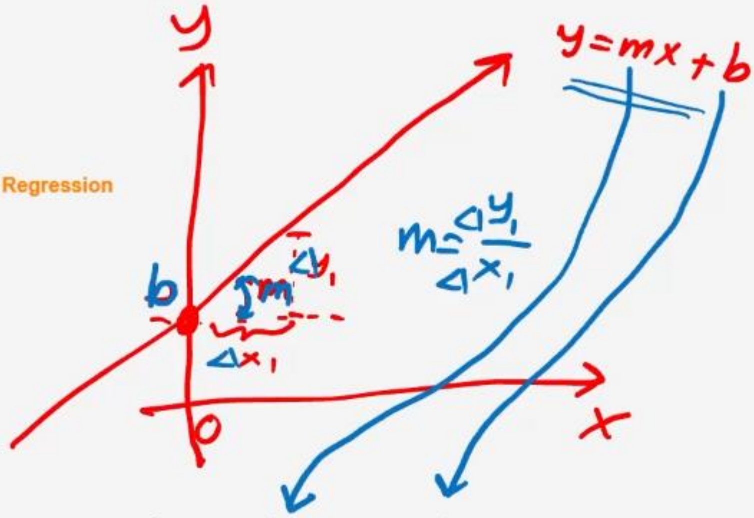
- **Ide Utama:** Regresi Linear Sederhana adalah jenis analisis regresi paling dasar. Ini memodelkan hubungan antara dua variabel kuantitatif: satu variabel dependen (Y) dan satu variabel independen (X).
- **Tujuannya:** Untuk menemukan garis lurus yang paling pas (best-fit line) yang menggambarkan hubungan antara variabel X dan Y. Garis ini kemudian dapat digunakan untuk membuat prediksi.
- **Hubungan Linear:** Asumsi utama di sini adalah bahwa hubungan antara X dan Y dapat diwakili secara memadai oleh garis lurus.



Persamaan Garis Linear

Analisis regresi linear sederhana didasarkan pada persamaan garis lurus yang sudah familiar.



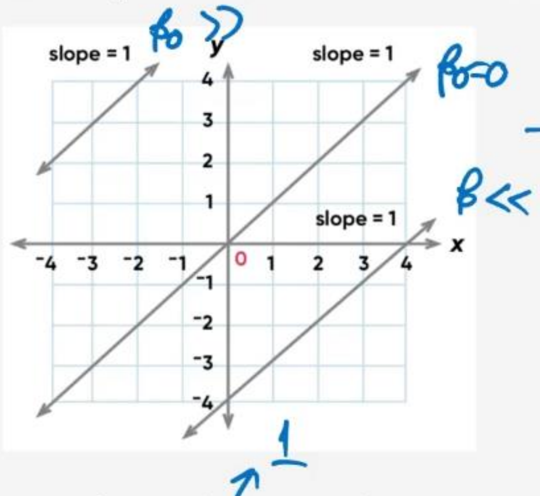


$$y = mx + b \qquad \hat{y} = \beta_1 x + \beta_0$$

estiman dari y

Menginterpretasi Intercept (β_0)

Analisis regresi linear sederhana didasarkan pada persamaan garis lurus yang sudah familiar.

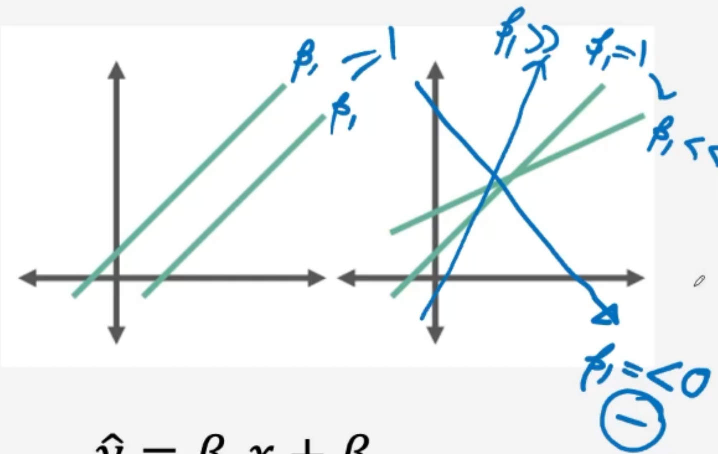


Definisi: Intercept (β_0) adalah titik di mana garis regresi memotong sumbu Y. Ini adalah nilai yang diprediksi untuk Y ketika nilai X adalah nol.

$$\hat{y} = \beta_1 x + \beta_0$$

Menginterpretasi Slope (β_1)

Analisis regresi linear sederhana didasarkan pada persamaan garis lurus yang sudah familiar.



Definisi: Slope (β_1) mengukur kemiringan garis regresi. Ini adalah nilai yang paling penting dalam analisis regresi.

Tanda (Sign): Tanda dari β_1 menunjukkan arah hubungan.

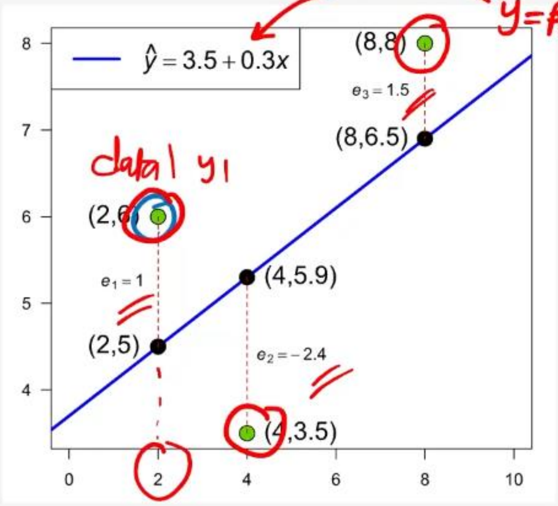
- Positif $(\beta_1 > 0)$: Hubungan positif.
- Negatif $(\beta_1 < 0)$: Hubungan negatif.

$$\hat{y} = \beta_1 x + \beta_0$$

Garis "Best Fit" (Metode Kuadrat Terkecil)

Bagaimana kita menemukan garis yang paling pas? Analisis regresi menggunakan metode yang disebut **Ordinary Least Squares (OLS)** atau **Metode Kuadrat Terkecil**.

$\hat{y} = \beta_1 x + \beta_0$



Idenya: Metode ini mencari garis lurus yang meminimalkan jumlah kuadrat dari jarak vertikal (disebut **residual**) antara setiap titik data dan garis regresi.

Residual: Residual adalah perbedaan antara nilai Y yang sebenarnya dan nilai Y yang diprediksi oleh garis regresi.

$$e = y_i - \hat{y}_i$$

Ringkasan & Next Up

intercept

slope

- Regresi Linear Sederhana adalah tentang menemukan garis lurus yang paling pas untuk memodelkan hubungan antara dua variabel.
- Persamaan regresi adalah $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$.
- Intercept (β_0) adalah nilai Y ketika X=0.
- Slope (β_1) adalah perubahan Y per satu unit perubahan X.
- Garis terbaik ditemukan menggunakan **Metode Kuadrat Terkecil**, yang meminimalkan residual.

- **Next Up:** Setelah memahami konsep dan persamaan, kita akan belajar bagaimana **melakukan fitting** pada model linear dan menghitung koefisien β_0 dan β_1 secara praktis.

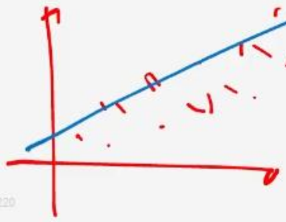
7-3. Fitting A Linear Model (Least Square Method)

01 **Memahami bagaimana parameter model (koefisien) diestimasi.**

02 **Menginterpretasi residual dan konsep kesalahan.**

03 **Memahami intuisi di balik Metode Kuadrat Terkecil.**

Mengapa "Fitting" itu Penting?

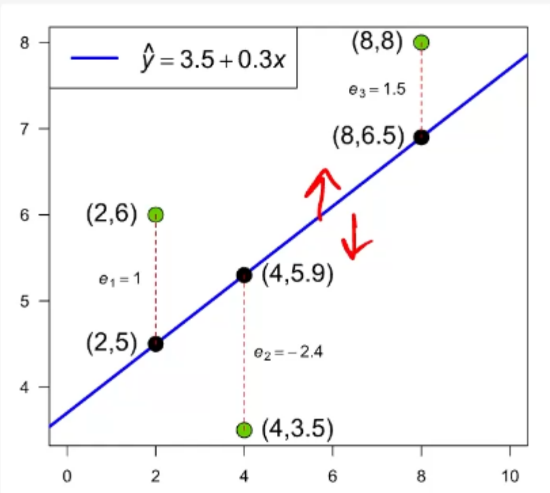


$\hat{y} = \beta_1 x + \beta_0$

- **Ide Utama:** Setelah kita tahu persamaannya adalah $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$, pertanyaan berikutnya adalah: **bagaimana kita menemukan nilai terbaik untuk β_0 dan β_1 dari data kita?**
- **Tujuan:** Proses "fitting" adalah proses menemukan nilai koefisien ini yang menghasilkan garis "best fit".
- Metode yang paling umum dan intuitif untuk melakukan ini adalah **Metode Kuadrat Terkecil (Least Squares Method)** atau yang juga dikenal sebagai Ordinary Least Squares (OLS).

Konsep Residuals dan Error Terms

Residual (Kesalahan): Residual adalah perbedaan antara nilai aktual dari variabel dependen (y) dan nilai yang diprediksi oleh model kita ($\hat{y}$).



Residual: Residual adalah perbedaan antara nilai Y yang sebenarnya dan nilai Y yang diprediksi oleh garis regresi.

$$e = y_i - \hat{y}_i \rightarrow e_1 + e_2 + e_3$$

$$1 - 2{,}4 + 1{,}5 = 0{,}1$$

Tujuan OLS: OLS menemukan garis yang meminimalkan Jumlah Kuadrat Kesalahan (Sum of Squared Errors - SSE).

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$= 1^2 + (-2{,}4)^2 + (2{,}5)^2$$

$$= 1 + 5{,}76 + 6{,}25$$

$$= 13{,}01$$

Fast campus

Ringkasan Perhitungan

Nilai koefisien regresi (β_0 dan β_1) yang meminimalkan SSE dihitung menggunakan kalkulus.

Slope (β_1):

data rata-rata

$$\beta_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

Covarians (X, Y)

$\frac{Cov(X,Y)}{Var(X)}$

Intercept (β_0):

rata² rata² X

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}$$

Ringkasan & Next Up

- **Fitting** model regresi adalah proses menemukan koefisien yang paling cocok.
- Metode Kuadrat Terkecil (OLS) mencapai ini dengan **meminimalkan jumlah kuadrat residual**.
- **Residuals** adalah kesalahan atau jarak vertikal antara nilai data aktual dan nilai yang diprediksi.
- OLS memberikan koefisien yang optimal, memungkinkan kita untuk membuat prediksi terbaik.

7-5. Multiple Linear Regression

01 **Membangun dan menginterpretasi model regresi linear berganda.**

02 **Mengenali kapan regresi berganda sesuai untuk digunakan.**

03 **Memahami konsep dasar multikolinearitas.**

Dari Sederhana ke Berganda

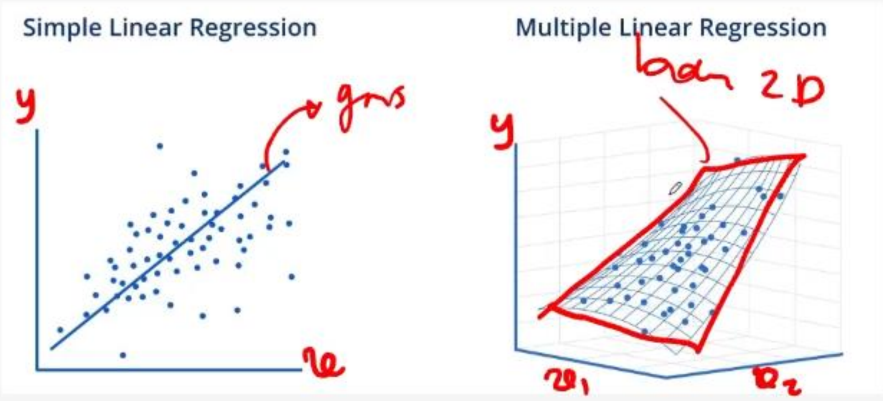
- Regresi Linear Sederhana: Memodelkan hubungan antara satu variabel dependen (Y) dan satu variabel independen (X).
- Regresi Linear Berganda (Multiple Linear Regression): Memodelkan hubungan antara satu variabel dependen (Y) dan dua atau lebih variabel independen $(X_1, X_2, \dots, X_p)$.
- Mengapa Menggunakan Regresi Berganda?
  - Dunia nyata jarang sesederhana satu variabel.
  - Regresi berganda memungkinkan kita untuk memperhitungkan pengaruh gabungan dari banyak faktor terhadap variabel target. (Y)

Persamaan Regresi Berganda

- Persamaan regresi berganda adalah perpanjangan dari persamaan sederhana.
- Persamaan:

$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \ldots$

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_p x_p = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$$



Menginterpretasi Koefisien

$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$

$y = 50 x_1$

50 , 100

- **Penting:** Interpretasi koefisien di regresi berganda sedikit berbeda dari regresi sederhana.
- **Contoh:** Dalam model yang memprediksi harga rumah (Y) berdasarkan luas rumah (X_1) dan jumlah kamar tidur (X_2), jika $\beta_1 = 50$:
  - Interpretasinya **bukan** "untuk setiap 1 unit tambahan luas rumah, harga naik $50."
  - Interpretasi yang benar adalah: "untuk setiap 1 unit tambahan luas rumah, harga diprediksi meningkat $50, **dengan jumlah kamar tidur tetap konstan**."
- Frasa "memegang variabel lain tetap konstan" adalah kunci. Ini memungkinkan kita untuk mengisolasi pengaruh setiap prediktor.

Menghitung Koefisien Regresi Berganda

- **Ide Utama:** Menemukan koefisien (β) untuk regresi berganda adalah masalah optimasi yang diselesaikan dengan meminimalkan jumlah kuadrat residual (seperti dalam regresi sederhana). $SSE = \Sigma(y-\hat{y})^2$
- **Solusi Matriks:** Secara matematis, solusi ini paling efisien ditemukan menggunakan aljabar linear dan notasi matriks. Persamaan untuk menghitung vektor koefisien $\hat{\beta}$ adalah:

$$\hat{\beta} = \underbrace{(X^T X)^{-1} X^T Y}$$

Penjelasan Komponen:

- $\hat{\boldsymbol{\beta}}$: Vektor koefisien yang berisi $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$.
- $\boldsymbol{Y}$: Vektor dari nilai-nilai variabel dependen (y).
- $\boldsymbol{X}$: Matriks desain yang berisi nilai-nilai dari semua variabel independen, dengan kolom pertama berisi angka 1 untuk *intercept*.
- X^T: Transpose dari matriks $\boldsymbol{X}$.
- $(\quad)^{-1}$: Inverse dari matriks.

Asumsi Utama Regresi Linear Berganda

Seperti halnya regresi sederhana, regresi berganda juga memiliki asumsi yang harus dipenuhi untuk hasil yang valid.

- **Linearitas:** Hubungan antara variabel independen dan dependen harus linear.
  $x_1 - y$ $\quad$ $x_2 - y$
- **Independensi Residual:** Residual tidak berhubungan satu sama lain.
- **Homoskedastisitas:** Variabilitas kesalahan prediksi harus seragam di seluruh rentang nilai.
- **Normalitas Residual:** Residual harus berdistribusi normal.
- **Multikolinearitas Rendah:** Tidak ada variabel independen yang sangat berkorelasi kuat dengan variabel independen lainnya.

$x_1 \quad x_2$

Multikolinearitas: Masalah dan Solusi

$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$

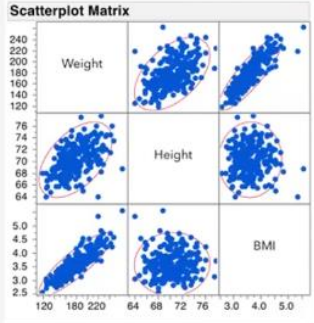
- **Apa itu Multikolinearitas?** Ini adalah masalah di mana dua atau lebih variabel independen dalam model sangat berkorelasi satu sama lain.
- **Mengapa Itu Masalah?**
  - Multikolinearitas membuat koefisien regresi menjadi tidak stabil dan sulit diinterpretasi karena model tidak dapat mengisolasi efek unik dari setiap variabel independen yang berkorelasi tinggi. Hal ini juga menggembungkan kesalahan standar, membuat uji hipotesis tidak dapat diandalkan.
- **Cara Mengidentifikasi:** Periksa matriks korelasi antar variabel independen.
- **Solusi:** Hapus salah satu variabel yang berkorelasi tinggi atau gabungkan menjadi satu variabel.

Multivariate

Correlations

	Weight (x_2)	Height (x_1)	BMI (y)
Weight	1.0000	0.5129	0.8668
Height	0.5129	1.0000	0.0220
BMI	0.8668	0.0220	1.0000

Scatterplot Matrix



Ringkasan & Next Up

- **Regresi Linear Berganda** memperluas regresi sederhana dengan menggunakan beberapa prediktor. $x_1, x_2 \ldots$
- Persamaannya memungkinkan kita untuk memprediksi dan memahami pengaruh gabungan dari banyak variabel.
- Interpretasi koefisien harus selalu memperhitungkan efek "memegang variabel lain tetap konstan".
- **Multikolinearitas** adalah masalah umum di mana prediktor berkorelasi, membuat model sulit diinterpretasi.

$x_1 \; x_2$

7-7. Assumption Of Linear Regression

01 **Mengidentifikasi asumsi-asumsi kunci dari regresi linear.**

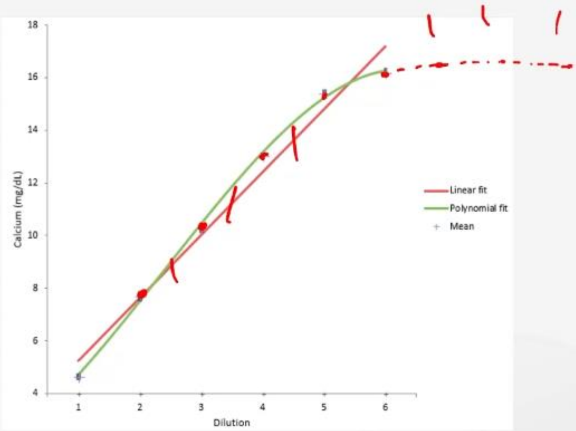
02 **Menggunakan plot diagnostik untuk menilai validitas model.**

Mengapa Asumsi Itu Penting?

- **Ide Utama:** Asumsi regresi linear adalah kondisi yang harus dipenuhi oleh data kita agar model regresi dapat dipercaya dan inferensi statistik (seperti uji hipotesis dan interval kepercayaan) menjadi valid. Jika asumsi ini dilanggar, kesimpulan dari model kita bisa salah atau menyesatkan.
- **Analogi Sederhana:** Menggunakan model regresi tanpa memeriksa asumsinya sama seperti membangun rumah di atas fondasi yang tidak stabil.
- Ada empat asumsi utama yang perlu kita periksa.

Asumsi 1: Linearitas

- **Konsep:** Hubungan antara variabel dependen (Y) dan variabel independen (X) harus linear (garis lurus). Jika hubungan tersebut melengkung, model linear tidak akan dapat menangkap pola yang sebenarnya.
- **Bagaimana Cara Memeriksanya?**
  - Buat scatter plot dari variabel dependen terhadap setiap variabel independen.
  - Periksa apakah titik-titik data tampak mengikuti pola garis lurus.
- **Visualisasi:** Jika Anda melihat pola yang jelas melengkung (misalnya, bentuk "U" atau "J terbalik"), asumsi linearitas mungkin dilanggar.



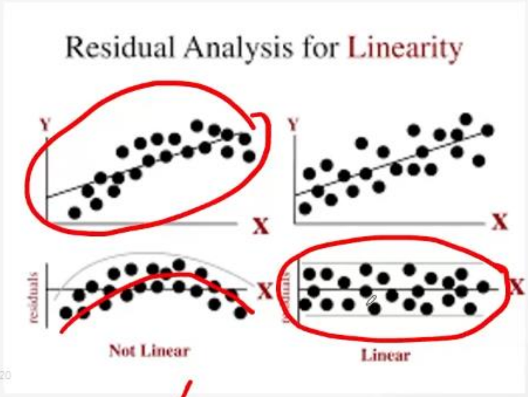
Asumsi 2: Independensi Residual

$e = y - \hat{y}$

$e_1 = y_1 - \hat{y}_1$

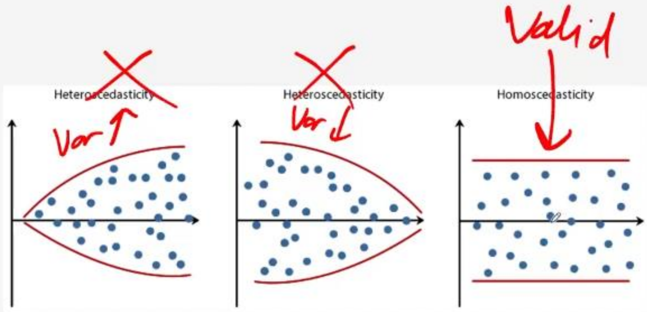
$e_2 = y_2 - \hat{y}_2$

- **Konsep:** Residual (kesalahan) model harus **independen** satu sama lain. Artinya, residual untuk satu titik data tidak boleh memengaruhi atau dipengaruhi oleh residual untuk titik data lainnya.
- **Bagaimana Cara Memeriksanya?**
  - Plot residual terhadap urutan data atau variabel waktu.
  - Periksa apakah ada pola atau tren yang jelas. Jika residual tinggi diikuti oleh residual tinggi, ini adalah pelanggaran.
- **Visualisasi:** Plot residual vs. waktu/urutan harus terlihat seperti "kabut" acak tanpa pola yang jelas. Adanya pola (misalnya, gelombang) menunjukkan pelanggaran asumsi.



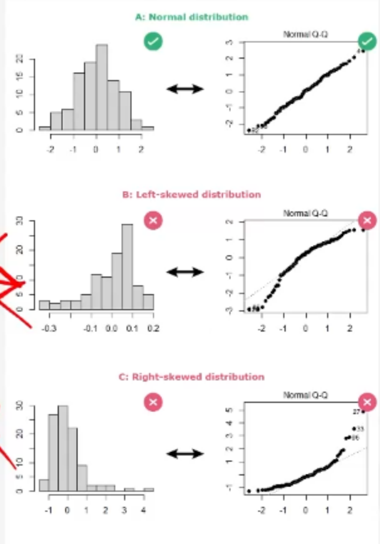
Asumsi 3: Homoskedastisitas

- **Konsep:** Varians dari residual harus **konstan** di seluruh rentang nilai variabel independen. Dengan kata lain, kesalahan prediksi harus konsisten, tidak membesar atau mengecil seiring bertambahnya nilai X.
- **Bagaimana Cara Memeriksanya?**
  - Buat **plot residual vs. nilai prediksi (fitted values)**.
  - Periksa apakah titik-titik data tersebar secara acak di sekitar sumbu horizontal (homoskedastisitas).
- **Visualisasi:**
  - **Homoskedastisitas (Benar):** Terlihat seperti "kabut" acak.
  - **Heteroskedastisitas (Salah):** Terlihat seperti corong, di mana residual membesar seiring bertambahnya nilai prediksi.



Asumsi 4: Normalitas Residual

- **Konsep:** Residual harus **berdistribusi normal**. Ini adalah asumsi penting untuk uji hipotesis dan interval kepercayaan.
- **Bagaimana Cara Memeriksanya?**
  - Buat **histogram dari residual**. Periksa apakah bentuknya menyerupai kurva lonceng.
  - Buat **Q-Q Plot (Quantile-Quantile Plot)** dari residual. Plot ini membandingkan residual kita dengan distribusi normal teoritis. Jika titik-titik data membentuk garis lurus, asumsi terpenuhi.
- **Visualisasi:**
  - **Histogram:** Cari bentuk kurva lonceng yang simetris.
  - **Q-Q Plot:** Cari garis lurus. Penyimpangan dari garis lurus (misalnya, kurva di ujungnya) menunjukkan pelanggaran normalitas.



Ringkasan Asumsi dan Plot Diagnostik

Asumsi	Apa yang dikatakan	Cara memeriksa (Visual)
Linearitas	Hubungan X dan Y Adalah garis lurus	Scatter Plot: Lihat pola linier
Independensi	Residual tidak berkorelasi	Plot Residual vs Waktu: cari kabut acak
Homoskedastisitas	Varians residual konstan.	Plot Residual vs Fitted: Cari kabut acak, bukan bentuk corong
Normalitas	Residual Berdistribusi Normal	Histogram atau Q-Q Plot: Cari bentuk lonceng/garis lurus

Data

tidak ada pola

Residual

7-8. Interpreting Regression Output

01 **Membaca dan menginterpretasi hasil regresi dari perangkat lunak statistik.**

02 **Membuat kesimpulan yang tepat dari output model.**

Membaca Laporan Model

- **Ide Utama:** Setelah Anda menjalankan regresi (misalnya, di Python, R, atau Excel), perangkat lunak akan menghasilkan ringkasan yang berisi semua informasi kunci tentang model Anda. p-value, R^2, β_1, β_0
- Memahami laporan ini adalah keterampilan praktis yang penting. Ini memungkinkan Anda untuk:
  - Mengukur seberapa baik model Anda cocok dengan data.
  - Menentukan variabel mana yang signifikan secara statistik.
  - Menarik kesimpulan yang andal tentang hubungan antar variabel.

Komponen Output Utama

Ada beberapa bagian penting dari output regresi yang perlu Anda perhatikan:

1. **Koefisien ($\beta_0, \beta_1, \ldots$)**: Nilai yang diestimasi untuk *intercept* dan *slope*.
2. **Statistik Uji Koefisien (t-statistic, p-value)**: Digunakan untuk menentukan apakah setiap koefisien signifikan secara statistik.
3. **R-squared (R^2)**: Metrik untuk mengukur seberapa baik model cocok dengan data.
4. **Standar Error dan Statistik Model Lainnya**: Memberikan informasi tentang presisi estimasi.

Koefisien, Standard Error, dan p-value

Slope

$y = 2{,}5x$

$y = 2{,}5$

$y = 5$

$\beta_0 = 5$

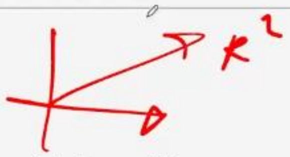
$y = 5 + \cancel{\beta_1 x}$

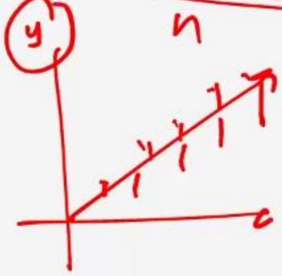
Fitur	Penjelasan	Contoh Interpretasi
Koefisien	Nilai yang diestimasi untuk intercept dan slope. Ini Adalah angka yang kita masukkan ke dalam persamaan regresi	$\beta_1 = 2.5$ berarti setiap satu unit kenaikan X_1 meningkatkan Y sebesar 2.5
Standard Error	Mengukur presisi koefisien. Semakin kecil nilai SE, semakin presisi estimasi koefisien $e = y - \hat{y}$	SE yang kecil menunjukkan bahwa koefisien tersebut Adalah perkiraan yang andal.
Nilai p H0 hipotesis	Probabilitas untuk mengamati koefisien sebesar itu (Atau lebih ekstrim) jika nilai koefisien yang sebenarnya Adalah nol (yaitu, tidak ada hubungan)	Nilai p kecil ($\le \alpha$) menunjukkan bahwa koefisien tersebut signifikan secara statistic dan kemungkinan besar bukan nol

Aturan Praktis: Jika nilai p koefisien ≤0.05 (untuk **α=0.05)**, kita menyimpulkan bahwa variabel independen tersebut memiliki hubungan yang signifikan dengan variabel dependen.

$\frac{(y-\hat{y})^2}{n}$

R-Squared (R^2)





- Apa itu? R^2 (R-kuadrat) adalah metrik yang mengukur **proporsi varians** dalam variabel dependen yang dapat dijelaskan oleh model regresi kita.
- **Nilai:** Nilainya berkisar antara 0 dan 1.
  - $R^2 = 0$: Model tidak menjelaskan varians sama sekali.
  - $R^2 = 1$: Model menjelaskan semua varians dengan sempurna.
- **Interpretasi:** Jika $R^2 = 0.75$, ini berarti model regresi Anda menjelaskan 75% variasi dalam variabel dependen. Semakin tinggi R^2, semakin baik model Anda.
- **Peringatan:** R^2 bisa menyesatkan karena nilainya selalu meningkat saat Anda menambahkan lebih banyak variabel independen ke model, bahkan jika variabel tersebut tidak signifikan.

Signifikansi Statistik vs. Signifikansi Praktis

y=905 x

- **Signifikansi Statistik:** Dinyatakan oleh nilai p. Ini hanya memberi tahu kita apakah hubungan yang diamati kemungkinan besar bukan karena kebetulan. signifikan α
  - **Contoh:** Nilai $p < 0.05$.
- **Signifikansi Praktis:** Dinyatakan oleh ukuran koefisien dan konteks masalah. Ini memberi tahu kita apakah besaran efek yang diamati cukup penting di dunia nyata.
  - **Contoh:** Sebuah model regresi menunjukkan bahwa setiap unit tambahan pengeluaran iklan meningkatkan penjualan sebesar $0.001, dengan nilai $p < 0.05$. Hubungan ini **signifikan secara statistik**, tetapi **tidak signifikan secara praktis** karena efeknya terlalu kecil untuk berdampak pada bisnis.

Ringkasan & Next Up

- Membaca output regresi adalah tentang menafsirkan koefisien untuk efeknya, nilai p untuk signifikansinya, dan R^2 untuk kecocokan model.
- Selalu bedakan antara **signifikansi statistik** (apakah efeknya nyata) dan **signifikansi praktis** (apakah efeknya penting)

- **Next Up:** Setelah Anda dapat menginterpretasi model regresi, langkah selanjutnya adalah mengevaluasinya. Di lesson berikutnya, kita akan membahas **Analisis Residual dan Diagnostik Model.**

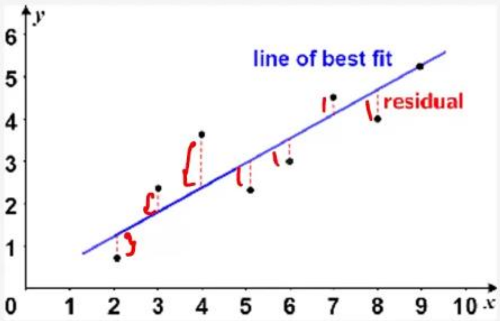
7-9. Residual Analysis And Model Diagnostics

01 **Menggunakan residual untuk mengevaluasi kinerja model.**

02 **Mengidentifikasi potensi masalah dalam kecocokan model.**

03 **Mendeteksi outlier dan leverage point menggunakan plot diagnostik.**

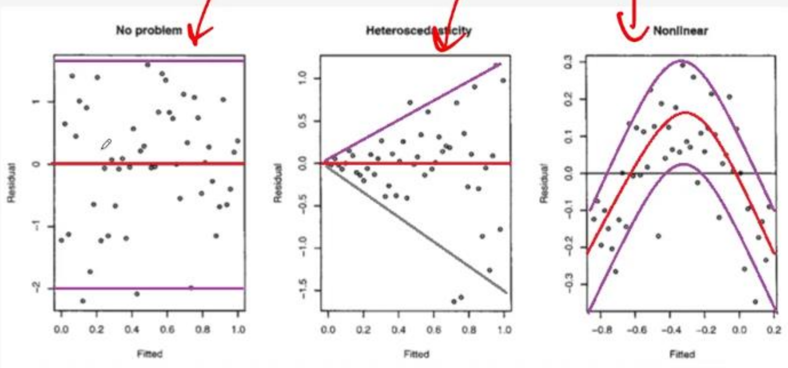
Apa itu Analisis Residual? $e = y - \hat{y}$

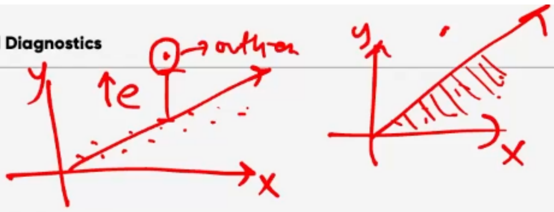


- **Ide Utama: Residual** adalah perbedaan antara nilai aktual dari variabel dependen (y) dan nilai yang diprediksi oleh model ($\hat{y}$). Analisis residual adalah proses memeriksa residual ini untuk melihat apakah asumsi model regresi terpenuhi.
- **Mengapa Itu Penting?** Jika model kita berfungsi dengan baik, residual haruslah acak dan tidak menunjukkan pola. Jika ada pola dalam residual, itu adalah tanda bahwa model kita memiliki kelemahan atau bahwa salah satu asumsi regresi telah dilanggar.
- Analisis residual adalah cara kita mengonfirmasi bahwa kesimpulan dari model regresi kita valid.

Plot Residual Dasar

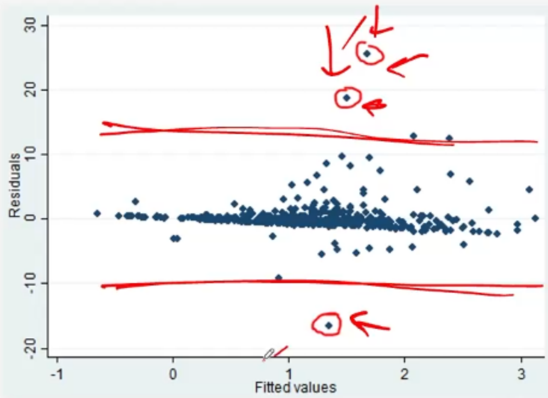
- **Plot:** Residual vs. Nilai Prediksi (Fitted Values).
- **Interpretasi:** Jika asumsi regresi terpenuhi, plot ini seharusnya terlihat seperti **"kabut" acak** tanpa pola yang jelas. Residual harus tersebar secara merata di sekitar garis horizontal di nol.
- **Potensi Masalah (Pelanggaran Asumsi):**
  - **Pola Corong:** Residual melebar saat nilai prediksi meningkat. Ini menunjukkan pelanggaran **homoskedastisitas**.
  - **Pola Melengkung:** Residual membentuk pola melengkung, menunjukkan pelanggaran **linearitas**.





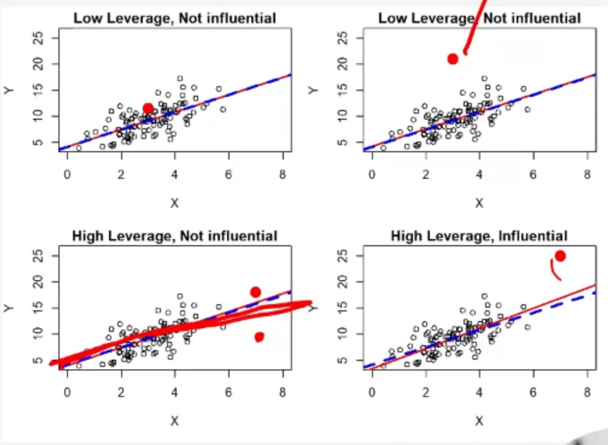
Mendeteksi Outlier dan Leverage Points

- **Outlier:** Outlier adalah titik data dengan nilai residual yang sangat besar. Titik ini berada jauh secara vertikal dari garis regresi. Outlier dapat memiliki pengaruh yang besar pada koefisien regresi.
- **Leverage Point:** Leverage point adalah titik data yang memiliki nilai variabel independen (x) yang sangat ekstrem. Titik ini berada jauh secara horizontal dari pusat data. Titik-titik ini dapat "menarik" garis regresi ke arahnya.
- **Influential Point:** Titik data yang memiliki outlier dan leverage tinggi disebut *influential point*. Titik ini memiliki dampak signifikan pada koefisien regresi.



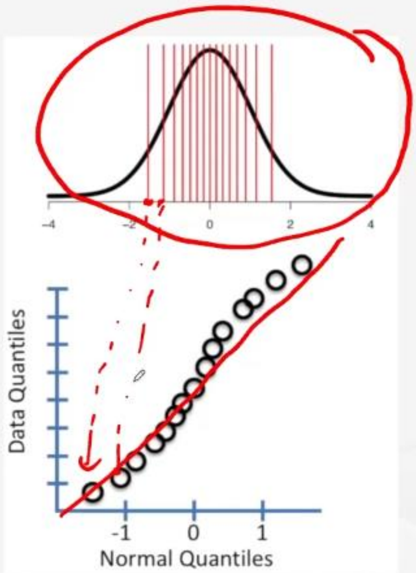
Mendeteksi Outlier dan Leverage Points

- **Outlier:** Outlier adalah titik data dengan nilai residual yang sangat besar. Titik ini berada jauh secara vertikal dari garis regresi. Outlier dapat memiliki pengaruh yang besar pada koefisien regresi.
- **Leverage Point:** Leverage point adalah titik data yang memiliki nilai variabel independen (x) yang sangat ekstrem. Titik ini berada jauh secara horizontal dari pusat data. Titik-titik ini dapat "menarik" garis regresi ke arahnya.
- **Influential Point:** Titik data yang memiliki outlier dan leverage tinggi disebut *influential point*. Titik ini memiliki dampak signifikan pada koefisien regresi.



Menggunakan Q-Q Plot untuk Normalitas

- **Tujuan:** Untuk memeriksa asumsi bahwa residual berdistribusi normal.
- **Q-Q Plot:** Plot ini membandingkan kuantil dari residual kita dengan kuantil dari distribusi normal teoritis.
- **Interpretasi:**
  - **Model Baik:** Jika titik-titik data membentuk **garis lurus diagonal**, residual berdistribusi normal.
  - **Model Buruk:** Penyimpangan yang signifikan dari garis lurus (misalnya, melengkung di ujungnya) menunjukkan bahwa asumsi normalitas dilanggar



Ringkasan Diagnostik Model

- Kecocokan Model (Model Fit):
  - **R-squared:** Mengukur seberapa baik model menjelaskan varians. → output
  - **Analisis Residual:** Mengonfirmasi bahwa asumsi model terpenuhi dan model dapat diandalkan. → error
- Ringkasan Plot Diagnostik:
  - **Residual vs. Fitted:** Periksa linearitas dan homoskedastisitas.
  - **Q-Q Plot Residual:** Periksa normalitas.
  - **Plot Residual vs. Leverage:** Deteksi outlier dan titik berpengaruh (influential points).

Ringkasan

- Analisis Residual adalah langkah akhir yang penting dalam validasi model regresi.
- Ini memungkinkan kita untuk secara visual memeriksa asumsi yang menjadi dasar model.
- Dengan mengidentifikasi pola dalam residual, kita dapat menemukan kelemahan dalam model kita dan membuat perbaikan yang diperlukan.

End of Part 01: Selamat! Anda telah menyelesaikan

Essential Mathematical Foundation

Next Up – Part 02: Python for Data Science & Machine Learning (Visualization)