

# Analisi di un circuito RLC serie in regime sinusoidale

Autori: Niccolò Zanotti mat. 970919, Michael Mancini mat. 987056

Data di svolgimento: 01/06/2022

## 1 Abstract

In questa esperienza di laboratorio si è analizzato il comportamento di un circuito RLC serie sottoposto a una tensione in regime sinusoidale con pulsazione variabile. In particolar modo si è cercato di stimare il valore della frequenza di risonanza, andando a confrontare il comportamento del circuito per valori della frequenza prossimi al valore cercato per poi, acquisendo e analizzando i dati relativi alla tensione in entrata e nei rami, verificare l'andamento atteso dell'ampiezza della tensione.

Uno dei valori della frequenza di risonanza ottenuto per via sperimentale mediante l'utilizzo dei parametri del fit dell'ampiezza della tensione sulla resistenza risulta essere  $f = (18.95 \pm 0.05)kHz$ , compatibile con il valore della frequenza di risonanza atteso pari a  $f = (19.13 \pm 0.14)kHz$ .

## 2 Introduzione

In un circuito  $RLC$  in regime sinusoidale si assiste al fenomeno fisico della risonanza; in particolare, dati i valori caratteristici di resistenza, induttanza e capacità del circuito, si osserva tale fenomeno in corrispondenza di un preciso valore di frequenza, detta, appunto, di risonanza. La larghezza della curva di risonanza è legato al valore del cosiddetto fattore di qualità  $Q$  del circuito determinato dai componenti circuitali utilizzate. È stato utilizzato un generatore di tensione sinusoidale il cui scopo principale è stato quello di indurre oscillazioni della corrente all'interno circuito e per valutare la sua risposta in frequenza.

La frequenza di risonanza si ha quando la tensione generata ai capi del circuito oscilla con pulsazione

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

In corrispondenza di questo valore il comportamento previsto è che la differenza di potenziale ai capi della resistenza sia in fase con quella ai capi del generatore e che, inoltre, sia massimizzata l'ampiezza di tali segnali di tensione. Tale circuito si classifica tra i filtri di tipo "passa banda", ovvero tra quei dispositivi passivi che permettono il passaggio di frequenze all'interno di un dato intervallo, la cosiddetta banda passante, ed attenua le frequenze al di fuori di esso.

## 3 Apparato sperimentale

Il circuito utilizzato è composto da una resistore, un induttore e da un condensatore collegati in serie sulla breadboard della scheda di acquisizione dati NI Elvis II®. I valori scelti per i componenti

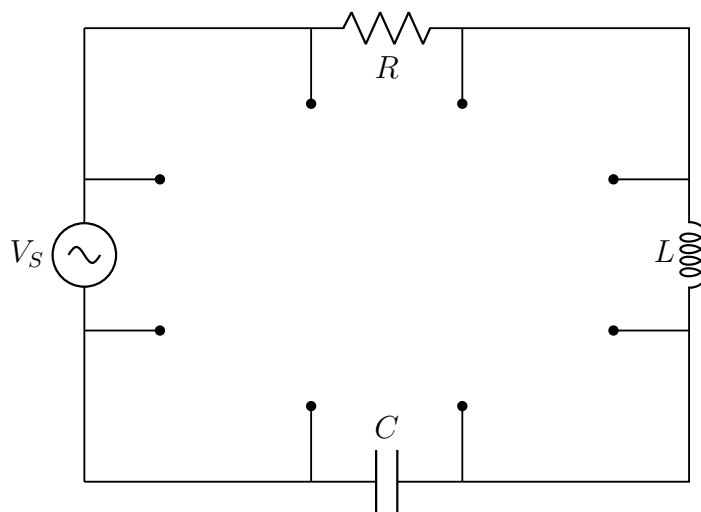


Figura 1: *Schema del circuito realizzato.*

sono i seguenti:  $R_r = (996.7 \pm 1.4) \Omega$ ,  $C = (1.46 \pm 0.01)10^{-9} F$ ,  $L = (47.41 \pm 0.05)10^{-2}H$  con resistenza interna  $R_{ind} = (125.82 \pm 0.16) \Omega$ . La resistenza interna del generatore ammonta a  $R_{gen} = 50\Omega$ . Avendo utilizzato il multimetro digitale di ELVIS II per effettuare le precedenti misurazioni sono state calcolate le incertezze in accordo con quanto riportato sulla scheda tecnica di tale strumento. Si è valutata l'entità delle possibili fluttuazioni statistiche mediante misurazioni ripetute per poi confrontare i dati ottenuti con i precedenti. Sono risultate essere predominanti le incertezze standard.

I valori precedenti sono stati scelti in maniera tale da ottenere un fattore di qualità  $Q$  ragionevole per una buona osservazione del fenomeno della risonanza.

I capi di ogni componente, così come gli estremi del circuito, illustrato in Figura 1, sono stati collegati ad un canale della scheda per poter eseguire la lettura dei valori di ampiezza e fase della tensione su di essi. Le suddette misure sono state ottenute tramite l'utilizzo del subVI "Extract Single Tone Information" del software di acquisizione *LabView*.

Per realizzare questa esperienza di laboratorio sono stati raccolti 500 campioni a frequenza costante in varie condizioni con una frequenza di 250000 campioni al secondo, poi, effettuando uno sweep di frequenza, si sono raccolti dati ad intervalli di  $50Hz$  fra  $5kHz$  e  $35kHz$ .

## 4 Analisi dei risultati

### 4.1 Osservazione qualitativa degli andamenti

Una volta realizzato il circuito, ne è stato valutato il comportamento qualitativo. A tal proposito si è valutato visivamente l'andamento temporale delle differenze di potenziale sui vari elementi circuitali mediante l'utilizzo dell'oscilloscopio digitale disponibile in laboratorio. In secondo luogo, per una valutazione a posteriori, sono stati raccolti tali dati tramite la DAQ configurata. Ciò è stato fatto mantenendo la frequenza del generatore costante. In figura 2 sono mostrati tali andamenti per due valori significativi di  $f$  in quanto vicini ai valori di taglio della frequenza, caratteristici di questo circuito.

Come si può osservare nella figura 2., andando a studiare frequenze costanti della tensione in ingresso, prossime al valore di risonanza, l'andamento della tensione sulla resistenza è risultato

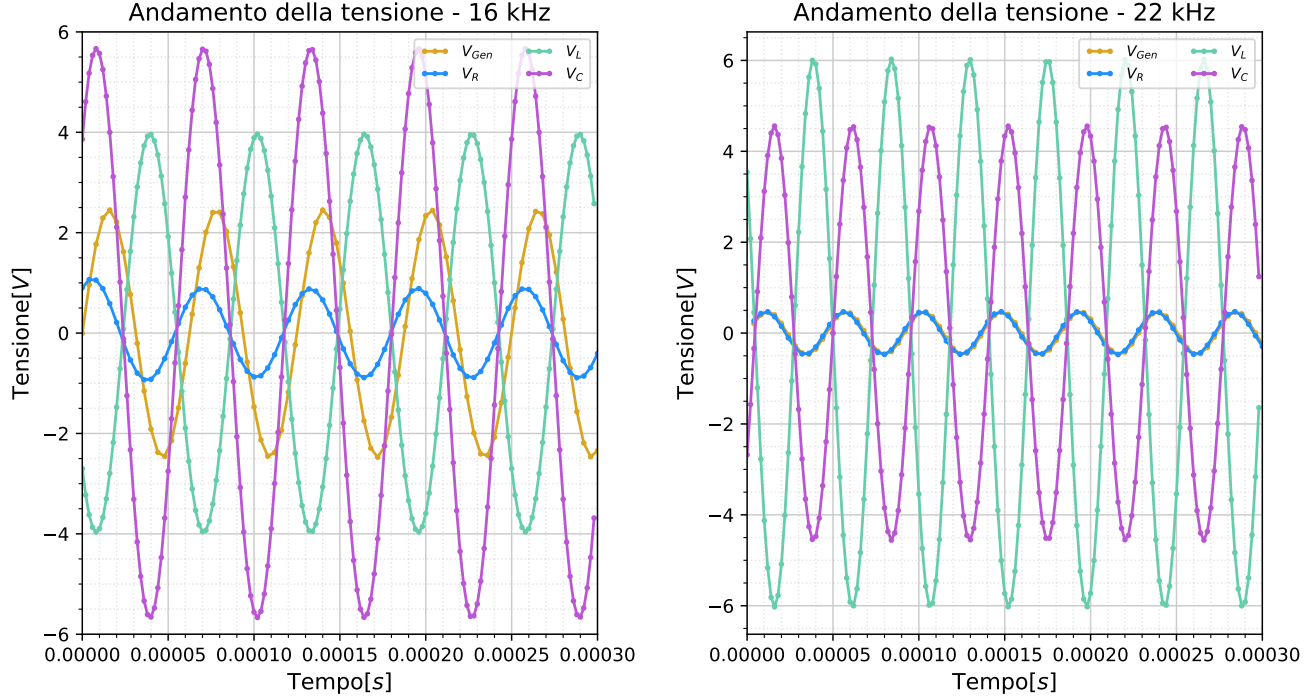


Figura 2: I grafici mostrano gli andamenti della tensione ai capi dei vari componenti quando il generatore oscilla ad una frequenza di  $f = 16\text{kHz}$  e di  $f = 22\text{kHz}$ ; questi sono valori prossimi a quelli che definiscono la banda del filtro.

essere in fase con quello indotto sul generatore, come ci si aspettava dal punto di vista teorico. L'anomalia riscontrata sul primo periodo delle acquisizioni effettuate a tensioni costanti verrà analizzata e descritta nella sezione "Appendice" di seguito.

## 4.2 Analisi delle ampiezze

Gli andamenti della tensione ai capi di ciascun componente e del circuito stesso, ottenuti da calcoli svolti dal programma di acquisizione dati Labview al variare della frequenza, sono mostrati nella figura 3. L'incertezza associata alle tensioni è stata ottenuta come la deviazione standard delle misure associate all'ampiezza della tensione agli estremi, che sono perciò posti costanti, ottenendo quindi come valore .... Qui di seguito sono mostrate le funzioni che descrivono l'andamento del modulo dell'ampiezza ai capi di ciascun componente e il procedimento adottato per ricavarle viene analizzato con più attenzione nella sezione "Appendice".

$$V_R = \frac{R_r V_0}{\sqrt{(R_r + R)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$V_L = \frac{\omega L V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$V_C = \frac{\frac{V_0}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

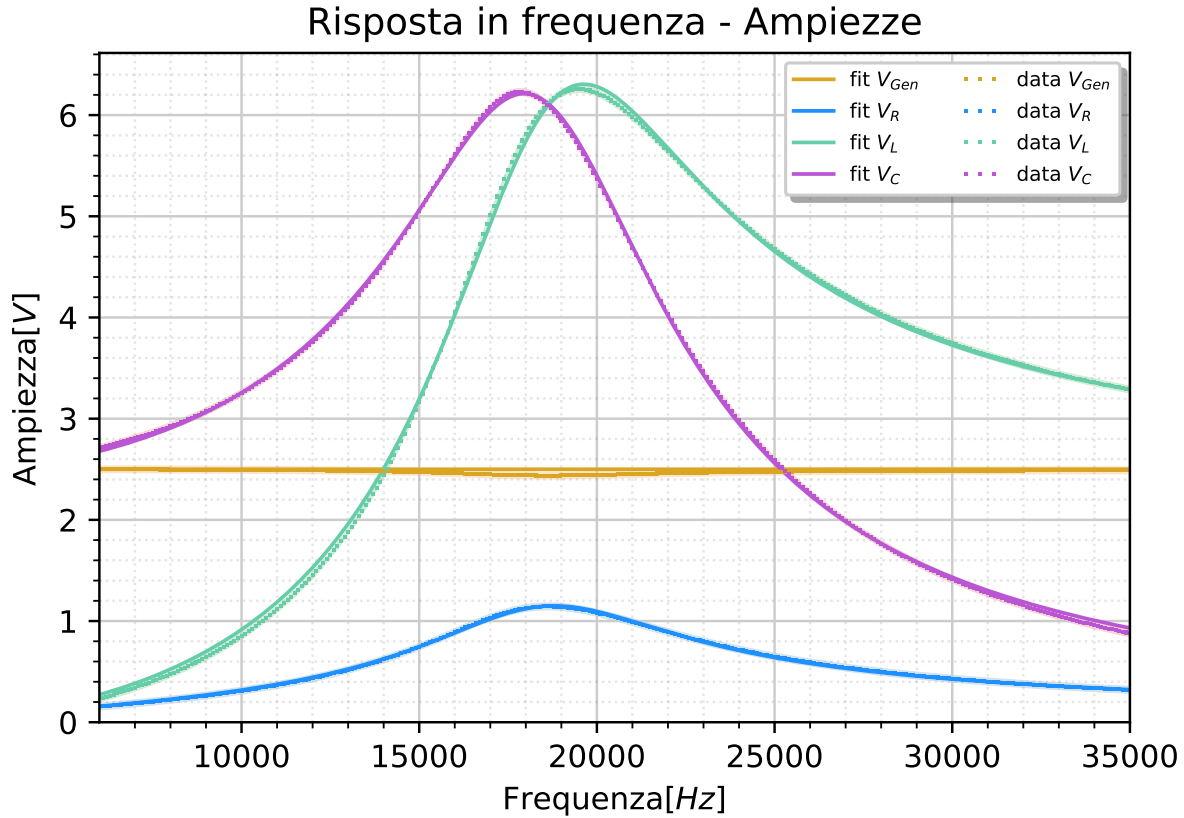


Figura 3: ampiezze

Rr rappresenta la resistenza escludendo però quelle interne a generatore e induttanza, mentre omega indica la pulsazione della tensione applicata. Andando ad analizzare l'andamento della tensione ai capi di ciascun componente e del circuito stesso, si può notare che l'ampiezza della tensione indotta nel circuito presenta un picco per valori della frequenza prossimi a quella di risonanza per poi presentare valori più bassi via via che ci si allontana da questa condizione. Questo effetto è dovuto alla resistenza interna del generatore che provoca una caduta di potenziale proporzionale alla corrente che attraversa il circuito, il cui valore in modulo è massimo proprio in corrispondenza della frequenza di risonanza. I valori del chi quadro che sono stati ottenuti dai fit sui tre componenti sono... Si è poi optato di calcolare il valore della frequenza di risonanza con i parametri ottenuti dal fit mediante l'utilizzo dell'equazione 1. Andando a considerare il fit associato alla resistenza, mostrato in figura 4, i parametri utilizzati sono  $L = \dots$  e  $C = \dots$ , in questo modo si è controllato se il valore della frequenza di risonanza atteso e calcolato a livello teorico potesse coincidere con quello ottenuto, che è risultato essere di..., dove le incertezze sono state propagate in quadratura. Un modo alternativo per determinare il valore della frequenza di risonanza è studiare il punto di massimo del grafico relativo all'ampiezza della tensione ai capi della resistenza utilizzata per l'esperienza di laboratorio, ma, non essendo sicuri dell'incertezza sulla misura della tensione, si è deciso di stimare un range di valori. Preso l'estremo inferiore

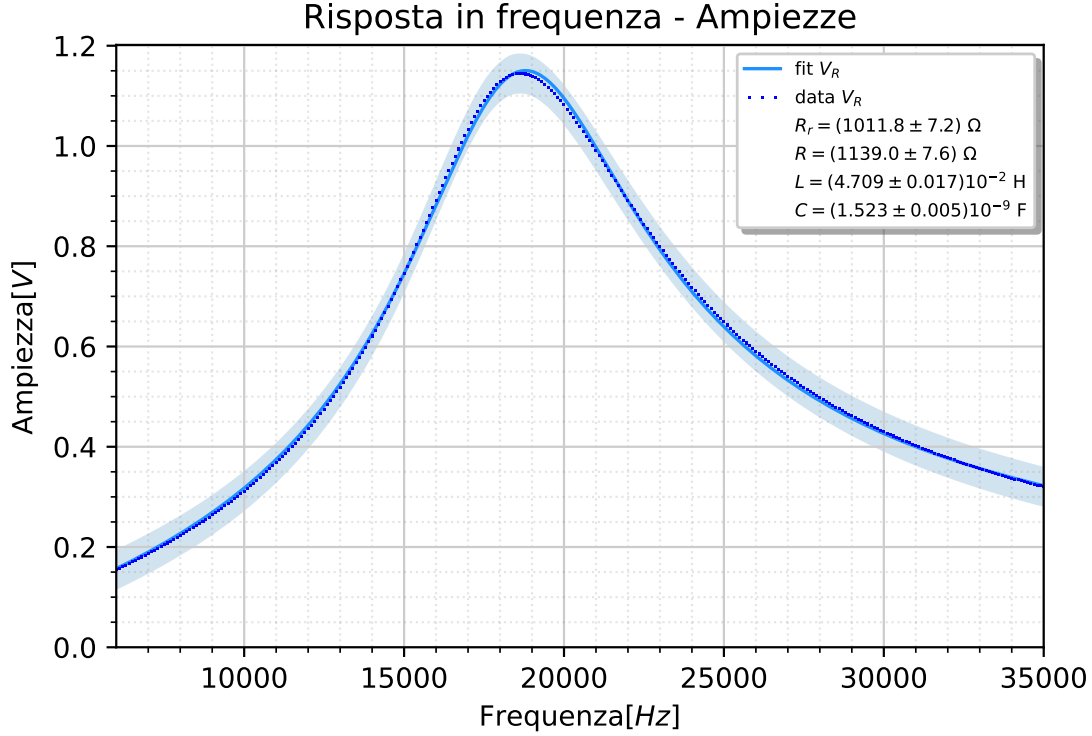


Figura 4: cambia grafico con nuovi valori fit parametri

della barra di errore relativa al punto di massimo estratto dal fit, si sono poi cercati i punti in cui l'estremo superiore della barra di errore corrispondesse a tale valore massimo. In questo modo, però, si è sovrastimata l'incertezza relativa alla frequenza di risonanza, calcolandola come il valore medio di questi due estremi. Si è ottenuto in questo modo un valore della frequenza di risonanza pari a.... Il valore centrale dell'intervallo scelto è consistente con quanto ottenuto utilizzando i parametri del fit, ma a causa della sovrastima dell'incertezza il risultato può essere considerato poco rilevante.

Parlare eventualmente del valore più alto della resistenza.

### 4.3 Analisi delle fasi

Le funzioni che descrivono gli andamenti attesi delle fasi sono le seguenti:

$$\phi_R = \arctan \frac{1 - \omega^2 LC}{R\omega C}$$

$$\phi_L = \arctan \frac{1 - \omega^2 LC}{R\omega C} + \frac{\pi}{2}$$

$$\phi_C = \arctan \frac{1 - \omega^2 LC}{R\omega C} - \frac{\pi}{2}$$

Si è poi pensato di estrarre il valore corrispondente a una condizione di fase nulla tra la curva associata alla resistenza e quella del generatore, che risulta essere di..., andando a ripetere lo stesso procedimento analizzando questa volta la curva associata all'induttanza ma, considerando uno

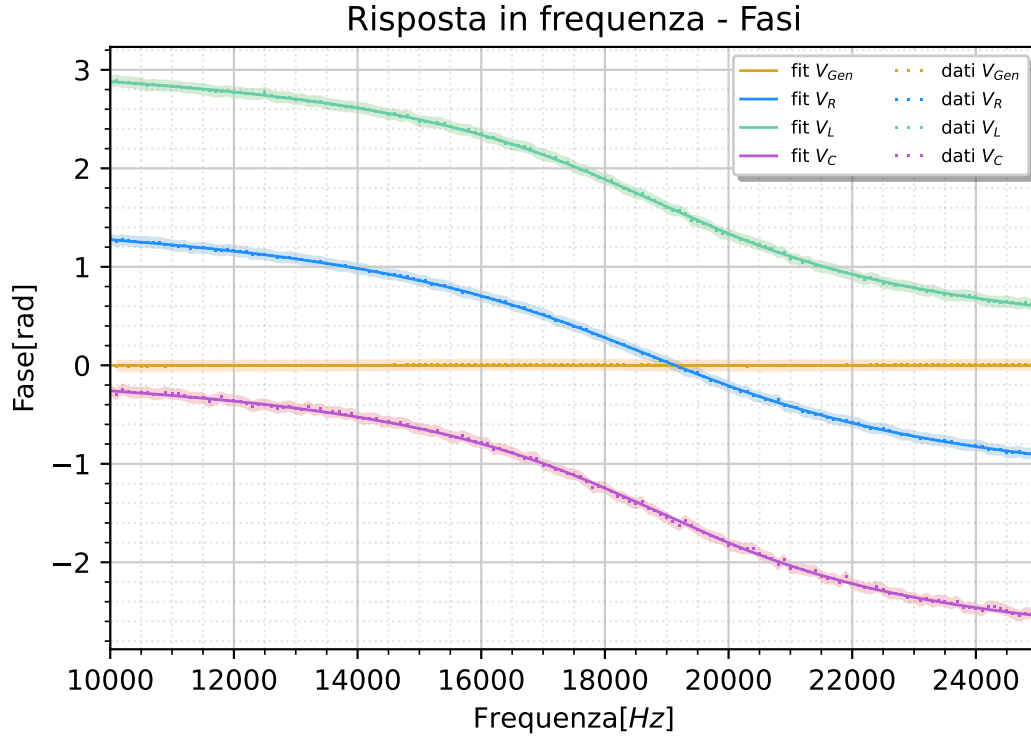


Figura 5: fasi

sfasamento di 90 gradi, si è ottenuto una misura della frequenza pari a... anch'essa vicina al valore atteso, anche se risulta essere sovrastimata.

## 5 Conclusione

I risultati ottenuti per la frequenza di risonanza sono risultati essere generalmente concordi fra di loro, infatti gli scostamenti fra il valore atteso.... e i valori ottenuti sperimentalmente.... sono compresi tra il..... del valore stesso. Si è ipotizzato che tale differenze siano dovute ai diversi fattori ambientali, prima fra tutti la temperatura variabile delle componenti della scheda di acquisizione NI ELVIS II, dovuta all'effetto Joule. È stata inoltre evidenziata una errata stima della resistenza totale ottenuta dai fit sulle ampiezze della tensione ai capi di ciascun componente e gli andamenti delle fasi sono risultati essere non del tutto consistenti con quelli attesi. Le varie prove effettuate per cercare di risolvere il problema sono risultate vane, dal momento che non è stata ottenuta nessuna modifica rilevante sugli andamenti delle fasi, si è ipotizzato perciò che il problema sia legato al modo in cui vengono raccolti i dati dal software utilizzato per l'esperienza di laboratorio.

## 6 Appendice

Come si può notare in Figura 6. le ampiezze nei primi periodi presentano dei picchi più elevati per poi stabilizzarsi a un valore massimo costante, questo comportamento però risulta essere anomalo dal momento che il circuito analizzato in questa esperienza di laboratorio non ha le caratteristiche tipiche di un transiente. Si è cercato, perciò, di risolvere l'anomalia ripetendo le misure con

componenti equivalenti, senza però ottenere nessun risultato positivo nella risoluzione del problema. (L'ho scritto perchè sembra una cosa logica anche se non l'abbiamo fatta). Dopo vari tentativi, si è ipotizzato che questa anomalia sia dovuta al modo in cui sono raccolti i primi dati dal programma di acquisizione Labview, in particolar modo si è pensato che il problema potesse essere dovuto al trigger del software.

Al fine di studiare il comportamento del circuito analizzato in questa esperienza di laboratorio, si è utilizzato il concetto di impedenza, che generalizza il concetto più specifico di resistenza nel caso di correnti sinusoidali. L'impedenza totale è data dalla somma delle impedenze di ciascun componente, sfruttando il fatto che questi siano posti in serie. Perciò avremo...

dove  $j$  indica l'unità immaginaria, mentre il termine tra parentesi indica la reattanza, costituita in parte dal contributo induttivo e in parte da quello capacitivo. Per trovare la corrente nel circuito invece è stata applicata la legge di Ohm simbolica, sfruttando il formalismo dei fasori e, moltiplicando poi il valore ottenuto per l'impedenza ai campi di ciascun componente, si può trovare l'andamento della tensione su di essi.