Диссертация.

Основой для распознавания различных объектов служит информация, полученная различными радиолокационными устройствами.

В свою очередь задача распознавания состоит, в разделении некой совокупности классифицируемых объектов на ряд классов в соответствии с выбранным принципом классификации, т.е. с некоторой вероятностью классифицировать объект-цель, снизив при этом вероятность ошибочного определения (ошибки 1-го, 2-го рода).

В качестве принципа классификации – разбиение по классам используются различные признаки: качественные (тип двигателя), количественные (скорость, ускорение, ЭПР и т.д.). Поэтому в описании классов должны содержаться сведения, как о качественных признаках объектов, так и о законах распределения имеющих количественные выражения. (ГОРЕЛИК, СКРИПИН МЕТОДЫ РАСПОЗНОВАНИЯ).

Для решения задачи классификации нам следует, прежде всего, провести детальный анализ всей доступной информации об объектах (в нашем случае о самолетах) и определить, к каким типам или классам необходимо отнести данные воздушные объекты. В качестве принципа классификации (разбиением на классы) в данном случае уместно использовать, например, классы бомбардировщиков, истребителей, штурмовиков и т. д. После этого следует определить, с помощью каких параметров или признаков можно описать выделенные классы самолетов, а затем из полученного перечня исключить те признаки, относительно которых не представляется возможным определить из значения применительно к каждому классу самолетов.

Далее, в соответствии с техническими возможностями средств наблюдения из полученного перечня признаков надо выделить те признаки объекта, которые могут быть реально определены. И, наконец, на основе априорных данных следует описать на языке выбранных признаков каждый класс объектов – априорного словаря.

В свою очередь, признаки распознаваемых объектов следует рассматривать как вероятностные и в случае, если измерение их численных значений производится с такими ошибками, что по результатам измерений невозможно с полной определенностью сказать, какое численное значение данная величина приняла.

…..

***1.1 Основные положения***

Каждый объект обладает присущими ему признаками, по которым можно его идентифицировать **[Селекция и распознавание на основе локационной информации /А.Л. Горелик, Ю.Л. Барабаш, О.В. Кривошеев, С. Эпштейн].** Предположим, есть два класса объектов: А1 и А2, которые описываются условными вероятностями f1(x) и f2(x) значения признака x, а также некоторой априорной вероятностью Р(А1) и Р(А2) появления этого класса на входе системы. Пусть также известна матрица потерь , её также называют матрицей штрафов или платёжной матрицей. Её элементы описывают риски правильных или ошибочных решений **[Селекция и распознавание на основе локационной информации /А.Л. Горелик, Ю.Л. Барабаш, О.В. Кривошеев, С. Эпштейн].** Она имеет вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Для двух классов её можно представить в виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Система может выбирать правильные или неправильные решения, поэтому необходимо снижать совокупность всего ущерба связанного с ошибочным выбором решений. Пусть Rср – минимальный средний риск, тогда х0 – точка на оси Х (рисунок 1.1) соответствующая данному выбору риска, делящая пространство на два полупространства. Обозначим их Х1 и Х2. Область пересечения вероятностей f1(x) и f2(x) не позволяет точно определить принадлежность цели к определенному классу. Допустим, при x< х0 система определила принадлежность объекта к классу А1, в то время как он относиться к классу А2. Такая ошибка называется ошибкой второго рода. Обозначим ее как Q2. Противоположная ей ошибка первого рода Q1 происходит тогда, когда система соотнесла объект с классом А2, в то время как он относиться к классу А1 **[Френкс, Л. Теория сигналов : перевод с англ.**]. С точки зрения селекции, если рассматривать класс А1 как истинный, а класс А2 как ложный, то ошибка первого рода – это ложная тревога, а ошибка второго рода – **пропуск [Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.]** . Это приведено в таблице 1.1.

*Таблица 1.1 — Результат выбранного решения при данной ситуации*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Решение | Истинная ситуация | |
| Относится к классу А1 | Относиться к классу А2 |
| Принят А1 | Правильно | Ошибка II рода (пропуск) |
| Принят А2 | Ошибка I рода (ложная тревога) | Правильно |

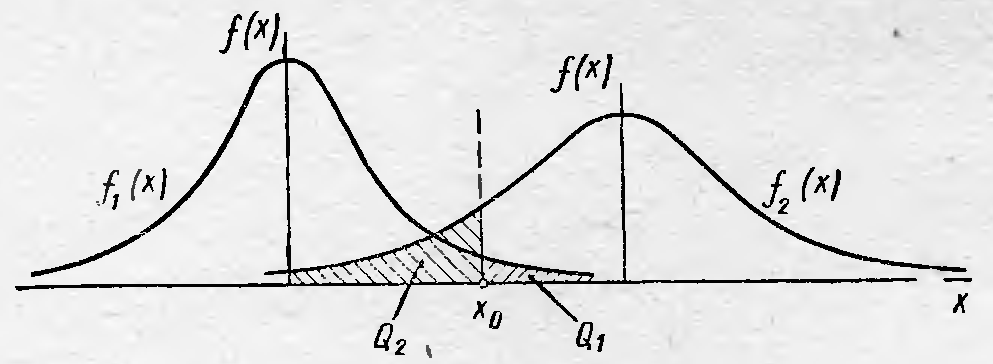
Пусть значение признака x подчинено нормальному закону распределения с математическими ожиданиями μ1 и μ2 и среднеквадратичными отклонениями σ1 и σ2 соответственно:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Как видно из рисунка 1 Q1 и Q2 находятся как:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Исходя из формулы полной вероятности, определим условные вероятности правильных решений:



*Рисунок 1.1 — График условной плотности распределения вероятностей функций f1(x) и f2(x)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Найдем значение среднего риска:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.1) |

Общее значение среднего риска для M классов определяется формулой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

где Gl – это область признака для класса l.

Продифференцируем данное значение по x и приравняем производную к нулю, положив x равным х0:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Откуда:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Величину λ(x)= f2(x)/f1(x) называют коэффициентом правдоподобия. Подставим вместо обозначений f2(x) и f1(x) функции, подчинённые соответствующим законам нормального распределения N2(x2,μ2,σ2) и N1(x1,μ1,σ1):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.2) |

И выразим из выражения (1.2) х0:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

При σ2= σ1= σ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Если с11=с22=0, с21=с12, Р(А1)=Р(А2), то х0=(μ2+μ1)/2.

Для всех трех случаев значение х0 определяет оптимальную границу разделения признакового пространства **[Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.].**

Из условия минимума среднего риска уравнение границы в многомерном признаковом пространстве между областями Gk и Gl, соответствующими классами Ak и Al,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Если положить сkk=сll=0, сkl=сlk=1, то:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

***1.2 Общий вид критериев согласия***

Критериями согласия обычно называют критерии, предназначенные для проверки простой гипотезы H1={A=A1} при сложной альтернативе H2={A1 неверна}. В нашем случае H2={A=A2}. Критерии согласия принимают решения в пользу той или иной гипотезы, исходя из величины функции отклонения.

Опишем конструкцию критерия для случая двух классов. Пусть существует некая непрерывная функция λ(x), которая обладает следующим свойством:

* если верна гипотеза H1, т.е. объект относиться к классу A1, то λ(x)<C;
* если верна гипотеза H2, т.е. объект относиться к классу A2, то λ(x)≥C.

Величину С называют пороговым значениям отношения правдоподобия **[Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов.].** Пусть это будет значение функции λ(x) в некоторой точке x0. В виде формулы данный критерий можно представить так:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Критерий согласия «работает» по принципу: если при каком-то значении x функция отклонения превышает абсолютное значение, то это свидетельствует в пользу альтернативы, и наоборот **[Чернова Н. И. Математическая статистика].** В дальнейшем рассмотрим три критерия соответствующие трем разным стратегиям.

***1.3 Стратегия Байеса***

Байесовский классификатор – широкий класс алгоритмов классификации, основанный на принципе максимума апостериорной вероятности. Для классифицируемого объекта вычисляются функции правдоподобия каждого из классов, по ним вычисляются апостериорная вероятности классов. Объект относится к тому классу, для которого апостериорная вероятность максимальна.

Подход к классификации основан на теореме, утверждающей, что если плотности распределения каждого из классов известны, то искомый алгоритм можно выписать в ясном аналитическом виде.

Данная стратегия выбора решений направлена на снижение значения средних потерь, т. е. поиск такого решения, чтобы средний риск достигал своего минимума. Такую стратегию называют стратегией Байеса, а минимальный средний риск – байесовским. Она является оптимальной в том случае, если для всех классов объектов, распознаваемых системой, известны функции плотности fi(х1, . . . ,хn), априорные вероятности Р(Аi) и матрица потерь С. Выбор любой другой стратегии приведет к увеличению значения среднего риска, вследствие увеличения числа ошибочных решений. Докажем данное утверждение.

Пусть даны два класса объектов А1 и А2, которые описываются условными вероятностями f1(x) и f2(x) значения признака x. Точка х0 определяет оптимальную решающую границу между классами, разделяя пространство Х на два полупространства Х1 и Х2 (рисунок 1.2). В соответствие со стратегией Байеса, если измеренное значение находиться в полупространстве Х1, то есть х<x0, объект относиться к классу A1, в обратном случае, если х>x0, объекту сопоставляется класс A2.



*Рисунок 1.2 — График условной плотности распределения вероятностей функций f1(x) и f2(x)*

Допустим, выбрана еще какая-то стратегия, которая разделяет пространство Х на два полупространства Х`1 и Х`2. Тогда решения выбираются следующим образом: если х0<x`0, объект относиться к классу A1, если х0≥x`0, объект относиться к классу A2.

Найдём разность средних рисков Rср`-Rср min . Использовав формулу 1.1 и приняв с11=с22=0 и с12=с1, с21=с2, Р(А1)c1= Р(А2)c2λ0, после некоторых преобразований получим:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

В области r2=(x0;x`0]X2, f2(x) > λ0f1(x), следовательно, Rср`-Rср min > 0, а значит Rср`>Rср min.

Допустим теперь, что выбрана стратегия, которая разделяет пространство Х на два полупространства Х``1 и Х``2. Тогда решения выбираются следующим образом: если х0<x``0, объект относиться к классу A1, если х0≥x``0, объект относиться к классу A2.

Найдём разность средних рисков Rср``-Rср min, используя те же обозначения и равенства, что и в предыдущем примере.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

В области r1=[x``0;x0)X1, f2(x) < λ0f1(x), следовательно, Rср``-Rср min > 0, а значит Rср``>Rср min.

Из доказательства следует, что любая из выбранных стратегий не достигает минимального значения среднего риска, кроме стратегии Байеса. Эту стратегию можно описать с помощью теоремы гипотез или формулы Байеса[2].

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.3) |

где Р(Аi|an) – апостериорная вероятность принадлежности объекта к классу Аi при ситуации an, где х=x0.

Пусть M=2, тогда по формуле Байеса для двух классов находятся апостериорные вероятности Р(А1| x0) и Р(А2| x0). Условный риск, связанный с решением отнесения объекта к классу А1 равен:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Условный риск, связанный с решением отнесения объекта к классу А2 равен:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Для байесовской стратегии должна решаться задача с условным минимальным риском, поэтому, например, при принадлежности объекта к классу А2 должно выполняться условие

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Для апостериорных вероятностей формула соответственно будет выглядеть так[4]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Когда объект характеризуется n признаками формула Байеса принимает вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.4) |

Таким образом, байесовское решение в разбираемых задачах описывается линейными неравенствами в апостериорных вероятностях P(Ai/an) **[ Блекуэлл Д., Гиршик М.А. Теория игр и статистических решений.]**.

В том случае, если признаки являются независимыми между собой**[Татузов А.Л. Нейронные сети в задачах радиолокации],** то:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.5) |

Например, при двух независимых признаках распределенных по нормальному закону функция будет иметь вид **[Сенин А.Г. Распознавание случайных сигналов.]:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

При распознавании каждого объекта, данные которых были переданы радиолокационными системами, классификатор может отнести его к одному из M возможных типов. Приведем формулу расчета условных средних потерь для каждого объекта **[Фомин В.Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация.]**:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

С этими потерями классификатор причисляет объект к классу, которому соответствует наименьшие условные потери. Очевидно, что и математическое ожидание полных потерь на множестве всех решений также будет минимизировано. Классификатор, минимизирующий математическое ожидание общих потерь, называется байесовским **[Цифровая обработка изображений в информационных системах]**.

***1.4 Гарантирующая (минимаксная) стратегия***

Стратегию Байеса можно применить только в том случае, если известна матрица потерь С, априорная вероятность P(Ai) и функции fi(x1,…,xn). Если же априорная вероятность неизвестна (на практике может быть известна только матрица потерь и функции плотности), в качестве действующей стратегии выбирают минимаксную.

Её принцип заключается в том, что выбирается такая априорная вероятность, при которой значение байесовского риска будет максимальным. Эта стратегия относиться к классу байесовских.

Рассмотрим два класса А1 и А2. Также примем во внимание, что Р(А2)=1-Р(А1), с11=с22=0 и с12=с1, с21=с2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.6) |

График функции Rср min=f(Р(А1)) представлен на рисунке 1.3. В крайних точках графика Rср min=0. Обозначим точку, в которой график достигает своего максимального значения, как P(A1)=P`(A1). Причём средние потери будут определяться положением касательной в этой точке к кривой Rср min=f(Р(А1)). Выпишем уравнение этой касательной:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

где Q`1=Q1(P`(A1)) и Q`2=Q2(P`(A1)) – ошибки первого и второго рода соответственно при априорной вероятности P(A1)=P`(A1).

Так как в точке P(A1)=P`(A1) функция достигает максимума, касательная в этой точке параллельна, а значит, средние потери при данном состоянии остаются неизменны, даже если меняется значение априорной вероятности.

Таким образом, применение минимаксной теории оставляет постоянными при P(A1)>P`(A1) и P(A1)<P`(A1) средние потери, которые не будут превышать максимальные значения минимальных байесовских потерь.

Рассмотрим, что будет в том случае, если мы выберем значение P(A1)=P``(A1). Уравнение касательной к кривой будет иметь вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |



*Рисунок 1.3 — График зависимости среднего риска Rср от априорной вероятности Р(Аi)*

где Q``1=Q1(P``(A1)) и Q``2=Q2(P``(A1)) – ошибки первого и второго рода соответственно при априорной вероятности P(A1)=P``(A1).

Проанализируем эту касательную. При P(A1)≤P```(A1) касательная не будет превышать значения средних потерь достигнутых при минимаксной теории, но если P(A1)>P```(A1), потери будут возрастать до чрезмерных значений. Выбор же минимаксной стратегии предохраняет от подобных потерь.

Перейдем к алгоритму принятия решений. Для этого продифференцируем выражение 1.6 по P(A1), приравняв производную нулю и исходя из определений ошибок первого и второго рода, получим:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Данное условие равенства средних рисков при ошибках первого и второго рода позволяет определить оптимальное значение х0 и построить следующий алгоритм классификации: если выбираемое значение признака х<x0, то объект принадлежит к классу A1, если же х≥x0, то к классу A2.

Если же мы выбираем значение априорной вероятности равной P(A1)=P`(A1), то, определив пороговое значение коэффициента правдоподобия по формуле (1.4), можем заключить, что при λ(x)< λ`0 объект принадлежит к классу A1, а при λ(x)≥ λ`0 - к классу A2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1.7) |

В общем случае можно отметить, что минимаксная стратегия - это стратегия Байеса при наихудших значениях априорных вероятностей, однако, имеющая при этом гарантированное значение среднего риска.

***1.5 Стратегия Неймана-Пирсона***

Во многих физических ситуациях бывает затруднительно предсказать достаточно реалистичные стоимости и априорные вероятности. В тех случаях, когда нам известна лишь функции плотности fi(х1, . . . ,хn), рассматривают стратегию Неймана-Пирсона.

Основным критерием это ограничить одну из вероятностей неправильного принятия решения и максимизировать (или минимизировать) другую. Суть данной стратегии становиться понятной, если использовать геометрические модели областей классов в пространстве событий an с вероятностной мерой. Однако при этом некоторые значения ошибок жестко задаются наблюдателем, и строится наилучшее при таких условиях разбиение, оптимизирующее совокупность оставшихся свободными элементов.

В зависимости от принимаемого решения при распознавании цели, находиться допустимое значение ошибки первого рода, которое не должно превышать какого-то значения h. При данном ограничении Q1=1(x)dx≤h, требуется найти решение х0 задачи = 2(x)dx. Этим условиям удовлетворяет уравнение 1(x)dx=h, из которого находиться х0. Если выбрать х`0>х0, Q2 будет возрастать. При х`0<х0 возникает противоречие условиям задачи.

Рассмотрим геометрическую интерпретацию пройденных критериев. Для этого построим рабочую характеристику (изображена пунктирной кривой на рисунке 1.4) – график зависимости максимальной мощности D2 = 1 - Q2 от Q1**[Татузов А.Л. Нейронные сети в задачах радиолокации]**. При этом отметим, что если Q1=0, Q2=1, D2=0, а при Q1=1,Q2=0, D2=1. По определению:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Продифференцируем D2 по Q1:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |



*Рисунок 1.4 — Рабочая характеристика приёмника*

∂D2/∂Q1 есть тангенс угла наклона α касательной к рабочей характеристике. Для критерия Байеса касательная при λ=λ0 изображена на рисунке. Абсцисса этой точки определяет условную вероятность ошибки первого рода.

Поиск D2 и Q1 для минимаксного критерия сводится к нахождению уравнения прямой путём дифференцирования по P(A1) выражения для Rср (формула 1.1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Выполнив несложные преобразование получим исходно уравнение прямой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

На рисунке 1.4 это прямая AB. Коэффициент наклона прямой равен (с11-с12)/(с21-с22)=tgβ. Точка пересечения прямой AB с рабочей характеристикой определяет значения D2 и Q1 для минимаксного критерия.

Рассмотрев три стратегии можно выбрать одну основную, на которую будет опираться алгоритм распознавания. В таблице 1.2 приведена их сравнительная характеристика.

*Таблица 1.2 — Сравнение статистических методов селекции и распознавания*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Минимальный риск R | Объем априорных данных |
| Стратегия Байеса | всегда минимальный | максимальный |
| Гарантирующая стратегия | Всегда максимальный | Отсутствует априорная вероятность |
| Стратегия Неймана-Пирсона | Регулируется в зависимости от условий | Отсутствует априорная вероятность и матрица штрафов |

Для данной работы выберем стратегию Байеса, опирающуюся на формулу (1.4), поскольку она предоставляет нам максимально правильную классификацию объектов. При этом естественно предполагается, что у нас будет присутствовать полный набор априорных данных, необходимых для реализации алгоритма по этому критерию. Сложность у всех стратегий примерно одинакова и зависит от количества рассматриваемых классов и признаков объекта. С их возрастанием она будет увеличиваться экспоненциально, поэтому требуется модификация используемых формул из теории.

**2 Синтез системы классификации радиолокационных целей.**

В предыдущей главе было упомянуто о том, что при большом увеличении классов целей сложность алгоритма будет сильно возрастать, поэтому возникает необходимость в поиске оптимального решения задачи. Таким решением может служить смеси многомерных нормальных распределений.

***2.1 Смеси многомерных нормальных распределений***

Важнейшей задачей при разработке радиолокационных станций является определение способа «наилучшей» обработки данных, полученных в результате наблюдений. Наиболее часто при обработке радиолокационных сигналов применяется нормальный  (Гауссов) закон распределения случайной величины.

Так, например, смеси многомерных нормальных распределений позволяют приближать любые непрерывные плотности вероятности. Они являются универсальными аппроксиматорами плотностей. В задачах классификации это позволяет восстанавливать функции правдоподобия классов.

В общем случае функция правдоподобия представляет собой функцию, которая зависит от определенного параметра (признака) при фиксированном событии. Таким образом, она показывает, насколько правдоподобен выбранный параметр при заданном событии. Для определенного класса распознаваемого объекта с рассматриваемым признаком можно определить функцию правдоподобия, представляющую из себя смешанную модель и состоящую из конечного числа нормальных распределений, описываемую формулой:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2.1) |

где – пропорции смешивания () и – условная плотность, распределенная по нормальному закону, которая зависит от вектора , – количество компонентов смеси.

***2.2 Весовые коэффициенты***

также можно назвать коэффициентом важности или весовым коэффициентом, поскольку он определяет важность (вес) компоненты, входящей в рассматриваемую смешанную модель.

Теперь остановимся подробнее на описании методов расчета самих весовых коэффициентов, но для начала опишем некоторые задачи, при которых используются веса :

1. нормировка признаков;
2. степень важности признаков, т.е. наиболее важному признаку или классу приписывается большее значение коэффициента;
3. отбор признаков (). Позволяет не рассматривать ненужные классы или признаки. Это упрощает задачу классификации, сокращая время работы некоторых алгоритмов.

Рассмотрим некоторые методы расчета весовых коэффициентов.

***2.2.1 Метод ранжирования***

Данный метод позволяет упорядочить компоненты по степени возрастания или убывания их влияния в зависимости от особенностей рассматриваемого события. Результаты ранжирования *n* компонент *m* экспертами можно представить в виде таблицы.

*Таблица 2.1 ― Результаты опроса экспертов по рассматриваемым компонентам.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер эксперта | Рассматриваемые компоненты | | | |
| *X*1 | *X*2 | *…* | *Xn* |
| 1 | *r*11 | *r*12 | *…* | *r*1*n* |
| 2 | *r*21 | *r*22 | *…* | *r*2*n* |
| … | *…* | *…* | *…* | *…* |
| *M* | *rm*1 | *rm*2 | *…* | *rmn* |

Оценку важности той или иной компоненты проводит группа специализированных экспертов, и каждый из них представляет свой вектор оценок по данной группе компонент, основываясь на знаниях в области слабо формализованных задач. Компоненты расставляются в порядке их важности по следующему правилу:

1. Эксперт располагает компоненты по убыванию их важности слева направо.
2. Каждой компоненте присваивается оценка от *n* до 1 (самой важной – *n* и далее по убыванию до 1).
3. Для каждой компоненты высчитывается сумма оценок, и далее высчитывается доля от всех полученных сумм. В виде формулы это можно представить так:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

где – весовой коэффициент *j*-й компоненты; – оценка, поставленная *j*-й компоненте *i*-м экспертом .

***2.2.2 Метод непосредственной оценки***

Часто бывает желательным определить, насколько одна компонента более значима, чем другие. Поэтому этот метод основан на том, что эксперты оценивают важность частной компоненты по определённой шкале, например, от 0 до 10. Именно поэтому метод непосредственной оценки иногда именуют также балльным методом или методом прямой расстановки. При этом разрешается оценивать важность дробными величинами или приписывать одну и ту же величину из выбранной шкалы нескольким компонентам. Таблица оценок представлена так же, как и в предыдущем методе .

Алгоритм расчета весовых коэффициентов следующий:

1. Каждый эксперт проставляет оценки по всем компонентам в рамках заданной шкалы.
2. Происходит пересчет оценок по формуле:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

1. Далее полученные оценки для каждой компоненты суммируются и нормируются, также как и в предыдущем методе.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

***2.3 Байесовская оценка весовых коэффициентов***

Весовые коэффициенты по своей сути очень схожи с априорной вероятностью, поэтому их начальная инициализация задается как 1/(количество эталонов).

Используя формулу Байеса в результате проведения моделирования системы с эталонной выборкой значений для определенного класса, мы получаем апостериорные вероятности, которые могут использоваться как достоверная информация для перерасчета весов.

Для такого обучения нам необходимо в формуле 1.3 воспринимать как функцию правдоподобия (формула 2.1). Если функцию правдоподобия представить как:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2.2) |

M – число эталонов;

– функция распределения по Гауссу, в которой:

* – вектор измеренных значений j-го класса;
* - значение i-го эталона;
* – дисперсия эталона j-го класса.

Подставив её в формулу 1.3, получим формулу для расчета апостериорной вероятности по классам.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2.3) |

– априорная вероятность;

N – количество классов;

***2.4 Метод от противного***

Для расчета весовых коэффициентов также можно использовать метод от противного.

Пусть задана выборка