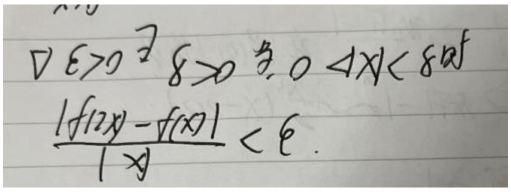
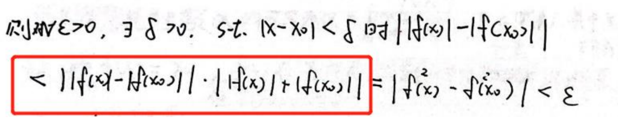
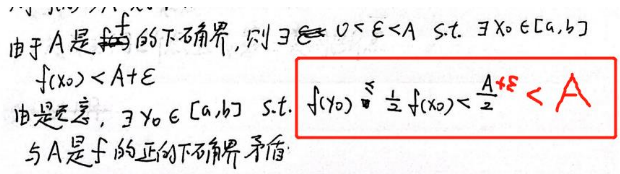
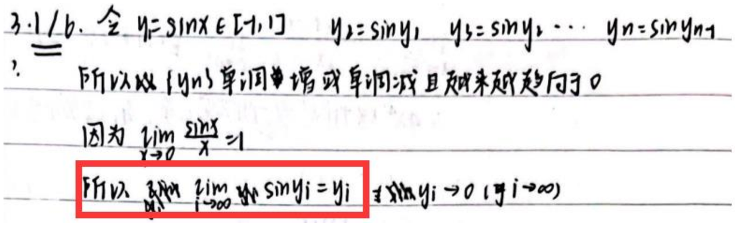
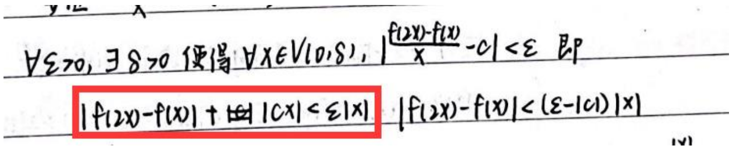
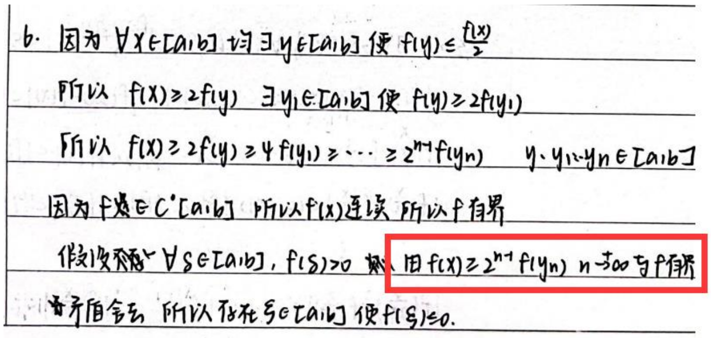
学号的后三位	情况反馈
001	
001	3.3/8(1)错误，只在 0 处连续
004	
004	优秀
004	优秀
005	3.2/8 题：记错 o 和 O 定义  3.2 节写得太简略了，你不能只是写答案。漏交 3.3 节的题。
007	优秀
009	3.2/2 题：没有阶数？？ 3.3/5 题：这个不等式放缩过得去吗  3.3/6 题：小细节 
010	3.1/6 题：写得太过于复杂，直接用|sin x| < |x|即可

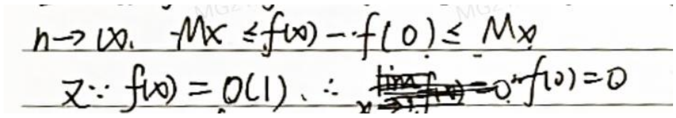
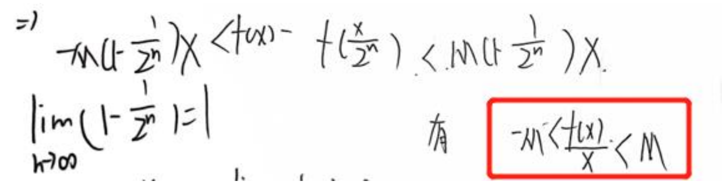
	则 $\{a_n\}$ 单调递减且有界，则 $\{a_n\}$ 收敛 设 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\alpha\in[0,1]$ 假设 $\alpha\in(0,1]$，则 $\alpha\le a_n\le 1$ 则 $\forall\varepsilon>0, \exists N\in\mathbb{N}$, s.t. $\forall n>N$, $\lvert a_n-\alpha\rvert<\varepsilon \Rightarrow \alpha\le a_n<\alpha+\varepsilon$ $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{\sin a_n}{a_n}=\frac{1}{1+\frac{a_n-\sin a_n}{\sin a_n}}\le\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1-\frac{\alpha-\sin\alpha}{\alpha}$，令 $t=\frac{\alpha-\sin\alpha}{\alpha}$ 则 $\frac{a_{n+1}}{a_n}\le 1-t$, $1>t>0$ 任取 $n_0>N_1$ $\alpha\le a_{n_0}<\alpha+\varepsilon$ $1-t=\frac{\frac{1}{t}-1}{\frac{1}{t}}=\frac{1}{1+\frac{1}{\frac1t-1}}$ 取 $N_1=[\frac1t]$ 则 $(1-t)^{N_1}=\frac{1}{(1+\frac{1}{\frac1t-1})^{[\frac1t]}}<\frac{1}{(1+\frac{1}{\frac1t-1})^{\frac1t-1}}<\frac12$ 则 $a_{N_1+n_0}=a_{n_0}\cdot\frac{a_{n_0+1}}{a_{n_0}}\cdot\frac{a_{n_0+2}}{a_{n_0+1}}\cdots\frac{a_{N_1+n_0}}{a_{N_1+n_0-1}}<\frac12 a_{n_0}<\frac12\alpha+\frac12\varepsilon$ 当取 $\varepsilon<\alpha$ 时，$a_{N_1+n_0}<\alpha$，但 $N_1+n_0>N$，矛盾 则 $\alpha=0\Rightarrow\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots\sin(x))=0$ 3.2/5(5)题：算错 3.2/8 题：注意保序性。 $\lvert f(x)-f(\frac{x}{2^n})\rvert\le(1-\frac{1}{2^n})\cdot M\cdot\lvert x\rvert<M\cdot\lvert x\rvert$ $n\to+\infty$ 时，$\lvert f(x)\rvert<M\lvert x\rvert$ 3.3/6 题：为什么从局部有界用 Heine 定理就能推出有界？ 6. 假设 $\forall x\in[a,b]$, $f(x)>0$ $f\in C^0[a,b]\Rightarrow f$ 在 $[a,b]$ 上局部有界 由 Heine 定理可知 f 在 $[a,b]$ 上有界 3.3/8(1)、9(2)题：复习间断点的定义 3.3/12 题：太过简略。
020	3.3/6 题：为什么 $\{x_n\}_{n\ge1}^{\infty}$ 在 $[a,b]$ 闭区间中有聚点 x.
021	优秀
025	3.3/5 题：不要丢了绝对值 5. ∵对 $\forall x_0$, $\lim_{x\to x_0} f^2(x)=f^2(x_0)$；若 $f(x_0)=0$，则 $\forall\varepsilon,\exists\delta_1>0,\forall x\in V(x_0,\delta_1)$， $f(x_0)\ne0$ 时 $\forall\varepsilon,\exists\delta_2>0,\forall x\in V(x_0,\delta_2)$ 时 $\lvert f^2(x)-f^2(x_0)\rvert<\lvert f(x_0)\rvert\varepsilon$ ∴ $\lvert\lvert f(x_0)\rvert-\lvert f(x)\rvert\rvert<\frac{\boxed{f(x_0)\varepsilon}}{\lvert f(x_0)\rvert+\lvert f(x)\rvert}\le\varepsilon$，即 $\lvert f(x)\rvert$ 在 x_0 处连续，得证 3.3/6 题：跟什么东西矛盾 6. 假设 $f(x)>0$，则 $f(x)$ 有下界，设 $\alpha=\inf\{f(x)\mid x\in[a,b]\}$，假设 $\alpha>0$，对任 ε 有 $f(y)\le\frac12 f(x)=\frac12(\alpha+\varepsilon)$，$\boxed{矛盾}$，则只能 $\alpha=0$.
026	

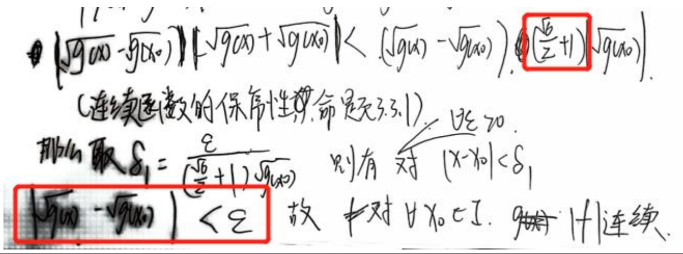
029	
031	3.1/6 题：第二行错误。 6. $\lvert\sin x\rvert \le 1 \quad \lvert\sin x\rvert \le \lvert x\rvert$. $-a^n < \sin(\sin(\cdots(\sin x)))$ (n 次复合函数) $< a^n$，其中 $0<a<1$. 3.2/1(3)题：错误 3.2/2(3)题：错误 3.2/8 题：记错 o 和 0 记号定义了，亦或者你没写清楚 8. 证明：$\lim_{x\to 0} f(x) = 0$. 设 $\boxed{-\varepsilon \le \frac{f(2x)-f(x)}{x} \le \varepsilon}$ $-\frac{\varepsilon}{2^k}x \le f(\frac{1}{2^{k-1}}x) - f(\frac{1}{2^k}x) \le \frac{\varepsilon}{2^k}x$ 叠加法：$-\varepsilon(1-\frac{1}{2^n})x \le f(x) - f(\frac{1}{2^n}x) \le \varepsilon(1-\frac{1}{2^n})x$ $n\to\infty$ 时 $-\varepsilon \le \frac{f(x)}{x} \le \varepsilon$ $\therefore f(x) = O(x)\ (x\to 0)$. 3.3/5 题：|f(x)|连续是你要证的，还不知道|f(x)|是不是连续呢，你不能用结论来推结论 5. 证明：$\lim_{x\to x_0} f^2(x) = f^2(x_0)$ （x_0 为 R 上任意实数） 若 $\lim_{x\to x_0}\lvert f(x)\rvert \ne \lvert f(x_0)\rvert$ $\therefore$ 由连续函数的四则运算得：$\lim_{x\to x_0} f^2(x) \ne f^2(x_0)$ 矛盾.
034	3.2/3(3)题：错误 3.3/5 题：这个推不出连续，你还要证它大于- ε $\therefore \lvert f(x)\rvert < \lvert f(x_0)\rvert + \varepsilon$ $\lvert f(x)\rvert - \lvert f(x_0)\rvert < \varepsilon$
035	3.2/3(5)题：错误 3.2/8 题：保序性是把小于号变成小于等于号，注意细节。
038	3.3/9(2)题：无理数？
039	3.2/8 题：记错 o 和 0 定义 8. $\because f(2x) - f(x) = O(x)\ (x\to 0)$ $\therefore \forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0$, 当 $x\in V(0,\delta)$ $\frac{\lvert f(2x)-f(x)\rvert}{x} < \varepsilon$. $\therefore \lvert f(2x)-f(x)\rvert < \lvert x\rvert\varepsilon$. $\cdots\cdots \lvert f(\frac{x}{2^{n-1}}) - f(\frac{x}{2^n})\rvert < \frac{\lvert x\rvert}{2^n}\varepsilon$ $\because f(x) = o(1)$ $\therefore \lim_{n\to\infty} f(\frac{x}{2^n}) = 0$ $\therefore \lvert f(x) - f(\frac{x}{2^n})\rvert < \lvert\frac{x}{2}+\cdots+\frac{x}{2^n}\rvert\varepsilon$ $\therefore \lvert\frac{f(x)}{x}\rvert < (1-\frac{1}{2^n})\varepsilon < \varepsilon$ $\therefore f(x) = O(x)$ 3.3/5 题：你是用反证法吗？为什么这里能推出来 $\therefore f(x_n) \le \frac{f(x)}{2^{n-1}}$ $\because \lim_{n\to\infty}\frac{f(x)}{2^{n-1}} = 0$ $\therefore f(x_n) \le 0$.
040	3.1/6 题：此处写得不规范

<table>
<tr><td></td><td>

3.2/8 题：此处不等式放缩错误


3.3/6 题：不等号右边极限为什么趋于无穷？万一如果 f(y_n)=1/2^{n-1}怎么办


3.3/8,9 题：间断点定义再回顾一下</td></tr>
<tr><td>045</td><td>3.2/8 题：不规范的写法。复习极限的定义是定义在空心开邻域的！

</td></tr>
<tr><td>046</td><td></td></tr>
<tr><td>051</td><td>3.2/8 题：极限保序性是把小于号变成小于等于号。


3.3/5 题：这两个是怎么推出来的？

</td></tr>
</table>

052	3.1/6 题：过于简略，为什么两边极限是 0 3.3/5 题：证明不对，推不出来 即 $\left\lvert\lvert f(x)\rvert-\lvert f(x_0)\rvert\right\rvert<\frac{\varepsilon}{\lvert f(x)\rvert+\lvert f(x_0)\rvert}$ 由 f 连续，可知 f 局部有界，故 $\lvert f(x)\rvert$ 也局部有界．则又由 ε 的任意性 得 $\lvert f(x)\rvert$ 也连续
053	3.2/2(3)复习阶的定义！ 故 $[\ln(1+x)-\ln(1-x)]$ 的阶为 1， 且 $[\ln(1+x)-\ln(1-x)]\sim\frac{2x}{1-x}\ (x\to0^+)$. 3.2/8 题：保序性写错了，应为小于等于 $\lvert f(\frac{x}{2^{n-1}})\rvert-\lvert f(\frac{x}{2^n})\rvert<\frac{M}{2^n}\lvert x\rvert$. 累加得 $\lvert f(x)\rvert-\lvert f(\frac{x}{2^n})\rvert<(1-\frac{1}{2^n})M\lvert x\rvert$. 又由 $f(x)=o(1)$ 和归结原理. $\forall\varepsilon>0\ \exists N\in\mathbb{N}$ s.t. $\forall n>N$. $\lvert f(\frac{x}{2^n})\rvert<\varepsilon$ $\boxed{故\ \lvert f(x)\rvert<M\lvert x\rvert.}$ ~~对n有~~ 当 $n\to+\infty$ $\lvert\frac{f(x)}{x}\rvert<M.\ (x\to0)$. $f(x)=O(x)\ (x\to0)$. 3.3/5 题，反证法的逆否命题写得不清楚 5. 证明如果 $\lvert f\rvert$ 不连续. 则 $\exists x_0$ s.t. $\lim_{x\to x_0}\lvert f(x)\rvert\ne\lvert f(x_0)\rvert$. 即 $\exists x_0\ \exists\varepsilon_0\ \forall\delta$, s.t. $\boxed{\ }$ $x\in U(x_0,\delta)$ 3.3/8(1)题，在 0 处连续。 3.3/12 题，这不是极限的保序性！
055	3.2/5(5)题：算错
056	3.1/6 题：需要证明极限存在 T6. 令 $H=\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\sin\cdots(\sin x)))$ 则有 $\sin H=H$ 解得 $H=0$ ⇒ 原极限值为 0 3.2/8 题：保序性记错了，应为小于等于 $\Rightarrow \lvert f(x)-f(\frac{x}{2^n})\rvert\le\lvert f(x)-f(\frac{x}{2})\rvert+\cdots+\lvert f(\frac{x}{2^{n-1}})-f(\frac{x}{2^n})\rvert$ $<(\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2^n})\cdot A\cdot\lvert x\rvert<\lvert x\rvert\cdot A$ 当 $n\to\infty$ 时，有 ∵ $f(x)\to0\ (x\to0)$ ⇒ $\boxed{\lvert f(x)\rvert<\lvert x\rvert\cdot A}$ 3.3/5 题：x 只能依赖于 epsilon，这里依赖关系过于混乱 $x\in U(x_0,\delta)$ 时 ②. $\lvert f(x)\rvert+\lvert f(x_0)\rvert\ne0$ ~~$x\in(-\delta$~~ ⇒ $\left\lvert\lvert f(x)\rvert-\lvert f(x_0)\rvert\right\rvert<\frac{\varepsilon}{\lvert f(x)\rvert+\lvert f(x_0)\rvert}$ 则对 $\boxed{\forall(\lvert f(x)\rvert+\lvert f(x_0)\rvert)\cdot\varepsilon}$ 有 $\left\lvert\lvert f(x)\rvert-\lvert f(x_0)\rvert\right\rvert<\varepsilon$. ⇒ $\lvert f\rvert$ 为连续函数 3.3/6 题：良序原理是什么 不妨构造数列 $a_n=\{f(x)\mid x\in[a,b]\}$ $a_{n_k}=f(n_k)$, $n_k\in[a,b]$, $k=1,2\cdots$ ∵ $a_{n_k}>0$，由 $\boxed{良序原理}$ ⇒ $\exists n_{k_0}$ s.t. $a_{n_{k_0}}\le\inf\{a_n\}$ 由题意得 $\exists n_k'$ s.t. $a_{n_k'}\le\frac{a_{n_{k_0}}}{2}<a_{n_{k_0}}$ 矛盾 ⇒ $\exists\xi\in[a,b]$, $f(\xi)\le0$

	3.3/8、9 题：请写完整过程。
058	
061	3.2/5 题：不规范的记号 5.(1) $x\to 0$时 $\tan x \sim x$ $1-\cos x \sim \frac{1}{2}x^2$ $\lim_{x\to 0}\frac{x\tan x}{1-\cos x} = \frac{x\cdot x}{\frac{1}{2}x^2} = 2$ (3) $x\to 0$时 $ax\to 0$ $bx\to 0$ $\lim_{x\to 0}\frac{e^{ax}-1}{e^{bx}-1} = \frac{ax}{bx} = \frac{a}{b}$ 3.3/5 题：推不出来 $\|f(x)\| < \|f(x_0)\| + \varepsilon$ $\big\|\|f(x)\| - \|f(x_0)\|\big\| < \varepsilon$ X ∴ $\|f\|$在$\forall x_0\in I$上连续，即为连续函数 3.3/6 题：a_n 是什么 3.3/8,9 题：复习间断点定义，不要想当然
063	3.2/8 题：极限保序性是把小于变成小于等于，注意细节。
065	3.1/6 题：要先证明极限存在 3.1 南京大学 NANJING UNIVERSITY 6. 解：设 $\lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin x)))$ (n次复合) $= \lim_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin x)))$ (n-1次复合) $=t$ ∵ $\sin x$ 连续 3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 O(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！ 8. 证明：∵ $f(2x)-f(x)=O(x)$ $(x\to 0)$ ∴ $f(x)-f(\frac{x}{2})=O(x)$ $(x\to 0)$ $f(\frac{x}{2})-f(\frac{x}{4})=O(x)$ $(x\to 0)$ ⋮ $f(\frac{x}{2^n})-f(\frac{x}{2^{n+1}})=O(x)$ $(x\to 0)$ ∴上式相加得 $f(x)-f(\frac{x}{2^n})=O(x)$ $(x\to 0)$
074	3.3/5 题：此处需要写严谨 3.5, 证明：$\forall\varepsilon>0, \exists\delta$, $x\in U(x_0,\delta)\cap I$ $\|f^2(x)-f^2(x_0)\|<\varepsilon^2$ $\|f(x)-f(x_0)\|\|f(x)+f(x_0)\|<\varepsilon^2$ 不可能 $\|f(x)-f(x_0)\|\geq\varepsilon$ 且 $\|f(x)+f(x_0)\|\geq\varepsilon$ 故 $\|f(x)-f(x_0)\|$ 与 $f(x)+f(x_0)$ 中至少有一个小于ε 故 $\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$或$-f(x_0)$ 则 $\lim_{x\to x_0}\|f(x)\|=\|f(x_0)\|$ 即 $\|f\|$ 也是连续函数 3.3/6 题：这是为什么？

<table>
<tr><td></td><td>∀x∈[a,b], 均∃y∈[a,b]
由题设这样的 x_i 有无穷多个
$\boxed{故\ \exists\xi\in[a,b],}$ s.t $f(\xi)=\lim_{n\to\infty}f(x_n)$
即 $f(\xi)\le 0$</td></tr>
<tr><td>076</td><td>3.3/5 题：epsilon_1 依赖于 x，而 x 依赖于 epsilon，所以 epsilon_1 不是任意取的。

5. 由于 f^2 为连续函数，记其定义域为 I.
则 $\forall x_0\in I$, s.t. $f^2(x_0)=\lim_{x\to x_0}f^2(x)$
即 $\forall\varepsilon_0>0,\forall x_0\in I$, $\exists\delta>0$, s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$, $|f^2(x)-f^2(x_0)|<\varepsilon_0$
由于 $f^2(x)-f^2(x_0)=(|f(x)|+|f(x_0)|)(|f(x)|-|f(x_0)|)$
故令 $\varepsilon_1>0$, s.t. $\varepsilon_1=(|f(x)|+|f(x_0)|)\varepsilon_0$
若 $|f(x)|+|f(x_0)|=0$，则 $|f(x)|-|f(x_0)|\equiv 0$，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续.
若 $|f(x)|+|f(x_0)|>0$，则 $||f(x)|-|f(x_0)||<\varepsilon_1$
由 ε_0 的任意性可知：ε_1 也具有任意性 $(\varepsilon_1>0)$
即 $\forall\varepsilon>0,\forall x_0\in I,\exists\delta>0$, s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$, $||f(x)|-|f(x_0)||<\varepsilon$
故 $|f(x)|$ 连续

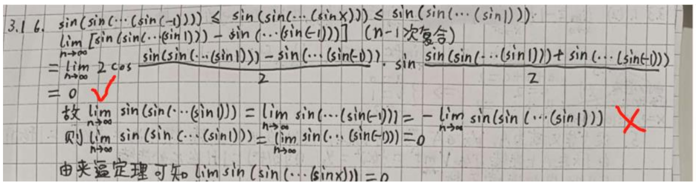
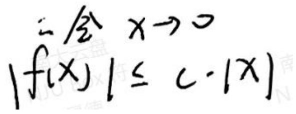
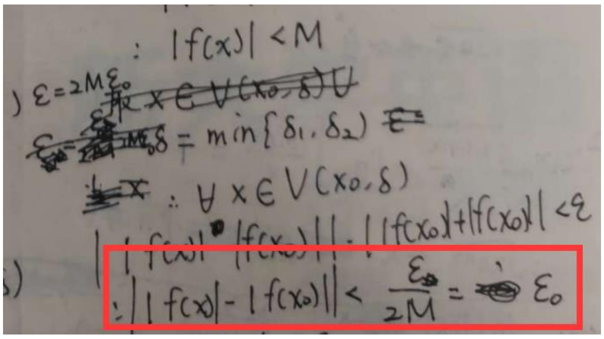
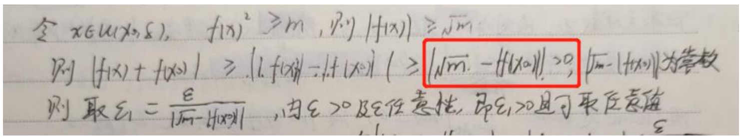
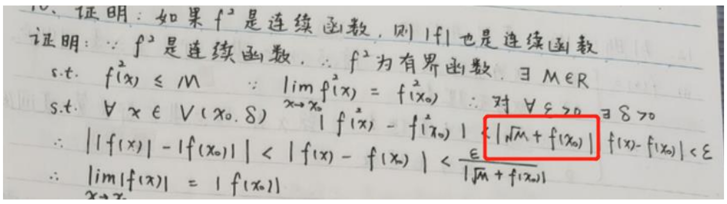
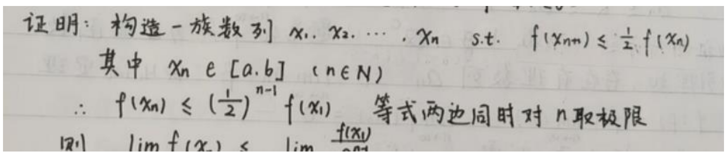
3.3/6 题：x_n 不一定有极限（你可以考虑找个收敛子列，然后用连续性来导出矛盾。）

6. 假设 $\forall\xi\in[a,b]$, $f(\xi)>0$,
~~由 f(x) 在 [a,b] 上连续可知~~
$\forall x_1\in[a,b]$, $\exists x_2\in[a,b]$, s.t. $f(x_2)\le\frac{f(x_1)}{2}$
$\exists x_3\in[a,b]$, s.t. $f(x_3)\le\frac{f(x_2)}{2}$
……
由此构造序列 $\{a_n\}$: $a_1=f(x_1)$, $a_n\le\frac{1}{2}a_{n-1}$ $(n\ge2)$.
则有 $a_n\le\frac{1}{2^n}a_1$
由于 $\forall x\in[a,b]$, $f(x)>0$, 可知 $\{a_n\}$ 下降且有界
故 $\lim_{n\to\infty}a_n$ 存在且 $\lim_{n\to\infty}a_n\le\lim_{n\to\infty}\frac{a_1}{2^n}=0$
又有 $a_n>0$.
故 $\lim_{n\to\infty}a_n=0$.
~~若 m≠n, 则 $a_m=a_n$ … $f(x_n)$ 与 x_n 一一对应.~~
由于 $x_n\in[a,b]$, $\boxed{故\ \lim_{n\to\infty}x_n\in[a,b]}$
故 $\exists x_0\in[a,b]$, $f(x_0)=\lim_{x\to x_0}f(x_0)=0$.</td></tr>
<tr><td>083</td><td></td></tr>
<tr><td>085</td><td>不要罗列公式，请写多点文字说明。
3.1/6 题：x^{1/2^n}趋于 1.
3.2/1(1)(3)题：不规范的写法。

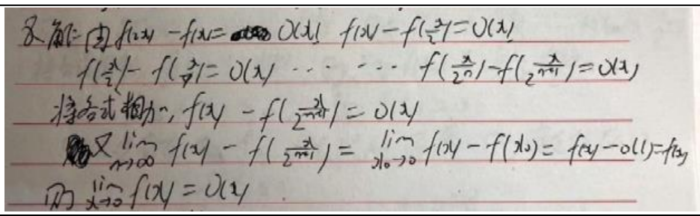
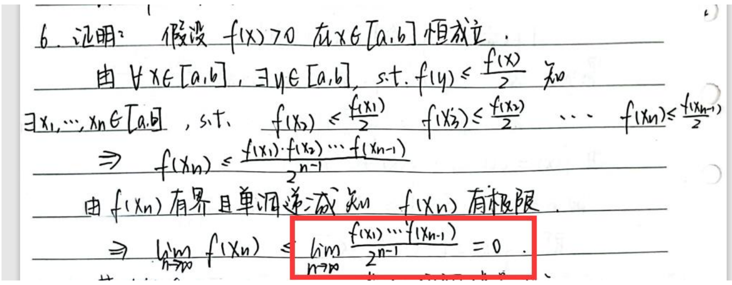
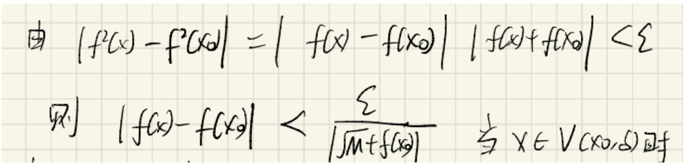
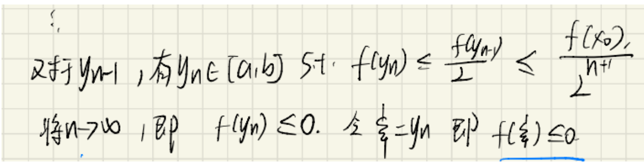
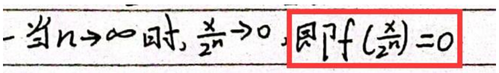
3.2 1.(1) $\lim_{x\to0^+}\sin\sqrt{x}=\sqrt{x}$ ⇒ $\lim_{x\to0^+}x\sin\sqrt{x}=x^{\frac{3}{2}}$.
(3). $\lim_{x\to0}\sqrt{1+x^2}-1=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}+1}$
而 $\lim_{x\to0}\sqrt{1+x^2}+1=2$ 故 $\lim_{x\to0}\sqrt{1+x^2}-1=\frac{x^2}{2}$.

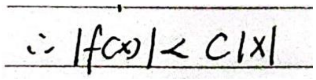
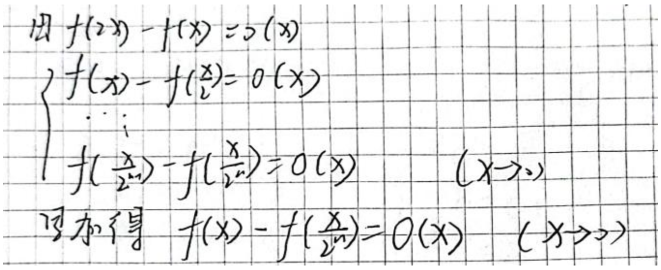
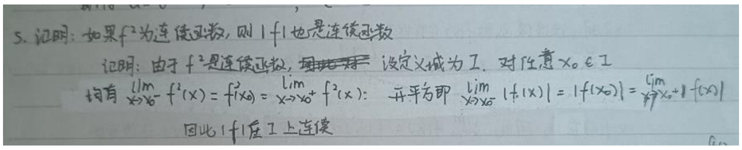
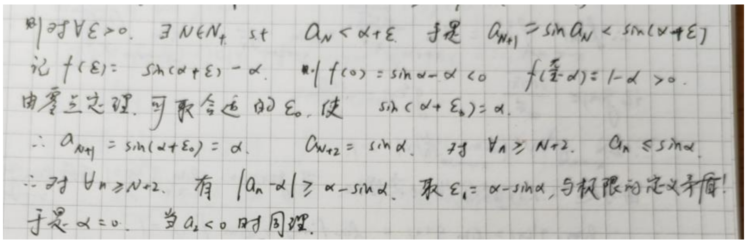
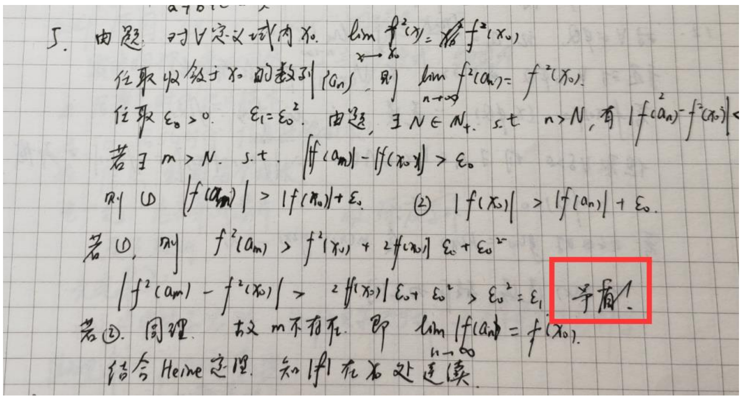
3.2/2(3)复习阶的定义！在求多少阶等价无穷小量的时候不要保留 1/(1-x)</td></tr>
</table>

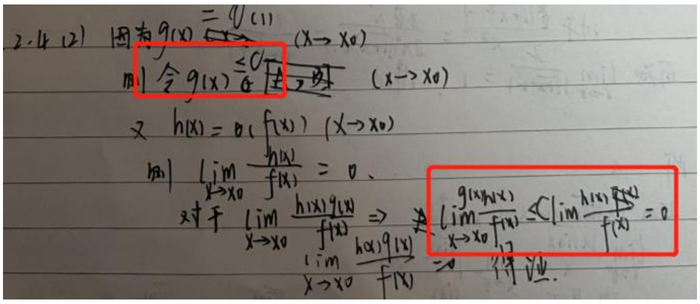
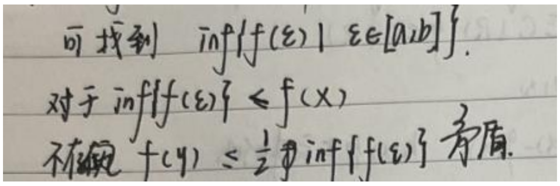
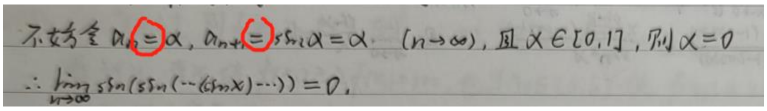
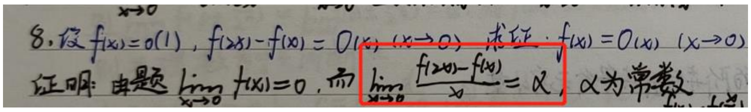
	而 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{2x}{1-x}}{2x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{1-x}=1$，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+\frac{2x}{1-x})}{\frac{2x}{1-x}}=1$ 故阶为 1 $\ln(1+x)-\ln(1-x)\sim\frac{2x}{1-x}$ 3.2/8 题：第二个等号是为什么？而且写得不规范，而且思路有误。 3.3/5 题：倒数第三行。 3.3/6 题：推不出 f(x_n)≤0，只能推出 lim f(x_n)≤0. 3.3/9(2)题：整数呢？
085	优秀
085	3.2/8 题：绝对值不等式放缩错误。 取适当的 $C.\varepsilon$ 使得 $\exists x_0\in V(0,\min\{\delta_1,\delta_2\})$ 满足 $\left\|\frac{f(2x_0)}{2x_0}\right\|>C$ 且 $M<\min\{\|2C-\|\frac{\varepsilon}{x_0}\|\|,\|\|\frac{2\varepsilon}{x_0}\|-M\|\}$ 则：① $\|x\|>\frac{\varepsilon}{2C}$ 时： $\left\|\frac{f(2x_0)-f(x_0)}{x_0}\right\|\geq\boxed{\left\|2\left\|\frac{f(2x_0)}{2x_0}\right\|-\left\|\frac{f(x_0)}{x_0}\right\|\right\|>\left\|2C-\left\|\frac{\varepsilon}{x_0}\right\|\right\|}>M$ 3.3/6 题：这个下确界能取到吗？如果能，为什么？ 又 $f(x)\subset R[x]$，则 $f(x)$ 有下确界 m，$m>0$ 故 $\exists x_0\in[a,b]$，$f(x_0)=m$.
086	3.3/5 题：过于简略 5. 证明：∵ $f^2(x)$ 连续，令 $x_0\in A$，A 为定义域. ∴ $\lim\limits_{x\to x_0^-}f^2(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f^2(x)$ ∴ $\lim\limits_{x\to x_0^-}\|f(x)\|=\lim\limits_{x\to x_0^+}\|f(x)\|$ ∴ $\|f(x)\|$ 也连续.
087	3.2/8 题：让 x 趋于 0 时，f(2x)也会趋于 0，这样写是错的 8. 由题 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$. 而在 $\mathring{U}(0;\delta)$ 中，有 $\|f(2x)-f(x)\|\leq M\|x\|$ 即 $-M\|x\|+f(x)\leq f(2x)\leq M\|x\|+f(x)$ 当 δ 足够小时，$f(x)\to 0$ $(x\to 0)$ 故有 $-M\|x\|\leq f(2x)\leq M\|x\|$
089	3.2/8 题：极限保序性是把小于号变成小于等于。 各式相加得，$\|f(x)\|<\|f(\frac{x}{2^n})\|+C\|x\|(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n})<\|f(\frac{x}{2^n})\|+C\|x\|$ 由 $f(x)=o(1)$，$(x\to 0)$ Heine 定理 $\frac{x}{2^n}\to 0$ $(n\to\infty)$ 且 $\frac{x}{2^n}\neq 0$. ⇒ $\lim\limits_{n\to\infty}\|f(\frac{x}{2^n})\|=0$. 在不等式两边 $n\to\infty$ 得. $\|f(x)\|<C\|x\|$ 3.3/6 题：你是用了反证法吗？写清楚你用了反证法。 6. 证明. 若 $f(x)\leq 0$. 则存在 $\xi=x$ s.t. $f(\xi)\leq 0$. 下取 x_0. s.t. $f(x_0)>0$. 则 $\exists y_1\in[a,b]$. s.t. $f(y_1)\leq\frac{f(x_0)}{2}$. $\exists y_2\in[a,b]$ s.t. $f(y_2)\leq\frac{f(y_1)}{2}\leq\frac{f(x_0)}{4}$ 同理得 $f(y_n)\leq\frac{f(x_0)}{2^n}$ 令 $n\to\infty$. 得 $f(y_n)\leq 0$. 综上. $\exists\xi\in[a,b]$. s.t. $f(\xi)\leq 0$ □
095	3.1/6 题：这样证极限存在是错误的。你应该用单调有界原理

<table>
<tr><td></td><td>
3.1 6. $\sin(\sin(\cdots(\sin(-1)))) \le \sin(\sin(\cdots(\sin x))) \le \sin(\sin(\cdots(\sin 1)))$
$\lim\limits_{n\to\infty}[\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) - \sin(\cdots(\sin(-1)))]$ (n-1次复合)
$= \lim\limits_{n\to\infty} 2\cos\frac{\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) - \sin(\cdots(\sin(-1)))}{2} \cdot \sin\frac{\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) + \sin(\cdots(\sin(-1)))}{2}$
$= 0$
故 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) = \lim\limits_{n\to\infty}\sin(\cdots(\sin(-1))) = -\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1)))$
则 $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin 1))) = \lim\limits_{n\to\infty}\sin(\cdots(\sin(-1))) = 0$
由夹逼定理可知 $\lim \sin(\sin(\cdots(\sin x))) = 0$</td></tr>
<tr><td>096</td><td></td></tr>
<tr><td>102</td><td>3.2/8 题：不规范的写法

∴令 $x \to 0$
$\vert f(x)\vert \le c\cdot\vert x\vert$
3.3/8，9 题：复习间断点定义。</td></tr>
<tr><td>106</td><td>3.2/8 题：这一步放缩不过去吧？

$\because \vert f(x)\vert < M$
$\varepsilon = 2M\varepsilon_0$ ~~取 $x\in V(x_0,\delta)$~~
$\delta = \min\{\delta_1,\delta_2\}$
$\therefore \forall x\in V(x_0,\delta)$
$\vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert \le \vert f(x_0)\vert + \vert f(x_0)\vert < \varepsilon$
$\boxed{\therefore \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert < \frac{\varepsilon_0}{2M} = \varepsilon_0}$</td></tr>
<tr><td>108</td><td>3.2/2(3)题：在求多少阶等价无穷小量的时候不要保留 1/(1-x)
3.3/5 题：这个大于 0 如何保证？x0 是最小值点呢？

令 $x\in U(x_0,\delta)$，$f(x)^2 \ge m$，则 $\vert f(x)\vert \ge \sqrt{m}$
则 $\vert f(x)+f(x_0)\vert \ge \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert \ge \boxed{\vert\sqrt{m} - \vert f(x_0)\vert\vert > 0}$ $\vert\sqrt{m}-\vert f(x_0)\vert\vert$为常数
则 取 $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{\vert\sqrt{m}-\vert f(x_0)\vert\vert}$，由$\varepsilon>0$及$\varepsilon$任意性，即$\varepsilon_1>0$且可取任意值
3.3/8(1)题、9(2)题：错误</td></tr>
<tr><td>109</td><td></td></tr>
<tr><td>119</td><td></td></tr>
<tr><td>127</td><td>第 7 题：不能取 n 趋于无穷，不在定义域内。
第 10 题：注意绝对值

10、证明：如果 f^2 是连续函数，则 $\vert f\vert$ 也是连续函数
证明：$\because f^2$ 是连续函数，$\therefore f^2$ 为有界函数，$\exists M\in R$
s.t. $f^2(x) \le M$ $\because \lim\limits_{x\to x_0} f^2(x) = f^2(x_0)$ $\therefore$ 对 $\forall\varepsilon>0$ $\exists\delta>0$
s.t. $\forall x\in V(x_0,\delta)$ $\vert f^2(x) - f^2(x_0)\vert < \boxed{\vert\sqrt{M}+f(x_0)\vert}\,\vert f(x)-f(x_0)\vert < \varepsilon$
$\therefore \vert\,\vert f(x)\vert - \vert f(x_0)\vert\,\vert < \vert f(x) - f(x_0)\vert < \frac{\varepsilon}{\vert\sqrt{M}+f(x_0)\vert}$
$\therefore \lim\limits_{x\to x_0}\vert f(x)\vert = \vert f(x_0)\vert$
第 11 题：极限不一定存在

证明：构造一族数列 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ s.t. $f(x_{n+1}) \le \frac{1}{2}f(x_n)$
其中 $x_n\in[a,b]$ $(n\in N)$
$\therefore f(x_n) \le (\frac{1}{2})^{n-1} f(x_1)$ 等式两边同时对 n 取极限
则 $\lim f(x_n) \le \lim \frac{f(x_1)}{2^{n-1}}$</td></tr>
</table>

129	3.2/8 题：极限保序性把小于号变成小于等于 其他题的过程太过简略，不能只是写个答案
129	3.1/6 题：不要用后面的知识 3.3/5 题：不要丢了绝对值 3.3/8(1)题：不规范的表述 8.(1). 当 $x\to 0$ 时, 取 $\varepsilon=\delta$, 当 $\lvert x\rvert<\delta$ 时 $\lvert f(x)\rvert<\varepsilon$
130	3.2/8 题：极限保号性是把小于号变成小于等于 $\lvert f(x)\rvert < M(1-\frac{1}{2^n})\lvert x\rvert < M\lvert x\rvert \Leftarrow \left\lvert \frac{f(x)}{x}\right\rvert < M$
131	优秀
135	优秀
137	3.2/8 题：极限保序性把小于号变成小于等于号。另外记错了 o 和 0 记号的定义了。 相加得 $\lvert f(x)\rvert < \varepsilon\left\lvert \frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\dots+\frac{x}{2^n}\right\rvert + \left\lvert f(\frac{x}{2^n})\right\rvert$ $< \left\lvert f(\frac{x}{2^n})\right\rvert + \varepsilon\lvert x\rvert$ (*) $\because \frac{x}{2^n} \xrightarrow{n\to\infty} 0$ 且 $\frac{x}{2^n}\neq 0$ $\therefore f(\frac{x}{2^n}) \xrightarrow{n\to\infty} 0$ (*)可化为 $\lvert f(x)\rvert < \varepsilon\lvert x\rvert \Rightarrow \left\lvert\frac{f(x)}{x}\right\rvert < \varepsilon$ 3.3/8,9 题：写清楚步骤。
144	3.1/6 题：|sin x|<=|x|可直接用，不用证明。
146	优秀
152	3.1/6 题空了 3.2/5(3)(5)：用极限的四则运算性质来计算。 3.3/3 题：算错了 3.3/8,9 题：把步骤写完整，并复习间断点定义 3.3/12 题空了，
159	优秀
168	3.2/3(5)题错误。 (5) $\frac{1}{\sqrt{x}} \sim 0\ (x\to+\infty)$, 则 $1+\sqrt{x}\sim\sqrt{x}\ (x\to+\infty)$ 则 $\sqrt{1+\sqrt{x+\sqrt{x}}} \sim \sqrt{1+\sqrt{x}} \sim \sqrt{\sqrt{x}} \sim x^{\frac{1}{4}}\ (x\to+\infty)$ 阶为 $\frac{1}{4}$. 3.2/5(5)题算错。 3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 0(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！

	
171	优秀
174	3.3/6 题：这为什么趋于 0？  8、9 题没提交
176	优秀
177	3.1/6 题：错误，先证明极限存在。 3.2/5(5)题：错误
185	
193	3.3/5 题：注意绝对值  3.3/6 题：{y_n}极限不一定存在 
204	
210	3.1/6 题：能推出收敛，但推收敛于 0 跳步 3.2/4(2)题：不等式错误. f(x)可能是负，建议加绝对值 3.2/5(5)题：计算错误 3.3/1(2)题：取整记号计算错误 3.3/5 题：请用 epsilon-delta 语言证明 3.3/9(2)题：理由不充分
214	优秀
218	3.2/8 题：不规范的写法  并且此处应为小于等于（极限保序性）

	 $\therefore |f(x)| < C|x|$
225	优秀
230	3.2/8 题：不能这样加，这样会得到 O(nx). 还是要用 epsilon-delta 语言写清楚！  由 $f(2x)-f(x)=o(x)$ $f(x)-f(\frac{x}{2})=o(x)$ $\vdots$ $f(\frac{x}{2^{n-1}})-f(\frac{x}{2^n})=o(x) \quad (x\to 0)$ 累加得 $f(x)-f(\frac{x}{2^n})=o(x) \quad (x\to 0)$
251	没按要求提交完整的作业
254	优秀
260	3.3/5 题：说清楚为什么可以开平方  5. 证明：如果 f^2 为连续函数，则 $\|f\|$ 也是连续函数 证明：由于 f^2 是连续函数，~~由此可得~~ 设定义域为 I，对任意 $x_0 \in I$ 均有 $\lim_{x\to x_0^-} f^2(x) = f^2(x_0) = \lim_{x\to x_0^+} f^2(x)$，开平方即 $\lim_{x\to x_0^-} \|f(x)\| = \|f(x_0)\| = \lim_{x\to x_0^+} \|f(x)\|$ 因此 $\|f\|$ 在 I 上连续
275	优秀
276	3.1/6 题：过程过于混乱，事实上可以直接用|sin x|<=|x|就能推出 α =0.  则对 $\forall \varepsilon>0$，$\exists N\in N_+$ s.t. $a_N<\alpha+\varepsilon$，于是 $a_{N+1}=\sin a_N<\sin(\alpha+\varepsilon)$ 记 $f(\varepsilon)=\sin(\alpha+\varepsilon)-\alpha$，则 $f(0)=\sin\alpha-\alpha<0$，$f(\frac{\pi}{2}-\alpha)=1-\alpha>0$. 由零点定理，可取合适的 ε_0，使 $\sin(\alpha+\varepsilon_0)=\alpha$. $\therefore a_{N+1}=\sin(\alpha+\varepsilon_0)=\alpha$，$a_{N+2}=\sin\alpha$，对 $\forall n\geq N+2$，$a_n\leq\sin\alpha$ $\therefore$ 对 $\forall n\geq N+2$，有 $\|a_n-\alpha\|\geq\alpha-\sin\alpha$，取 $\varepsilon_1=\alpha-\sin\alpha$，与极限的定义矛盾！ 于是 $\alpha=0$，当 $a_1<0$ 时同理. 3.3/5 题：我猜你想说这里会导致跟 f^2 连续矛盾，但是这里推不出矛盾（你得照着不连续的定义验证，但这里并没有正确地验证不连续的定义）  5. 由题，对 $\forall$ 定义域内 x_0，$\lim_{x\to x_0} f^2(x) = f^2(x_0)$ 任取收敛于 x_0 的数列 $\{a_n\}$，则 $\lim_{n\to\infty} f^2(a_n)=f^2(x_0)$. 任取 $\varepsilon_0>0$，$\varepsilon_1=\varepsilon_0^2$，由题，$\exists N\in N_+$ s.t. $n>N$，有 $\|f^2(a_n)-f^2(x_0)\|<$ 若 $\exists m>N$ s.t. $\|\|f(a_m)\|-\|f(x_0)\|\|>\varepsilon_0$ 则 ① $\|f(a_m)\|>\|f(x_0)\|+\varepsilon_0$ ② $\|f(x_0)\|>\|f(a_m)\|+\varepsilon_0$ 若①，则 $f^2(a_m)>f^2(x_0)+2\|f(x_0)\|\varepsilon_0+\varepsilon_0^2$ $\|f^2(a_m)-f^2(x_0)\|>2\|f(x_0)\|\varepsilon_0+\varepsilon_0^2>\varepsilon_0^2=\varepsilon_1$ $\boxed{\text{矛盾!}}$ 若②，同理. 故 m 不存在. 即 $\lim_{n\to\infty}\|f(a_n)\|=\|f(x_0)\|$. 结合 Heine 定理，知 $\|f\|$ 在 x_0 处连续.

284	3.2/4 题：不要把绝对值丢了  2.4(2) 因为 $g(x)=O(1)$ $(x\to x_0)$ 则 令 $\boxed{g(x)\le C}$ $(x\to x_0)$ 又 $h(x)=o(f(x))$ $(x\to x_0)$ 则 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)}{f(x)}=0$. 对于 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)g(x)}{f(x)} \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to x_0}\frac{g(x)h(x)}{f(x)}\le C\lim\frac{h(x)}{f(x)}=0}$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{h(x)g(x)}{f(x)}=0$ 得证. 3.3/6 题：这个与什么东西矛盾？  可找到 $\inf\{f(\xi)\mid \xi\in[a,b]\}$. 对于 $\inf\{f(\xi)\}\le f(x)$ 不存在 $f(y)\le\frac{1}{2}\inf\{f(\xi)\}$ 矛盾.
288	3.1/6 题：记得书写规范，写 lim  不妨令 $a_n=\alpha$, $a_{n+1}=\sin\alpha=\alpha$ $(n\to\infty)$, 且 $\alpha\in[0,1]$, 则 $\alpha=0$ $\therefore \lim\limits_{n\to\infty}\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))=0$. 3.2/2 题：记错了无穷小量的阶的定义了！ 3.2/3(5)题：八分之一。 3.2/8 题：记错大 O 记号定义  8. 设 $f(x)=o(1)$, $f(2x)-f(x)=O(x)$ $(x\to0)$. 求证: $f(x)=O(x)$ $(x\to0)$ 证明: 由题 $\lim\limits_{x\to0}f(x)=0$, 而 $\boxed{\lim\limits_{x\to0}\frac{f(2x)-f(x)}{x}=\alpha}$, α为常数 3.3/8(1),9(2)题：复习间断点定义。