

# Tutorato 1

Metodi Matematici della Meccanica Classica - 3 marzo 2025

1. Trovare gli errori di uso della notazione di Einstein e, se non ce ne sono, espandere la somma (si considero gli indici da 1 a 3):

(a)  $M_\mu^\nu = A_\mu^\alpha N_\alpha^\beta A_\beta^\nu$

(b)  $v^\mu v_\mu = 4A_{\mu\nu\alpha}$

(c)  $G_{\mu\nu} = v^\alpha$

(d)  $M_{\mu\nu} = A_\mu^\alpha N_{\alpha\beta} A_\nu^\beta$

(e)  $\frac{\partial y^\mu}{\partial x^\nu} \frac{\partial f^\alpha}{\partial y^\mu} = \frac{\partial f^\alpha}{\partial x^\nu}$

(f)  $A_\nu^\mu B_\alpha^\nu C_\mu^\nu = D_{\alpha\mu}$

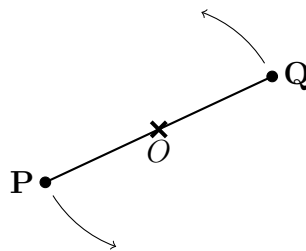
2. Si considerino coordinate cartesiane  $(x^1, x^2)$  sul piano  $\mathbb{R}^2$  e la curva parametrizzata da

$$\begin{cases} x^1(q) = (1+q) \cos(q) \\ x^2(q) = (1+q) \sin(q) \end{cases}$$

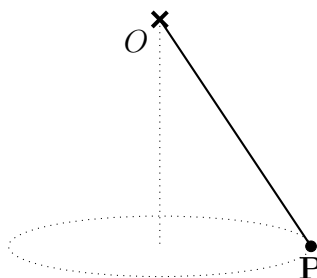
Scrivere l'energia cinetica di un punto materiale  $\mathbf{P}$  di massa  $m$  che si muove lungo la curva.

3. Scrivere l'energia cinetica nei seguenti casi:

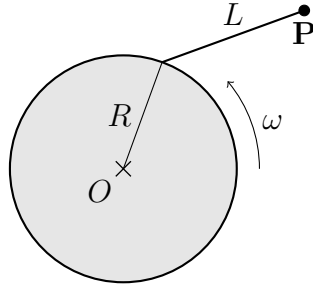
- (a) Due punti materiali  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$  di masse  $m_{\mathbf{P}}$  e  $m_{\mathbf{Q}}$  che si trovano agli estremi di un'asta di lunghezza  $2L$  e massa trascurabile. L'asta è libera di ruotare nel piano attorno a un asse passante per il suo centro e perpendicolare ad essa.



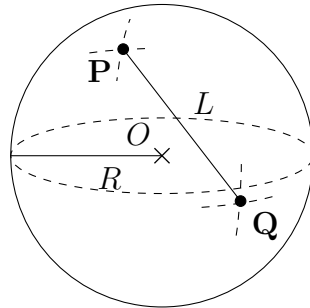
- (b) Un punto materiale  $\mathbf{P}$  di massa  $m$  vincolato tramite un'asta di lunghezza  $L$  a un punto fisso  $O$  e libero di ruotare nello spazio attorno a  $O$ .



- (c) Un punto materiale  $\mathbf{P}$  di massa  $m$  collegato da un'asta di lunghezza  $R$  a un punto fissato  $\mathbf{Q}$  di un disco in rotazione con velocità angolare costante  $\omega$ .



- (d) Due punti materiali  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$ , entrambi di massa  $m$ , vincolati a muoversi su una superficie sferica di raggio  $R$  mantenendosi a una distanza (in linea d'aria) costante  $L$  con  $R < L < 2R$ .



4. Scrivere l'energia cinetica di un punto che si muove lungo la superficie in  $\mathbb{R}^3$  che, in coordinate cartesiane ortonormali, ha equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$