

CORSO DI LAUREA IN FISICA  
METODI MATEMATICI DELLA MECCANICA CLASSICA

Prova d'esame – 18 giugno 2021 (A)

TEMA I

Un punto materiale  $A$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi (senza attrito) su un piano fisso  $\Pi$ . Un secondo punto materiale  $B$  di pari massa  $m$  è vincolato a muoversi su una guida rettilinea perpendicolare al piano  $\Pi$ , passante per un punto  $O$ . I due punti sono inoltre vincolati a stare a distanza costante  $\ell$ . Sul punto  $B$  agisce una forza elastica lineare attrattiva centrata in  $O$ . Non è presente la forza peso.

- (1) Scrivere la funzione di Lagrange;
- (2) scrivere gli integrali primi del sistema;
- (3) effettuare la trasformazione di Legendre e scrivere la funzione di Hamilton.

TEMA II

Date le due funzioni

$$H(\rho, \theta, p_1, p_2) = \frac{1}{2m} \left( p_1^2 + \frac{p_2^2}{\rho^2} \right) + \frac{k \cos(\theta) + \rho}{\rho^2}, \quad K = p_2^2 + f(\rho, \theta)$$

trovare una funzione  $f(\rho, \theta)$  tale che  $\{H, K\} = 0$ .

---

CORSO DI LAUREA IN FISICA  
METODI MATEMATICI DELLA MECCANICA CLASSICA

Prova d'esame – 18 giugno 2021 (B)

TEMA I

Un punto materiale di massa  $m$  è vincolato a muoversi, senza attrito, sulla superficie di equazione  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ . Il punto è soggetto a una forza elastica lineare attrattiva con centro nel punto di coordinate  $(0, 0, R)$ . Non è presente la forza peso.

- (1) Scrivere la funzione di Lagrange;
- (2) scrivere gli integrali primi del sistema;
- (3) effettuare la trasformazione di Legendre e scrivere la funzione di Hamilton.

TEMA II

Date le due funzioni

$$H(\rho, \theta, p_1, p_2) = \frac{1}{2m} \left( p_1^2 + \frac{p_2^2}{\rho^2} \right) + \frac{\sin(\theta)}{\rho^2} - \frac{k}{2} \rho^2, \quad K = p_2^2 + f(\rho, \theta)$$

trovare una funzione  $f(\rho, \theta)$  tale che  $\{H, K\} = 0$ .