Esperimentazioni 2

Misura della costante di Planck

Modulo di Ottica e Fisica Moderna

La transizione tra la fisica classica e la fisica moderna

- Esperimenti critici -> spiegazione
  - **Emissione di luce da un corpo ad alta temperatura (corpo nero)** → teoria di Planck e prima ipotesi di quantizzazione dell'energia per un sistema oscillante;
  - **Emissione di particelle (elettroni) da un metallo illuminato da luce UV (effetto fotoelettrico, Hertz 1887)** → concetto di fotone (Einstein) e relazione energia-frequenza, introduzione del concetto di lavoro di estrazione nei solidi;
  - Urto (scattering) tra fotoni e particelle (effetto Compton 1923) → conferma del comportamento particellare dei fotoni
  - Emissione di luce da gas eccitati elettricamente o termicamente: spettri discreti → modello di Bohr e introduzione del concetto di stati quantizzati per gli elettroni in un atomo (idrogenoide);
  - Calore specifico dei solidi: comportamento a basse temperature → quantizzazione delle oscillazioni degli atomi nei solidi;
  - Esperimento di Michelson-Morley sulla velocità della luce (1887) → teoria della relatività (ristretta, Einstein 1905)

Emissione di radiazione (Stefan-Boltzmann)

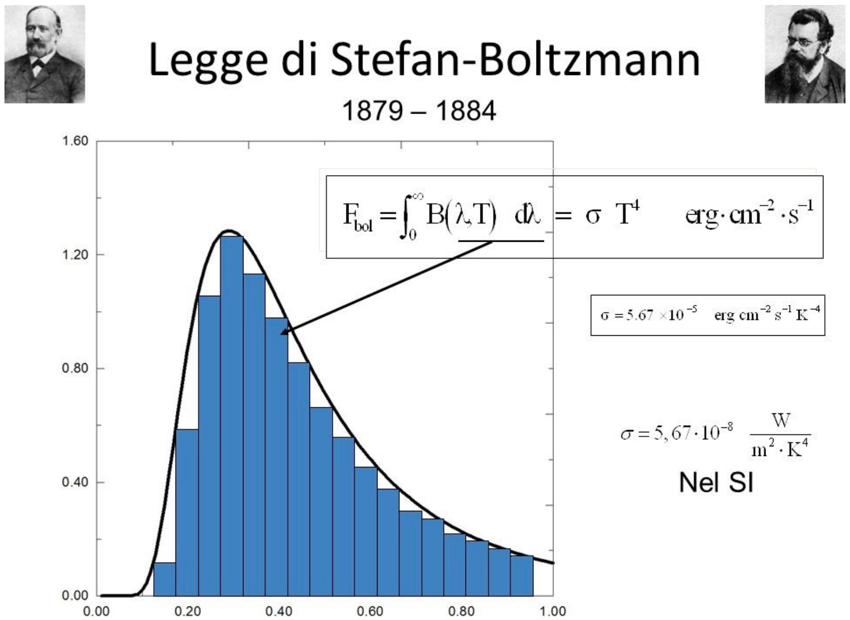
- L’energia totale (cioè su tutto lo spettro elettromagnetico) emessa per unità di tempo e di area (intensità totale) da un corpo a temperatura T è data dalla legge di Stefan-Boltzmann (1879):

$$I(Wm^{-2}) = e\sigma T^4$$

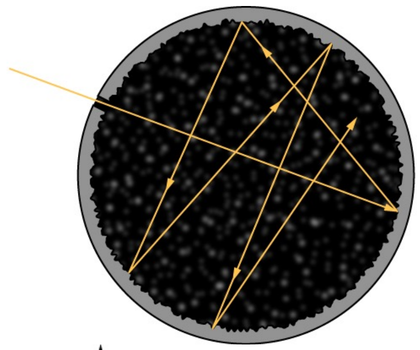
dove

- σ = costante di Stefan-Boltzmann (5.67x10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}),
- e = emissività (0-1, dipendente dalla natura della superficie dell’oggetto).

- L’andamento della curva di Stefan-Boltzmann dalla temperatura assoluta T e il valore della costante di Stefan-Boltzmann sono il risultato di misure sperimentali.



Emissione di corpo nero



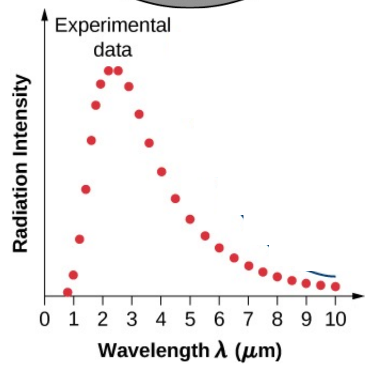
- Corpo Nero: "oggetto" che assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla sua lunghezza d'onda:

$$a = \frac{energia\ incidente}{energia\ assorbita} = 1$$

  - Pertanto per un corpo nero è nulla la parte di energia dell'onda e.m. incidente che è riflessa dalla superficie .

- Per un corpo nero, essendo a=1, si ha anche e =1, e pertanto la legge di Stefan-Boltzmann diventa una legge universale (cioè indipendente dalle caratteristiche del corpo):

$$I(Wm^{-2}) = \sigma T^4$$

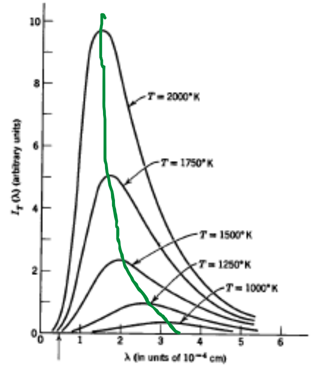


- Un **esempio di corpo nero è un piccolo foro praticato sulle pareti di una cavità**: tutta l'energia incidente sul foro è assorbita. Infatti non ci può essere riflessione perché se il foro è piccolo è estremamente improbabile che le onde e.m. entranti dal foro dall'esterno, riflesse dalle superfici interne della cavità, riescano ad uscire dal foro stesso. Pertanto **la radiazione e.m. emessa dal foro rappresenta l'emissione di un corpo nero a temperatura T!**

- L'andamento "spettrale", cioè la dipendenza di λ_T dalla lunghezza d'onda delle onde e.m. emesse, è data dalla radianza R_T (λ):

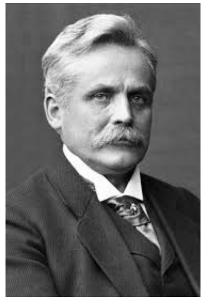
$$I_T = \int_0^\infty R_T(\lambda)d\lambda$$

  - Le misure fatte alla fine del XIX secolo (Lummer e Pringsheim, 1899) mostrarono un andamento della radianza simile a quello riportato nelle figure a dx

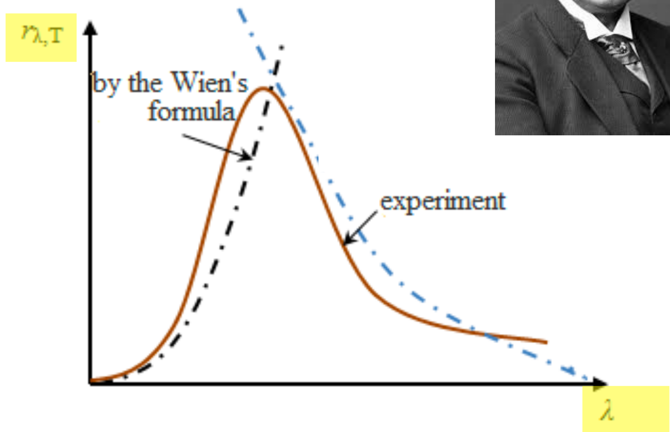


- Dall'andamento sperimentale si osserva come il valore di λ al quale si osserva il massimo di emissione per un corpo nero dipende dalla temperatura secondo la legge dello spostamento di Wien (1893):
  - $\lambda_{max} = C/T$ con C=2.898x10^{-3}m K.

Spiegazione dell'emissione da corpo nero (Wien)



- Se la radiazione emessa da un corpo nero (il foro) è quella presente nella cavità, emessa dalle pareti della cavità a temperatura T, allora la radianza $R_T(\lambda)$ è collegata alla densità di energia e.m. presente all'interno della cavità $u_T(\lambda)$, definita come l'energia del campo e.m. per unità di volume nell'intervallo di lunghezze d'onda tra λ e λ+dλ.
- Si può dimostrare che: $\boldsymbol{R_T = \frac{c}{4} u_T(\lambda)}$ dove c è la velocità della luce.
  - Questa relazione vale per cavità di qualsiasi forma. Pertanto per determinare la radianza $R_T(\lambda)$ "basta" calcolare la densità di energia e.m. $u_T(\lambda)$.



- Da considerazioni termodinamiche **Wien** (1893) trovò una relazione funzionale per la densità di energia $u_T(\lambda)$ di un corpo nero a temperatura T. Questa dipende da una funzione di λT (non nota) secondo la seguente equazione:

$$\boldsymbol{u_T(\lambda) = \frac{f(\lambda T)}{\lambda^5}}$$

- Questa equazione approssima bene i dati sperimentali ma non si hanno ancora informazioni dettagliate sulla f(λT).

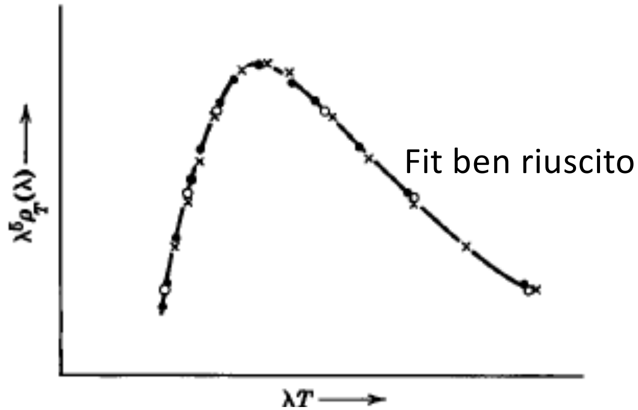


Figure 2-5. An experimental verification of Wien's law. ●, $T = 1646°K$; ×, $T = 1449°K$; ○, $T = 1259°K$. From F. K. Richtmyer, E. H. Kennard, and T. Lauritsen, *Introduction to Modern Physics*, 5th ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1955.

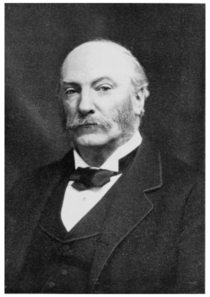
Spiegazione dell’emissione da corpo nero (Rayleigh-Jeans)

- Negli anni diversi fisici cercarono di determinare teoricamente la formula che spiegasse i dati sperimentali
- Nel 1900 **Lord Rayleigh** e, successivamente con correzioni, nel 1905 **J. Jeans** ottennero una equazione, detta equazione di Rayleigh-Jeans, **determinando le onde e.m. che potevano essere contenute nella cavità e calcolando l’energia media di ogni onda**.
- Per calcolare le onde presenti nella cavità supposero le pareti metalliche (come negli esperimenti) e, imponendo la condizione che le onde e.m. fossero stazionarie (il campo elettrico deve annullarsi sulla superficie interna della cavità), ottennero che il **numero di onde e.m. con lunghezza d’onda tra λ e λ+dλ per unità di volume** è dato da:

$$N(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4}d\lambda$$

- Questo risultato è indipendente dalla forma della cavità.

Rok	Autor	Wzór
1887	Władimir Aleksandrowicz Michelson	$e(\lambda,T) = aT^{3/2}\lambda^{-6}\exp(-b/\lambda^2 T)$
1888	Heinrich Weber	$e(\lambda,T) = a\lambda^{-2}\exp(cT - b/\lambda^2 T^2)$
1896	Wilhelm Wien	$e(\lambda,T) = a\lambda^{-5}\exp(-b/\lambda T)$
1896	Friedrich Paschen	$e(\lambda,T) = a\lambda^{-5,6}\exp(-b/\lambda T)$
1900	Lord Rayleigh	$e(\lambda,T) = aT\lambda^{-4}\exp(-b/\lambda T)$
1900	Otto Lummer i Ernst Pringsheim	$e(\lambda,T) = aT\lambda^{-4}\exp(-b/(\lambda T)^{1,25})$
1900	Otto Lummer i Eugen Jahnke	$e(\lambda,T) = a\lambda^{-5}\exp(-b/(\lambda T)^{0,9})$
1900	Max Thiesen	$e(\lambda,T) = aT^{0,5}\lambda^{-4,5}\exp(-b/\lambda T)$
1900	Max Planck (19 X)	$e(\lambda,T) = a\lambda^{-5}\left(\frac{1}{\exp(b/k\lambda T)-1}\right)$
1900	Max Planck (14 XII)	$e(\lambda,T) = 8\pi hc\lambda^{-5}\left(\frac{1}{\exp(hc/k\lambda T)-1}\right)$

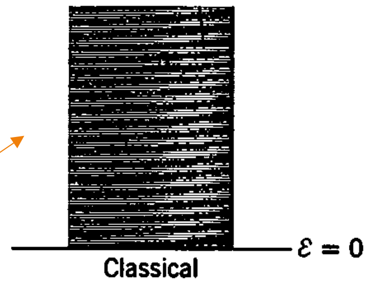


Spiegazione dell'emissione da corpo nero (Rayleigh-Jeans)

- Applicando i metodi della meccanica statistica alle onde nella cavità, determinarono che **l'energia media delle onde e.m. nella cavità** le cui pareti si trovano **a temperatura T** è data da

$$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty E P(E) dE}{\int_0^\infty P(E) dE} = \frac{\int_0^\infty E\, e^{\frac{-E}{kT}}\, dE}{\int_0^\infty e^{\frac{-E}{kT}}\, dE} = kT$$

essendo $\boldsymbol{P(E) = A e^{-\frac{E}{kT}}}$ la **distribuzione di probabilità di Boltzmann**, che indica la probabilità che uno stato di energia E sia occupato alla temperatura T. Si ipotizza una **distribuzione continua dei possibili stati energetici**.



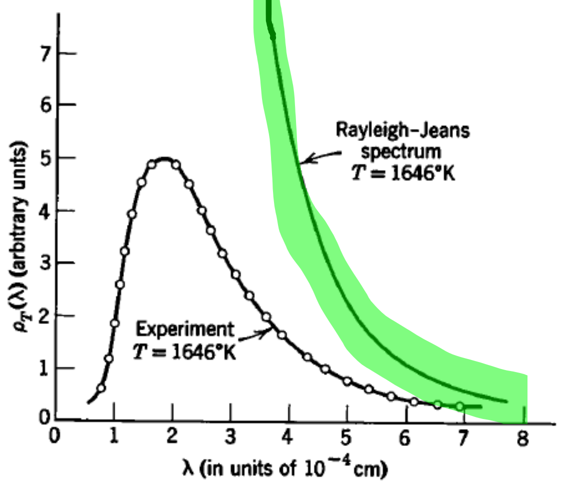
distribuzione continua dei possibili stati energetici.

- In questo modo la densità di energia contenuta nella cavità del corpo nero, le cui pareti si trovano a temperatura T, nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e λ+dλ, è data da:

$$\boldsymbol{u_T(\lambda) d\lambda} = \frac{8\pi\, kT}{\lambda^4} d\lambda = \frac{\boldsymbol{8\pi k}}{\boldsymbol{\lambda^5}} \boldsymbol{\lambda T\, d\lambda}$$

dove k è la costante di Boltzmann. Come si vede questa equazione ha la forma funzionale prevista da **Wien** in cui **f(λT)= 8πk λT**

- Ma confrontando i dati sperimentali con la curva della legge di Rayleigh-Jeans si osserva una buona corrispondenza solo per grandi valori di λ (infrarosso) mentre per piccoli valori di λ (ultravioletti) la curva teorica diverge (***catastrofe ultravioletta***). Infatti, **integrando la funzione $u_T(\lambda)$ tra 0 e infinito per ottenere l'energia totale emessa per unità di tempo e di area si ottiene un valore infinito!**



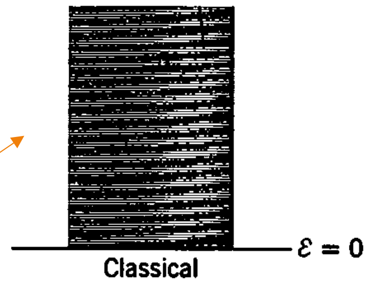
re 2-11. A comparison of the Rayleigh-Jeans spectrum and experiment.

Spiegazione dell'emissione da corpo nero (Rayleigh-Jeans)

- Applicando i metodi della meccanica statistica alle onde nella cavità, determinarono che **l'energia media delle onde e.m. nella cavità** le cui pareti si trovano **a temperatura T** è data da

$$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty EP(E)dE}{\int_0^\infty P(E)dE} = \frac{\int_0^\infty E\, e^{\frac{-E}{kT}}\, dE}{\int_0^\infty e^{\frac{-E}{kT}}\, dE} = kT$$

essendo $P(E) = Ae^{-\frac{E}{kT}}$ la **distribuzione di probabilità di Boltzmann**, che indica la probabilità che uno stato di energia E sia occupato alla temperatura T. Si ipotizza una **distribuzione continua dei possibili stati energetici**.



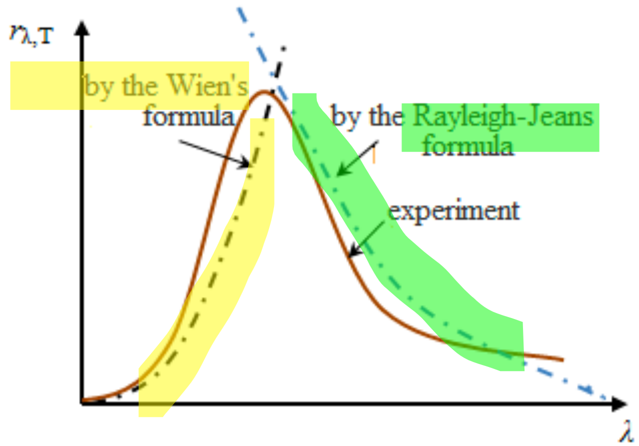
distribuzione continua dei possibili stati energetici.

- In questo modo la densità di energia contenuta nella cavità del corpo nero, le cui pareti si trovano a temperatura T, nell'intervallo di lunghezze d'onda λ e λ+dλ, è data da:

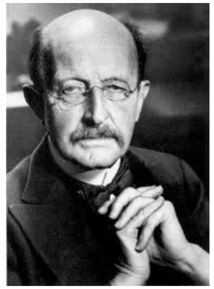
$$u_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi\, kT}{\lambda^4}d\lambda = \frac{8\pi k}{\lambda^5}\lambda T d\lambda$$

dove k è la costante di Boltzmann. Come si vede questa equazione ha la forma funzionale prevista da **Wien** in cui **f(λT)= 8πk λT**

- Ma confrontando i dati sperimentali con la curva della legge di Rayleigh-Jeans si osserva una buona corrispondenza solo per grandi valori di λ (infrarosso) mentre per piccoli valori di λ (ultravioletti) la curva teorica diverge (***catastrofe ultravioletta***). Infatti, **integrando la funzione $u_T(\lambda)$ tra 0 e infinito per ottenere l'energia totale emessa per unità di tempo e di area si ottiene un valore infinito!**



Ipotesi di Planck

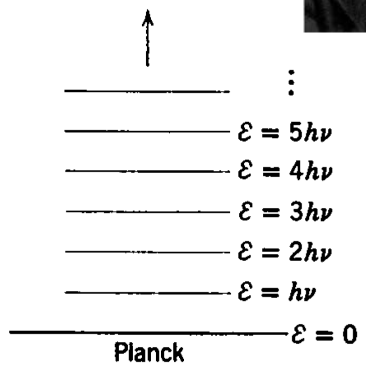


- Nel 1901 Planck (Nobel 1918), conservando il calcolo delle onde e.m. stazionare presenti nella cavità, cambiò completamente il calcolo dell'energia media di ogni onda, introducendo un concetto rivoluzionario: **la quantizzazione dell'energia**.

- Infatti suppose che:
  - **"ogni entità fisica che compie oscillazioni armoniche può emettere o assorbire energia in multipli interi della frequenza di oscillazione ν: *ΔE=nhν* "**
  - con n = 0,1,2…ed h = costante universale (detta poi costante di Planck).

- Utilizzando la distribuzione di probabilità di Boltzmann e considerando che l'energia media $\bar{E}$, nel caso di **una distribuzione discreta di stati**. è data da:

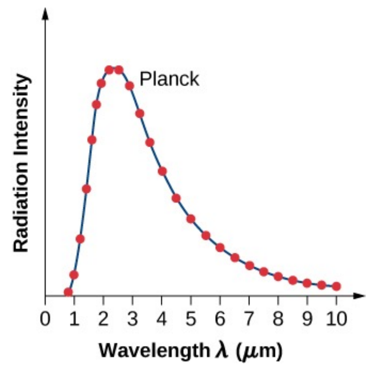
$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{n=\infty} EP(E)}{\sum_{n=0}^{n=\infty} P(E)} = \frac{\sum_{n=0}^{n=\infty} nh\nu\, Ae^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_{n=0}^{n=\infty} Ae^{-\frac{nh\nu}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{hc/\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$



distribuzione discreta dei possibili stati energetici.

- si ottiene l'equanzione di Planck sulla densità di energia che si trova all'interno della cavità del corpo nero:

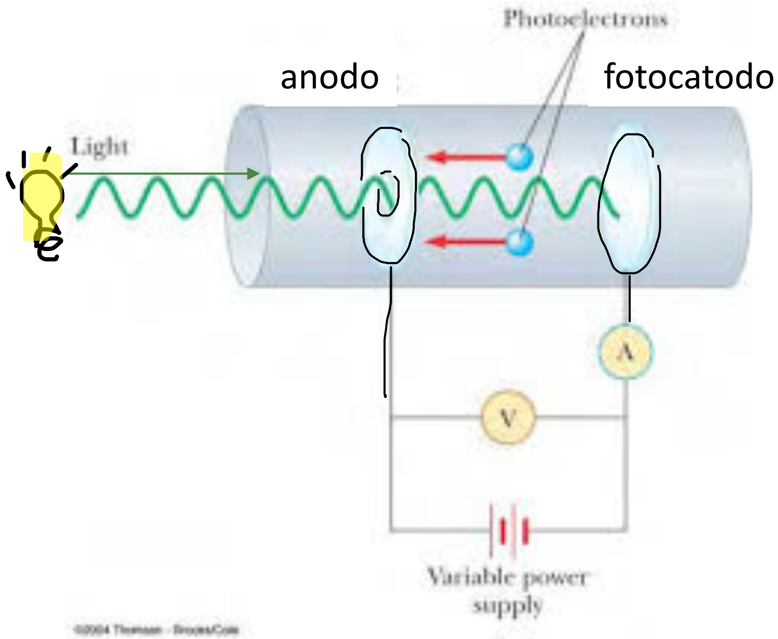
$$u_T(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} d\lambda$$



- Con questa equazione si riesce a riprodurre perfettamente i risultati sperimentali imponendo alla costante h il valore: h=6.63×10^{-34} J s

Effetto fotoelettrico

- Nel 1887 Hertz mostrò che illuminando con luce UV un emettitore (catodo) di metallo e polarizzando un altro elettrodo collettore (anodo) positivamente rispetto al catodo si misurava (con un amperometro) una corrente elettrica tra catodo e anodo.
- Lenard, un assistente di Hertz, migliorò l'apparato sperimentale:
  - usò una superificie metallica (catodo) levigata e pulita
  - Inserì la piastra in un tubo di vetro in cui veniva fatto il vuoto, in cui era presente una seconda piastra dal lato opposto (anodo)
  - il tubo era posizionato in modo che la luce colpisse solo la piastra lucidata, fatta di un materiale metallico fotoemissivo, e non l'anodo
  - (Il tubo è denominato *fotocellula*)
  - Lenard collegò la fotocellula a un circuito costituito da un alimentatore variabile (pila), un voltmetro (tensioni) un amperometro (correnti)



I risultati ottenuti da Hertz e Lenard

- L’intensità di questa corrente dipende:
  - dall’intensità della luce utilizzata (maggiore è l’intensità, maggiore la corrente)
  - dalla tensione di polarizzazione: polarizzando l’anodo negativamente rispetto al catodo la corrente diminuisce fino ad annullarsi in corrispondenza di una tensione massima V_{max}
- Inoltre:
  - l’emissione di elettroni è praticamente immediata (esperimenti nel 1928 $t < 10^{-9}$ s);
  - il valore della tensione massima a cui si annulla la corrente è indipendente dall’intensità della luce UV utilizzata;
  - cambiando la frequenza della luce UV cambia la tensione massima V_{max}
- utilizzando la luce visibile, indipendentemente dalla intensità della sorgente e dalla polarizzazione applicata, non si osserva passaggio di corrente.
- Esiste pertanto una frequenza di soglia, ν_{lim}, sotto la quale non si osserva passaggio di corrente e, oltre la quale la corrente dipende dall’intensità della luce incidente e dalla differenza di potenziale applicata.

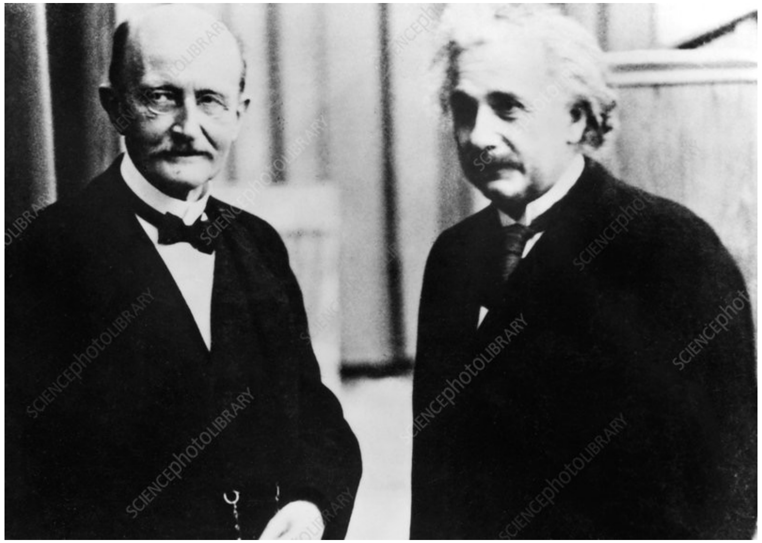
Effetto fotoelettrico: spiegazione classica

Problemi nell'interpretazione classica:

- non è in grado di spiegare l'esistenza della frequenza limite ν_{lim}: se E_k ~ $(\sqrt{I}\ )^2$ (intensità è il quadrato del calpo elettrico) aumentando I dovrebbe aumentare E_k e quindi gli elettroni dovrebbero essere emessi per qualunque frequenza, supposto che I sia sufficientemente grande;
- non è in grado di spiegare perché V_{max} è indipendente dall'intensità della sorgente di onde e.m.
- non è in grado di spiegare l'emissione "istantanea" degli elettroni (tempo inferiore a 10^{-9} secondi misurato da Lawrence (1928)).

Effetto fotoelettrico – Ipotesi di Einstein

- **la luce è emessa sotto forma di "particelle", dette fotoni** (emessi da un sistema oscillante che segue l'idea di Planck) che si propagano alla velocità della luce, c, di massa m=0 ;
- **l'energia del fotone è data da** $E_{fotone}=h\upsilon$, con h = costante di Planck;
- nel **processo fotoelettrico** il **fotone è completamente assorbito dall'elettrone**;
- **l'elettrone, per essere emesso, deve acquistare una energia minima pari W= hν_{lim}** = funzione lavoro di estrazione, mentre non si ha alcuna emissione per $\nu < \upsilon_{lim}$(processo a soglia);
- $E_K=h\nu-\Delta E$, dove ΔE è l'energia persa dall'elettrone per uscire dal metallo. Questa perdita è dovuta sia a possibili urti con le altre cariche presenti nel metallo, sia al superamento della funzione lavoro (lavoro di estrazione).
- **Il valore massimo dell'energia cinetica** acquistata dall'elettrone emesso sarà: E_K**(max)=**$h\nu-W$, che nell'esperimento di Lenard può essere eguagliata a E_K(max)=qV_{max} dove V_{max} è il potenziale massimo di arresto e q la carica dell'elettrone.
- Queste ipotesi spiegano tutti i risultati sperimentali e introducono il primo esempio di dualismo onda-particella: luce (onda) → fotone (particella)



In fact, it seems to me that the observations on "black-body radiation", photoluminescence, the production of cathode rays by ultraviolet light and other phenomena involving the emission or conversion of light can be better understood on the assumption that the energy of light is distributed discontinuously in space. According to the assumption considered here, when a light ray starting from a point is propagated, the energy is not continuously distributed over an ever increasing volume, but it consists of a finite number of energy quanta, localized in space, which move without being divided and which can be absorbed or emitted only as a whole.

Albert Einstein, 1905

Misura in laboratorio

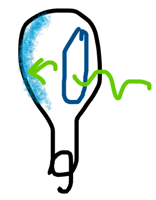
- Scopo: estrarre il valore di h a partire dalla relazione $E_K = h\nu - W_e$

dove:

- E_K = energia cinetica dell'elettrone estratto per effetto fotoelettrico
- ν = frequenza della luce incidente
- W_e = lavoro di estrazione dell'elettrone dal metallo

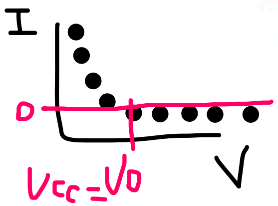
Apparato sperimentale: replica dell'apparato di Lenard

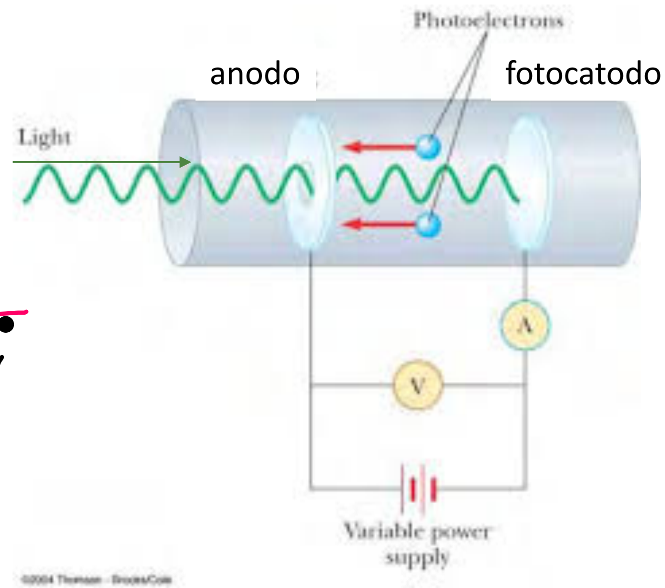
- contenitore schermato
- generatore di luce (diodo LED)
- cella per effetto fotoelettrico →
- pila + potenziometro
- picoamperometro
- voltmetro



PROCEDURA SPERIMENTALE

- La luce colpisce il fotocatodo, ricoperto di metallo
- I fotoelettroni vengono estratti con una certa energia cinetica E_K
- In assenza di campo elettrico frenante raggiungono l'anodo e l'amperometro misura una corrente
- In presenza di contro campo vengono frenati e la corrente va a zero
- quando la corrente è nulla tutti gli elettroni sono stati frenati: l'energia associata al campo elettrico eguaglia l'energia cinetica massima quindi possiamo scrivere
  - $E_K = eV_{max} = h\nu - W_e$





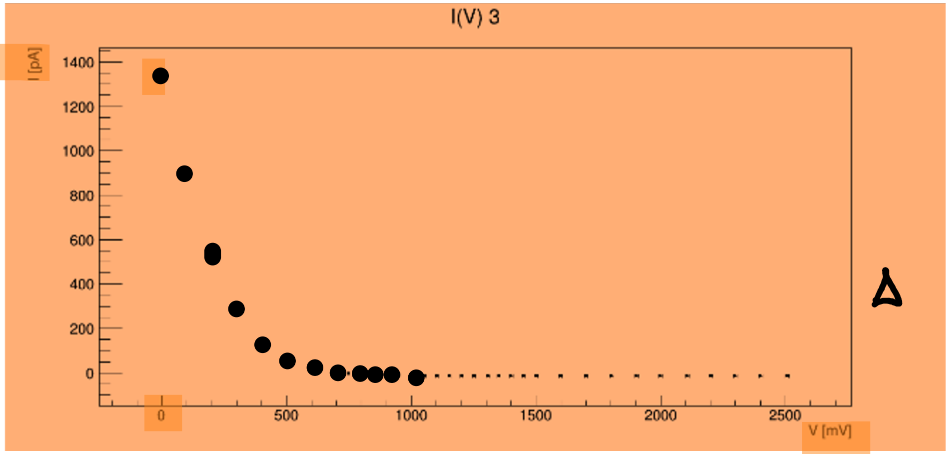
Presa dati

- Applico potenziale di controcampo
- vario la tensione applicata aumentandola progressivamente, passo a passo, ruotando il regolatore del potenziometro
- a ogni passo attendo che la corrente si stabilizzi e misuro il valore corrispondente (frazioni di pA)

- Problemi possibili:
  1 - la corrente non si stabilizza
  3 - La corrente non si annulla mai
  2 - la corrente misurata diventa negativa

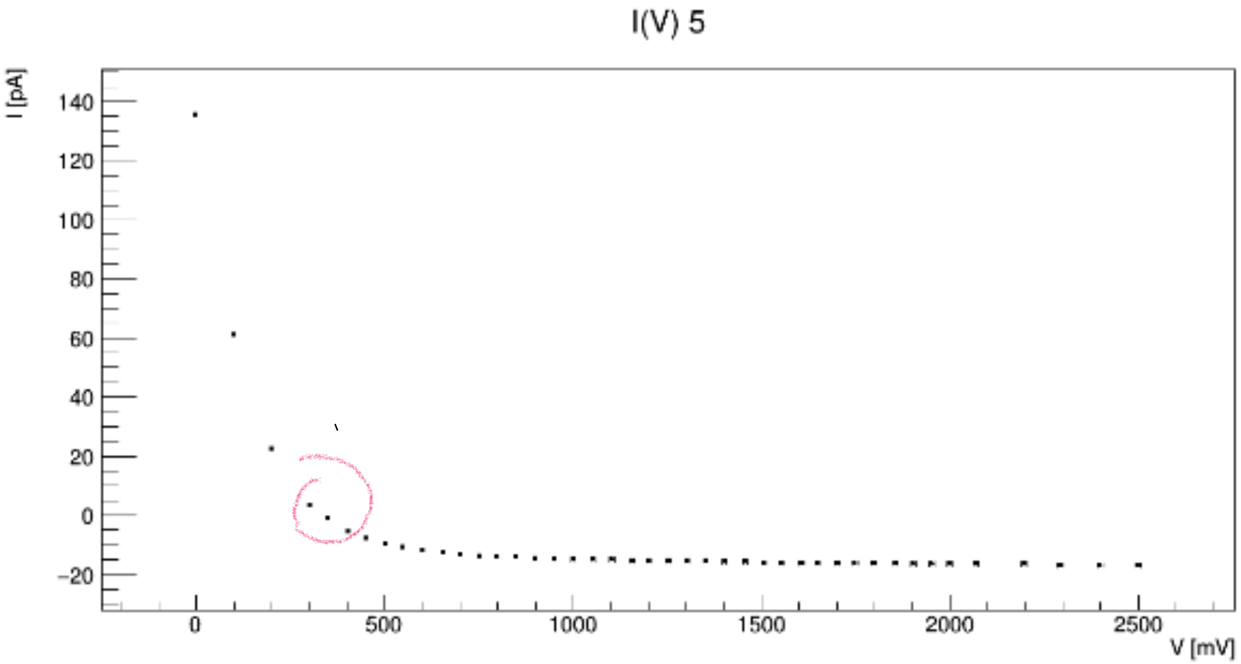
Una tabellina così per ogni LED

LED (λ=630nm)	V (mV)	I(pA)



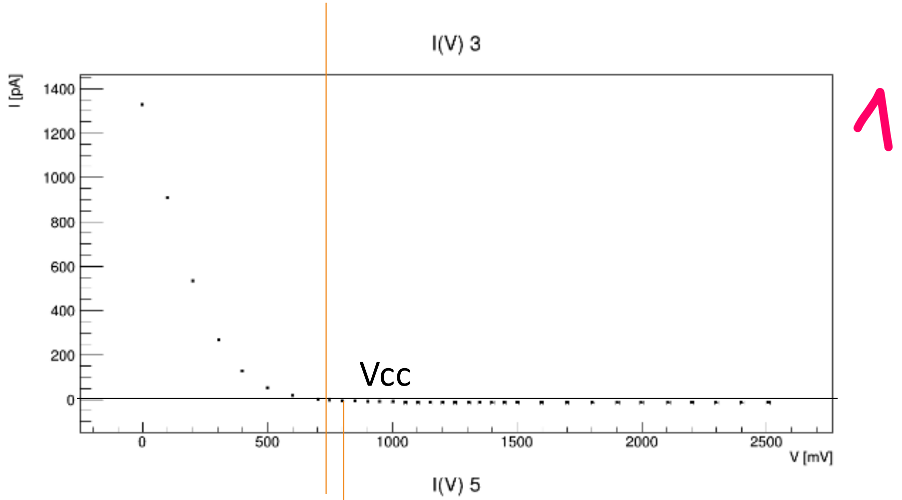
Analisi dati

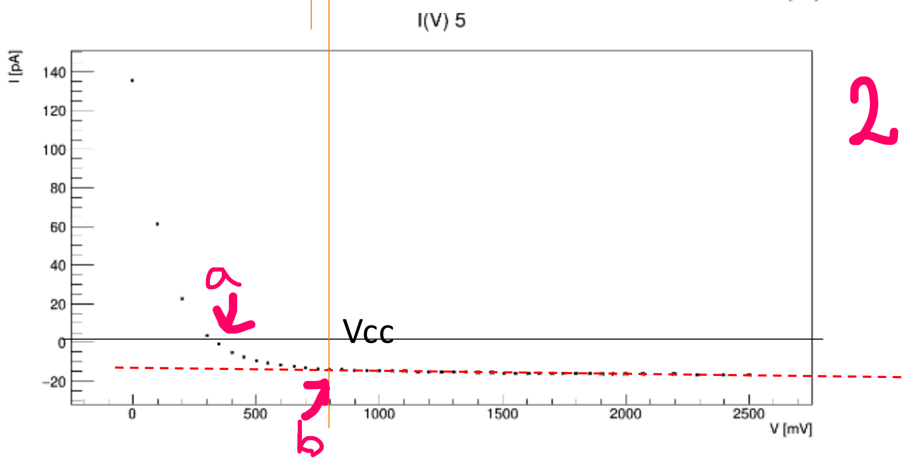
- Scopo dell'analisi è determinare il potenziale di arresto degli elettroni per diverse sorgenti di luce
- per farlo si analizzano le curve corrente-tensione per individuare il punto in cui $I(V_{cc})=0$ (dove $V_{cc}=V_{contro\ campo}$)
- chiamiamo V_0 il valore di V_{cc} per cui $I=0$

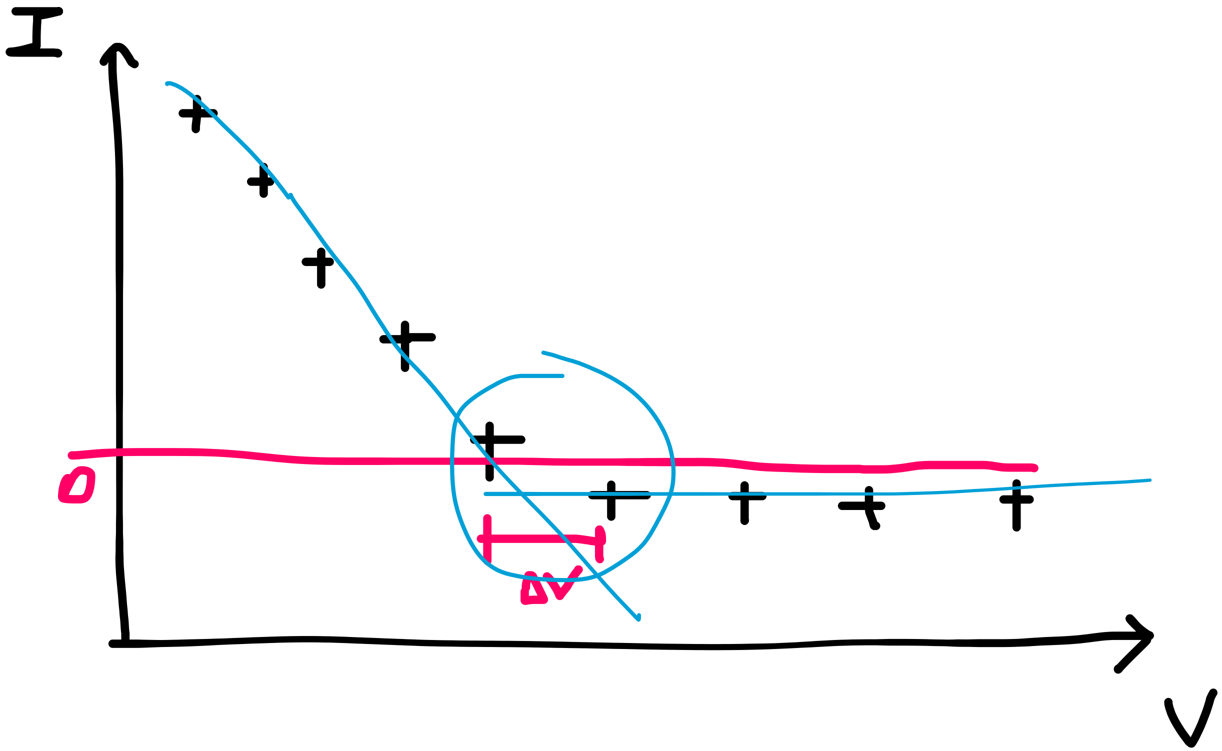


Analisi dati

- quando la corrente non si stabilizza a zero ma assume valori negativi significa che esiste una corrente che si muove all'interno dell'apparato in direzione opposta, ovvero elettroni estratti dal fotocatodo che vengono accelerati dal campo applicato.
- il contributo è molto piccolo ma in alcuni casi non trascurabile.
- Suggerimenti:
  - usare come Vcc il punto in cui la curva attraversa lo zero (V_0), considerando sempre trascurabile il contributo negativo
  - valutare il punto in cui la corrente si stabilizza a un valore negativo e usare questo come $V_{cc}=V_0$





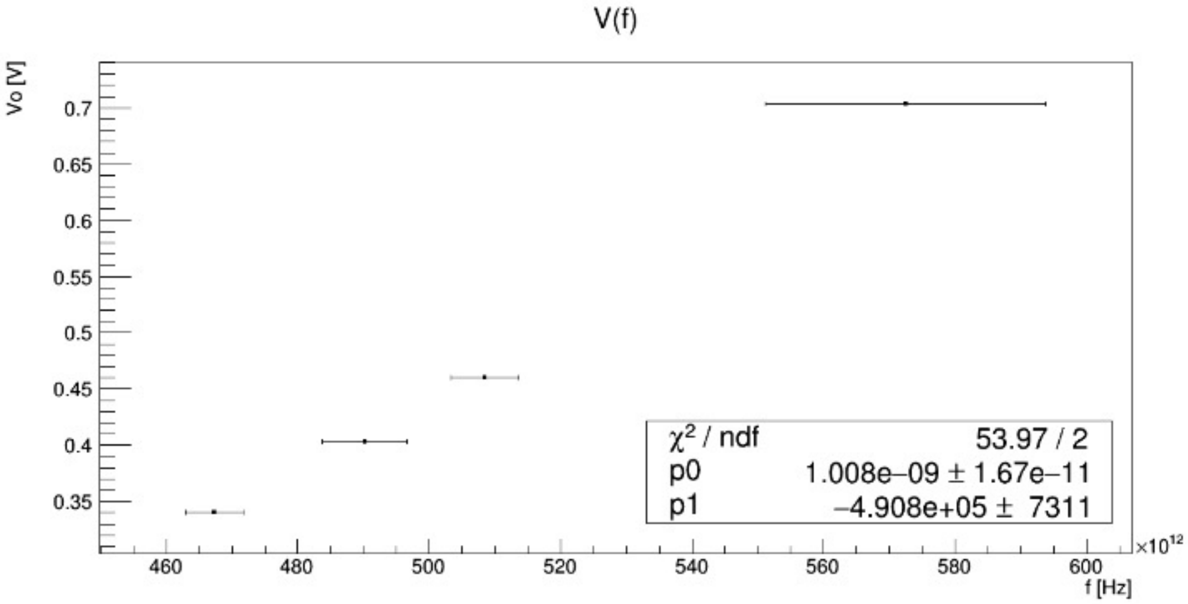


I
V
σ
Δv

Estrazione del valore di h

LED

- per ogni grafico I-V estraggo il valore di V_0 con il suo errore
- faccio un grafico di V_0 in funzione della frequenza del LED corrispondente
- estraggo il valore di h dal fit lineare ai punti misurati



Uso la funzione $eV_{cc}=h\nu-W_e$ per interpolare i dati e estraggo h come coefficiente angolare della retta interpolatrice

$$V_{cc} = \underbrace{\frac{h}{e}}_{a} \nu - \underbrace{\frac{W_e}{e}}_{b}$$

Esercizi

1) In un esperimento sull'effetto fotoelettrico si trovano i seguenti valori per i potenziali di arresto:

- V_1=2.58 V per luce di λ_1 = 343 nm, V_2=0.82 V per λ_2=633 nm.

- Calcolare:
  - la costante di Planck ***h***;
  - il potenziale di estrazione $\boldsymbol{W_e}$ del metallo che ricopre il catodo in questo esperimento;

Esercizi

1) In un esperimento sull'effetto fotoelettrico si trovano i seguenti valori per i potenziali di arresto:

- V_1=2.58 V per luce di λ_1 = 343 nm, V_2=0.82 V per λ_2=633 nm.

- Calcolare:
  - la costante di Planck ***h***;
  - il potenziale di estrazione $\boldsymbol{W_e}$ del metallo che ricopre il catodo in questo esperimento;

$$\begin{cases} eV_1 = h\nu_1 - W \\ eV_2 = h\nu_2 - W \end{cases}$$

h, W

$$h = 7,03 \cdot 10^{-34} Js$$

$$W = 2,02 \cdot 10^{-19} J$$

2) Una radiazione ultravioletta avente lunghezza d’onda di 250 nm colpisce un foglio di argento (W = 6.9 · 10-19 J)

- Calcolare la massima energia cinetica emessa dall’elettrone

2) Una radiazione ultravioletta avente lunghezza d’onda di 250 nm colpisce un foglio di argento (W = 6.9 · 10-19 J)

• Calcolare la massima energia cinetica emessa dall’elettrone

$$E_{K_{m}} = h\nu - W$$

soluzione

(1,06 10^{-19} J)

3) Una radiazione UV avente $\nu = 1.2 \cdot 10^{15}$ Hz colpisce un foglio d'oro ($W = 8.2 \cdot 10^{-19}$ J). Valutare se tale radiazione è in grado di estrarre gli elettroni dal foglio di oro.

3) Una radiazione UV avente $\nu = 1.2 \cdot 10^{15}$ Hz colpisce un foglio d'oro ($W = 8.2 \cdot 10^{-19}$ J). Valutare se tale radiazione è in grado di estrarre gli elettroni dal foglio di oro.

Soluzione: occorre calcolare l'energia del fotone incidente e vedere se risulta maggiore o minore al lavoro di estrazione; se è minore, non ci può essere estrazione.

4) La lunghezza d'onda di soglia del potassio metallico è 564 nm. Quale valore ha la funzione di lavoro W ?Quale è l'energia cinetica degli elettroni estratti da una radiazione di 410 nm? (L'estrazione è certa, dato che la lunghezza d'onda della radiazione è inferiore alla lunghezza d'onda di soglia).

4) La lunghezza d'onda di soglia del potassio metallico è 564 nm. Quale valore ha la funzione di lavoro W ?Quale è l'energia cinetica degli elettroni estratti da una radiazione di 410 nm? (L'estrazione è certa, dato che la lunghezza d'onda della radiazione è inferiore alla lunghezza d'onda di soglia).

Soluzioni

$W = 3.53\ 10^{-19}$ J

$E_K = 1.32\ 10^{-19}$ J

5) La lunghezza d’onda massima per l’estrazione di fotoelettroni da una data superficie metallica è $\lambda max=480$ nm. (a) Determinare il lavoro di estrazione del metallo. (b) Se viene utilizzata una radiazione con $\lambda=300$ nm, qual è il potenziale di arresto V0?

5) La lunghezza d'onda massima per l'estrazione di fotoelettroni da una data superficie metallica è λmax=480 nm. (a) Determinare il lavoro di estrazione del metallo. (b) Se viene utilizzata una radiazione con λ=300 nm, qual è il potenziale di arresto V0?

$$W = \frac{hc}{\lambda_{max}}$$

4,14 10^{-19} J

$$V_{max} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - W}{e}$$

1.55 V

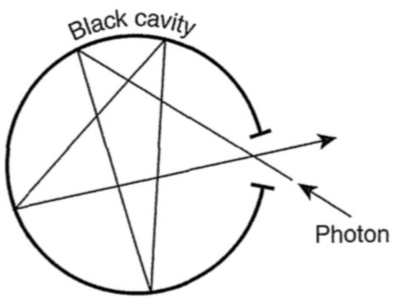
Aggiunta

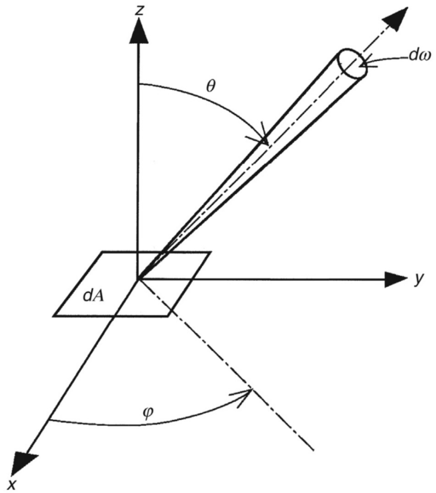
Blackbody radiation

Blackbody: **perfect absorber of radiat**ion

Radiation intensity describes the quantity of energy emitted within a frequency interval (v to v + dv) that will flow through a given increment of area (dA) within a solid angle ($d\omega$) of a particular direction in a time interval (dt) for a given direction

$$dF_{\mathrm{v}} = I_{\mathrm{v}} \cos\theta d\omega dA dv dt$$





Planck's law : intensity of emitted radiation of a cavity in thermodynamic equilibrium (blackbody) **at temperature T for each frequency ν**

$$B_{\mathrm{v}}(T) = \frac{2hv^3}{c^{*2}} \frac{1}{(e^{hv/kT} - 1)}$$

$$v = \frac{c^*}{\lambda}$$

$$E_{\mathrm{v}} = hv$$

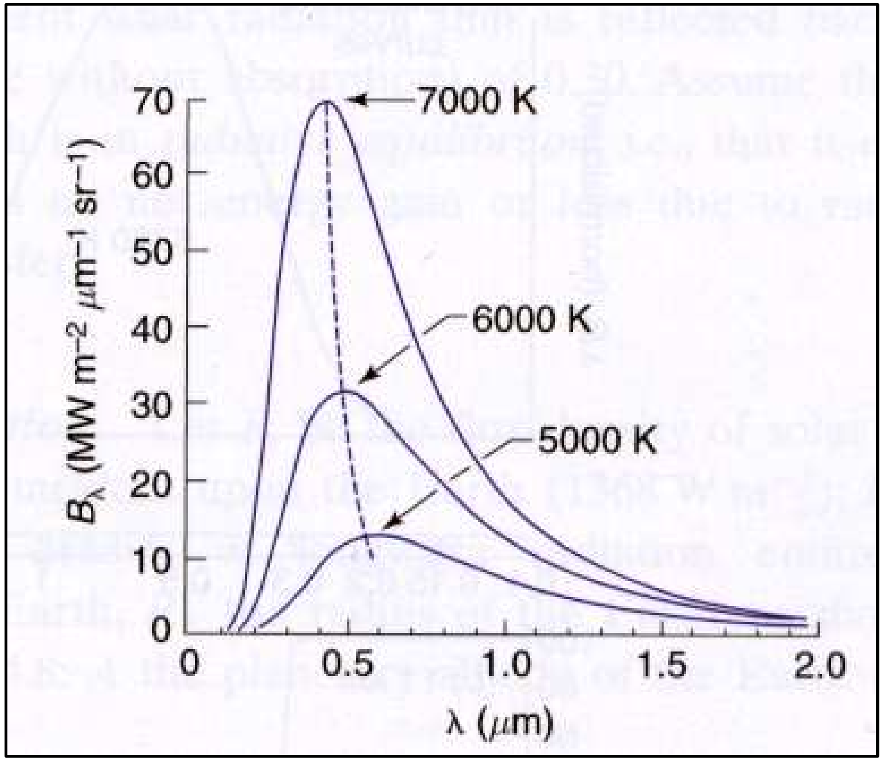
$h = 6.625 \times 10^{-34}$ Js — Planck's constant

$k = 1.37 \times 10^{-23}$ JK^{-1} — Boltzmann constant

$c^* = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1} — Speed of light

Blackbody radiation

Planck's law : intensity of emitted radiation of a cavity in thermodynamic equilibrium (blackbody) **at temperature T for each frequency** ν (or wavelenght λ)



$$B_\lambda(T)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1)}$$

$B_\lambda(T)$: sharp cut-off for short λ, then a rapid increase up to a maximum and finally a gradual decrease for larger λ.

As the emission temperature increases, the energy emitted increases as well and the wavelength corresponding to the emission peak decreases. → Wien's law

Blackbody radiation – Wien's law

Deriving $B_\lambda(T)$ with respect to λ and setting $dB_\lambda(T)/d\lambda=0$, we obtain the wavelength (λmax) at which the blackbody emission is maximum.

(The Planck function is regular and has only one maximum.)

$$\lambda_{max}T = A = 2898\mu K$$

The peak of the Planck function shifts towards shorter wavelengths as the temperature of the emitting body increases.

This means that the temperature of an emitting body can be estimated by measuring the wavelength corresponding to the maximum of the emission spectrum.

Blackbody radiation

Integrating over the full spectrum we get the *Stefan-Boltzmann law:*

$$B_\lambda(T)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1)} \qquad B(T) = \int_0^\infty B_\lambda(T)d\lambda$$

Stefan-Boltzmann law = integral of Planck's law over all frequencies and all angles (radiance)

$$R = \sigma T^4$$

In W/m^2

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^{*2} h^3}$$

If it is not a perfect black body:

$$R = \epsilon\sigma T^4$$

Where ε is the *emissivity (= absorptivity)*

Example: emission temperature of the Sun photosphere

$$\sigma T_{\mathrm{photo}}^4 = 6.4 \times 10^7\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

$$T_{\mathrm{photo}} = \sqrt[4]{\frac{6.4 \times 10^7\ \mathrm{Wm^{-2}}}{\sigma}} = 5796\,\mathrm{K} \sim 6000\,\mathrm{K}$$

Fine aggiunta