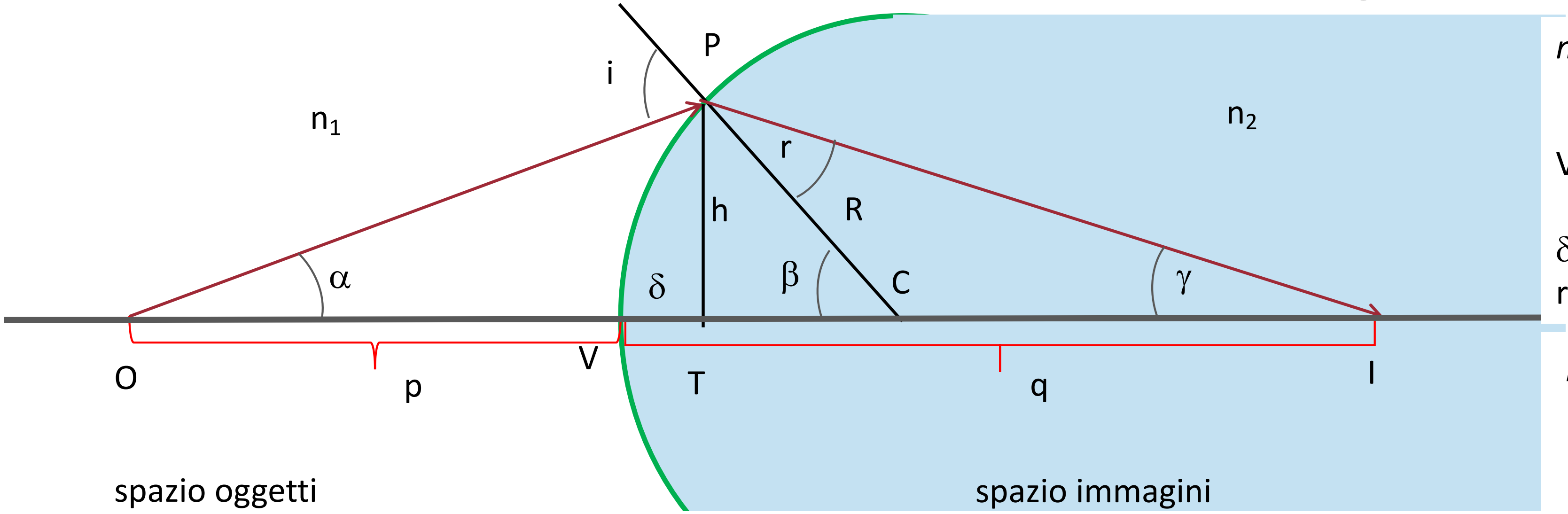
Esperimentazioni 2

Modulo di Ottica e Fisica Moderna

Lezione 2

Le lenti sottili *(caso particolare di lenti)*

Diottro sferico: formazione dell'immagine



$n_1 < n_2$

VT= δ

δ=tratto trascurabile rispetto p, q, R

$\beta = \tan\beta$
$\gamma = \tan\gamma$
$\alpha = \tan\alpha$

- $\frac{n_1}{p+\delta} + \frac{n_2}{q-\delta} = \frac{n_2-n_1}{R-\delta}$ diventa $\boxed{\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2-n_1}{R}}$

se assumiamo che il segmento d sia trascurabile rispetto a p, q, R

- L'equazione del diottro ci fornisce una relazione tra la posizione *p* della sorgente e la posizione *q* dell'immagine indipendentemente dal valore di α
- in approssimazione di Gauss il diottro trasforma fasci omocentrici in fasci rifratti omocentrici.
- L'equazione del diottro e' detta anche <u>equazione di Cartesio</u> (formula di Abbe) e i punti di coordinate *p* e *q* che la soddisfano sono detti *punti coniugati* rispetto al diottro.

Diottro sferico → equazioni principali e formule

Equazione del diottro

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Fuochi posteriore e anteriore del diottro

$$f_2 = \lim_{p \to \infty} q = R \frac{n_2}{n_2 - n_1}$$

$$f_1 = \lim_{q \to \infty} p = R \frac{n_1}{n_2 - n_1}$$

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$f_2 - f_1 = R$$

Ingrandimento

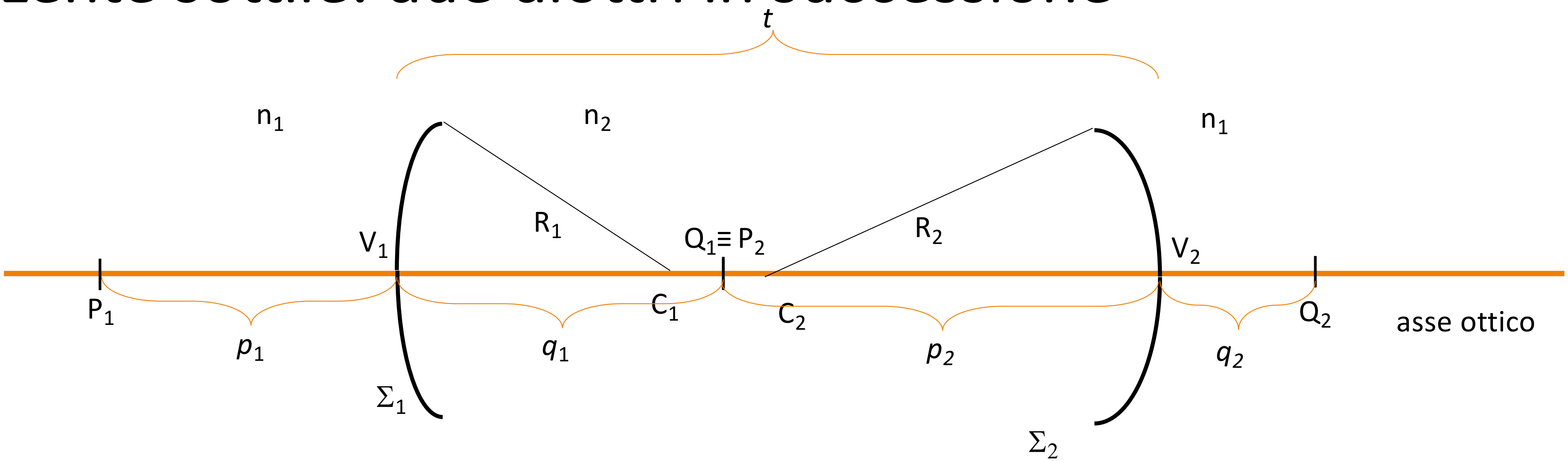
$$I = \frac{y'}{y} = \frac{q - R}{p + R} = \frac{n_1 q}{n_2 p}$$

Diottro sferico → lenti

Il diottro è il punto di partenza per spiegare il funzionamento di qualsiasi sistema ottico, in particolare sistemi ottici centrati, in condizioni di approssimazione di Gauss

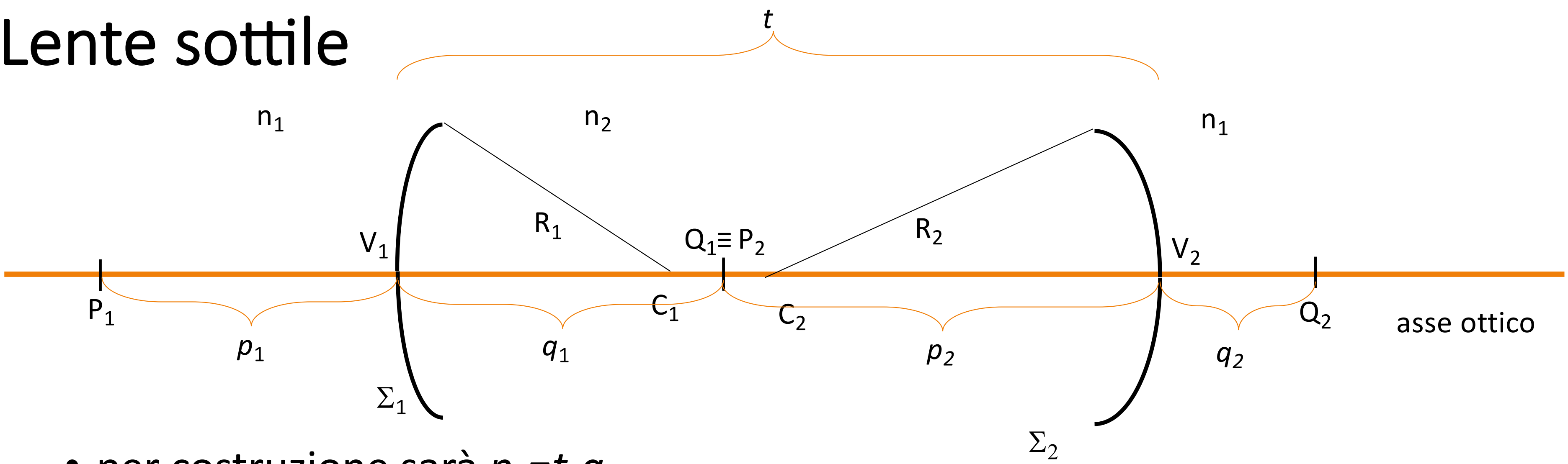
Una lente è una successione di 2 diottri semplici: è una *porzione di materiale trasparente di indice di rifrazione n delimitato da due superfici sferiche con raggi di curvatura* R_1 *e* R_2 *e con centri di curvatura disposti sull'asse ottico. Generalmente considereremo lenti in aria (delimitate a sinistra e destra da un mezzo con indice di rifrazione n=1).*

Lente sottile: due diottri in successione



- supponiamo di avere 2 **diottri sferici in successione**, e sia *t* la distanza tra i 2 vertici
- scriviamo **l'equazione di cartesio per il primo e per il secondo diottro separatamente**, assumendo che **l'immagine generata dal primo diventi oggetto per il secondo ($Q_1 \equiv P_2$)**
  - $\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{q_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$
  - $\frac{n_2}{p_2} + \frac{n_1}{q_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$
  - per costruzione sarà $p_2 = t - q_1$

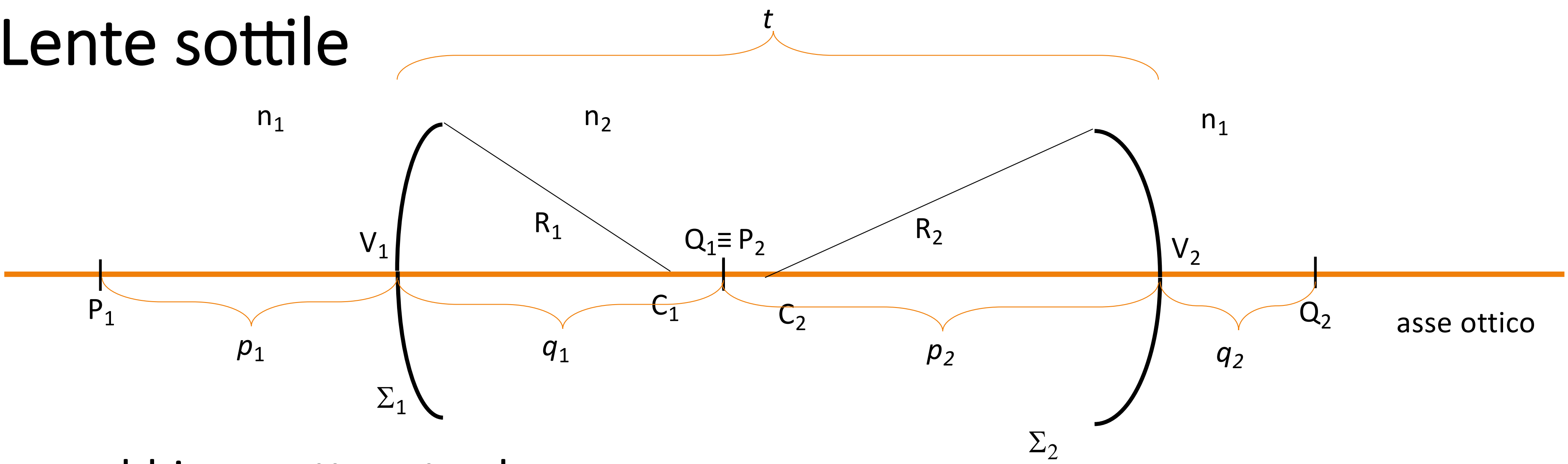
Lente sottile



- per costruzione sarà $p_2 = t - q_1$
  - $\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{q_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$
  - $\frac{n_2}{t - q_1} + \frac{n_1}{q_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$
- supponendo **t trascurabile** rispetto alle altre grandezze in gioco ($t - q_1 \rightarrow -q_1$) e sommando membro a membro
  - $\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{q_1} - \frac{n_2}{q_1} + \frac{n_1}{q_2} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2} \rightarrow \frac{n_1}{p_1} + \frac{n_1}{q_2} = (n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

$$\rightarrow \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Lente sottile



- abbiamo ottenuto che:
  - $\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_2}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

<u>Risultato che vale solo quando t è molto piccolo</u>

- a questo punto possiamo definire
  - p_1=p distanza oggetto
  - q_2=q distanza immagine

$$\boxed{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

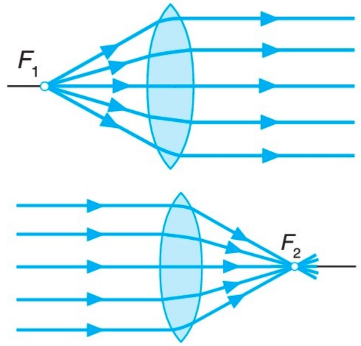
Lenti sottili: fuochi

- l'equazione

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

- ci permette di definire i fuochi di una lente sottile
  - $f_2 = \lim_{p\to\infty} q \Rightarrow \quad \frac{1}{f_2}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$
  - $f_1 = \lim_{q\to\infty} p \Rightarrow. \quad \frac{1}{f_1}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$

<u>I FUOCHI DI UNA LENTE SOTTILE SONO UGUALI $f_1 = f_2 = f$</u>



- riscriviamo l'equazione della lente sottile
  - $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$ formula di Huygens
  - $\frac{1}{f}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$ equazione del costruttore di lenti

Il fatto che I fuochi nella lente sottile siano uguali significa che io posso usare la lente sottile in modo simmetrico, ovvero guardandola da tutte e due le parti.

Ribaltando la lente sul suo asse otteniamo un comportamento identico → laboratorio

Lenti sottili: potere diottrico, punti coniugati, piano focale

- **Potere diottrico** o potere rifrangente: e' l'inverso della distanza focale espressa in metri. L'unita' di misura e' la **diottria**, cioe' il potere rifrangente di una lente con distanza focale di un metro:

$$P[\text{diottrie}] = 1 / f[\text{metri}]$$

- Punto oggetto e punto immagine si dicono **punti coniugati.** Se il punto oggetto si muove su un piano, il punto immagine si muove su un altro piano: i due piani si dicono coniugati.
- I punti di un **piano focale** (piano perpendicolare all'asse ottico passante per un fuoco) hanno per coniugati punti all'infinito. Per questo tutti i raggi uscenti da un punto del piano focale hanno come immagine raggi tra loro paralleli

- **D = 1/f** = **potere diottrico (o convergente o potenza)** della lente
- D si misura in diottrie se f è espressa in metri

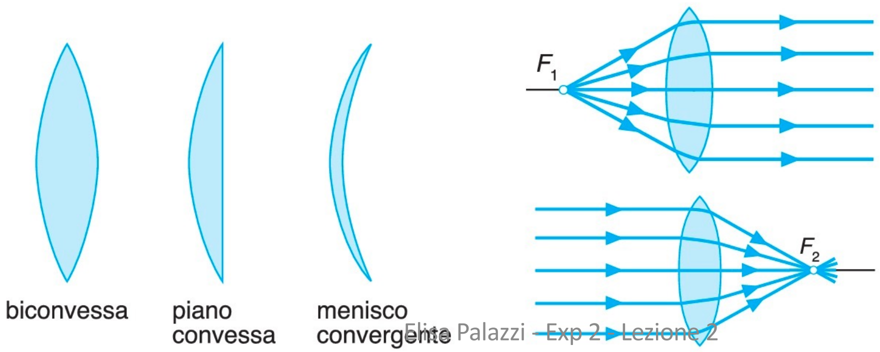
- **f > 0 per una lente convergente**

- **f < 0 per una lente divergente**

Lenti sottili convergenti

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

- Lenti convergenti: i raggi paralleli all'asse passano per F2 nello spazio di trasmissione (a destra della lente) in cui le immagini sono reali. **Per queste lenti *f* > 0**. Si possono avere lenti convergenti in diverse configurazioni :
  - lente biconvessa R1 > 0 R2 < 0 → $f > 0$
  - lente piano convessa R1 > 0 R2 = ∞ → $f > 0$
  - menisco convergente R1 > 0 R2 > 0 con R1 < R2 → $f > 0$

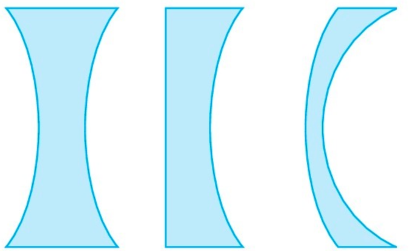


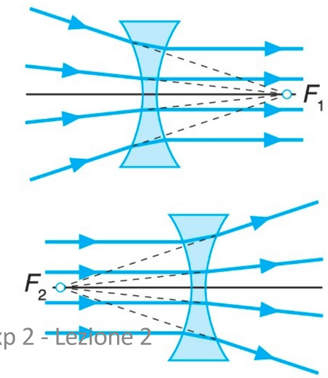
Assumiamo che n_2-n_1 > 0 sempre

Lenti sottili <u>divergenti</u>

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}=\frac{(n_2-n_1)}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

- <u>Lenti divergenti</u>: i raggi paralleli all'asse divergono: i loro <u>prolungamenti</u> si incontrano in F2 nello spazio di incidenza (a sinistra della lente) in cui le immagini sono virtuali. **Per le lenti divergenti *f* < 0**. Si possono avere in diverse configurazioni:
  - lente biconcava — R1 < 0 R2 > 0 → f < 0
  - lente piano concava — R1 < 0 R2 = ∞ → f < 0
  - menisco divergente — R1 > 0 R2 > 0 con R1 > R2 → f < 0

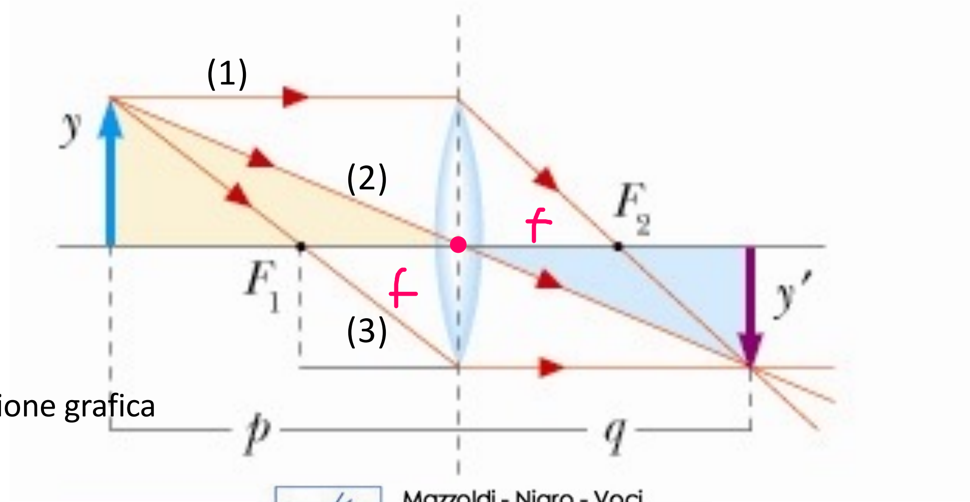




Costruzione dell'immagine: lente convergente

- Per costruire l'immagine di un oggetto **(nota la distanza focale f)** si possono usare tre raggi
  - quello parallelo all'asse ottico che ha come immagine il raggio passante per il secondo fuoco (1),
  - quello che passa per il centro ottico, che non viene deviato (2)
  - quello passante per il primo fuoco che ha come immagine il raggio parallelo all'asse ottico (3).

- Con la stessa lente l'immagine è reale o virtuale a seconda della posizione dell'oggetto (si veda prossima slide)



Rappresentazione grafica

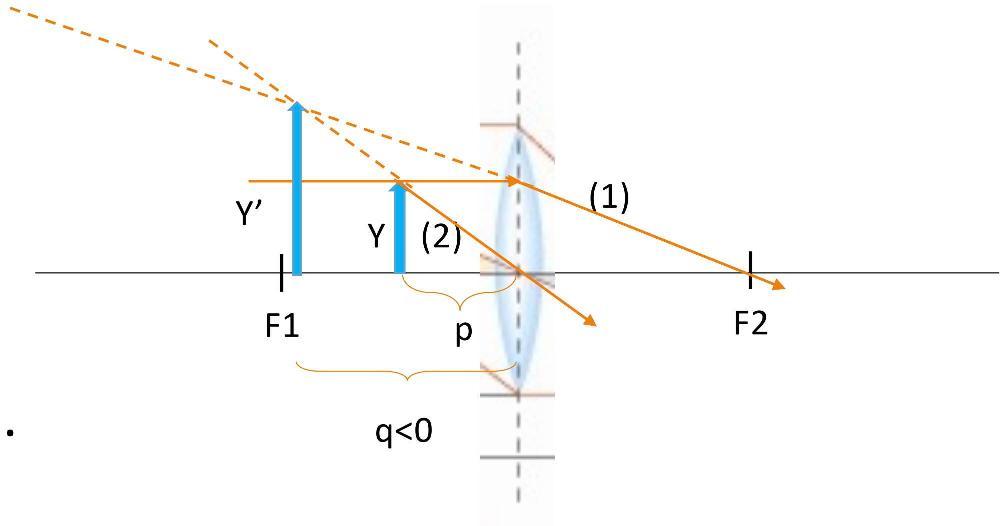
Mazzoldi - Nigro - Voci
Elementi di Fisica - Onde
EdiSES

Lente sottile convergente

	> 0
p	sorgente reale
q	immagine reale
$f_1 = f_2$ > 0	lente convergente

Costruzione dell'immagine: lente convergente

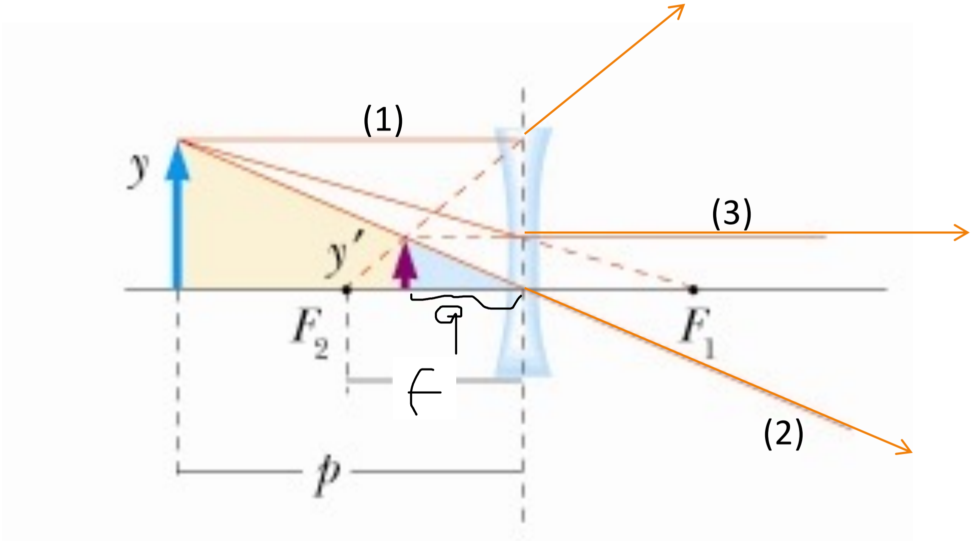
- immagine virtuale ottenuta con una lente convergente: **la distanza dell'oggetto dalla lente è inferiore alla distanza focale (p < f)**
- l'immagine è costruita sfruttando i prolungamenti dei raggi principali. Essi (linee tratteggiate) convergono in un punto nello spazio degli oggetti.
  - q<0
  - immagine virtuale



(ingrandimento oggetti → lente di ingrandimento)

A seconda di dove si posizione l'oggetto, anche l'immagine di una lente convergente può essere virtuale

Costruzione dell’immagine: lente divergente

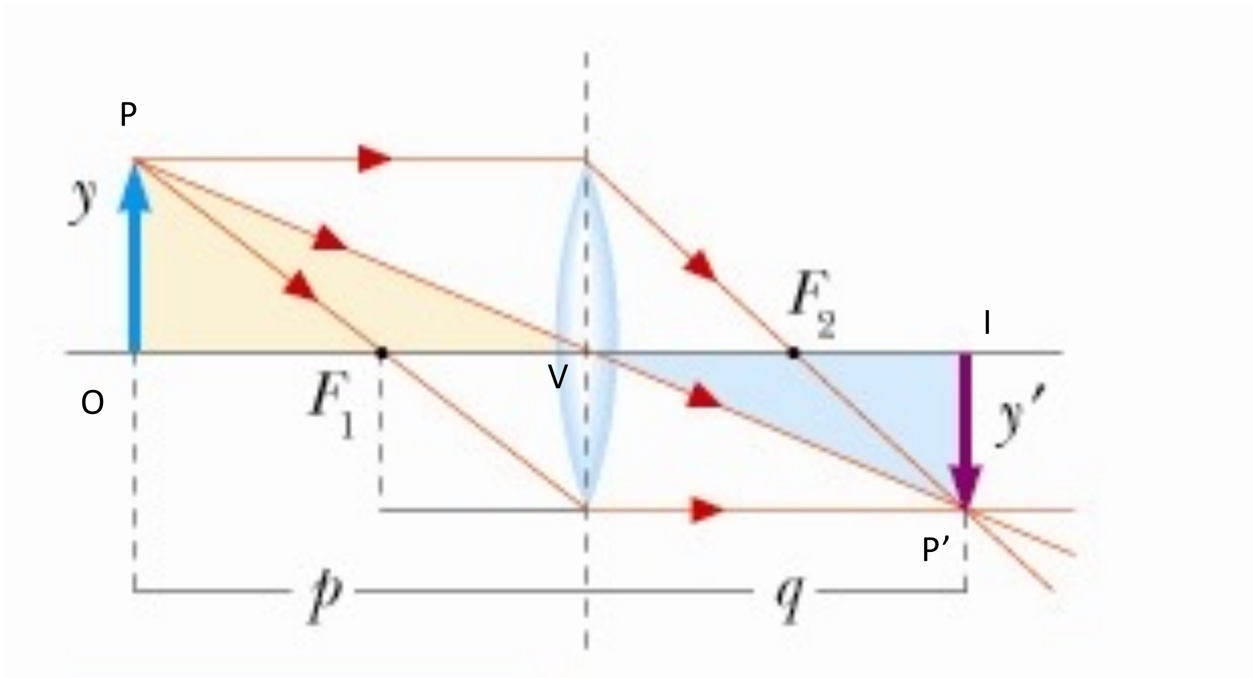


Mazzoldi - Nigro - Voci
Elementi di Fisica - Onde
EdiSES

- lente divergente:
  - usiamo sempre i 3 raggi fondamentali ma poichè divergono dopo la lente è necessario tracciare i prolungamenti (tratteggiati) per identificare l’immagine

p >0	sorgente **reale**
q <0	immagine virtuale
$f_1 = f_2$ <0	lente divergente

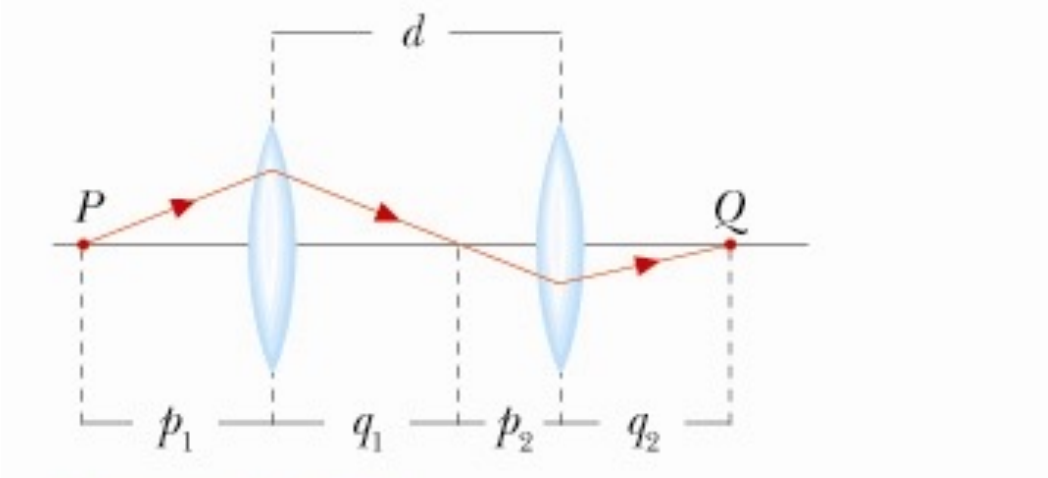
Ingrandimento lineare



- consideriamo l’oggetto Y (per semplicità assunto bidimensionale)
- l’immagine sarà chiamata Y’ (Y’>0 immagine capovolta; Y’<0 immagine diritta)
- osservando che i triangoli POV e P’IV sono simili possiamo scrivere che

Y:Y’=p:q da cui l’ingrandimento lineare I= $\left|\frac{Y'}{Y}\right| = \left|\frac{q}{p}\right|$

Sistema di lenti sottili



Consideriamo

- un sistema di 2 lenti poste in successione, di focali f_1 e f_2
- l'immagine generata dalla prima lente diventa oggetto per la seconda

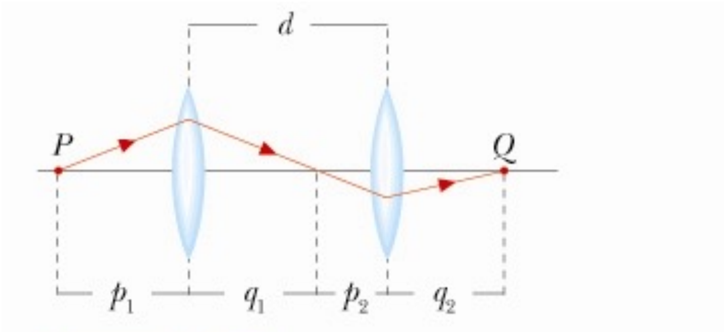
conoscendo le focali delle lenti e risolvendo il sistema si trova il punto in cui il sistema genera l'immagine

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2}$$

dove $p_2 = d - q_1$

Sistema di lenti sottili a contatto



- Consideriamo
  - un sistema di 2 lenti poste in successione
  - l'immagine generata dalla prima lente diventa oggetto per la seconda
  - la distanza tra le lenti è pari a zero

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2}$$

dove $p_2 = d - q_1$ sostituendo nella seconda equazione e sommando membro a membro $\longrightarrow$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} + \frac{1}{d - q_1} + \frac{1}{q_2}}}$$

se d=0 **ovvero le lenti sono a contatto** l'equazione diventa $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_2}$ ovvero $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ dove p e q rappresentano la distanza oggetto e immagine del sistema

quindi possiamo definire un fuoco **f** del **sistema di lenti** a contatto per cui vale

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

Misura della focale di una lente convergente

IPOTESI:

- sistema ottico centrato
- approssimazione di Gauss

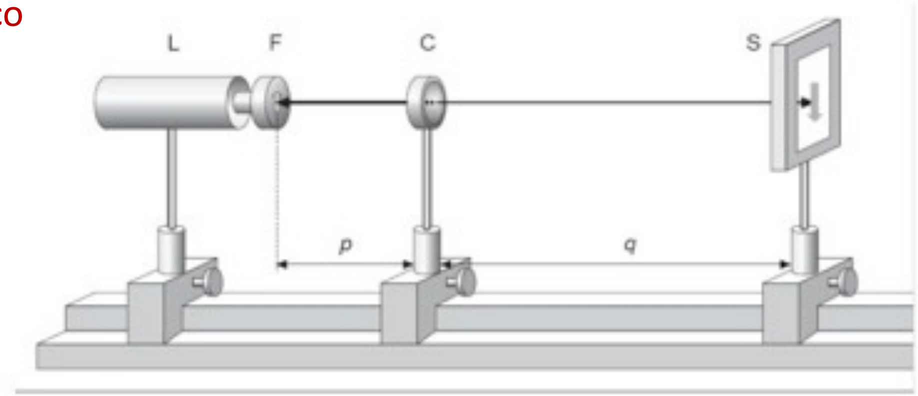
TESI:

- posso usare l'equazione $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ per determinare la distanza focale

METODO:

- uso un banco ottico graduato con proiettore (L), oggetto (freccia su diapositiva, F), lente convergente (C) e schermo (S)
- fisso e misuro la distanza p, oggetto-lente
- sposto lo schermo fino a che l'immagine non è a fuoco
- misuro la distanza q
- valuto errori su p e q
- estraggo f

La descrizione dell'esperienza è dettagliata nella dispensa "Misura della focale di una lente", reperibile su campusnet e Moodle



Misura della focale di una lente divergente

Poichè una lente divergente non genera un'immagine reale devo utilizzare un **sistema di lenti a contatto, convergente+divergente, che sia complessivamente convergente** per usare lo stesso metodo per estrarre f_D misurando $f_{sistema}$

IPOTESI:

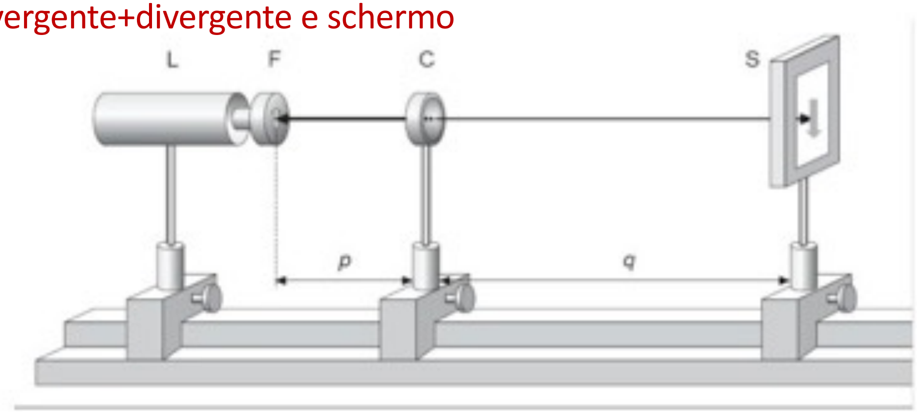
- sistema ottico centrato, convergente
- approssimazione di Gauss

TESI:

- posso usare l'equazione $\frac{1}{f_C} + \frac{1}{f_D} = \frac{1}{f_{sistema}}$ per determinare la distanza focale f_D nota f_C, misurando $f_{sistema}$

METODO:

- uso un banco ottico con proiettore, oggetto, lente convergente+divergente e schermo
- fisso e misuro la distanza p, oggetto-lente
- sposto lo schermo fino a che l'immagine non è a fuoco
- misuro la distanza q
- valuto errori su p e q
- estraggo $f_{sistema}$
- noto f_C e $f_{sistema}$ estraggo f_D



La descrizione dell'esperienza è dettagliata nella dispensa "Misura della focale di una lente", reperibile su campusnet e su Moodle

Laboratorio