

Esperienza di laboratorio: Filtri RLC

Mattia Benna, Federico Cesari, Matteo Herz

Università di Torino - Corso di Laurea in Fisica

Abstract—In questa esperienza di laboratorio abbiamo studiato la risposta in frequenza di circuiti RLC configurati come filtri passa-banda, con una frequenza di risonanza intorno ai 20 kHz. L'obiettivo era: analizzare sperimentalmente l'andamento del guadagno in funzione della frequenza di un segnale sinusoidale applicato in ingresso. I risultati ottenuti sono stati confrontati con le previsioni teoriche, permettendo di verificare la coerenza del modello e di determinare sperimentalmente la dipendenza della larghezza di banda dalla resistenza presente nel circuito.

1. Introduzione

Studiare il comportamento dei circuiti RLC è fondamentale per comprendere il funzionamento dei sistemi elettrici soggetti a segnali variabili nel tempo. Questo esperimento ha permesso di analizzare il guadagno in funzione della frequenza di diversi filtri RLC in configurazione passa-banda. In particolare, misurando le tensioni ai capi della resistenza e confrontandole con la tensione di ingresso, è stato possibile determinare la banda passante e la frequenza di risonanza del circuito, oltre a verificare la dipendenza della larghezza di banda dalla resistenza scelta. Tali misure rivestono un ruolo centrale non solo nella fisica dei circuiti e nell'elettrotecnica, ma anche in numerose applicazioni pratiche, come la progettazione di dispositivi di selezione di frequenza, i sistemi di comunicazione, e il filtraggio di segnali in ambito elettronico e biomedicale.

2. Nozioni teoriche

I circuiti RLC si comportano da filtri a causa dell'andamento in frequenza dell'impedenza totale del circuito. Ogni componente ha una propria impedenza reale, che dipende della frequenza tramite la pulsazione $\omega = 2\pi\nu$:

$$x_C = \frac{1}{\omega C} \quad x_L = \omega L \quad x_R = R + R_{parassita}$$

Fornita una tensione alternata sinusoidale, la corrente che scorre nel circuito si ricava dall'equazione:

$$i = \frac{v_{in}}{R_{tot}} = \frac{v_{in}}{x_R + j(x_L - x_C)}$$

I contributi degli andamenti in frequenza delle impedenze determinano quanta parte del segnale viene lasciata passare e quanta invece attenuata; in particolare il filtro in configurazione passa-banda sopprime i segnali a basse ed alte frequenze, lasciando passare una banda centrata alla frequenza di risonanza (ν_0) e la cui ampiezza (BW) dipende dalla resistenza del circuito.

La frequenza di risonanza è il valore per il quale l'attenuazione del segnale è minima ed il guadagno è massimo, in formule:

$$\overline{BW} = \frac{x_R}{2\pi L} \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad G(\nu_0) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R}{R + R_p} \approx 1$$

Per poter osservare la configurazione di filtro passa-banda è necessario misurare la tensione v_{out} ai capi della resistenza R .

3. Apparato e procedura sperimentale

In laboratorio abbiamo utilizzato i seguenti componenti:

- Solenoide circolare
- Condensatore
- N. 3 resistenze (1 per circuito)
- Spettroscopio Tektronix TDS 2002
- Generatore di funzioni Siglent SDG1062X Plus
- Ponte RCL
- Basetta per realizzare il circuito

Ed assemblato il seguente circuito sulla basetta:

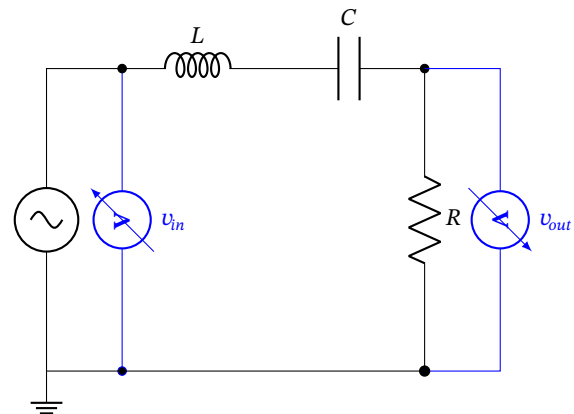


Figure 1. Schema circuitale

Inizialmente abbiamo misurato i valori dei nostri componenti circuitali tramite ponte RCL¹:

C	30.1 ± 0.4	nF
L	2.09 ± 0.01	mH
R_1	285.3 ± 0.9	Ω
R_2	1020 ± 2	Ω
R_3	40.7 ± 0.1	Ω
ν_0	20050 ± 143	Hz

Table 1. Dati misurati

Per caratterizzare la risposta abbiamo misurato la v_{in} , la v_{out} e la ν_{in} tramite l'oscilloscopio, variando la frequenza del segnale in ingresso da 1 kHz a 450 kHz.

In seguito, la resistenza del circuito è stata sostituita una volta con un valore maggiore e la seconda con una minore, al fine di analizzare l'effetto della resistenza sulla larghezza di banda del filtro.

4. Analisi dati e discussione

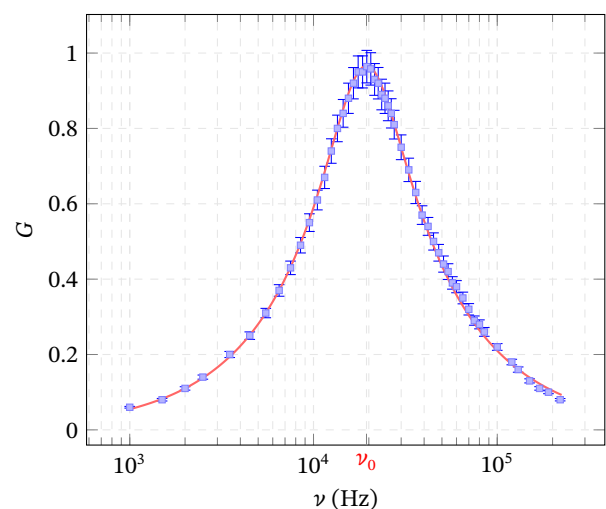


Figure 2. Set principale con R1

¹Gli errori sulle grandezze sono stati ricavati dal datasheet in dotazione, tutte le misure sono state compiute a 1kHz di frequenza impostata sul ponte RCL.

Il grafico in figura 2 rappresenta l'andamento del set principale dei nostri dati raccolti in laboratorio. Tale serie risulta essere la più completa a livello di numero di dati.

In aggiunta abbiamo due set con un minor numero di dati ciascuno, che verranno utilizzati per valutare l'influenza della resistenza sulla larghezza di banda:

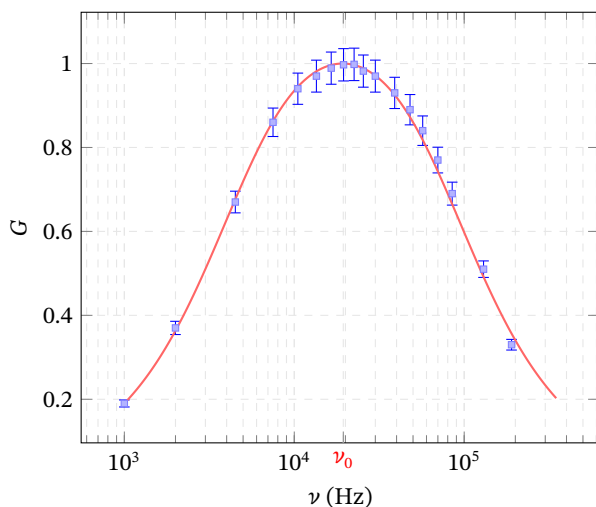


Figure 3. 2° set con R2

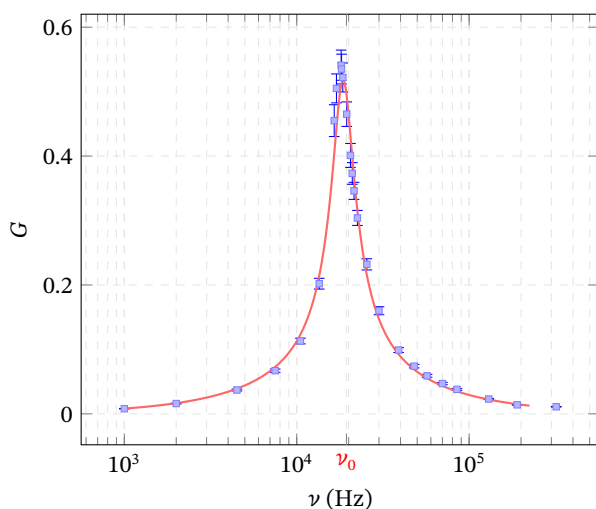


Figure 4. 3° set con R3

Per ogni set di dati è stato svolto un fit con il metodo dei minimi quadrati e sono stati ricavati i valori di capacità, induttanza e resistenza parassita; in particolare per il primo set di dati abbiamo ottenuto:

C_{F1}	30.6 ± 0.9	nF
L_{F1}	2.20 ± 0.06	mH
R_{parF1}	11 ± 3	Ω
ν_{0F1}	19408 ± 389	Hz

Table 2. Dati del fit di Fig. 1

Confrontando² i parametri circuitali ottenuti dai fit con i valori misurati in laboratorio abbiamo ottenuto corrispondenze interessanti: I valori di capacità sono risultati molto concordi fra loro, con un P-value pari a 0.50; invece le induttanze sono confrontabili fra di loro ma con un P-value pari a 0.08. È interessante notare però che i

valori di L sono estremamente compatibili fra i tre set di dati, quindi sembra esserci una leggera discordanza fra il valore misurato con il ponte e il valore che risulta dal comportamento del filtro. È quindi probabile che ci sia una ragione per cui misuriamo con il ponte un valore di L inferiore a quello vero.

Questa differenza fra i valori di L si riflette anche sulla frequenza di risonanza, che continua ad essere compatibile con quella ottenuta direttamente dalle grandezze misurate, ma diminuisce di 0.6 KHz. Questa non è una differenza trascurabile: constatiamo che un valore più veritiero della ν_0 del nostro circuito è quello che otteniamo dal primo fit; infatti il valore di frequenza a cui abbiamo misurato il guadagno massimo in laboratorio è stato 19500 Hz.

In aggiunta si può vedere come per il primo set di dati la resistenza parassita sia piccola ma non nulla, ed il suo effetto non è trascurabile nell'andamento del filtro. Questo valore di R_{parF1} è il motivo per cui il guadagno massimo della fig. 2 si discosta dall'1. Mentre per il secondo fit, la cui resistenza è molto maggiore, l'effetto della resistenza parassita è trascurabile ed il guadagno massimo è molto vicino ad 1.

Si evidenzia inoltre che a partire da circa 350 KHz i dati di tutti e tre i set presentano deviazioni anomale rispetto all'andamento previsto. Questo comportamento può essere attribuito alla forte attenuazione del segnale al di fuori della banda passante del filtro, che rende la misura più sensibile a rumori di fondo. L'effetto non è attribuibile all'impedenza d'ingresso dell'oscilloscopio poiché la frequenza di taglio del circuito RC interno si trova a frequenze molto più alte, circa 8 MHz.

Le figure 3 e 4 mettono in risalto l'effetto della resistenza sulla larghezza di banda passante. Come previsto dalla formula teorica la proporzionalità è diretta; infatti per una resistenza maggiore la banda si allarga, mentre per una resistenza più piccola si stringe. È opportuno far notare che per la Fig. 4 la larghezza di banda è talmente piccola che in laboratorio non siamo riusciti a trovare i valori di frequenza per cui il guadagno fosse maggiore di 0.53, si può calcolare infatti che la larghezza di banda in questo caso risulta all'incirca di 300 Hz, mentre per la Fig. 3 è all'incirca di 7.7 KHz. Inoltre, come già discusso in precedenza, la resistenza parassita del circuito è piccola; ma per il terzo set anche la resistenza che abbiamo scelto è molto piccola, di conseguenza anche questa scelta contribuisce ad abbassare il picco del guadagno.

5. Conclusioni

Giunti a questo punto possiamo asserire che l'obiettivo dell'analisi dati è stato raggiunto: abbiamo caratterizzato la risposta in frequenza di un circuito RLC.

Tramite i confronti con i valori dei fit abbiamo riscontrato un possibile errore sistematico sulla misura dell'induttanza, della quale consideriamo come valore più accurato quello ottenuto dai fit, ovvero 2.20 ± 0.06 mH. Questo offset sul valore di L si ripercuote sulla ν_0 , che consideriamo essere 19.4 ± 0.4 kHz, ovvero il valore ottenuto dal fit di Fig. 2. Infine abbiamo valutato come il valore della resistenza del circuito influenzasse la larghezza di banda, confermando la formula teorica.

²Per i confronti sono stati usati opportuni test di gauss, svolti confrontando la differenza dei rispettivi parametri con il valore atteso, ovvero 0