Esercizi Svolti

1) **Un tester collegato ad amperometro deve misurare la corrente prodotta da una cella fotovoltaica.**

Lo strumento analogico del tester (microamperometro) ha una resistenza di 2 kΩ e l'ago indicatore va a fondo scala se attraversato da una corrente di 50 μA. Calcolare la resistenza di shunt necessaria per trasformare il microamperometro in un amperometro con fondo scala di 0,5 A.
Quale tensione indicherà un voltmetro digitale collegato in parallelo all'amperometro se la cella fotovoltaica è modellizzata con un generatore di tensione Vp = 0,4V ed una resistenza in serie Rp di 2,5 Ω ?

La tensione ai capi del microamperometro se attraversato da 50μA è

$50 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{3} = 100mV$

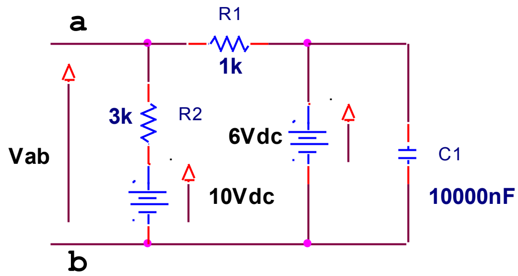
La resistenza di shunt, da mettere in parallelo allo strumento, è

$$Ramp = \frac{0{,}1}{0{,}5} = 0{,}2\Omega$$

La corrente prodotta dalla cella sarà: $I = \dfrac{0{,}4}{2{,}5 + 0{,}1} = 0{,}148A$

E la sua tensione sarà $V = 0{,}148 \times 0{,}2 = 29{,}6mV$

2) **Calcolare la tensione Vab del circuito presentato in figura, sapendo che il circuito è a regime (cioè a transitorio finito). Calcolare anche la corrente che attraversa il condensatore.**



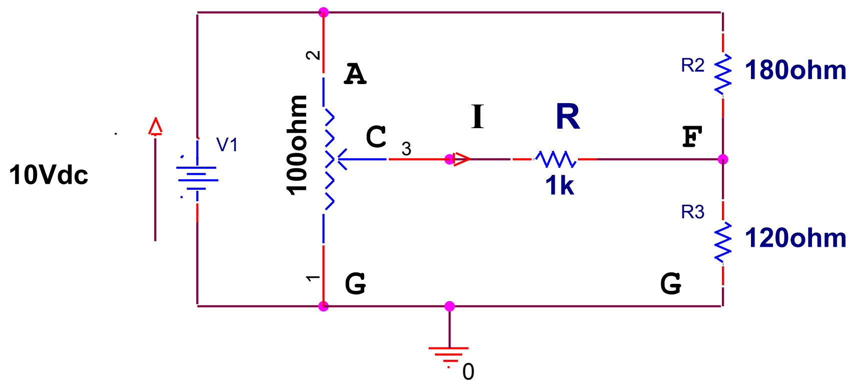
Il circuito è a regime, quindi non passa corrente nel condensatore.

La corrente fornita dai generatori è $\dfrac{10-6}{3+1} = 1mA$

La tensione Vab risulta $10 - 3 \times 1 = 7V$

3) E' dato il circuito in figura:

Il cursore C del potenziometro può spostarsi da G ad A attraverso ad una manopola a 10 giri. Calcolare la corrente che passa nella resistenza R sapendo che la resistenza totale del potenziometro vale 100Ohm ed il cursore C è posizionato a 4 giri di manopola partendo a contare da G.



Essendo il cursore posizionato a 4 giri da G, vuol dire che la resistenza R_{CG} vale 40Ohm e la resistenza R_{AC} vale 60Ohm.

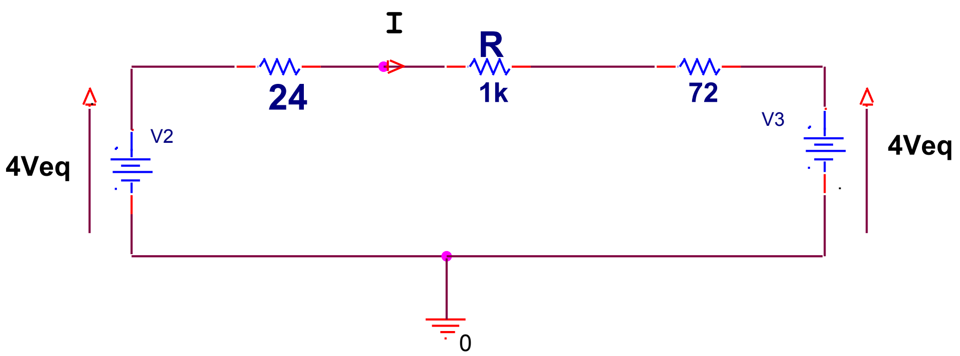
Applico Thevenin ai punti C G :

$$V_{eqCG} = \frac{10}{100} 40 = 4V \qquad R_{eqCG} = \frac{60 \cdot 40}{100} = 24\Omega$$

Applico Thevenin ai punti F G :

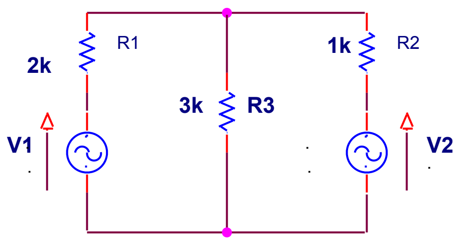
$$V_{eqFG} = \frac{10}{300} 120 = 4V \qquad R_{eqFG} = \frac{120 \cdot 180}{300} = 72\Omega$$

Il circuito diventa:



Considerando la somma delle tensioni di maglia, la corrente I risulta essere uguale a zero.

4) Calcolare la potenza efficace dissipata dalla resistenza R_3 inserita nel circuito di figura sapendo che il generatore $V_1 = 8\text{sen}\omega t$, $V_2 = 10\text{sen}(\omega t + 30°)$, cioè in anticipo di 30°.



Applicando il calcolo simbolico si ha:

$$V_1 = 8 \qquad V_2 = 10(0{,}866 + j0{,}5)$$

Soluzione applicando il teorema di Millman:

$$V_{AB} = \frac{\frac{8}{2} + \frac{8{,}66 + j5}{1}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1} = \frac{4 + 8{,}66 + j5}{1{,}833} = 6{,}9 + j2{,}728$$

con V_{AB} la tensione ai capi della resistenza R_3

La resistenza non sfasa la corrente rispetto alla tensione.

Calcolo il modulo della tensione V_{AB}

$$|V_{AB}| = \sqrt{(6{,}9)^2 + (2{,}728)^2} = 7{,}416 \qquad V_{ABeff} = \frac{7{,}416}{\sqrt{2}} = 5{,}26$$

La potenza risulta: $\frac{V^2}{R} = \frac{27{,}66}{3} = 9{,}22mW$

Lo stesso risultato si può ottenere applicando il teorema di Thevenin:

Taglio la resistenza R_3 dal circuito e calcolo la Veq e la Req ai capi del taglio

Si ha $Veq = \frac{8 - 8{,}66 - j5}{2 + 1} \cdot 1 + 8{,}66 + j5 = 8{,}44 + j3{,}33$

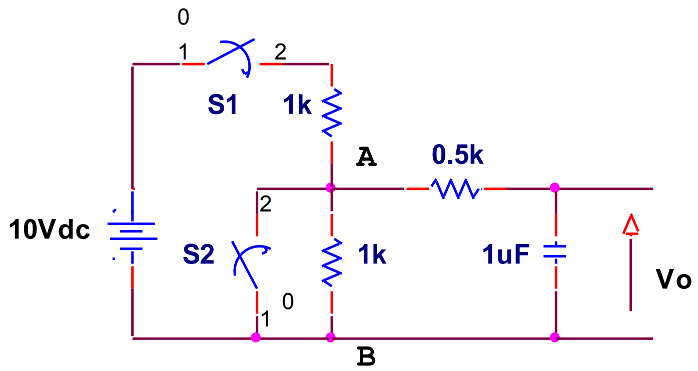
$$Req = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1} = 0{,}66k$$

La corrente che circola nel circuito completo è:

$$I = \frac{8{,}44 + j3{,}33}{0{,}66 + 3} = 2{,}3 + j0{,}9 \qquad |I| = \sqrt{5{,}29 + 0{,}81} = \sqrt{6{,}1}$$

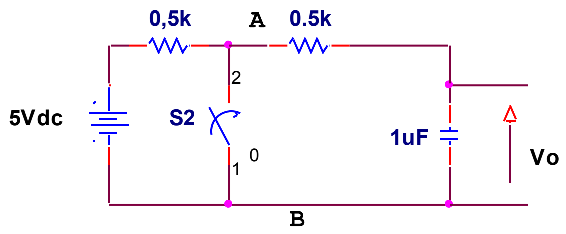
la potenza si può calcolare con $I_{eff}^2 \cdot R = 3{,}05 \cdot 3 = 9{,}15mW$

5) Dato il circuito in fig. graficare la tensione ai capi del condensatore sapendo che per t<0 gli interruttori S1 ed S2 sono aperti e il condensatore scarico.
Al tempo t = 0 si chiude S1 e dopo un tempo di 20ms si chiude anche S2.



Applico Thevenin ai punti A e B, calcolo il generatore equivalente e la resistenza equivalente: $\mathbf{Veq} = \frac{10}{1+1} \bullet 1 = 5\mathbf{V}$ $\mathbf{Req} = \frac{1 \bullet 1}{1+1} = 0{,}5\mathbf{k\Omega}$

Il circuito si trasforma in:

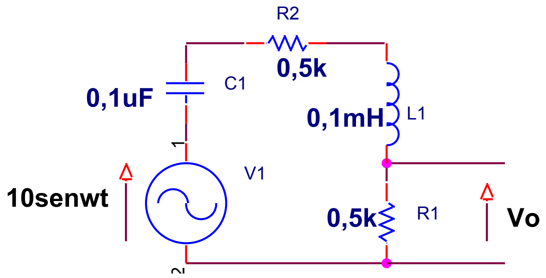


Questo circuito è valido da t = 0 . Ricordiamo che fino al tempo 20ms l'interruttore S2 è aperto.
In questo periodo la costante di tempo è $\mathbf{RC} = 10^3 \bullet 10^{-6} = 10^{-3}\mathbf{s}$

Dopo circa 5 volte la costante di tempo, cioè dopo circa 5ms, l'esponenziale si è esaurito e la tensione ai capi del condensatore raggiunge 5V. Dopo 20ms la tensione ai capi del condensatore è dunque di 5V.

Si chiude S2. La tensione VAB diventa zero e il condensatore, attraverso la resistenza da 0,5k, si scarica con costante di tempo $\boldsymbol{\tau} = 0{,}5 \bullet 10^3 \bullet 10^{-6} = 0{,}5\mathbf{ms}$

6) Dato il circuito in figura, calcolare la frequenza del generatore sinusoidale affinché la tensione Vo sia massima. Calcolare modulo e fase della tensione Vo.



Calcolo la tensione Vo applicando il calcolo simbolico:

$$Vo = \frac{10}{R_1 + R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \cdot R_1$$

$$Vo = \frac{10}{(5+5)\cdot 10^2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot 5 \cdot 10^2$$

La tensione è massima quando il termine complesso si annulla, cioè quando si è in risonanza:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega^2 LC = 1$$

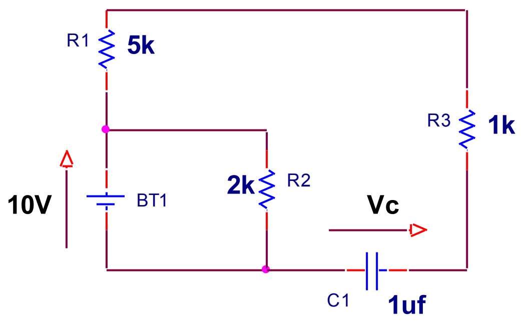
da cui si ricava il valore della frequenza:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6{,}28\sqrt{10^{-4}\cdot 10^{-7}}} = \frac{1}{6{,}28\cdot 10^{-6}\cdot 3{,}16}$$

$$f = 50kHz$$

a questa frequenza la tensione Vo si trova in fase con la tensione del generatore e vale: $v_0 = 5sen\omega t$

7) Dato il circuito in figura calcolare la tensione ai capi del condensatore in regime stazionario.

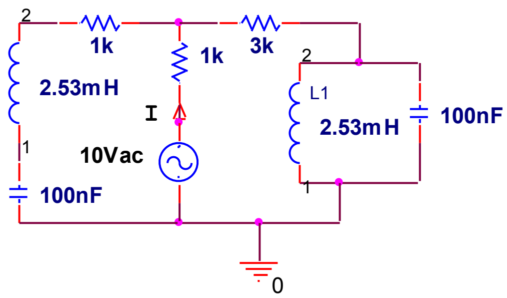


Si è in regime stazionario, perciò il condensatore è carico e si comporta come un circuito aperto: non passa corrente nelle resistenze R1 e R3. La caduta di tensione ai capi di R1 e R3 è dunque zero.

La tensione Vc è:

$$Vc = 10V$$

8) Calcolare il valore efficace della corrente fornita dal generatore, modulo e fase. Il generatore di tipo sinusoidale fornisce 10V di picco ad una frequenza di 10kHz. Gli elementi reattivi sono da considerare ideali.



Alla frequenza di 10kHz Il circuito serie di sinistra è risonante ed essendo i componenti reattivi ideali la sua impedenza è 1k.

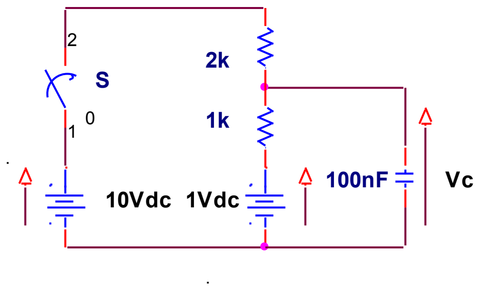
Il circuito parallelo di destra è risonante e la sua impedenza è infinita.

Nel calcolo della corrente perciò, nel ramo di destra non circola corrente e nel ramo di sinistra gli elementi reattivi si annullano e rimane solo la resistenza da 1K che si trova in serie con quella del generatore anche da 1K.

La corrente risulta $I = \dfrac{10}{2} = 5$ mA di valore massimo

La corrente efficace è $= 3{,}54mA$ e la fase è zero rispetto alla tensione del generatore.

9) Dato il circuito in figura descrivere la forma d'onda che si presenta ai capi del condensatore per il tempo t > 0 sapendo che al tempo t = 0 si chiude l'interruttore



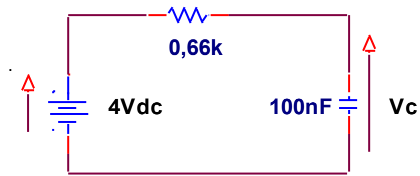
Per tempi t < 0 il condensatore è carico a 1 volt.

Al tempo t = 0 si chiude l'interruttore ed è utile applicare il teorema di Thevenin.

Il generatore equivalente risulta: $Veq = \dfrac{10-1}{3} \times 1 + 1 = 4V$

La resistenza equivalente risulta $Req = \dfrac{2 \times 1}{3} = 0{,}66k$

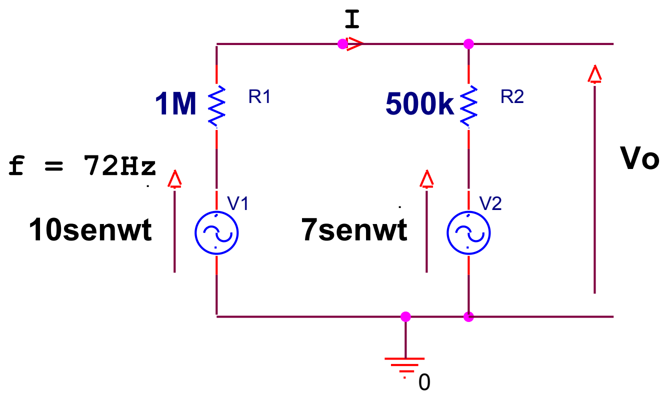
Il circuito diventa



La tensione ai capi del condensatore è $Vc(t) = Vf - \left(Vf - Vin\right)\exp(\dfrac{t}{ReqC})$

Tende ad una tensione di 4V con costante di tempo ReqC

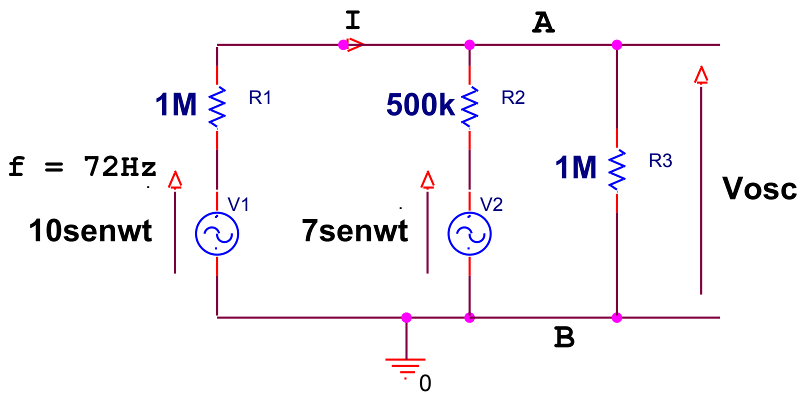
10) E' dato il circuito in figura. La tensione Vo è misurata con un oscilloscopio avente una resistenza interna Ri = 1MOhm e di capacità trascurabile. Calcolare l' errore sistematico che si compie.



Calcolo la corrente che circola nel circuito quando non è collegato l' oscilloscopio:

$$I = \frac{10-7}{(1+0{,}5)\cdot 10^6} = 2\cdot 10^{-6}\,A \qquad Vo = 10 - 10^6 \cdot 2\cdot 10^{-6} = 8V$$

Se collego l' oscilloscopio ho il seguente circuito:



Applico il teorema di Thevenin ai punti A e B e si ottiene il circuito iniziale: la Veq risulta uguale a Vo precedentemente calcolata, mentre la Req è

$$Req = \frac{1\cdot 0{,}5}{1+0{,}5} = 0{,}33M\Omega$$

Si ha che

$$Vosc = \frac{8}{1+0{,}33}\cdot 1 = 6V$$

L'errore risulta $8-6=2V$

11) Nel circuito rappresentato in fig. 3 l'interruttore viene chiuso al tempo t = 0. Graficare la forma d'onda ai capi del condensatore in funzione del tempo.

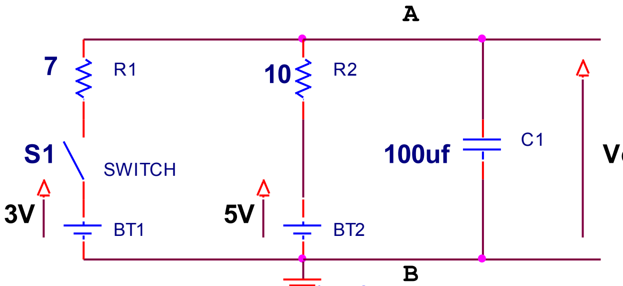


Fig. 3

Per t < 0 il condensatore si è caricato a 5V perché è l'unico generatore inserito nel circuito.
Per t > 0 si chiude l'interruttore e nel circuito ci sono due generatori che agiscono.
Applico il teorema di Thevenin ai punti A e B e calcolo Veq e Req:

$$\mathbf{Veq} = \frac{3-5}{7+10} \cdot 10 + 5 = 3{,}8V$$

$$\mathbf{Req} = \frac{7 \cdot 10}{7+10} = 4{,}1\Omega$$

il circuito si trasforma in:

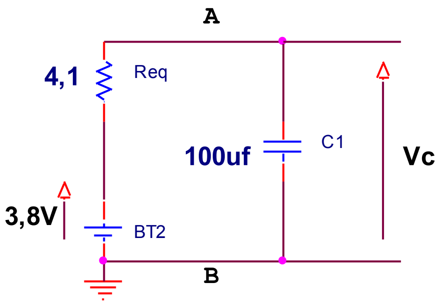


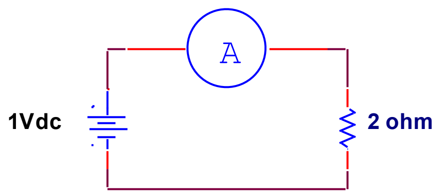
Fig. 4

Ricordo la formula: $v_C = V_f - (V_f - V_i)e^{-\frac{t}{RC}}$

sostituisco i valori, ricordando che $V_f = 3{,}8V \quad V_i = 5$

$$RC = 4{,}1 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 4{,}1 \cdot 10^{-4}\,s$$

12) Un amperometro ha un fondo scala di 1A con una resistenza interna di 1Ω. Collegato al circuito in figura calcolare la corrente che eroga il generatore se l'amperometro è considerato reale oppure ideale. Se si cambia il fondo scala dello strumento in 3 A (cioè cambiando la sua resistenza interna), quanto segnerà l'amperometro?



Se l'amperometro è ideale ha resistenza zero e la corrente sarà di $\frac{1}{2} = 0{,}5A$

Se l'amperometro ha una Ri di 1Ω la corrente segnata sarà di $\frac{1}{1+2} = 0{,}33A$

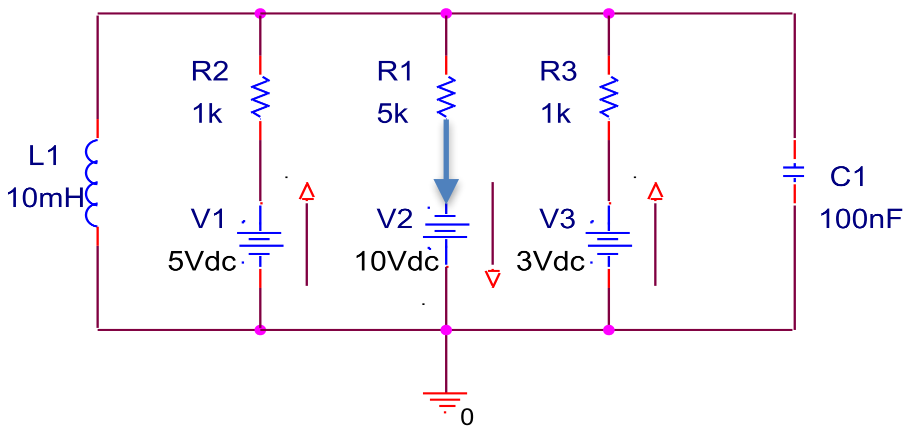
Per cambiare il fondo scala si deve considerare che la tensione massima ai capi dell'amperometro è $Va = 1ohm * 1A = 1V$

La resistenza interna per il fondo scale di 3A si troverà invertendo la formula:

$$Va = 3A * Rx = 1V \qquad Rx = 0{,}33ohm$$

La corrente che segnerà l'amperometro sarà : $I = \frac{1}{2+0{,}33} = 0{,}429A$

13) Dato il circuito presentato in fig.6 calcolare il valore ed il verso della corrente che passa nella resistenza R_1 quando il circuito si trova nel suo stato stazionario.

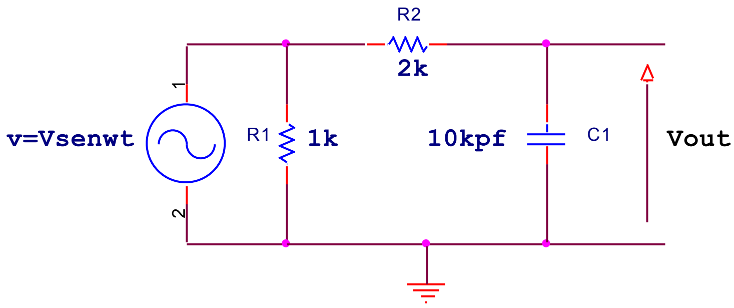


L'induttanza è un cortocircuito quindi la tensione ai suoi capi vale 0V. La tensione ai capi della resistenza R_1 è dunque uguale a -V2, e vale 10 V, e la corrente che circola sarà:

$$\frac{10}{5} = 2mA$$

con il verso della freccia in figura

14) Dato il circuito in fig.1 calcolare la frequenza di taglio all'uscita e la potenza dissipata dalla resistenza di 1kΩ. La tensione del generatore è di 10Veff



Per calcolare la frequenza di taglio non bisogna considerare la resistenza **R₁**, perché è collegata direttamente al generatore ideale di tensione

$$V_{OUT} = \frac{V}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_1}} \cdot \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$|V_0| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R_2^2 C_1^2}}$$

$$f_T = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} = 7.95\text{kHz}$$

$$\text{potenza} = V_{eff} I_{eff} \cdot \cos\varphi = \frac{Veff^2}{R_1} = \frac{100}{2 \cdot 10^3} = 50\text{mW}$$

cosφ = 0 qui perché R non sfasa la corrente rispetto alla tensione, dunque la potenza attiva Veff · Ieff · cosφ è uguale alla potenza apparente Veff · Ieff