· Tornando alla (326), e supponendo di essere nella situazione della (327), in analogia alla (323) abbiamo

$$\boxed{\begin{aligned} \phi(t,\vec{x}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \frac{[\rho(\vec{x}')]}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \\ \vec{A}(t,\vec{x}) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{[\vec{J}(\vec{x}')]}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \end{aligned}} \qquad (329)$$

dove abbiamo utilizzato la ~~solita~~ notazione (324), cioè ad esempio

$$[\rho(\vec{x}')] = \rho(t_r,\vec{x}') = \rho(t-|\vec{x}-\vec{x}'|/c, \vec{x}') \qquad (330)$$

· I potenziali espressi come nella (329) sono detti "potenziali ritardati".

· Equazione di continuità e gauge di Lorentz

Le eq. (326) ~~ottenute~~ per i potenziali sono state ottenute nel gauge di Lorentz. Come già visto, esse sono consistenti solo se cariche e correnti soddisfano l'equazione di continuità

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0 \qquad (331)$$

Deve essere dunque vero che, se vale l'eq. di continuità (331), i potenziali ritardati (329) soddisfano il gauge di Lorentz

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0 \qquad (332)$$

Ora lo vogliamo verificare. Dalla (329) abbiamo

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3\vec{x}'\,\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\,\frac{\partial}{\partial t}\rho\big(\underbrace{t-|\vec{x}-\vec{x}'|/c}_{t_r},\vec{x}'\big) =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec{x}'\,\frac{\partial \rho(t_r,\vec{x}')}{\partial t_r}\cdot\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \qquad (333)$$

dove abbiamo usato la relazione (24), cioè $\varepsilon_0 c^2 = \frac{1}{\mu_0}$.

Abbiamo inoltre

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec{x}'\,\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{j}\big(\overbrace{t-\frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c}}^{t_r},\vec{x}'\big)}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec{x}'\left\{\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right)\cdot\vec{j}(t_r,\vec{x}') + \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\frac{\partial\vec{j}(t_r,\vec{x}')}{\partial t_r}\cdot\vec{\nabla}t_r\right\} \qquad (334)$$

possiamo sostituire
$\vec{\nabla}\to-\vec{\nabla}'$

per cui

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec{x}'\left\{\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\right)\cdot\vec{j}(t_r,\vec{x}') + \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\frac{\partial\vec{j}(t_r,\vec{x}')}{\partial t_r}\cdot\vec{\nabla}t_r\right\} \qquad (335)$$

Ora possiamo integrare per parti il primo contributo:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \cancel{-\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{j}(t_r,\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\Big|_\infty} + \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec{x}'\left\{\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\vec{\nabla}'\cdot\vec{j}(t_r,\vec{x}') - \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}\frac{\partial\vec{j}}{\partial t_r}\cdot\vec{\nabla}'t_r\right\}$$

(336)

le correnti sono in una regione finita, vanno a zero all'infinito

Siccome anche t_r dipende da $\vec{x}'$, abbiamo

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\left\{ \cancel{\frac{\partial \vec j}{\partial t_r}\cdot\vec\nabla' t_r} + \vec\nabla'\cdot\vec j - \cancel{\frac{\partial\vec j}{\partial t_r}\cdot\vec\nabla' t_r}\right\} \qquad (337)$$

agente solo sulla 2ª componente come se t_r fosse indipendente

per cui infine

$$\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{\vec\nabla'\cdot\vec j(t_r,\vec x')}{|\vec x-\vec x'|} \qquad (338)$$

Mettendo insieme la (333) e la (338) abbiamo

dove t_r è visto come indipendente

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}+\vec\nabla\cdot\vec A = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{\left[\frac{\partial\rho}{\partial t_r}(t_r,\vec x')+\vec\nabla'\cdot\vec j(t_r,\vec x')\right]}{|\vec x-\vec x'|} .$$

eq. di continuità

$$= 0 \qquad (339)$$

Campi elettromagnetici ritardati

Avendo determinato i potenziali (329) possiamo ora derivare i corrispondenti campi dalle relazioni (40):

$$\begin{cases} \vec B = \vec\nabla\times\vec A \\ \vec E = -\vec\nabla\phi - \dfrac{\partial\vec A}{\partial t} \end{cases} \qquad (340)$$

Cominciamo dal campo elettrico. Dalla (329) abbiamo

$$\vec\nabla\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x'\left\{\vec\nabla\left(\frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\right)\rho(t_r,\vec x') + \frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\vec\nabla(t_r)\frac{\partial\rho(t_r,\vec x')}{\partial t_r}\right\} \qquad (341)$$

Usiamo l'eq (126), cioè

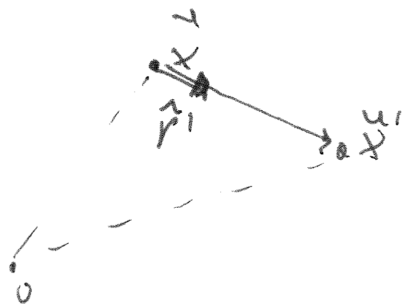
$$\vec\nabla \frac{1}{|\vec x-\vec x'|} = -\frac{\vec x-\vec x'}{|\vec x-\vec x'|^3} = -\frac{\hat r'}{|\vec x-\vec x'|^2} \qquad (242)$$

~~e anche~~ e valutiamo (usando la (124))

$$\vec\nabla t_r = \vec\nabla\left(t - \frac{|\vec x-\vec x'|}{c}\right) = -\frac{1}{c}\vec\nabla|\vec x-\vec x'| = -\frac{(\vec x-\vec x')}{c|\vec x-\vec x'|} = -\frac{1}{c}\hat r' \qquad (243)$$

dove abbiamo denotato

$$\hat r' = \frac{\vec x-\vec x'}{|\vec x-\vec x'|} \qquad (244)$$



versore ~~...~~ della congiungente da $\vec x$ a $\vec x'$.

Usando queste identità nella (241) abbiamo

$$\vec\nabla\phi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \left\{ \frac{[\rho(\vec x')]}{|\vec x-\vec x'|^2} + \frac{\frac{1}{c}\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]}{|\vec x-\vec x'|} \right\}\hat r' \qquad (245)$$

Dalla (239) otteniamo anche

$$\frac{\partial\vec A}{\partial t} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \frac{\left[\frac{\partial\vec j}{\partial t}(\vec x')\right]}{|\vec x-\vec x'|} \qquad (246)$$

Dunque (vedi dalla 2ª eq (210)) usando anche la (24): $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$,

$$\boxed{\vec E = -\vec\nabla\phi - \frac{\partial\vec A}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \left\{ \frac{[\rho(\vec x')]}{|\vec x-\vec x'|^2}\hat r' + \frac{\left[\frac{1}{c}\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]}{|\vec x-\vec x'|}\hat r' - \frac{\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec j}{\partial t}\right]}{|\vec x-\vec x'|} \right\}} \qquad (247)$$

• Per calcolare il campo magnetico $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ teniamo conto delle seguenti proprietà del rotore:

i) $$\vec{\nabla} \times (f \vec{v}) = \vec{\nabla} f \times \vec{v} + f\, \vec{\nabla} \times \vec{v} \qquad (248)$$

ii) $$\vec{\nabla} \times \vec{v}(f(\vec{x})) = -\frac{\partial \vec{v}}{\partial f} \times \vec{\nabla} f = \vec{\nabla} f \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial f} \qquad (249)$$

check!:

1) $$[\vec{\nabla} \times (f \vec{v})]^z = \partial_x (f v^y) - \partial_y (f v^x) = \partial_x f\, v^y - \partial_y f\, v^x + f(\partial_x v^y - \partial_y v^x)$$

$$= (\vec{\nabla} f \times \vec{v})^z + f (\vec{\nabla} \times \vec{v})^z.$$

e similmente per le altre componenti

ii) $$[\vec{\nabla} \times \vec{v}(f(\vec{x}))]^z = \partial_x v^y(f) - \partial_y v^x(f) =$$

$$= \frac{\partial v^y}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial v^x}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial y} = (\vec{\nabla} f)_x \frac{\partial v^y}{\partial f} - (\vec{\nabla} f)_y \frac{\partial v^x}{\partial f} =$$

$$= \left(\vec{\nabla} f \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial f} \right)^z ,$$

e similmente per le altre componenti.

• Dalla (329) abbiamo ~~così~~ ~~così~~

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x'\, \vec{\nabla} \times \left(\frac{[\vec{J}(\vec{x}')]}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right) = \qquad (250)$$

~~(next page)~~

Usando la (248) - ~~(250)~~, questo diventa

$$\vec\nabla\times\vec A=\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\left\{\vec\nabla\left(\frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\right)\times[\vec J(\vec x')]+\frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\,\vec\nabla\times\vec J(t_r,\vec x')\right\}\qquad(251)$$

Ora usiamo la (242) e ci ricordiamo che $t_r = t-\frac{|\vec x-\vec x'|}{c}$ dipende da $\vec x$, cosicché utilizziamo la (249) e poi la (243):

$$\vec\nabla\times\vec A=\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\left\{-\frac{\hat r'\times[\vec J(\vec x')]}{|\vec x-\vec x'|^2}+\frac{1}{|\vec x-\vec x'|}\,\vec\nabla t_r\times\left[\frac{\partial\vec J}{\partial t}\right]\right\}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x'\left\{-\frac{\hat r'\times[\vec J(\vec x')]}{|\vec x-\vec x'|^2}-\frac{\hat r'}{c\,|\vec x-\vec x'|}\times\left[\frac{\partial\vec J(\vec x')}{\partial t}\right]\right\}\qquad(252)$$

In definitiva,

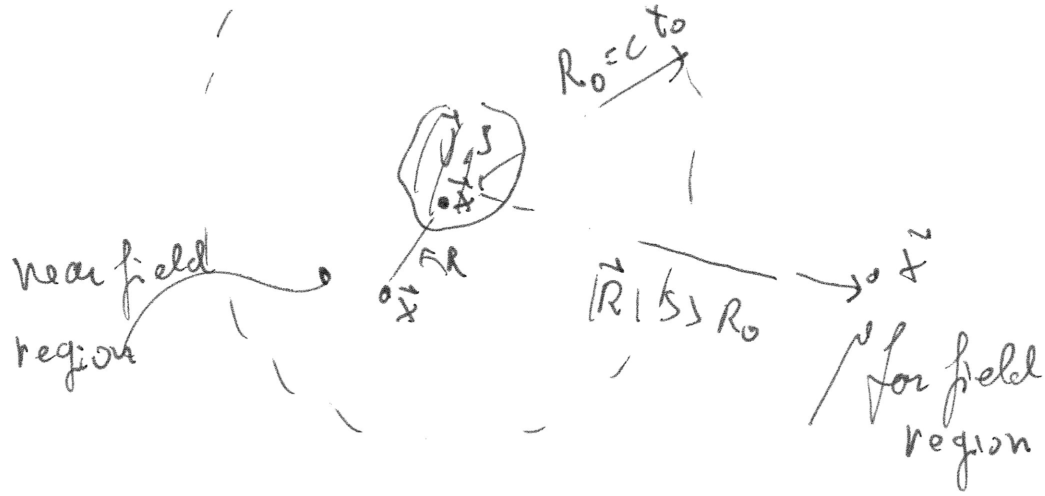
$$\boxed{\vec B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\vec x'\left\{\frac{[\vec J(\vec x')]}{|\vec x-\vec x'|^2}\times\hat r'+\frac{\left[\frac{1}{c}\frac{\partial\vec J(\vec x')}{\partial t}\right]}{|\vec x-\vec x'|}\times\hat r'\right\}}\qquad(253)$$

• Sviluppi a piccole e grandi distanze

(Spesso scriveremo $R=|\vec x-\vec x'|$ come in precedenza)

Supponiamo che le cariche e correnti varino (o siano rilevanti) su una scala temporale t_0.

~~Allora~~ Vi sarà una scala di distanza $R_0 = c\,t_0$ a cui sono rilevanti gli effetti di variazione delle cariche/correnti.



(~~253~~) (254)

• Possiamo distinguere due regioni asintotiche, a seconda di $R = |\vec{x} - \vec{x}'|$

1) "<u>Near field region</u>" : $\boxed{R \ll R_0}$ (255)

In questo caso

$$t_r = t - \frac{R}{c} \Rightarrow \left|\frac{t_r - t}{t_0}\right| = \left|\frac{R}{c\,t_0}\right| = \left|\frac{R}{R_0}\right| \ll 1 \qquad (206)$$

Ovvero si ha

$$|t_r - t| \ll t_0 \qquad (207)$$

La differenza tra il tempo ritardato e t è trascurabile rispetto al tempo scala t_0. Quindi possiamo espandere rispetto a $t_r - t$. Avremo

$$[\rho] = \rho(t_r) = \rho(t) + (t_r - t)\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2}(t_r - t)^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \dots \qquad (208)$$

N.B. va intesa la dipendenza da $\vec{x}'$

cioè

$$[\rho] = \rho - \frac{R}{c}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \dots \qquad (209)$$

Similmente,

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right] = \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{R}{c}\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \dots \qquad (270)$$

Così pure,

$$[\vec{J}] = \vec{J} - \frac{R}{c}\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{c}\right)^2\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots$$

$$\left[\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}\right] = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \frac{R}{c}\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots \qquad (271)$$

Sostituendo queste espansioni nella (247) abbiamo

$$\vec{E} \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \left\{ \left(\rho - \cancel{\frac{R}{c}\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{c}\right)^2\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \dots\right)\frac{\hat{r}'}{R^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{c}\left(\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} - \frac{R}{c}\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \dots\right)\frac{\hat{r}'}{R} - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \frac{R}{c}\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots\right)\frac{1}{R}\right\} \qquad (272)$$

cioè

$$\boxed{\vec{E} \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \left\{ \frac{\rho(\vec{x}')}{R^2}\hat{r}' - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{J}(\vec{x}')}{\partial t}\cdot\frac{1}{R} - \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}\hat{R} + \frac{1}{c^3}\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots\right\}} \qquad (273)$$

Campo Coulombiano

Induzione di Faraday

le prime correzioni dovute all'effetto del tempo ritardato avvengono al 2° ordine nelle derivate

Near-field expansion

- Per quanto riguarda il campo magnetico abbiamo, dalla 253,

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \left\{ \left(\vec{J} - \cancel{\frac{R}{c}\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}} + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots\right) \times \frac{\hat{r}'}{R^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{c}\left(\cancel{\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}} - \frac{R}{c}\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} + \dots\right) \times \frac{\hat{r}'}{R} \right\}$$

cioè

$$\boxed{\vec{B} \sim \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3x' \left\{ \underbrace{\frac{\vec{J}\times\hat{r}'}{R^2}}_{\text{Biot-Savart}} - \underbrace{\frac{1}{2c^2}\frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2}\times \hat{r}'}_{\text{prima correzione dovuta al ritardo temporale}} + \dots \right\}} \tag{274}$$

2) Far field region, $\boxed{R \gg R_0}$ (275)

In questa regione domina il termine $\frac{1}{R}$ rispetto a quello $\propto \frac{1}{R^2}$

Le espressioni per i campi e.m. ~~in~~ in questa regione si possono semplificare utilizzando la condizione di gauge di Lorentz, che abbiamo già confermato essere soddisf. dai potenziali ritardati, vedi la 339, in tutto lo spazio. Ricordando le espressioni dei potenziali (329) abbiamo (vedi la (333) e la (335))

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x' \frac{\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]}{R} \tag{276}$$

e

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x' \left\{ \vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\cdot[\vec{J}] + \frac{1}{R}\left[\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}\right]\cdot\vec{\nabla} t_r \right\} \tag{277}$$

Usando la (242)-(243),

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x \left\{ -\frac{1}{R^2}\,\hat{r}'\cdot[\vec{j}] - \frac{1}{cR}\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]\cdot\hat{r}' \right\} \qquad (278)$$

qs è sottodominante nella far field region!

$\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$

Nella far field region, dunque, il gauge di Lorentz impone

$$0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x' \left\{ \left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right] - \frac{1}{c}\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]\cdot\hat{r}' \right\}\cdot\frac{1}{R} \qquad (279)$$

Ora,

$$\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]\cdot\hat{r}' = \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]_{\parallel} \qquad (280)$$

, componente parallela alla componente $\vec{x}'\to\vec{x}$

dunque la (279) ci dice che, nella far field region,

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial t}\right] = \frac{1}{c}\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]_{\parallel} \qquad (281)$$

Consideriamo ~~dunque~~ ora il campo elettrico. Dalla (247), trascurando il termine $\propto 1/R^2$,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \left\{ \frac{1/c\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]}{R}\,\hat{r}' - \frac{\frac{1}{c^2}\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]}{R} + \dots \right\} \qquad (282)$$

Utilizzando la (281) quindi

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int d^3x' \frac{1}{c^2 R}\left\{ \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]_{\parallel}\hat{r}' - \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right] + \dots \right\} \qquad (283)$$

Ora, $\left[\frac{\partial \vec j}{\partial t}\right]_{\parallel} \hat r' - \left[\frac{\partial \vec j}{\partial t}\right] = -\left[\frac{\partial \vec j}{\partial t}\right]_{\perp}$ (284)

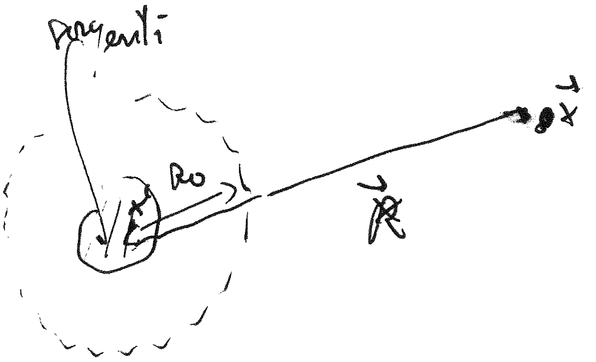
componente parallela — vettore completo — componente trasversa (perpendicolare al versore $\hat r'$)

Dunque

$$\boxed{\vec E \sim -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x' \, \frac{\left[\frac{\partial \vec j}{\partial t}\right]_{\perp}}{R} + \dots} \qquad (285)$$

Far field

Inoltre, se le sorgenti sono localizzate, come abbiamo supposto, attorno all'origine



otteniamo nella far field region

$$R = |\vec x - \vec x'| \sim |\vec x| = r$$

$$t_r = t - \frac{R}{c} \sim t - \frac{r}{c} \qquad (286)$$

← però attenzione: dipende della funzione in cui si sostituisce!

$$\hat r' \sim \hat r \quad \text{(versore radiale)}$$

così potremo scrivere

$$\boxed{\vec E \sim -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\,\frac{1}{r}\int d^3x' \left[\frac{\partial \vec j}{\partial t}\right]_{\perp} + \dots} \qquad (287)$$

Il campo elettrico nella far field region è trasverso

- Per il campo magnetico, nella (253) prevale il termine $\propto \frac{1}{R}$?

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\int d^3x' \, \frac{\left[\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]}{R} \times \hat{r}' + \dots \qquad (288)$$

conta solo la componente $\perp$ ad $\hat{r}'$, per via del prodotto esterno

$\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3}\int d^3x' \, \frac{1}{R}\,\frac{1}{c}\left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]_\perp \times \hat{r}'} \qquad (289)$$

far field expansion

- Per sorgenti localizzate attorno all'origine, come nella (286), abbiamo

$$\boxed{\vec{B} \sim \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3}\,\frac{1}{r}\left(\int d^3x' \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t}\right]_\perp\right) \times \hat{r} + \dots} \qquad (290)$$

Confrontando la (287) e la (290) vediamo che con sorgenti localizzate e nella far field region si ha

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{E} \perp \hat{r}, \quad \vec{B} \perp \hat{r} && \text{(entrambi trasversi)} \\ &\vec{E} \cdot \vec{B} = 0 && \text{(ortogonali tra di loro)} \end{aligned}} \qquad (291)$$

$\left(|\vec{B}| = \frac{1}{c}|\vec{E}|\right)$ Inoltre $|\vec{E}| \sim |\vec{B}| \sim \frac{1}{r}$

- Questi campi hanno le caratteristiche di un'onda e.m. che si propaga radialmente allontanandosi dalle sorgenti localizzate.

- L'onda è modulata/generata da una densità di corrente $\vec{j}$ che varia nel tempo.