

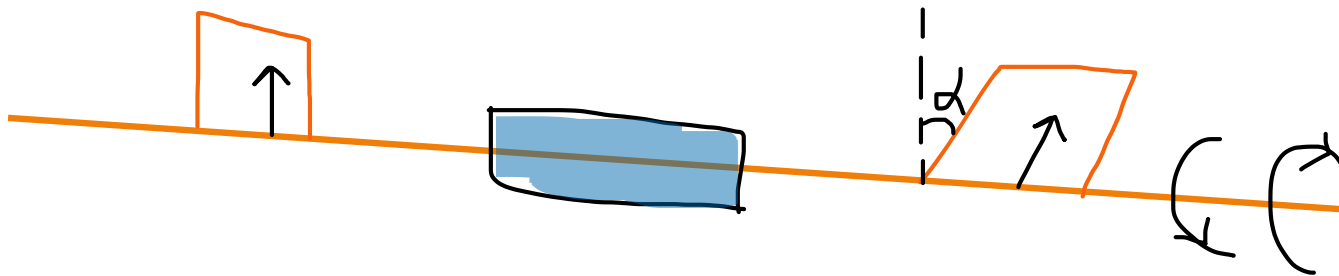
# Esperimentazioni 2

## *(Polarimetro)*

Modulo di Ottica e Fisica Moderna

# Attività ottica

- Alcune sostanze, definite **otticamente attive**, hanno la capacità di **ruotare il piano di polarizzazione di un'onda luminosa polarizzata linearmente** che le attraversa.



- La rotazione del piano di polarizzazione si definisce **attività ottica**
- Osservando la luce trasmessa di fronte, le sostanze otticamente attive si definiscono **destrogire** se la rotazione dell'angolo  $\alpha$  avviene in senso orario, oppure **levogire** se avviene in senso antiorario

# Polarimetro di Laurent e Legge di Malus

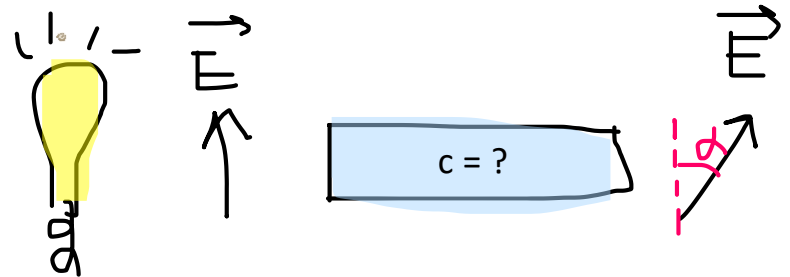
- Il polarimetro di Laurent è uno strumento dentro il quale è contenuto un filtro polarizzatore e un analizzatore, che permettono complessivamente di andare a studiare lo stato di polarizzazione della luce incidente
- La legge di Malus descrive come varia in funzione di  $\theta$  (angolo compreso tra la direzione del campo elettrico  $E$  associato all'onda incidente e la direzione di polarizzazione del filtro) l'intensità della luce in uscita dal filtro polarizzatore

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta$$

- Ruotando il polarizzatore si esplorano tutte le possibilità, in particolare per  $\theta=0$  l'intensità sarà massima mentre per  $\theta=90^\circ$  tutta la luce verrà assorbita. Per studiare lo stato di polarizzazione e vedere l'andamento di  $I$  in funzione di  $\theta$  uso un analizzatore.

# Il polarimetro di Laurent

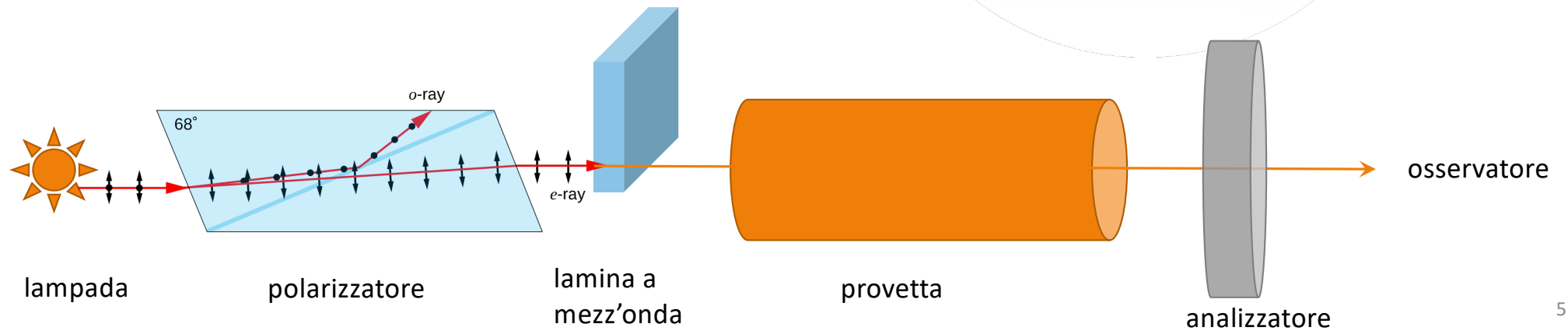
- Scopo dell'esperienza: misura della concentrazione di glucosio e saccarosio in una provetta
- Metodo: variazione dello stato di polarizzazione della luce dovuto a una sostanza otticamente attiva



# Schema dello strumento

- Componenti:

- lampada al sodio
- polarizzatore (prisma di Nicol)
- lamina a mezz'onda
- provetta per il liquido
- analizzatore
- goniometro



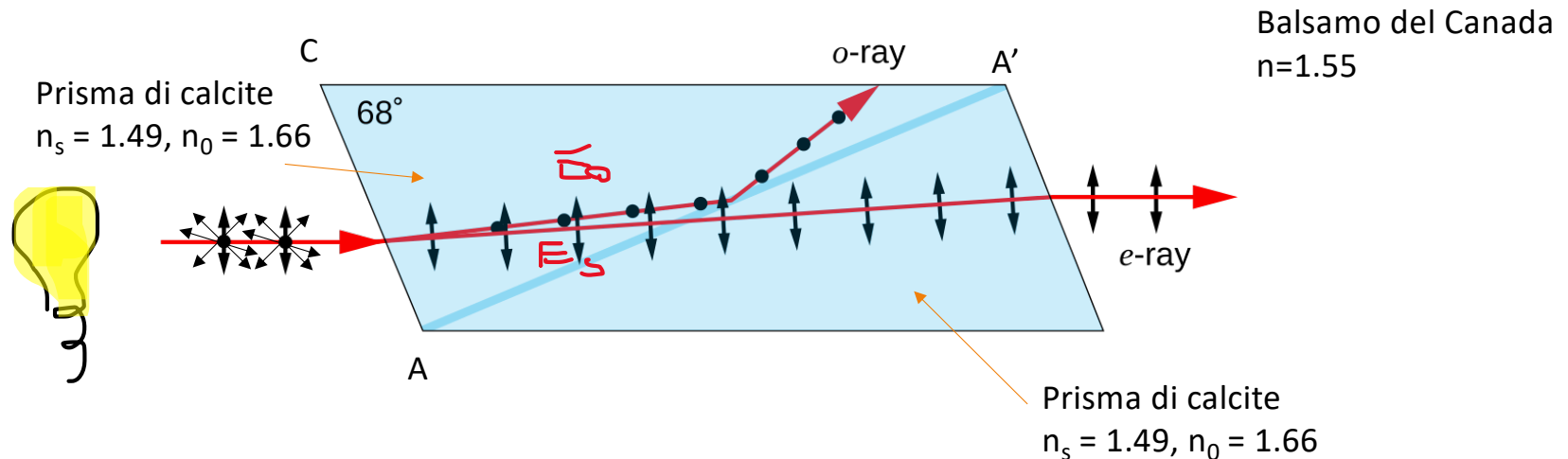
# Sostanze otticamente attive

- L'essere otticamente attive di alcune sostanze se attraversate da luce polarizzata è riconducibile a particolari forme di simmetria (asimmetria) delle molecole che le costituiscono e in particolare degli atomi di carbonio che costituiscono le molecole
- Nel caso di luce polarizzata linearmente il fenomeno consiste nella rotazione del piano di polarizzazione in uscita dalla soluzione rispetto a quello in entrata.
  - La rotazione avviene attorno alla direzione di propagazione, in verso orario guardando nella direzione di propagazione della luce (sostanze destrorgire come il glucosio), oppure in verso antiorario (sostanze levogire come il fruttosio).
- Misure dell'angolo di rotazione del piano di polarizzazione vengono ampiamente usate nella tecnica polarimetrica, per determinare la concentrazione delle soluzioni ed in particolare delle soluzioni di zuccheri.
- L'ampiezza della rotazione dipende dal potere rotatorio della molecola otticamente attiva in soluzione e dal numero di molecole con le quali il fascio di luce interagisce, dipendente dalla concentrazione della soluzione e dalla lunghezza della provetta.
- Altri parametri da cui essa dipende sono la temperatura e la lunghezza d'onda della luce. Per questa ragione le misure vengono eseguite con luce monocromatica, ed a temperatura ambiente. La lunghezza d'onda più comunemente usata è la riga gialla di una lampada a vapori di sodio ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ), oppure si possono usare dei laser.

# Lampada al sodio

- Lampada a vapori di sodio: la lampada spettrale è un tipo di lampadina basata sull'emissione luminosa per luminescenza da parte di un gas ionizzato. La ionizzazione del gas è ottenuta per mezzo di una differenza di potenziale. L'involucro di vetro ha la funzione di schermare i raggi ultravioletti, ospitare eventuali elementi accessori e proteggere il tubo.
  - Nelle lampade al sodio a bassa pressione (LPS) la scarica si innesca inizialmente in ambiente di gas neon. Quando la temperatura raggiunge i 200 C, il sodio, contenuto nella loro ampolla tubolare, evapora e inizia a ionizzarsi.
    - Sono perciò necessari alcuni minuti (10-14) perché la lampada sia a regime ma essa si riaccende subito in caso di spegnimento fortuito.
  - In particolare la maggior parte dell'emissione luminosa è concentrata sul doppietto del sodio a 5890-5896 Å, che cade nella zona ove l'occhio umano raggiunge la massima sensibilità
    - ci sono altre righe nelle lunghezze corrispondenti al rosso, verde, blu e viola, ma l'intensità è trascurabile rispetto a quella della (doppia) riga gialla
    - l'emissione di una lampada al sodio può essere considerata pressochè monocromatica

# Prisma di Nicol

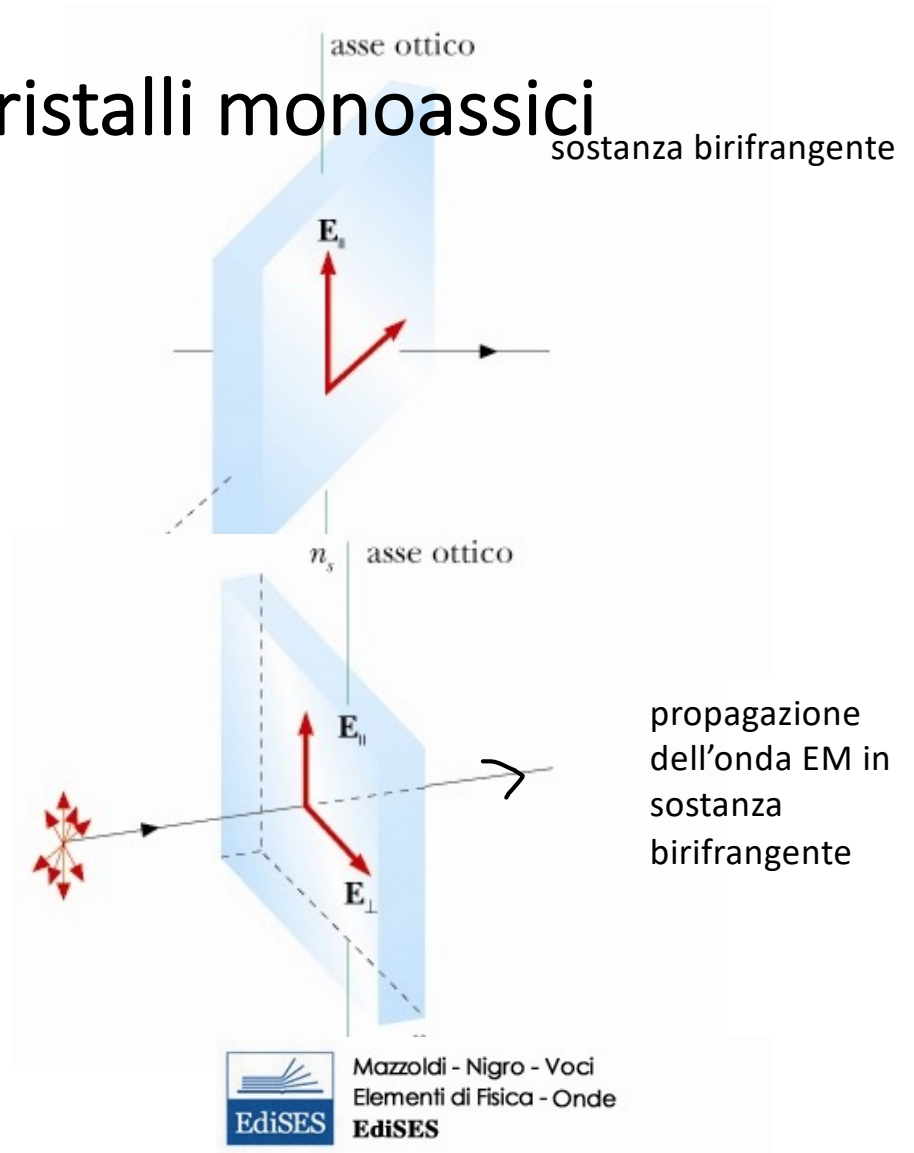


- Prisma di Nicol è stato **il primo dispositivo** utilizzato per ottenere luce polarizzata
- Sfruttando il fenomeno della **birifrangenza** e il fatto che **il vettore campo elettrico del raggio ordinario e straordinario** vibrano in **direzioni perpendicolari tra loro**, è possibile ottenere un'onda polarizzata linearmente facendo in modo che uno dei fasci subisca riflessione totale.
- E' costituito da un rombo naturale di calcite tagliato in due parti secondo un piano diagonale e incollate con balsamo di Canada, che è una sostanza isotropa con indice di rifrazione  **$n = 1.55$**  intermedio a quelli della calcite ( **$n_s = 1.49, n_o = 1.66$** )



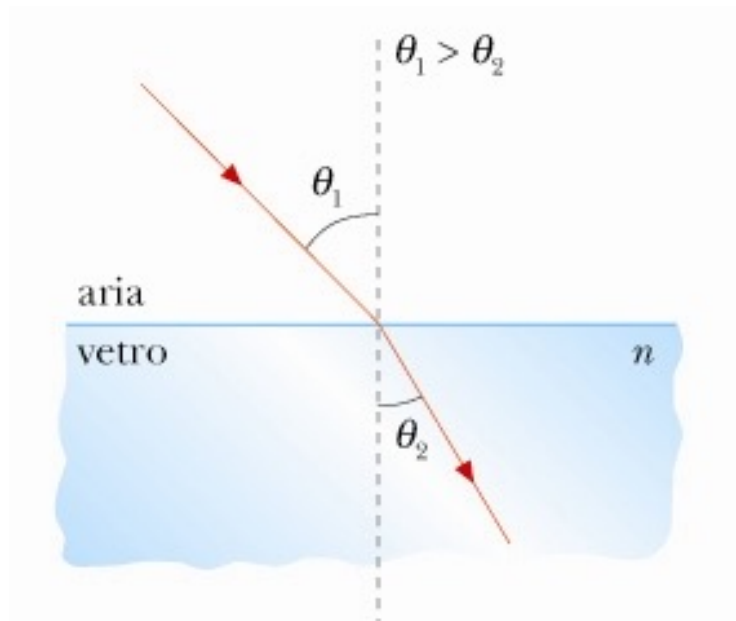
# Richiami: Lamine polarizzanti: cristalli monoassici

- Consideriamo una lamina di sostanza monoassica tagliata parallelamente al suo asse ottico, su cui incide normalmente luce non polarizzata. In essa il fascio verrà scomposto in 2 componenti,
  - quella ordinaria, polarizzata ortogonalmente all'asse ottico,
  - quella straordinaria, polarizzata parallelamente all'asse.
  - l'intensità sarà suddivisa al 50% tra le 2 componenti
  - l'assorbimento dovuto alla lamina è praticamente nullo, l'intensità del fascio in uscita è praticamente uguale a quello in ingresso
  - con queste sostanze si possono costruire strumenti polarizzanti (es. Prisma di Nicol)

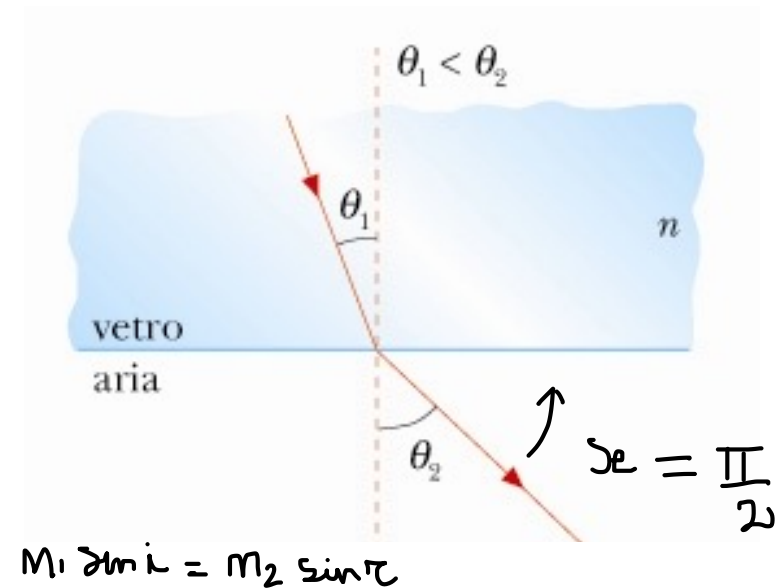


# Richiami: Rifrazione

- Passaggio aria/vetro



- Passaggio vetro/aria



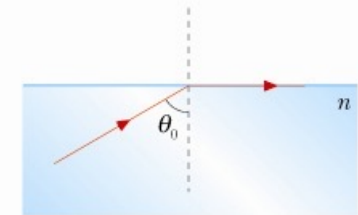
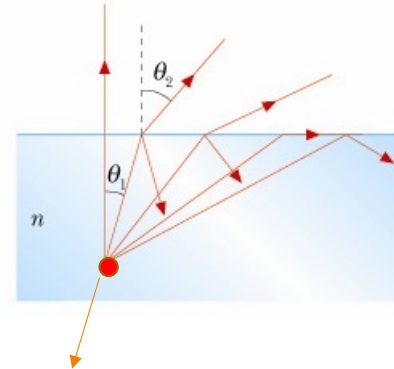
**Ovviamente l'angolo di rifrazione varia a seconda che il passaggio della luce avvenga da un mezzo con  $n$  maggiore a uno con  $n$  minore o viceversa**

# Richiami: Riflessione totale (caso limit\_



Mazzoldi - Nigro - Voci  
Elementi di Fisica - Onde  
EdiSES

- quando il passaggio avviene da un mezzo otticamente + denso a uno meno denso, come nel caso vetro-aria, l'angolo di rifrazione  $\theta_t$  assume il valore massimo di  $90^\circ$  in corrispondenza di un angolo di incidenza definito **angolo limite**



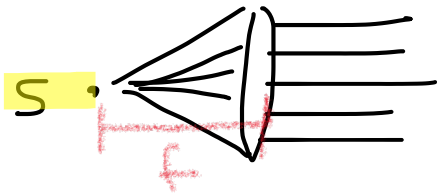
Sorgente all'interno di un vetro da cui partono molti raggi

$$\theta_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

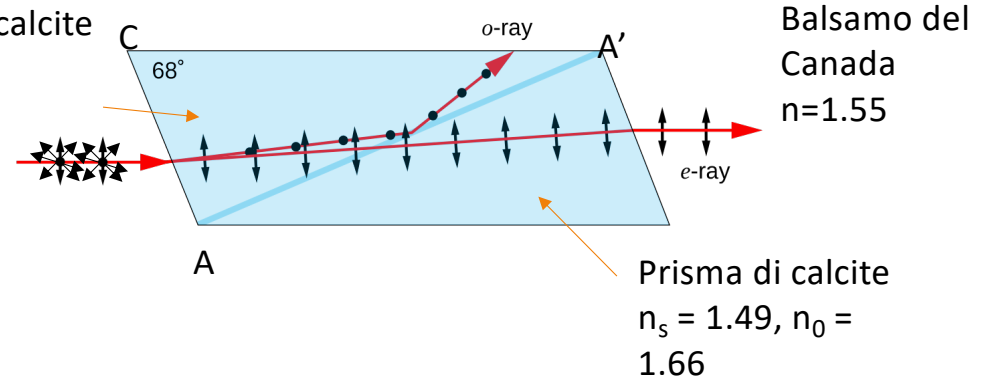
$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

Ricordiamo la legge di Snell , con  $\theta_t=90^\circ$

# Prisma di Nicol

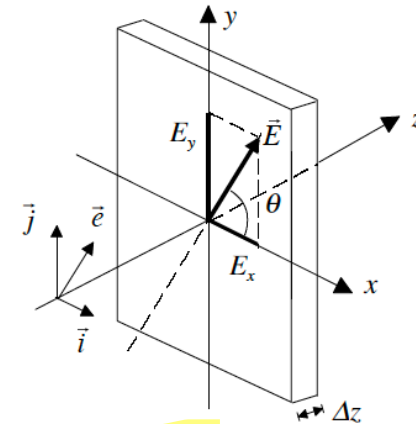
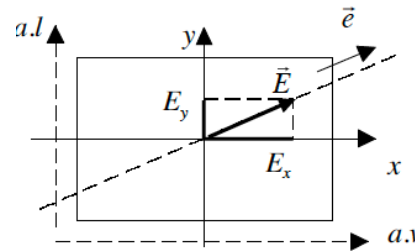


Prisma di calcite  
 $n_s = 1.49$ ,  
 $n_o = 1.66$



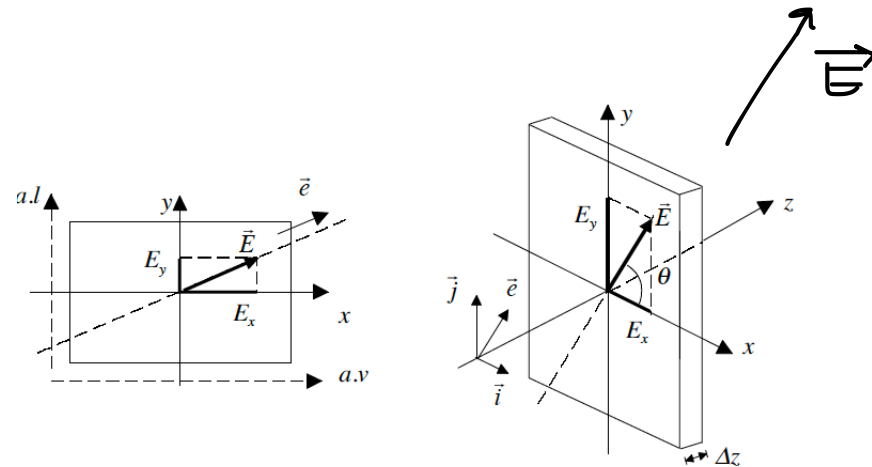
- Un'onda non polarizzata incide su sulla faccia AC. A causa del fenomeno della birifrangenza viene diviso in due raggi, **ordinario** che risulta polarizzato in direzione **ortogonale ai piani principali** della calcite (piano del foglio), e **straordinario** polarizzato parallelamente ai piani principali.
  - il raggio ordinario subisce all'interfaccia calcite-balsamo di Canada AA' riflessione totale e il raggio viene completamente assorbito annerendo le facce del rombo parallele alla direzione del fascio.
  - Il raggio straordinario viene trasmesso e la luce emergente risulta **polarizzata linearmente** (parallelamente ai piani principale).
  - La funzione del secondo mezzo rombo è semplicemente quella di far sì che il fascio trasmesso risulti **praticamente allineato al fascio incidente**.
- l'angolo di incidenza sulla faccia AC del prisma deve soddisfare certe condizioni, infatti a seconda di tale angolo può accadere:
  - a) il raggio ordinario incide sull'interfaccia AA' secondo un angolo inferiore all'angolo critico e non subisce più riflessione totale: il prisma trasmette luce polarizzata in uno stato di polarizzazione ellittico che dipende dallo spessore di materiale attraversato;
  - b) il raggio straordinario subisce riflessione totale all'interfaccia AC: il prisma non trasmette nessuna luce.
  - Quindi se la luce incidente è contenuta in un cono con un certo angolo di apertura, i raggi emergenti non sono tutti nello stesso stato di polarizzazione. Per avere un buon risultato la luce deve essere contenuta in un **cono di apertura inferiore a 29°**

# Lamine di ritardo



- Lamine a facce piane e parallele, costituite di materiale birifrangente, con l'asse ottico parallelo alla faccia di entrata e uscita, di spessore opportuno in modo da introdurre un particolare sfasamento tra le due componenti polarizzate linearmente in stati tra loro ortogonali.
  - asse lento: asse che individua la direzione con indice di rifrazione maggiore.
  - asse veloce: asse che individua la direzione con indice di rifrazione minore.
- Le lamine di ritardo vengono tagliate secondo piani paralleli al piano formato dagli assi lento e veloce (l'asse ottico giace in questo piano).
- La velocità di propagazione della luce che attraversa la lamina ( $v = c/n$ ) dipende dalla direzione di vibrazione del campo elettrico associato all'onda incidente, cioè la componente che vibra in direzione parallela all'asse lento si propagherà con velocità minore di quella con cui si propaga la componente che vibra parallelamente all'asse veloce.

# Lamina di ritardo

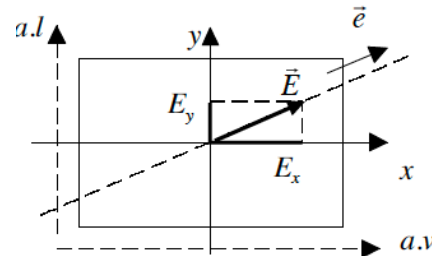


- Consideriamo un'onda piana monocromatica polarizzata linearmente che incide normalmente su una lamina a facce piane e parallele, di spessore  $\Delta z$  e con asse ottico parallelo alle facce di entrata ed uscita.
- Indichiamo con  $\bar{e}$  il versore della direzione in cui è polarizzata il campo elettrico  $\bar{E}$  associato all'onda e indichiamo con  $\theta$  l'angolo che forma con l'asse veloce della lamina.
  - Poiché l'angolo di incidenza è zero, non si ha rifrazione nel cristallo
  - le due onde ordinaria e straordinaria si propagano nella stessa direzione, ma con velocità diversa rispettivamente  $v_o = c/n_o$  e  $v_e = c/n_e$  (dove  $n_o$  e  $n_e$  sono gli indici di rifrazioni principali del cristallo; per la calcite  $n_o > n_e$  e  $v_e > v_o$ ).
- Dopo aver attraversato il cristallo i due raggi si ricompongono a dare luogo all'onda emergente dalla lamina.

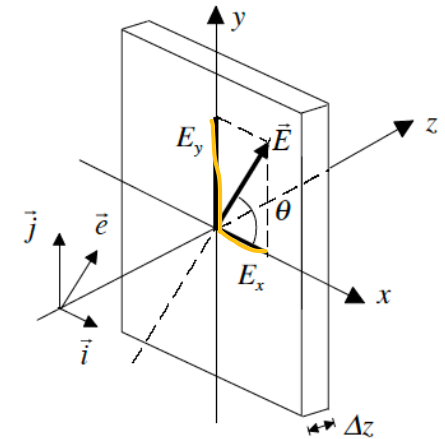
# Lamina di ritardo

$$\vec{E} = A \cos(kx - \omega t)$$

- Fissiamo un sistema di riferimento con asse x coincidente con l'asse veloce della lamina e asse y coincidente con l'asse lento. Le due componenti  $E_x$  ed  $E_y$  del vettore  $\vec{E}$  secondo le direzioni dei due assi della lamina sono in fase sulla faccia di entrata della lamina e possiamo rappresentarli con:



$$\begin{cases} E_x(0, t) = A \cos \theta \cos \omega t \\ E_y(0, t) = A \sin \theta \cos \omega t \end{cases}$$



- All'uscita della lamina le due componenti saranno rappresentate da:
- La differenza di cammino ottico introdotto dalla lamina sarà
- La differenza di fase tra le componenti del campo all'uscita della lamina, sarà:
- ovvero, poiché  $v_l = c/n_l$  e  $v_v = c/n_v$

$$\begin{cases} E_x(\Delta z, t) = A \cos \theta \cos \omega \left( t - \frac{\Delta z}{v_v} \right) \\ E_y(\Delta z, t) = A \sin \theta \cos \omega \left( t - \frac{\Delta z}{v_l} \right) \end{cases}$$

$$\Delta = \Delta z / n_o - n_e / \quad v = c / n$$

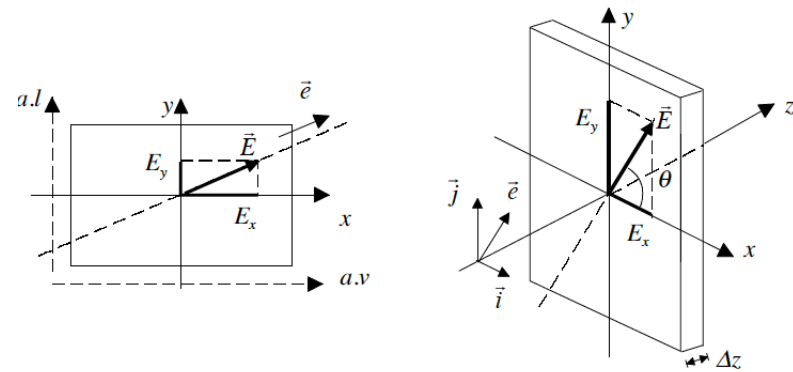
$$\Delta \phi = \phi_x - \phi_y = \omega \left[ \left( t - \frac{\Delta z}{v_v} \right) - \left( t - \frac{\Delta z}{v_l} \right) \right] = \omega \Delta z \left( \frac{1}{v_l} - \frac{1}{v_v} \right)$$

$$\Delta \phi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

# Lamina di ritardo

$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

- lo stato di polarizzazione della luce emergente dipende:
  - dalla differenza degli indici di rifrazione principali della lamina;
  - dallo spessore della lamina
  - dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente

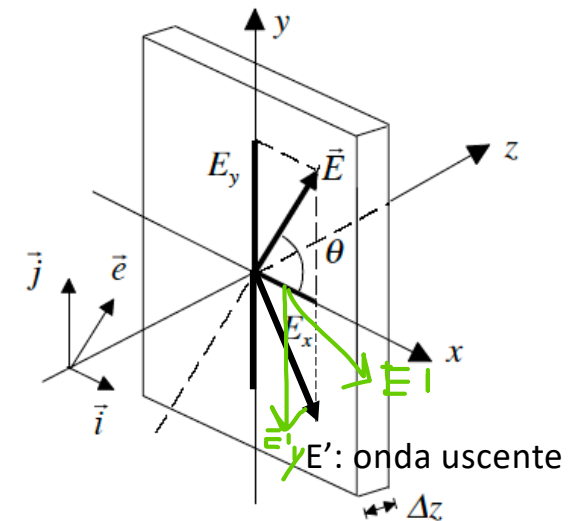




# Lamina di ritardo: lamina a mezz'onda

$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

- Al variare dello spessore della lamina è possibile avere differenti sfasamenti, in particolare:
- sfasamento  $\Delta \varphi = \pi + 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ): lamina a mezz'onda" o a " $\lambda/2$ ".
    - E' in grado di trasformare luce polarizzata linearmente ancora in luce polarizzata linearmente.
    - La direzione di polarizzazione dell'onda emergente E' dalla lamina si ottiene per riflessione dell'onda entrante rispetto all'asse veloce della lamina (asse x).
      - Per  $\theta = 45^\circ$  l'onda emergente è in uno stato di polarizzazione lineare ortogonale allo stato di polarizzazione della luce incidente.
      - Per  $\theta = 45^\circ$  trasforma luce polarizzata circolarmente destrorsa in luce polarizzata circolarmente sinistrorsa e viceversa



## Lamina di ritardo: lamina a quarto d'onda

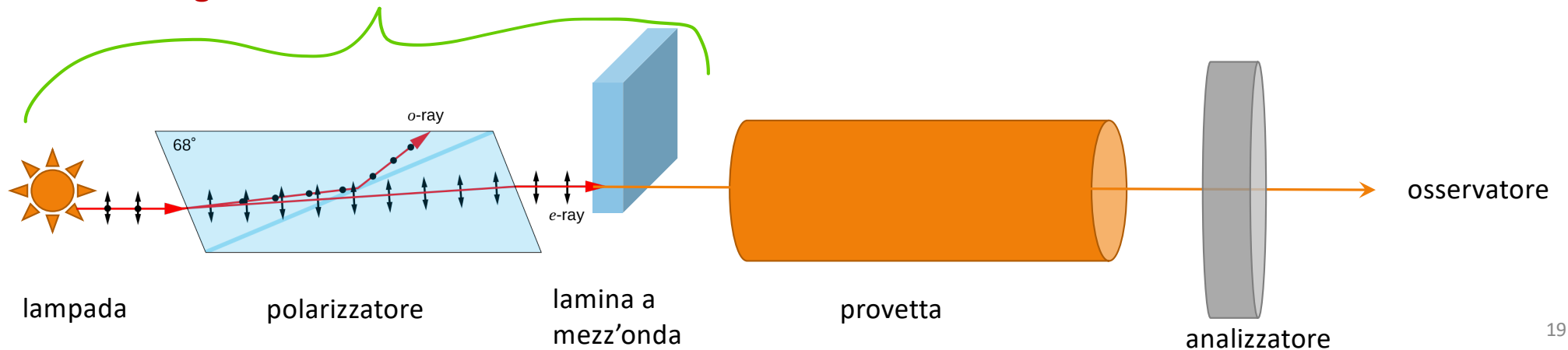
$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

- Al variare dello spessore della lamina è possibile avere differenti sfasamenti, in particolare:
  2. sfasamento  $\Delta \varphi = \pi/2 + 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ): lamina a quarto d'onda" o a " $\lambda/4$ ".
    - E' in grado di trasformare luce polarizzata linearmente in luce polarizzata circolarmente (per  $\theta = 45^\circ$ ), o elitticamente (per  $\theta =$  qualsiasi)

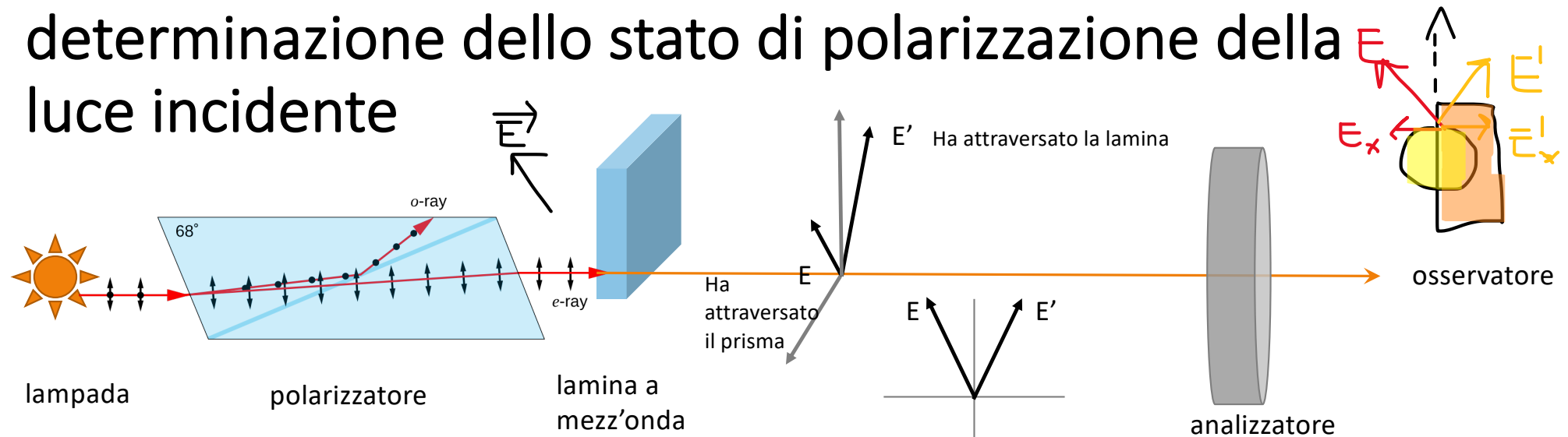
# Schema dello strumento

- Componenti:

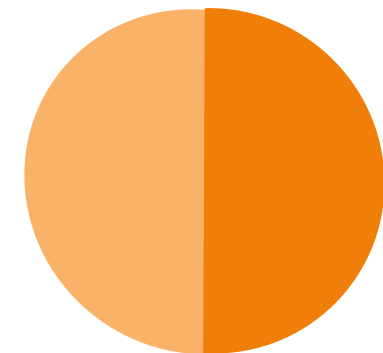
- lampada al sodio
- polarizzatore (prisma di Nicol)
- lamina a mezz'onda (attraversata dalla luce parzialmente)
- provetta per il liquido
- analizzatore
- goniometro



# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente

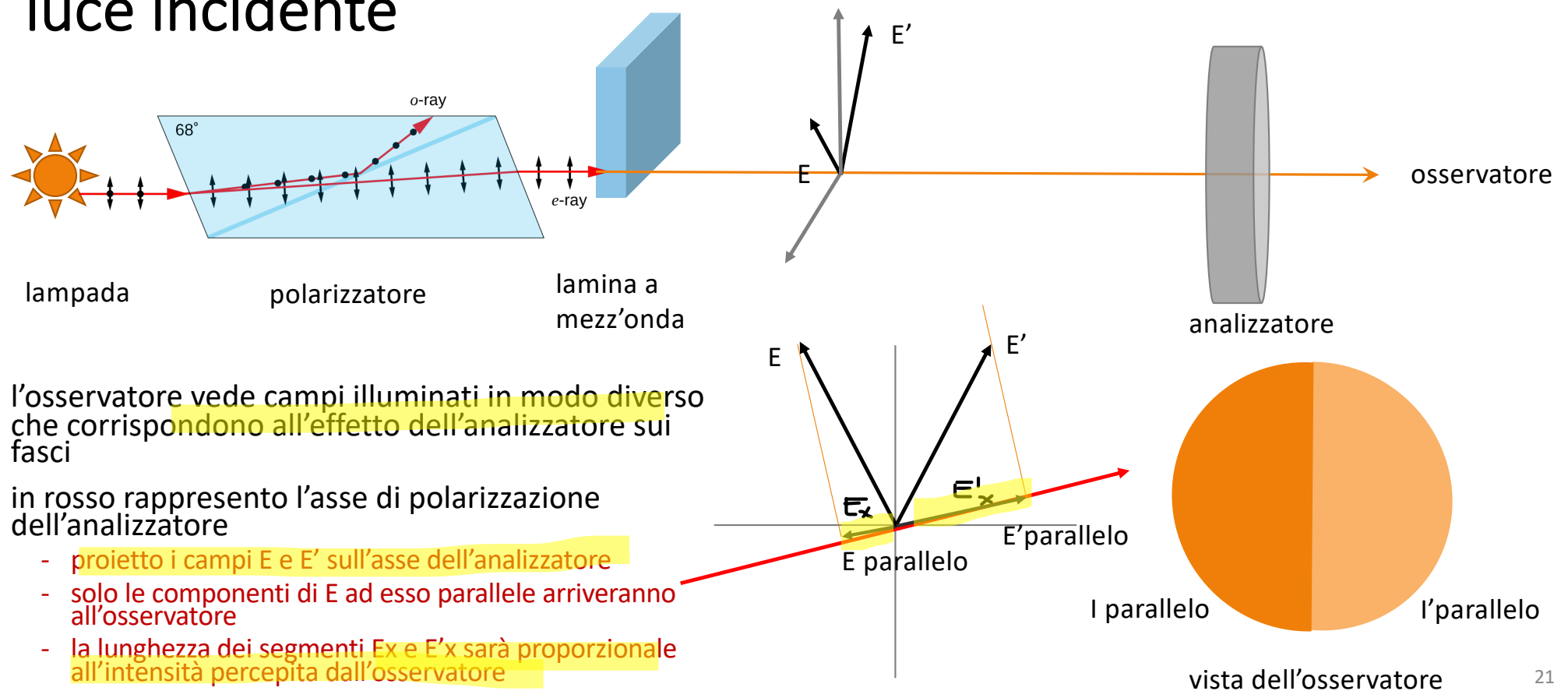


- la luce generata dalla lampada al sodio si può considerare **monocromatica**
- viene **polarizzata linearmente dal prisma di Nicol**
- **metà del fascio attraversa una lamina a mezz'onda, l'altra metà prosegue senza variazioni dello stato di polarizzazione**
- La luce raggiunge e attraversa un analizzatore
- l'osservatore osserva nell'oculare e vede 2 campi:
  - uno corrispondente alla parte di fascio che ha attraversato la lamina (E')
  - uno corrispondente alla parte di fascio che non ha attraversato la lamina (E)

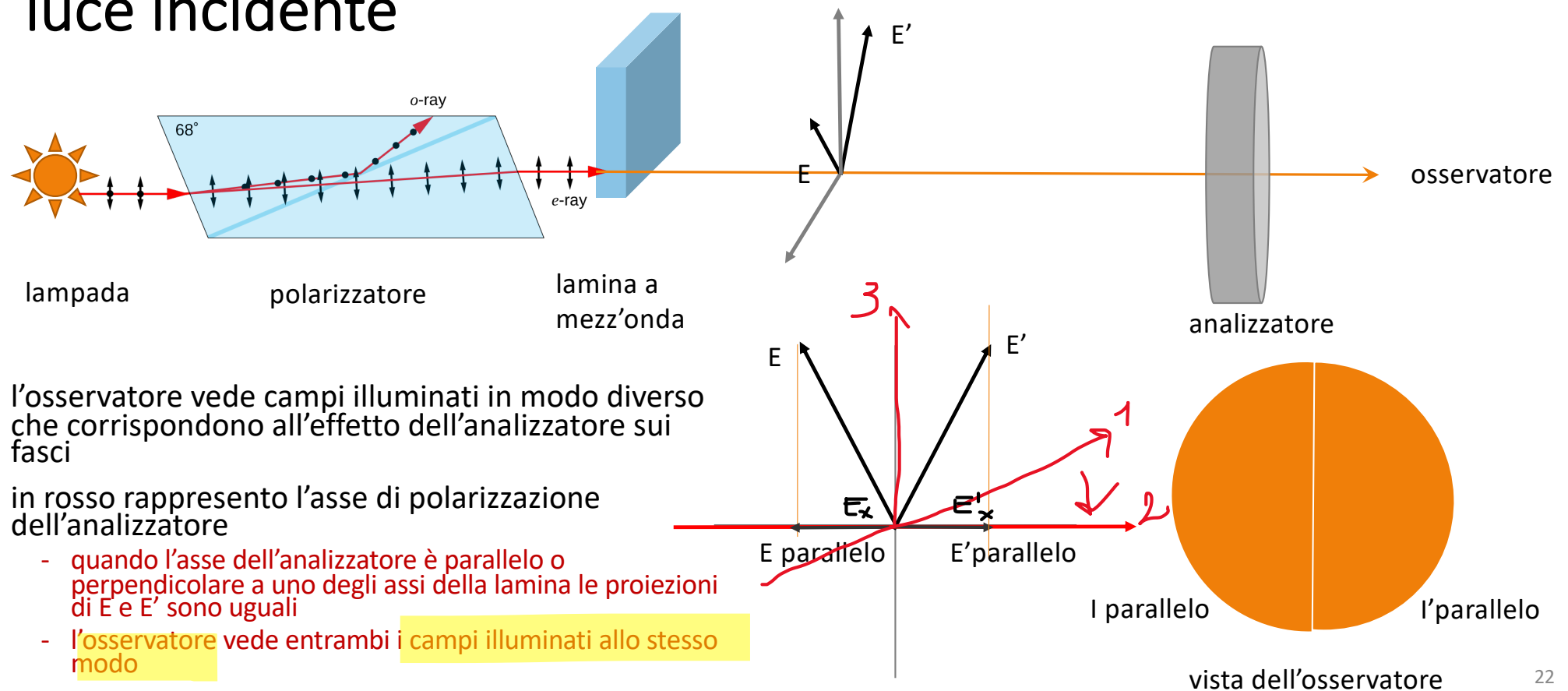


vista dell'osservatore

# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente

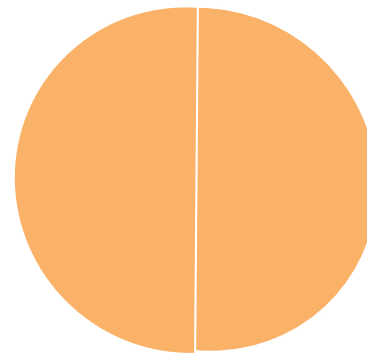


# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente



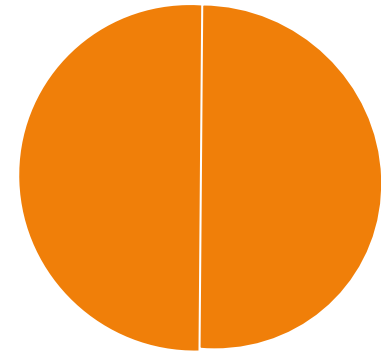
# Determinazione dello stato di polarizzazione dell'onda incidente

- l'operatore ruota l'analizzatore fino a che i campi hanno la stessa illuminazione, nella condizione di "bassa illuminazione"
- legge sul goniometro la posizione angolare  $\theta$  dell'analizzatore e la annota **Quante misure?**
- questa posizione rappresenta il riferimento "senza provetta"
- di seguito pone la provetta (con H<sub>2</sub>O e zucchero) sul fascio e ripete la misura nelle stesse condizioni ( $\theta_1$ ) **Quante misure?**



vista dell'osservatore

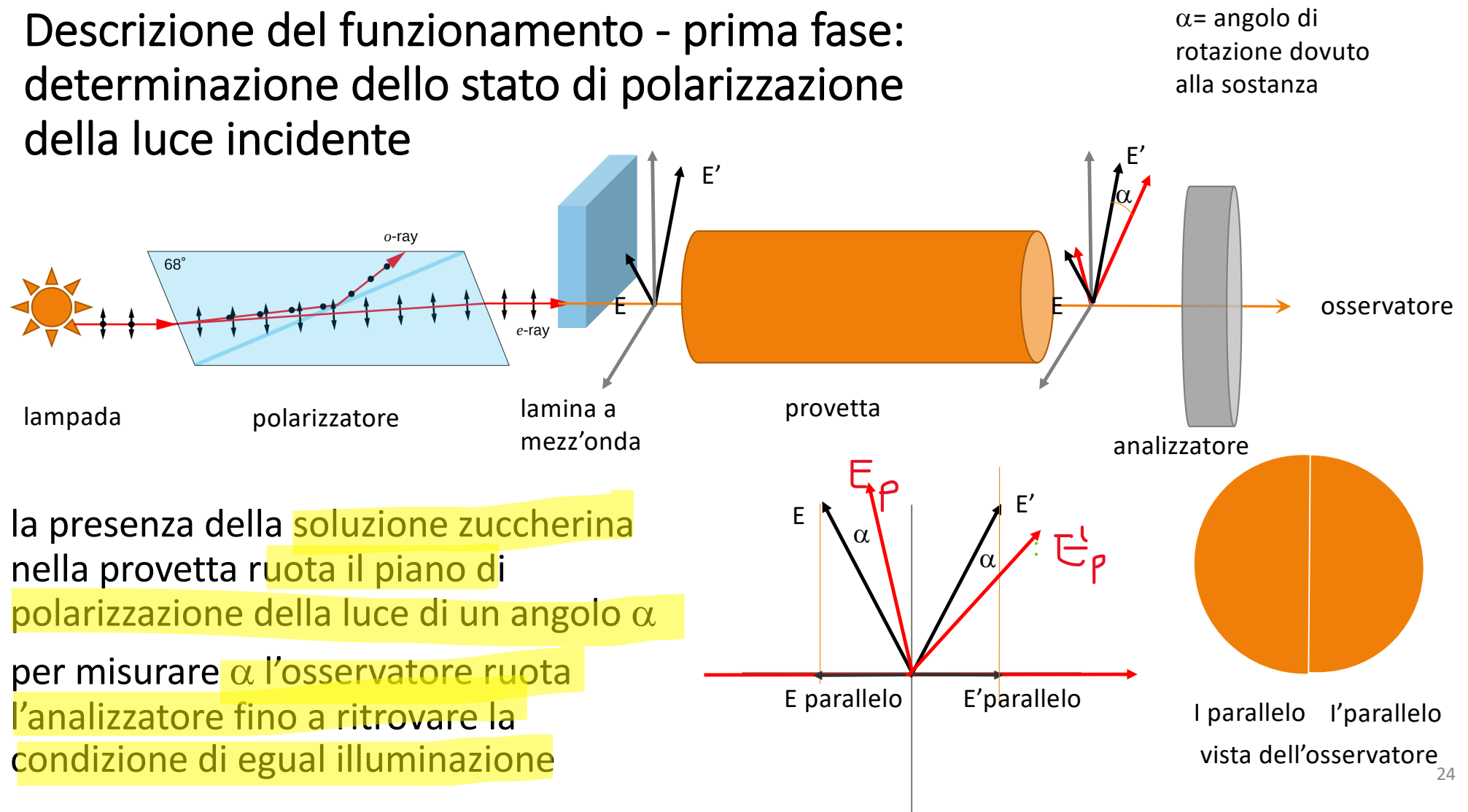
egual illuminazione in  
alta illuminazione



vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
bassa illuminazione

## Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente



- la presenza della **soluzione zuccherina** nella provetta ruota il piano di polarizzazione della luce di un angolo  $\alpha$
- per misurare  $\alpha$  l'osservatore ruota l'analizzatore fino a ritrovare la condizione di egual illuminazione



# Potere rotatorio specifico

- L'angolo  $\alpha$  di rotazione del piano di polarizzazione è dato da

$$\alpha = k c l$$

legge di Biot del potere rotatorio specifico delle soluzioni

dove:

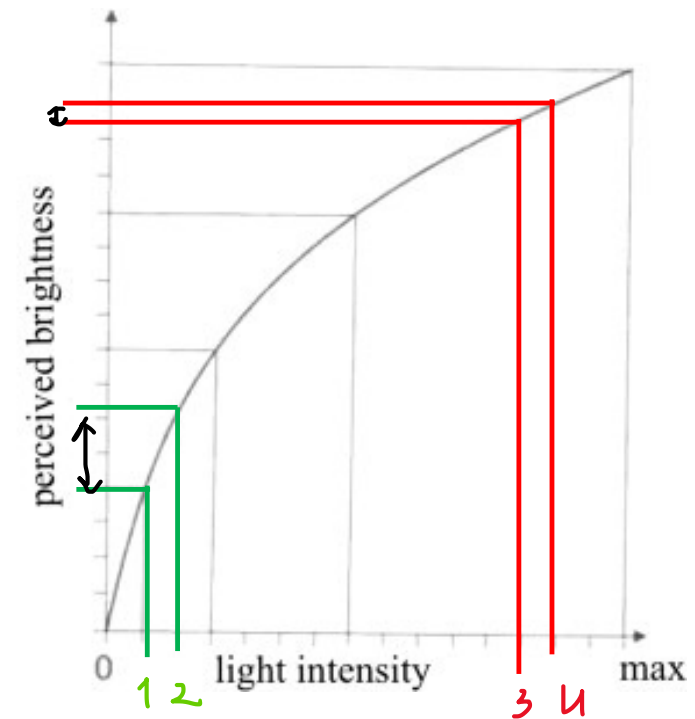
- $k$  = potere rotatorio specifico della sostanza
  - $c$  = concentrazione della sostanza (in g/ml)
  - $l$  = lunghezza della provetta (in dm)
- Il potere rotatorio specifico (PRS) rappresenta la rotazione del piano della luce polarizzata relativa ad una soluzione che contiene 1 g/ml di sostanza otticamente attiva, posta in un tubo polarimetrico della lunghezza di 1 dm, alla temperatura di 20 °C e utilizzando luce con lunghezza d'onda 589 nm (linea D del sodio).
  - valori tipici di  $k$ :
    - saccarosio: +66.5°. La rotazione della luce polarizzata avviene in senso orario (destrogiro).
    - fruttosio: Il fruttosio naturale è solubile in acqua e la miscela di equilibrio ha potere ottico rotatorio  $k = -92.3^\circ$  (levogiro)
    - zucchero invertito (presente nel succo d'uva): miscela di glucosio e fruttosio. La rotazione avviene in senso antiorario, quindi invertita. Il potere rotatorio specifico dello zucchero invertito è infatti di  $-20,2^\circ$  (levogiro).

## Misura dei valori di $\theta$ e $\theta'$ e analisi dati

- Misura senza provetta  $\rightarrow \theta_0$
  - Misura con provetta  $\rightarrow \theta_1$
- $\longrightarrow \alpha = \theta_0 - \theta_1$
- misurato  $\alpha$  si può estrarre il valore di  $c$  noti  $k$  e la lunghezza della provetta ( $d=2$  dm) Provetta lunga  
 $d=1$  dm Provetta corta
  - poichè la scelta dell'angolo  $\theta$  per cui i campi di osservazione sono egualmente illuminati non è univoca, ma soggetta a un errore dell'osservatore che assumiamo casuale, è opportuno ripetere la misura per un numero di volte  $\sim 50-100$

# Acquisizione dati: misura di $\theta$

- Misura differenziale: confronto tra campi con diverso grado di illuminazione
  - questo metodo permette di ridurre l'errore sulla misura di  $\theta$ : infatti l'occhio riesce a distinguere meglio confrontando tra campi diversi per determinarne l'egual illuminazione piuttosto che osservare la massima/minima illuminazione di un singolo campo
- Minima illuminazione:
  - la risposta dell'occhio a un segnale luminoso ha un andamento logaritmico: risposte a segnali vicini saranno maggiormente distinguibili se l'intensità del fascio che colpisce la retina è bassa



$$\frac{I_2 - I_1}{P_2 - P_1} = \frac{I_4 - I_3}{P_4 - P_3}$$

# Analisi dati

- dati distribuiti secondo distribuzione gaussiana?
  - posso fare fit con gaussiana
  - estraggo media e deviazione standard
  - calcolo l'errore come errore sul valor medio
- Uso i valori medi per calcolare  $\alpha = \theta_0 - \theta_1$
- estraggo c per i diversi campioni forniti

# Conclusioni

- dalla misura di  $\alpha$  estraggo la concentrazione della soluzione zuccherina
- una rotazione destrogira o levogira mi aiuterà a distinguere tra campioni contenenti fruttosio e saccarosio
- il polarimetro di Laurent è uno strumento commerciale comunemente usato per valutare la concentrazione di zucchero nel vino e in altri cibi. E' usato anche in medicina, industria chimica, farmaceutica e nella cosmesi