

# Esperimentazioni 2

Modulo di Ottica e Fisica Moderna

# Lezione 6

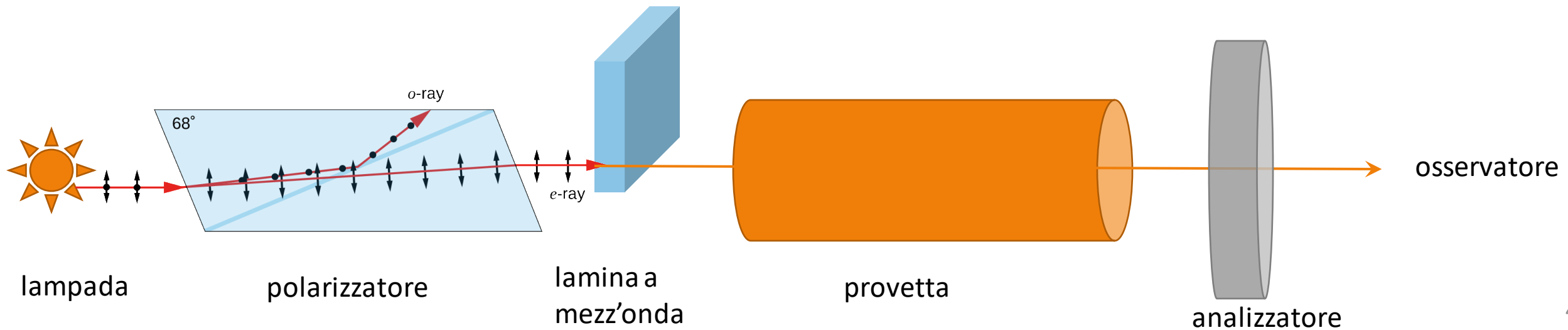
Polarimetro

# Il polarimetro di Laurent

- Scopo dell'esperienza: misura della concentrazione di glucosio e saccarosio nel liquido contenuto in una provetta
- Metodo: variazione dello stato di polarizzazione della luce dovuto a una sostanza otticamente attiva

# Schema dello strumento

- Componenti:
  - lampada al sodio
  - polarizzatore (prisma di Nicol)
  - lamina a mezz'onda
  - provetta per il liquido
  - analizzatore
  - goniometro



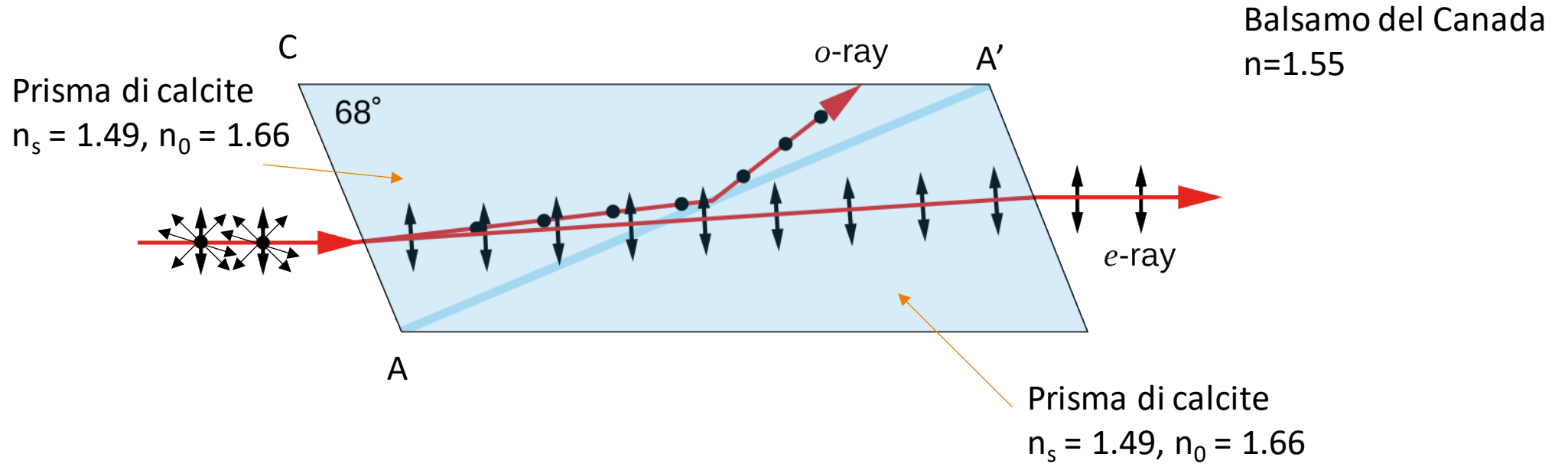
# Sostanze otticamente attive

- Alcune sostanze, costituite da molecole contenenti atomi di carbonio in posizione asimmetrica, sono otticamente attive quando attraversate da luce polarizzata.
- Nel caso di luce polarizzata linearmente il fenomeno consiste nella rotazione del piano di polarizzazione in uscita dalla soluzione rispetto a quello in entrata.
  - La rotazione avviene attorno alla direzione di propagazione, in verso orario guardando nella direzione di propagazione della luce (sostanze destrorgire come il glucosio), oppure in verso antiorario (sostanze levogire come il fruttosio).
- Misure dell'angolo di rotazione del piano di polarizzazione vengono ampiamente usate nella tecnica polarimetrica, per determinare la concentrazione delle soluzioni ed in particolare delle soluzioni di zuccheri.
- L'ampiezza della rotazione dipende dal potere rotatorio della molecola otticamente attiva in soluzione e dal numero di molecole con le quali il fascio di luce interagisce, dipendente dalla concentrazione della soluzione e dalla lunghezza della provetta.
- Altri parametri da cui essa dipende sono la temperatura e la lunghezza d'onda della luce. Per questa ragione le misure vengono eseguite con luce monocromatica, ed a temperatura ambiente. La lunghezza d'onda più comunemente usata è la riga gialla di una lampada a vapori di sodio ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ).

# Lampada al sodio

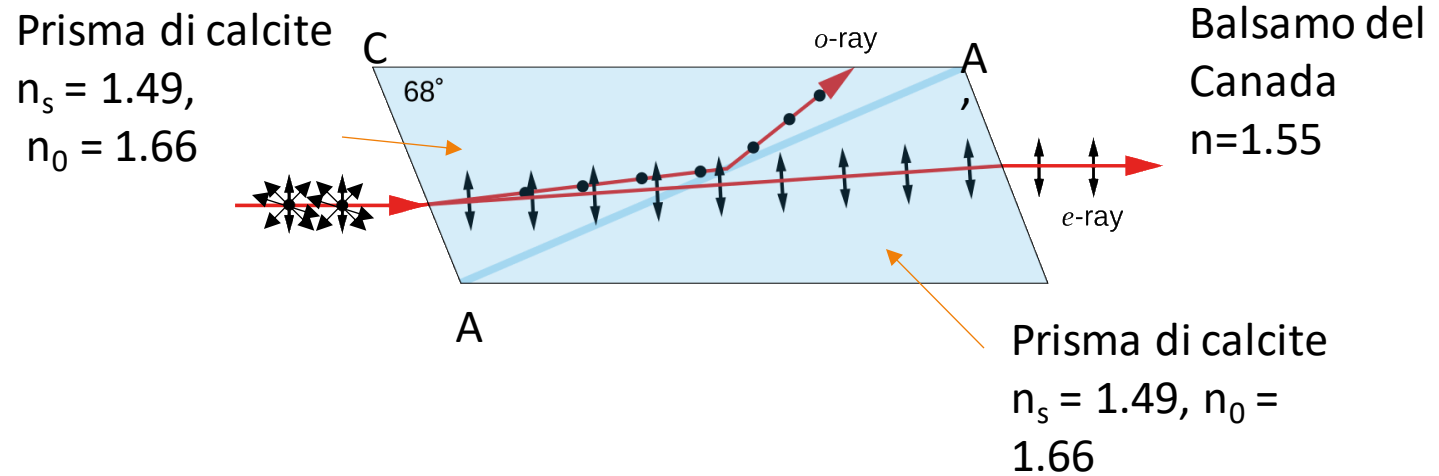
- Lampada a vapori di sodio: la lampada spettrale è un tipo di lampadina basata sull'emissione luminosa per luminescenza da parte di un gas ionizzato. La ionizzazione del gas è ottenuta per mezzo di una differenza di potenziale. L'involucro di vetro ha la funzione di schermare i raggi ultravioletti, ospitare eventuali elementi accessori e proteggere il tubo.
  - Nelle lampade al sodio a bassa pressione (LPS) la scarica si innesca inizialmente in ambiente di gas neon. Quando la temperatura raggiunge i 200 C, il sodio, contenuto nella loro ampolla tubolare, evapora e inizia a ionizzarsi.
    - Sono perciò necessari alcuni minuti (10-14) perché la lampada sia a regime ma essa si riaccende subito in caso di spegnimento fortuito.
  - In particolare la maggior parte dell'emissione luminosa è concentrata sul doppietto del sodio a 5890-5896 Å, che cade nella zona ove l'occhio umano raggiunge la massima sensibilità
    - ci sono altre righe nella lunghezze corrispondenti al rosso, verde, blu e viola, ma l'intensità è trascurabile rispetto a quella della (doppia) riga gialla
    - l'emissione di una lampada al sodio può essere considerata pressochè monocromatica

# Prisma di Nicol



- Prisma di Nicol è stato il primo dispositivo utilizzato per ottenere luce polarizzata
- Sfruttando il fenomeno della bi-rifrangenza e il fatto che il vettore elettrico del raggio ordinario e straordinario vibrano in direzioni perpendicolari tra loro, è possibile ottenere un'onda polarizzata linearmente facendo in modo che uno dei fasci subisca riflessione totale.
- E' costituito da un rombo naturale di calcite (carbonato di calcio  $\text{CaCO}_3$ ) tagliato in due parti secondo un piano diagonale e incollate con balsamo di Canada, che è una sostanza isotropa con indice di rifrazione  $n = 1.55$  intermedio a quelli della calcite ( $n_s = 1.49, n_o = 1.66$ )

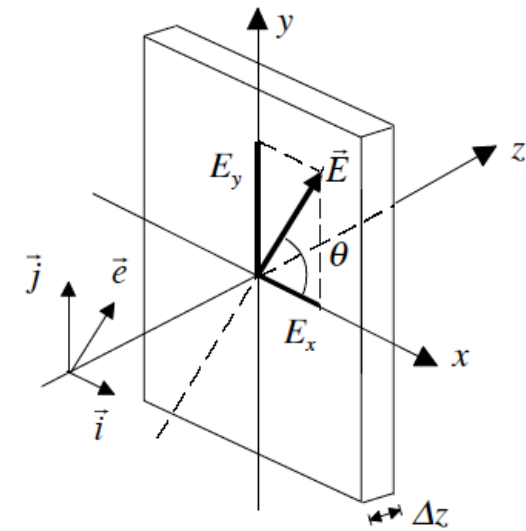
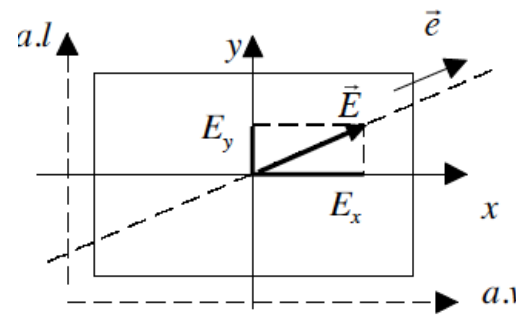
# Prisma di Nicol



- Un'onda non polarizzata incide su sulla faccia AC. A causa del fenomeno della birifrangenza viene diviso in due raggi, **ordinario** che risulta polarizzato in **direzione ortogonale** ai piani principali della calcite (piano del foglio), e **straordinario** polarizzato **parallelamente** ai piani principali.
  - il raggio ordinario subisce all'interfaccia calcite-balsamo di Canada AA' riflessione totale e il raggio viene completamente assorbito annerendo le facce del rombo parallele alla direzione del fascio.
  - Il raggio straordinario viene trasmesso e la luce emergente risulta polarizzata linearmente (parallelamente al piano principale).
  - La funzione del secondo mezzo rombo è semplicemente quella di far sì che il fascio trasmesso risulti praticamente allineato al fascio incidente.
- l'angolo di incidenza sulla faccia AC del prisma deve soddisfare certe condizioni, infatti a seconda di tale angolo può accadere:
  - a) il raggio ordinario incide sull'interfaccia AA' secondo un angolo inferiore all'angolo critico e non subisce più riflessione totale: il prisma trasmette luce polarizzata in uno stato di polarizzazione ellittico che dipende dallo spessore di materiale attraversato;
  - b) il raggio straordinario subisce riflessione totale all'interfaccia AA': il prisma non trasmette nessuna luce.
  - Quindi se la luce incidente è contenuta in un cono con un certo angolo di apertura, i raggi emergenti non sono tutti nello stesso stato di polarizzazione. Per avere un buon risultato la luce deve essere contenuta in un cono di apertura inferiore a  $29^\circ$

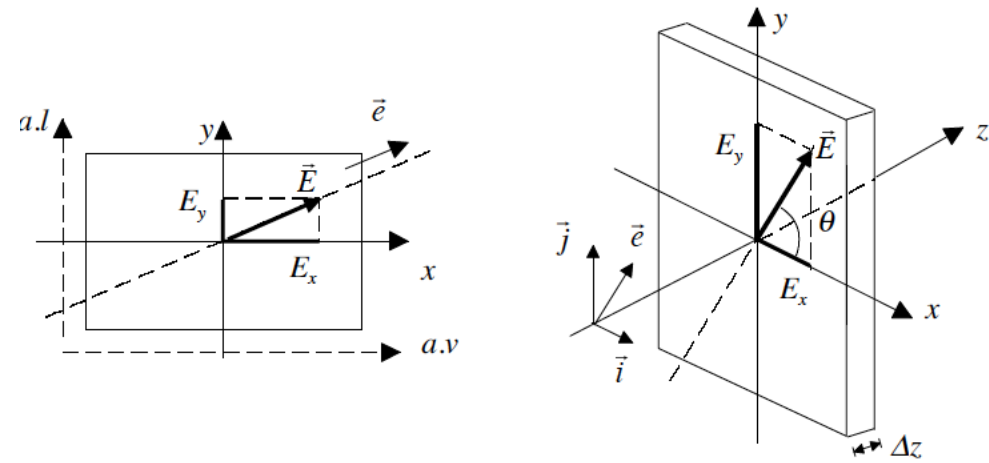


# Lamine di ritardo



- Lamine a facce piane e parallele, costituite di materiale birfrangente, con l'asse ottico parallelo alla faccia di entrata e uscita, di spessore opportuno in modo da introdurre un particolare sfasamento tra le due componenti polarizzate linearmente in stati tra loro ortogonali.
  - **asse lento:** asse che individua la direzione con indice di rifrazione maggiore.
  - **asse veloce:** asse che individua la direzione con indice di rifrazione minore.
- Le lamine di ritardo vengono tagliate secondo piani paralleli al piano formato dagli assi lento e veloce (l'asse ottico giace in questo piano).
- La velocità di propagazione della luce che attraversa la lamina ( $v = c/n$ ) dipende dalla direzione di vibrazione del campo elettrico associato all'onda incidente, cioè la componente che vibra in direzione parallela all'asse lento si propagherà con velocità minore di quella con cui si propaga la componente che vibra parallelamente all'asse veloce.

# Lamina di ritardo

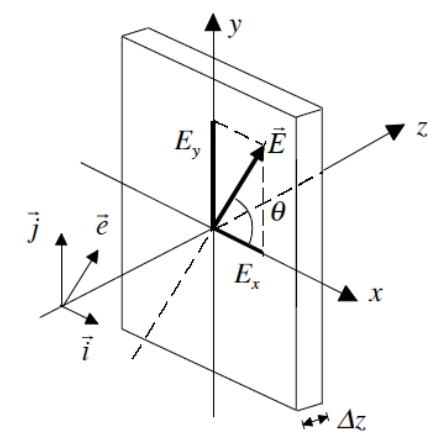
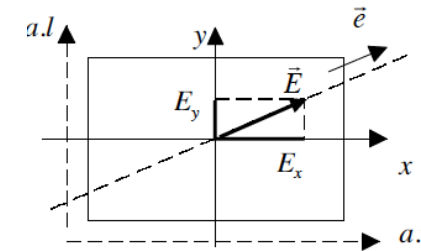


- Consideriamo un'onda piana monocromatica polarizzata linearmente che incide normalmente su una lamina a facce piane e parallele, di spessore  $\Delta z$  e con asse ottico parallelo alle facce di entrata ed uscita.
- Indichiamo con  $\bar{e}$  il versore della direzione in cui è polarizzato il campo elettrico  $\bar{E}$  associato all'onda e indichiamo con  $\theta$  l'angolo che forma con l'asse veloce della lamina.
  - Poiché l'angolo di incidenza è zero, non si ha rifrazione nel cristallo
  - le due onde ordinaria e straordinaria si propagano nella stessa direzione, ma con velocità diversa rispettivamente  $v_o = c/n_o$  e  $v_e = c/n_e$  (dove  $n_o$  e  $n_e$  sono gli indici di rifrattioni principali del cristallo; per la calcite  $n_o > n_e$  e  $v_e > v_o$ ).
- Dopo aver attraversato il cristallo i due raggi si ricompongono a dare luogo all'onda emergente dalla lamina.

# Lamina di ritardo

$E_x$ =veloce  
 $E_y$ =lento

- Fissiamo un sistema di riferimento con asse x coincidente con l'asse veloce della lamina e asse y coincidente con l'asse lento. Le due componenti  $E_x$  ed  $E_y$  del vettore  $\vec{E}$  secondo le direzioni dei due assi della lamina sono in fase sulla faccia di entrata della lamina e possiamo rappresentarli con:
- All'uscita della lamina le due componenti saranno rappresentate da:
- La differenza di cammino ottico introdotto dalla lamina sarà:
- La differenza di fase tra la componenti del campo all'uscita della lamina, sarà:
- ovvero, poiché  $v_l = c/n_l$  e  $v_v = c/n_v$



$$\begin{cases} E_x(0,t) = A \cos \theta \cos \omega t \\ E_y(0,t) = A \sin \theta \cos \omega t \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x(\Delta z, t) = A \cos \theta \cos \omega \left( t - \frac{\Delta z}{v_v} \right) \\ E_y(\Delta z, t) = A \sin \theta \cos \omega \left( t - \frac{\Delta z}{v_l} \right) \end{cases} \quad \begin{matrix} v_v = c/n_e \\ v_l = c/n_o \end{matrix}$$

$$\Lambda = \Delta z / n_o - n_e$$

$$\Delta \varphi = \varphi_x - \varphi_y = \omega \left[ \left( t - \frac{\Delta z}{v_v} \right) - \left( t - \frac{\Delta z}{v_l} \right) \right] = \omega \Delta z \left( \frac{1}{v_l} - \frac{1}{v_v} \right)$$

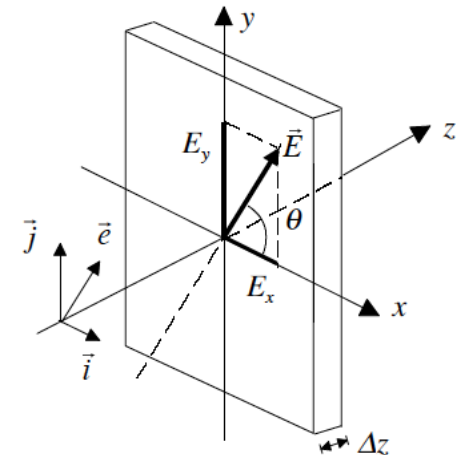
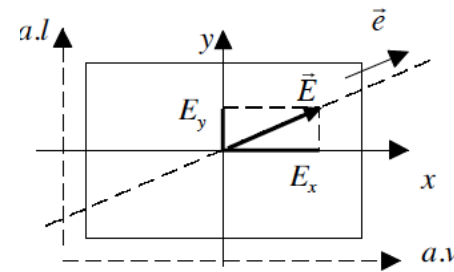
$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

# Lamina di ritardo

$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

- lo stato di polarizzazione della luce emergente dipende:

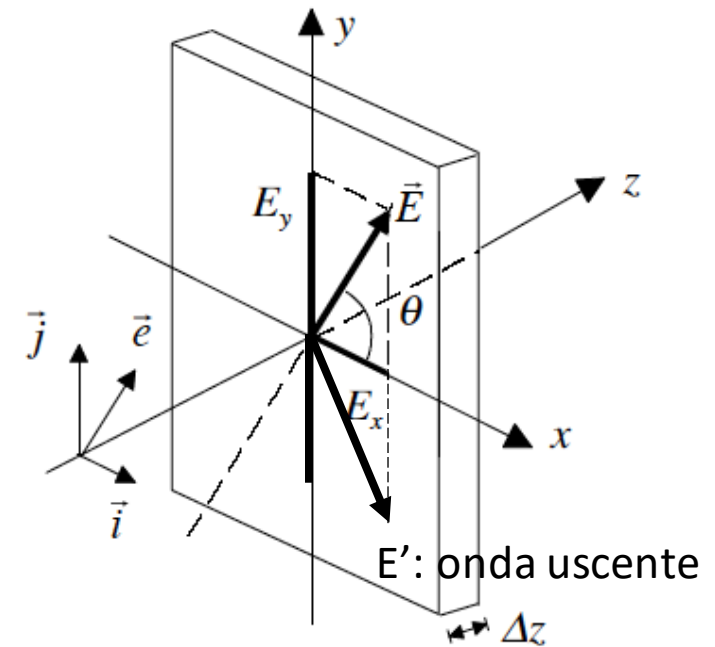
- dalla differenza degli indici di rifrazione principali della lamina;
- dallo spessore della lamina
- dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente



# Lamina di ritardo: lamina a mezz'onda

$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

- Al variare dello spessore della lamina è possibile avere differenti sfasamenti, in particolare:
  1. sfasamento  $\Delta \varphi = \pi + 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ): lamina a mezz'onda" o a " $\lambda/2$ ".
    - E' in grado di trasformare luce polarizzata linearmente ancora in luce polarizzata linearmente.
    - La direzione di polarizzazione dell'onda emergente E' dalla lamina si ottiene per riflessione dell'onda entrante rispetto all'asse veloce della lamina (asse x).
      - Per  $\theta = 45^\circ$  l'onda emergente è in uno stato di polarizzazione lineare ortogonale allo stato di polarizzazione della luce incidente.
      - Per  $\theta = 45^\circ$  trasforma luce polarizzata circolarmente destrorsa in luce polarizzata circolarmente sinistrorsa e viceversa



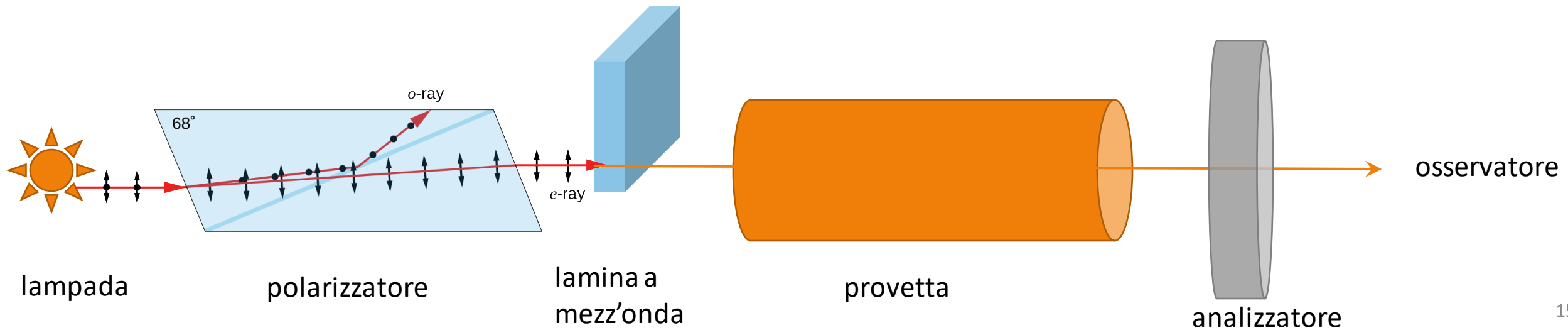
# Lamina di ritardo: lamina a quarto d'onda

$$\Delta \varphi = \omega \Delta z \left( \frac{n_l}{c} - \frac{n_v}{c} \right) = \frac{\omega \Delta z}{c} (n_l - n_v) = (n_l - n_v) 2\pi \frac{\Delta z}{\lambda}$$

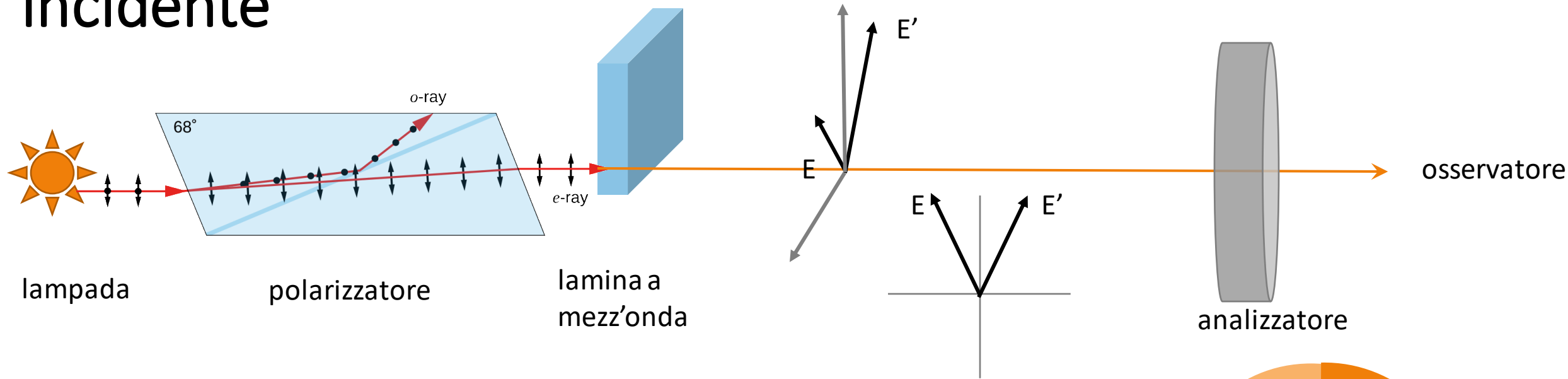
- Al variare dello spessore della lamina è possibile avere differenti sfasamenti, in particolare:
  2. sfasamento  $\Delta \varphi = \pi/2 + 2n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ): lamina a quarto d'onda" o a " $\lambda/4$ ".
    - E' in grado di trasformare luce polarizzata linearmente in luce polarizzata circolarmente (per  $\theta = 45^\circ$ ), o elitticamente (per  $\theta =$  qualsiasi)

# Schema dello strumento

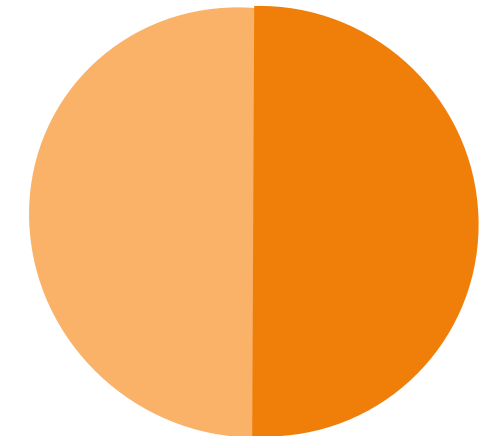
- Componenti:
  - lampada al sodio
  - polarizzatore (prisma di Nicol)
  - lamina a mezz'onda
  - provetta per il liquido
  - analizzatore
  - goniometro



# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente



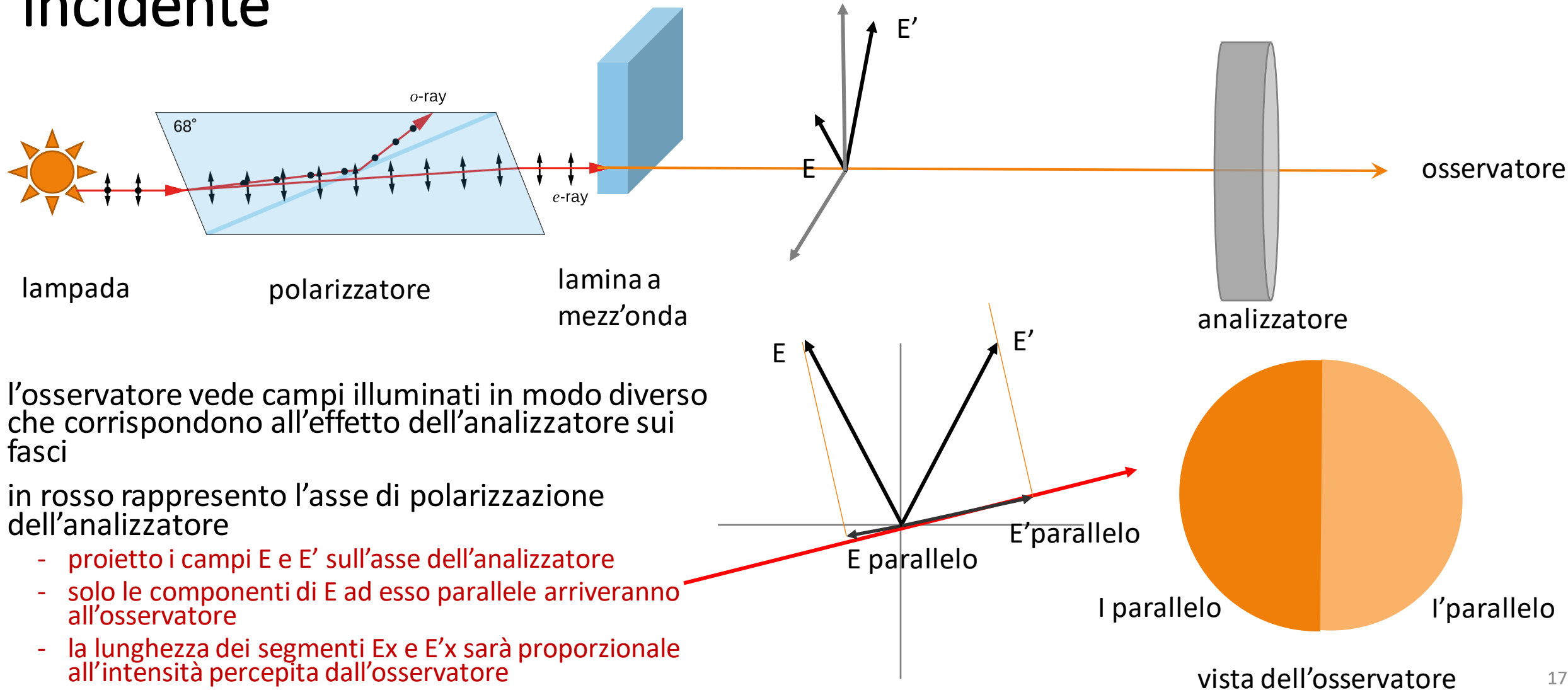
- la luce generata dalla lampada al sodio si può considerare monocromatica
- viene polarizzata linearmente dal prisma di Nicol
- metà del fascio attraversa una lamina a mezz'onda, l'altra metà prosegue senza variazioni dello stato di polarizzazione
- La luce raggiunge e attraversa un analizzatore
- l'osservatore osserva nell'oculare e vede 2 campi:
  - uno corrispondente alla parte di fascio che ha attraversato la lamina ( $E'$ )
  - uno corrispondente alla parte di fascio che non ha attraversato la lamina ( $E$ )



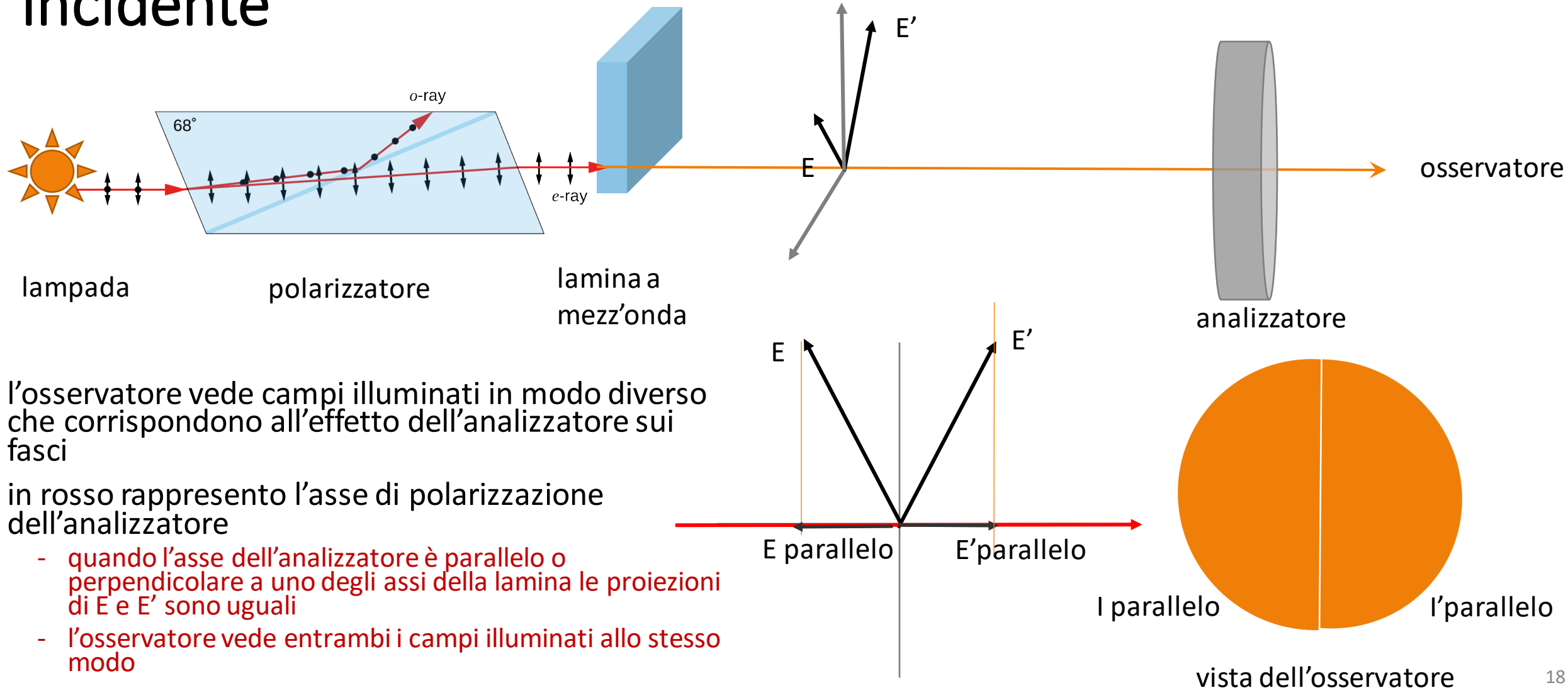
vista dell'osservatore



# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente

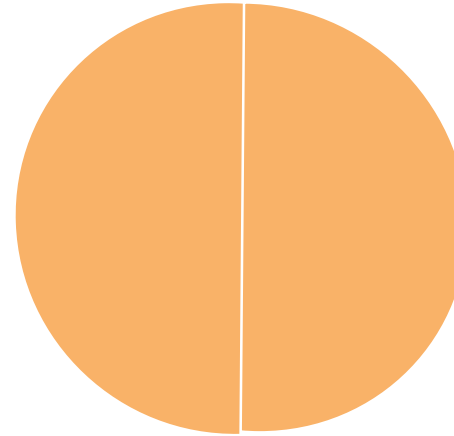


# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente



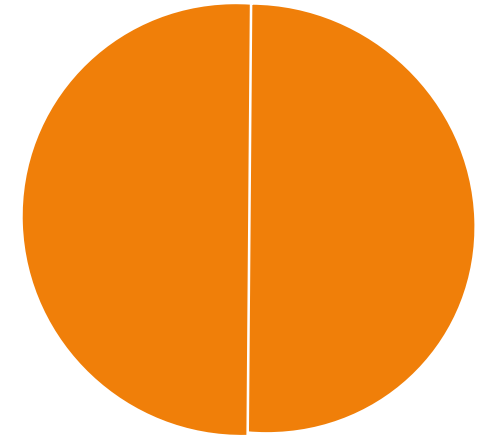
# Determinazione dello stato di polarizzazione dell'onda incidente

- l'operatore ruota l'analizzatore fino a che i campi hanno la stessa illuminazione, nella condizione di "bassa illuminazione"
- legge sul goniometro la posizione angolare  $\theta$  dell'analizzatore e la annota
- questa posizione rappresenta il riferimento "senza provetta"
- di seguito pone la provetta sul fascio e ripete la misura



vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
alta illuminazione

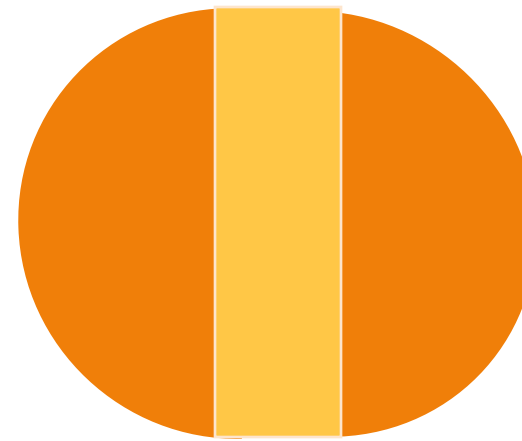


vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
bassa illuminazione

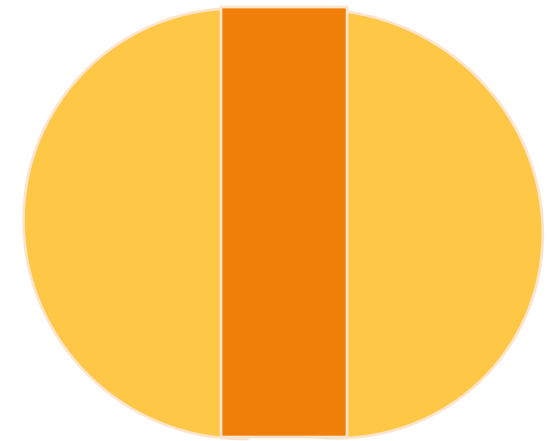
# Determinazione dello stato di polarizzazione dell'onda incidente

- nel polarimetro in laboratorio la lamina è posizionata al centro del campo visivo, quindi l'osservatore vede in realtà 3 campi, di cui i 2 esterni sono sempre illuminati allo stesso modo (fascio che non passa attraverso la lamina) e quello centrale corrisponde al fascio che attraversa la lamina e può essere illuminato diversamente o egualmente



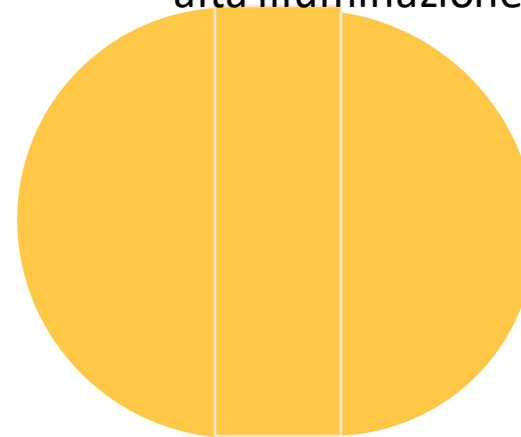
vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
alta illuminazione



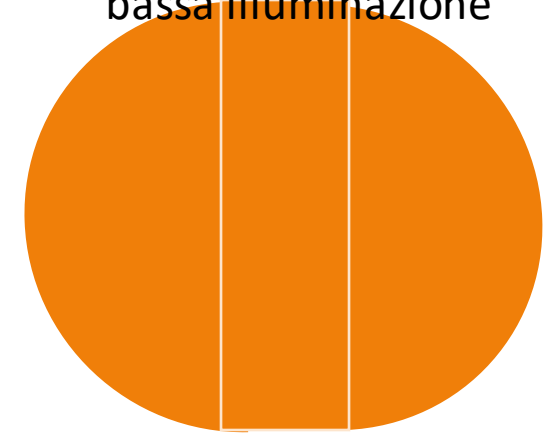
vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
bassa illuminazione



vista dell'osservatore

egual illuminazione in  
alta illuminazione

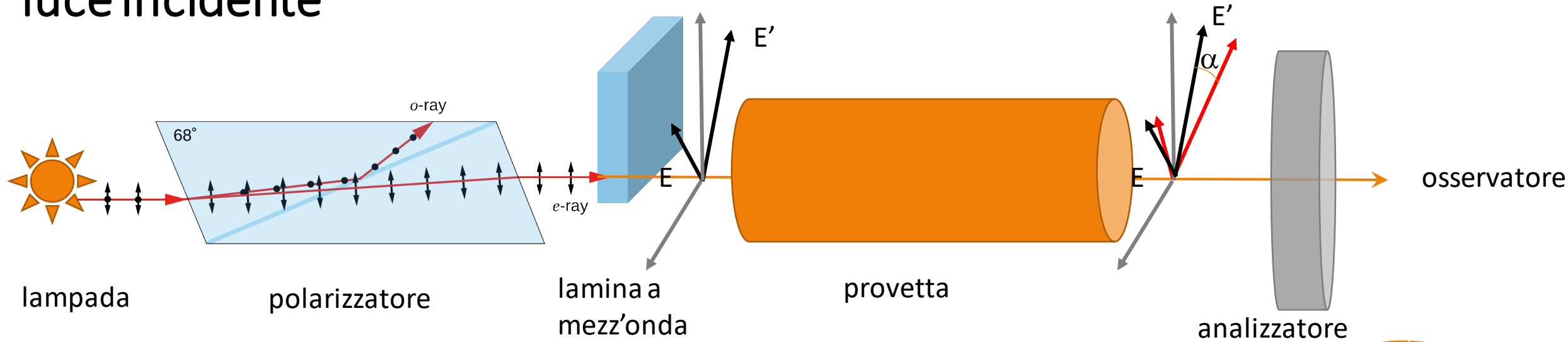


vista dell'osservatore

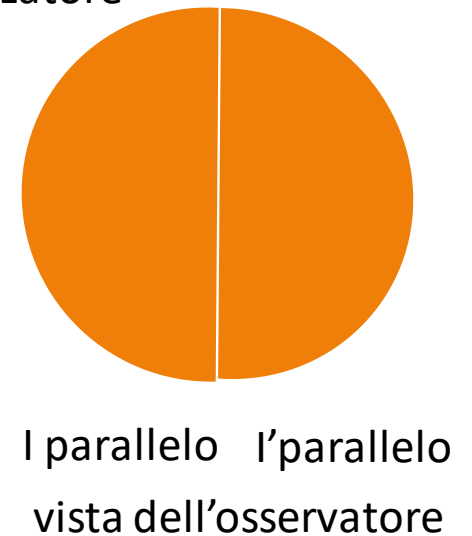
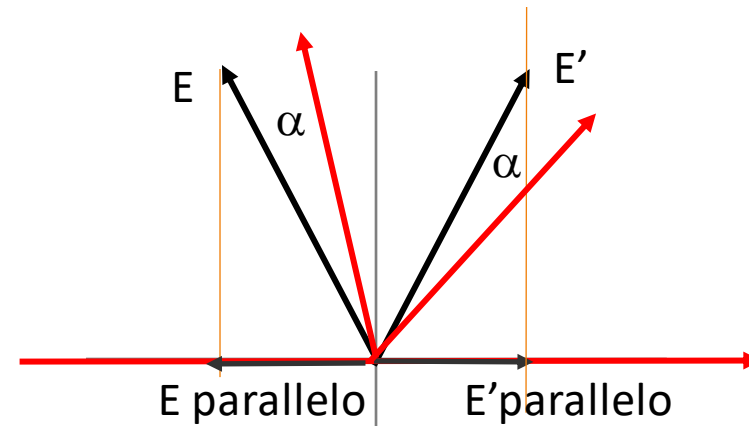
egual illuminazione in  
bassa illuminazione

# Descrizione del funzionamento - prima fase: determinazione dello stato di polarizzazione della luce incidente

$\alpha$  = angolo di  
rotazione dovuto  
alla sostanza



- la presenza della soluzione zuccherina nella provetta ruota il piano di polarizzazione della luce di un angolo  $\alpha$
- per misurare  $\alpha$  l'osservatore ruota l'analizzatore fino a ritrovare la condizione di equal illuminazione



# Potere rotatorio specifico

- L'angolo  $\alpha$  di rotazione del piano di polarizzazione è dato da

$$\alpha = k c l$$

legge di Biot del potere rotatorio specifico delle soluzioni

dove:

- $k$  = potere rotatorio specifico della sostanza
  - $c$  = concentrazione della sostanza (in g/ml)
  - $l$  = lunghezza della provetta (in dm)
- Il potere rotatorio specifico (PRS) rappresenta la rotazione del piano della luce polarizzata relativa ad una soluzione che contiene 1 g/ml di sostanza otticamente attiva, posta in un tubo polarimetrico della lunghezza di 1 dm, alla temperatura di 20 °C e utilizzando luce con lunghezza d'onda 589 nm (linea D del sodio).
  - valori tipici di  $k$ :
    - saccarosio: +66.5°. La rotazione della luce polarizzata avviene in senso orario (destrogiro).
    - fruttosio: Il fruttosio naturale è solubile in acqua e la miscela di equilibrio ha potere ottico rotatorio  $k = -92.3^\circ$  (levogiro)
    - zucchero invertito (presente nel succo d'uva): miscela di glucosio e fruttosio. La rotazione avviene in senso antiorario, quindi invertita. Il potere rotatorio specifico dello zucchero invertito è infatti di  $-20,2^\circ$  (levogiro).

# Misura dei valori di $\theta$ e $\theta'$ e analisi dati

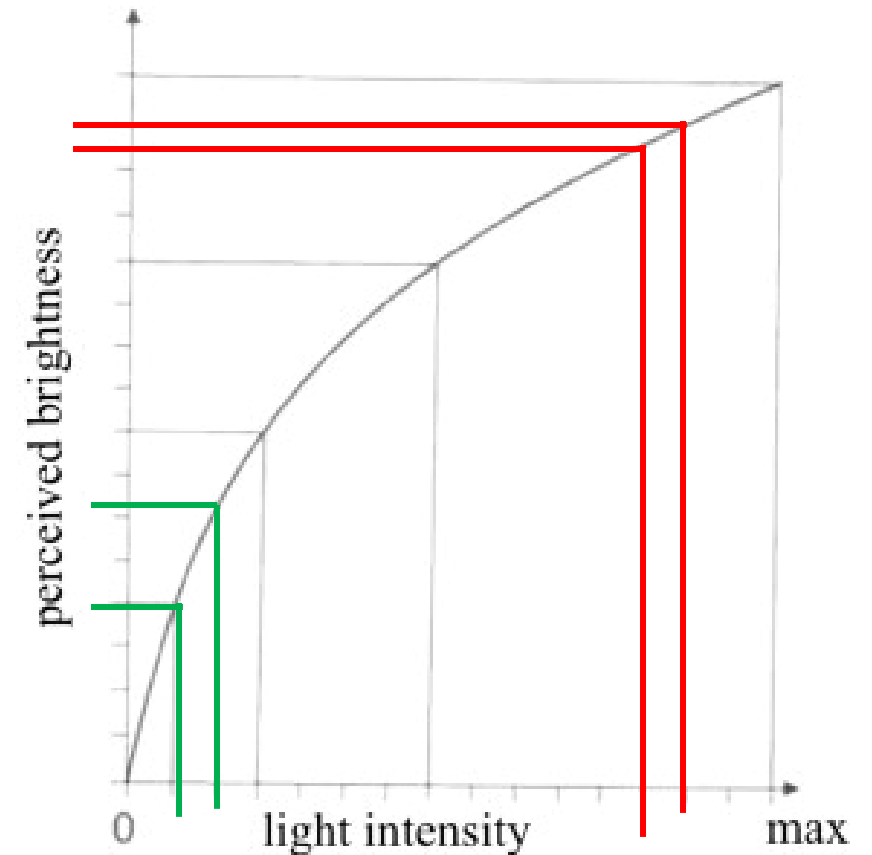
- Misura senza provetta  $\rightarrow \theta$
- Misura con provetta  $\rightarrow \theta'$

$$\alpha = \theta - \theta'$$

- misurato  $\alpha$  si può estrarre il valore di  $c$  noti  $k$  e la lunghezza della provetta ( $d=2dm$ )
- poichè la scelta dell'angolo  $\theta$  per cui i campi di osservazione sono egualmente illuminati non è univoca, ma soggetta a un errore dell'osservatore che assumiamo casuale, è opportuno ripetere la misura per un numero di volte  $\sim 50-100$

# Acquisizione dati: misura di $\theta$

- Misura differenziale: confronto tra campi con diverso grado di illuminazione
  - questo metodo permette di ridurre l'errore sulla misura di  $\theta$ : infatti l'occhio riesce a distinguere meglio confrontando tra campi diversi per determinarne l'egual illuminazione piuttosto che osservare la massima/minima illuminazione di un singolo campo
- Minima illuminazione:
  - la risposta dell'occhio a un segnale luminoso ha un andamento logaritmico: risposte a segnali vicini saranno maggiormente distinguibili se l'intensità del fascio che colpisce la retina è bassa





# Analisi dati

- dati distribuiti secondo distribuzione gaussiana?
  - posso fare fit con gaussiana
  - estraggo media e deviazione standard
  - calcolo l'errore come errore sul valor medio
- Uso i valori medi per calcolare  $\alpha = \theta - \theta'$
- estraggo c per i diversi campioni forniti

# Conclusioni

- dalla misura di  $\alpha$  estraggo la concentrazione della soluzione zuccherina
- una rotazione destrogira o levogira mi aiuterà a distinguere tra campioni contenenti fruttosio e saccarosio
- il polarimetro di Laurent è uno strumento commerciale comunemente usato per valutare la concentrazione di zucchero nel vino e in altri cibi. E' usato anche in medicina, industria chimica, farmaceutica e nella cosmesi