

CORSO DI LAUREA IN FISICA
METODI MATEMATICI DELLA MECCANICA CLASSICA

Prova d'esame – 8 febbraio 2022

TEMA I

Un punto materiale di massa m si muove (senza attrito) sulla superficie descritta in \mathbb{R}^3 dall'equazione $z = e^x \cdot e^y$, con (x, y, z) coordinate cartesiane ortonormali. Sul punto agisce la forza peso, diretta lungo l'asse z (con verso negativo).

- (1) Scrivere la Lagrangiana del sistema e le equazioni di Lagrange.
- (2) Usando il teorema di Noether, trovare due costanti del moto.
- (3) Usando le costanti del moto, scrivere un'equazione di Weierstrass per il sistema.

TEMA II

Nello spazio delle fasi $T^*\mathbb{R}$, con coordinate (q, p) , si consideri la famiglia di trasformazioni lineari $\varphi_\varepsilon : (q_0, p_0) \mapsto (q_\varepsilon, p_\varepsilon)$ definita da

$$\begin{cases} q_\varepsilon = \varepsilon + q_0 \\ p_\varepsilon = -\frac{\alpha}{2}\varepsilon^2 - \alpha q_0\varepsilon + p_0 \end{cases}$$

con α costante reale. Mostrare che (1) queste trasformazioni formano un flusso e (2) sono canoniche per ogni ε ; (3) scrivere il campo Hamiltoniano che genera tale flusso e (4) trovare la corrispondente Hamiltoniana.