Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Acatlán

Tarea 13: El plano que pasa por tres puntos y la forma normal de un plano

Materia: Geometria del Espacio

Autor: Díaz Valdez Fidel Gilberto
Número de cuenta: 320324280

Mayo 2024

Sea N_1 el primer dígito de tu número de cuenta, N_2 el segundo dígito, N_3 el tercero y así sucesivamente.

1. Encuentra la representación vectorial del plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por los puntos $p = (N_1, N_2, N_3)$, $q = (N_4, -N_5, N_6)$ y $r = (N_7, N_8, -N_9)$.

Solución:

Los puntos que tenemos son: $p = (3, 2, 0)$, $q = (3, -2, 4)$ y $r = (2, 8, 0)$.
Nuestro plano se verá de la siguiente manera:

$$\{p + s(q - p) + t(r - p) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

$$u = q - p = (3, -2, 4) - (3, 2, 0) = (0, -4, 4)$$
$$v = r - p = (2, 8, 0) - (3, 2, 0) = (-1, 6, 0)$$

Por lo tanto la forma vectorial de nuestro plano es:

$$\{(3, 2, 0) + s\vec{u} + t\vec{v} : s, t \in \mathbb{R}\}$$
$$\{(3, 2, 0) + s(0, -4, 4) + t(-1, 6, 0) : s, t \in \mathbb{R}\}$$
$$\{(3 + 0s - t, 2 - 4s + 6t, 0 + 4s + 0t) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

2. Encuentra la representación paramétrica del plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por los puntos $p = (N_1, N_2, N_3)$, $q = (-N_4, N_5, N_6)$ y $r = (N_7, -N_8, N_9)$.

Solución:

Los puntos que tenemos son: $p = (3, 2, 0)$, $q = (-3, 2, 4)$ y $r = (2, -8, 0)$.
El plano se arma de la misma manera que en el ejercicio anterior:

$$u = q - p = (-3, 2, 4) - (3, 2, 0) = (-6, 0, 4)$$

$$v = r - p = (2, -8, 0) - (3, 2, 0) = (-1, -10, 0)$$

- Forma vectorial:

$$\{(3, 2, 0) + s(-6, 0, 4) + t(1, -10, 0) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

$$\{(3 - 6s + t, 2 + 0s - 10t, 0 + 4s + 0t) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

- Forma paramétrica:

$$x = 3 - 6s + t$$
$$y = 2 + 0s - 10t$$
$$z = 0 + 4s + 0t$$

3. Encuentra la representación normal del plano que pasa por el origen de $\mathbb{R}^3$ y que es generado por los vectores $u = (N_1, -N_3, N_5)$ y $v = (N_7, N_8, -N_9)$.

Solución:

Nuestros vectores son: $u = (3, 0, 2)$ y $v = (2, 8, 0)$.
Vector normal al plano:

$$u \text{ x } v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-16, 4, 24)$$

- Forma vectorial:

$$\{(3s + 2t, 0s + 8t, 2s + 0t) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

- Forma normal:

  Si se tiene a $p = (x, y, z)$ entonces la representación normal es:

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-16, 4, 24) \cdot ((x, y, z) - (0, 0, 0)) = 0\}$$

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-16, 4, 24) \cdot (x, y, z) = 0\}$$

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -16x + 4y + 24z = 0\}$$

4. Encuentra la representación normal del plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por el punto $p = (N_1, -N_2, N_3)$ y que es generado por los vectores $u = (N_4, N_5, N_6)$ y $v = (N_7, N_8, N_9)$.

Solución:

Los datos que tenemos son: $p = (3, -2, 0)$, $u = (3, 2, 4)$ y $v = (2, 8, 0)$.
Vector normal al plano:

$$u \text{ x } v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-32, 8, 20)$$

Forma normal:
Si se tiene a $p = (x, y, z)$ entonces la representación normal es:

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-32, 8, 20) \cdot ((x, y, z) - (3, -2, 0)) = 0\}$$

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-32, 8, 20) \cdot ((x - 3, y + 2, z)) = 0\}$$

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-32, 8, 20) \cdot ((x - 3, y + 2, z)) = 0\}$$
$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -32x + 8y + 20z + 112 = 0\}$$

5. Encuentra la representación normal del plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por los puntos $p = (N_1, N_2, N_3)$, $q = (N_4, N_5, N_6)$ y $r = (N_7, N_8, N_9)$.

Solución:

Nuestros puntos son: $p = (3, 2, 0)$, $q = (3, 2, 4)$ y $r = (2, 8, 0)$.

$$u = q - p = (3, 2, 4) - (3, 2, 0) = (0, 0, 4)$$
$$v = r - p = (2, 8, 0) - (3, 2, 0) = (-1, 6, 0)$$

Vector normal al plano:

$$u \text{ x } v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= (-24, -4, 0)$$

Si se tiene a $p_2 = (x, y, z)$ entonces la representación normal es:

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-24, -4, 0) \cdot ((x, y, z) - (3, 2, 0)) = 0\}$$
$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (-24, -4, 0) \cdot ((x - 3, y - 2, z)) = 0\}$$
$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -24x - 4y + 0z + 80 = 0\}$$