Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Estudios Superiores Acatlán

Tarea 16: Distancia de un punto a un plano y distancia entre dos planos

Materia: Geometria del Espacio

Autor: Díaz Valdez Fidel Gilberto
Número de cuenta: 320324280

Mayo 2024

Sea N_1 el primer dígito de tu número de cuenta, N_2 el segundo dígito, N_3 el tercero y así sucesivamente.

1. Encuentra la distancia del punto dado al plano dado.

Solución:

a) $(-3, 0, -3); 9x + 2y + 5z = 97.$

$$d(p, \Pi_1) = \frac{|9(-3) + 2(0) + 5(-3) - 97|}{\sqrt{9^2 + 2^2 + 5^2}}$$

$$d(p, \Pi_1) = \frac{|-139|}{\sqrt{110}} = \frac{139}{\sqrt{110}}$$

b) $(0, 0, 0); -2x + 8z = 0.$

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|-2(0) + 0(0) + 8(0) - 0|}{\sqrt{(-2)^2 + 0 + 8^2}}$$

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|0|}{\sqrt{68}} = \frac{0}{\sqrt{68}}$$

c) $(-2, 3, 4); -3x + 6z = -5.$

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|-3(-2) + 0(3) + 6(4) + 5|}{\sqrt{(-3)^2 + 0 + 6^2}}$$

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|35|}{\sqrt{45}} = \frac{35}{\sqrt{45}}$$

2.Determina la distancia entre los siguiente planos.

Solución:

a) $\Pi_1 : x + y + z = 2; \Pi_2 : 2x + 2y + 2z = 8.$

Primero nos tenemos que asegurar de que se traten de planos paralelos entre si para calcular su distancia entre ellos:
Los vectores normales son: $n_1 = (1, 1, 1)$ y $n_2 = (2, 2, 2)$
2.1.1

$$n_1 \cdot n_2 = (1, 1, 1) \cdot (2, 2, 2)$$
$$= 1(2) + 1(2) + 1(2) = 6$$

$\therefore$ Como $6 \neq 0$ entonces los planos no son ortogonales.

2.1.2

$$1 = 2k$$

$$1 = 2k$$

$$1 = 2k$$

$\therefore$ Como existe $k = \frac{1}{2}$ que hace que se cumplan las igualdades, podemos afirmar que los planos son paralelos.

2.1.3

$$1 = 2k$$

$$1 = 2k$$

$$1 = 2k$$

$$2 = 8k$$

$\therefore$ Como no existe $k \in \mathbb{R}$ que sea capaz de cumplir todas las igualdades entonces sabemos que no se trata del mismo plano.

Ahora que conocemos que si se trata de dos planos paralelos, solo resta encontrar un punto dentro otro plano para calcular la distancia de este al otro plano. Primero vamos a encontrar la forma vectorial de una de las ecuaciones del plano, en este caso elegiremos a Π_1.

La ecuación es: $\Pi_1 : x + y + z = 2$.

Una solución al sistema si $y = 0$ y $z = 1$ entonces $x = 1$: $(1, 0, 1)$.

Una solución al sistema si $y = 1$ y $z = 0$ entonces $x = 1$: $(1, 1, 0)$.

Una solución al sistema si $y = 0$ y $z = 0$ entonces $x = 1$: $(2, 0, 0)$.

Usaremos a $(2, 0, 0)$ como punto base, por lo que los otros vectores son:

$$u = (1, 0, 1) - (2, 0, 0) = (-1, 0, 1)$$

$$v = (1, 1, 0) - (2, 0, 0) = (-1, 1, 0)$$

Por lo tanto la forma vectorial es:

$$\{(2, 0, 0) + s(-1, 0, 1) + t(-1, 1, 0) : s, t \in \mathbb{R}\}$$

Solo resta calcular la distancia del plano Π_1 con la ayuda del punto que sabemos por el que pasa $p = (2, 0, 0)$ al plano Π_2.

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|2(2) + 2(0) + 2(0) - 8|}{\sqrt{2^{+}2^2 + 2^2}}$$

$$d(p, \Pi_2) = \frac{|-4|}{\sqrt{12}} = \frac{4}{12}$$

b) $\Pi_1 = x + 2y + 0z = 1$; $\Pi_2 = 2x + 4y + 0z = 2$

Para comenzar, como en el inciso anterior, nos tenemos que asegurar de que se traten de planos paralelos entre si para calcular su distancia entre ellos:

Los vectores normales son: $n_1 = (1, 2, 0)$ y $n_2 = (2, 4, 0)$

2.2.1

$$n_1 \cdot n_2 = (1, 2, 0) \cdot (2, 4, 0)$$
$$= 1(2) + 2(2) + 0(0) = 6$$

$\therefore$ Como $6 \neq 0$ entonces los planos no son ortogonales.

2.2.2

$$1 = 2k$$
$$2 = 4k$$
$$0 = 0k$$

$\therefore$ Como existe $k = \frac{1}{2}$ que hace que se cumplan las igualdades, podemos afirmar que los planos son paralelos.

2.2.3

$$1 = 2k$$
$$2 = 4k$$
$$0 = 0k$$
$$1 = 2k$$

$\therefore$ Como si existe $k \in \mathbb{R}$ que sea capaz de cumplir todas las igualdades, $k = \frac{1}{2}$ entonces podemos decir con toda seguirdad que se trata del mismo plano y por lo tanto su distancia entre ellos es cero.