Universidad Nacional Autónoma de México

***Facultad de Estudios Superiores Acatlán***

# Tarea 1

*Materia: Geometria del Espacio*

Autor: Díaz Valdez Fidel Gilberto
Número de cuenta: 320324280

*Febrero 2024*

Sea $N_1$ el primer dígito de tu número de cuenta, $N_2$ el segundo dígito, $N_3$ el tercero y así sucesivamente.

**1.** Sea $u = (N_1, N_2, -N_3)$ y $v = (N_4, -N_5, N_6)$. Calcula los vectores $u + v$, $u - v$, $v - u$, $4u$ y $-3v$.

$$u = (3, 2, -0)$$

$$v = (3, -2, 4)$$

**1.1** $u + v$:

$$(3, 2, 0) + (3, -2, 4) = (3 + 3, 2 - 2, 0 + 4) = (6, 0, 4)$$

**1.2** $u - v$:

$$(3, 2, 0) - (3, -2, 4) = (3 - 3, 2 - (-2), 0 - 4) = (0, 4, -4)$$

**1.3** $v - u$:

$$(3, -2, 4) - (3, 2, 0) = (3 - 3, -2 - 2, 4 - 0) = (0, -4, 4)$$

**1.4** $4u$:

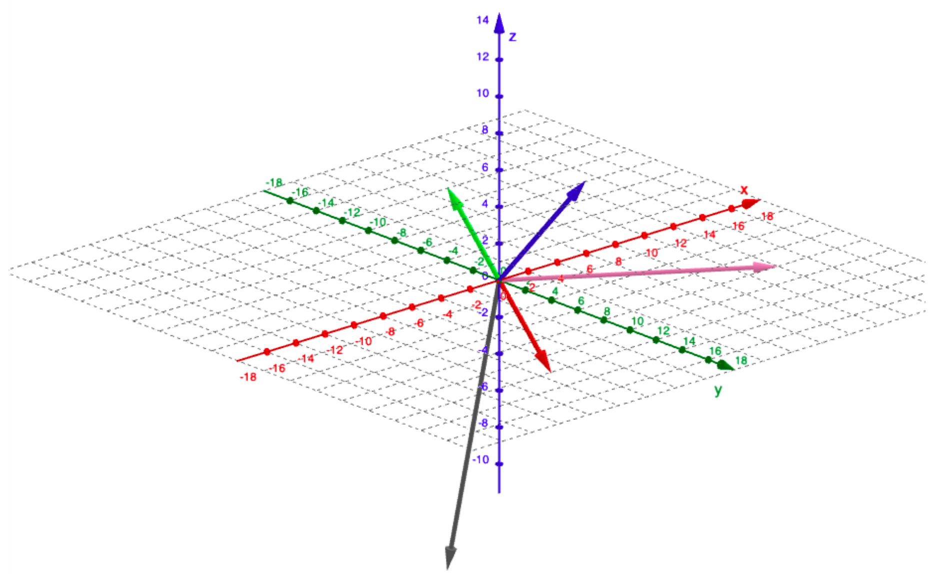
$$4(3, 2, 0) = (4 \cdot 3, 4 \cdot 2, 4 \cdot 0) = (12, 8, 0)$$

**1.5** $-3v$:

$$-3(3, -2, 4) = (-3 \cdot 3, -3 \cdot -2, -3 \cdot 4) = (-9, 6, -12)$$

**2.** Realiza la representación gráfica (ya sea a mano o en un programa de computadora) de los vectores $u+v$, $u-v$, $v-u$, $4u$ y $-3v$, donde $u = (N_1, N_2, -N_3)$ y $v = (N_4, -N_5, N_6)$.

- $u + v = (6, 0, 4)$
- $u - v = (0, 4, -4)$
- $v - u = (0, -4, 4)$
- $4u = (12, 8, 0)$
- $-3v = (-9, 6, -12)$



**3.** Encuentra un vector $v$ que cumpla que $3u - 4v = (N_6, -N_7, 2N_8)$ si $u = (-2, -1, N_9)$.

$$3(-2,-1,0)-4(a,b,c) = (3(-2), 3(-1), 3(0))-(4a,4b,4c) = (-6,-3,0)-(4a,4b,4c)$$

$$(-6-4a, -3-4b, 0-4c) = (4,-2,16)$$

•Lo anterior nos deja con el siguiente sistema de ecuaciones:

$$4 = -4a - 6 \to a = -\frac{4+6}{4} = -\frac{5}{2}$$
$$-2 = -4b - 3 \to b = \frac{-2+3}{-4} = -\frac{1}{4}$$
$$16 = -4c \to c = -\frac{16}{4} = -4$$

**4.** Supón que $\frac{1}{3}(u+v) = (0, N_2, -2N_3)$ y que $\frac{1}{2}(u-v) = (N_1, -4N_2, 5N_3)$.Encuentra $u$ y $v$. •Primera ecuación:

$$\frac{1}{3}(a,b,c) + (d,e,f) = (0,2,0)$$

$$\frac{1}{3}(a+d, b+e, c+f) = (0,2,0)$$

$$(\frac{a+d}{3}, \frac{b+e}{3}, \frac{c+f}{3}) = (0,2,0)$$

•El sistema de ecuaciones es:

$$\frac{a+d}{3} = 0 \to a+d = 0$$
$$\frac{b+e}{3} = 2 \to b+e = 6$$
$$\frac{c+f}{3} = 0 \to c+f = 0$$

•Segunda ecuación:

$$\frac{1}{2}(a,b,c) - (d,e,f) = (3,-8,0)$$

$$\frac{1}{2}(a-d, b-e, c-f) = (3,-8,0)$$

$$(\frac{a-d}{2}, \frac{b-e}{2}, \frac{c-f}{2}) = (3,-8,0)$$

•El sistema de ecuaciones es:

$$\frac{a-d}{2} = 3 \to a-d = 6 \to a = 6+d$$

$$\frac{b-e}{2} = -8 \to b-e = -16 \to b = -16+e$$

$$\frac{c-f}{2} = 0 \to c-f = 0 \to c = 0-f$$

•Usando las igualdades de la primera ecuación:

| | | |
|---|---|---|
| $6+d = 0-d$ | $6-e = -16+e$ | $0-f = 0$ |
| $2d = -6$ | $22 = 2e$ | $f = 0$ |
| $d = -3$ | $11 = e$ | |

•Ahora sustituyendo los valores encontrados en las igualdades de la segunda ecuación:

| | | |
|---|---|---|
| $a = 6+d$ | $b = -16+e$ | $c = 0-f$ |
| $a = 6+(-3)$ | $b = -16+11$ | $c = 0-0$ |
| $a = 3$ | $b = -5$ | $c = 0$ |

Así concluye ya que ya encontramos todos los valores que generan los dichos vectores.

**5.** Demuestra que el vector 0 es el único vector de $\mathbb{R}^n$ que cumple la propiedad de ser neutro aditivo. Es decir, si $\vec{0}$ es otro vector de $\mathbb{R}^n$ que cumple la igualdad $\vec{0}+x = x$, para todo vector $x \in \mathbb{R}^n$, entonces $\vec{0} = 0$.

Sea $x = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ y $\vec{0} = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n) \in \mathbb{R}^n$. Al sumarlos, por definición de la adición en $\mathbb{R}^n$ se tiene:

$$x+\vec{0} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) + (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)$$

$$x+\vec{0} = (\alpha_1+\beta_1, \alpha_2+\beta_2, ..., \alpha_n+\beta_n)$$

Y por propiedades de los numeros reales sabemos que el neutro aditivo existe y es 0, por lo que la unica manera en que la siguiente igualdad sea cierta, es si $\vec{0} = 0$:

$$(\alpha_1+\beta_1, \alpha_2+\beta_2, ..., \alpha_n+\beta_n) = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$$

$$(\alpha_1+0, \alpha_2+0, ..., \alpha_n+0) = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$$

$\therefore x+\vec{0} = x \iff \vec{0} = 0$ ■