La Ecuación de Duffing

Fisica Computacional

Fidel Alejandro Navarro Salazar

1. Introducción

El oscilador de Duffing es un oscilador no lineal que lleva la siguiente forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \delta\frac{dx}{dt} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma\cos\omega t$$

Las constantes de la equación representan:

α : rigidez
β : no linealidad
γ : amplitud de forzamiento
δ : amortiguamiento
ω : frecuencia de forzamiento

Para su solución se requiere la implementación de un método numérico que resuleva la ecuación diferencial. Por ello se utilizará la biblioteca SciPy y su función *odeint*, que permite resolver numéricamente equaciones diferenciales por medio del método de Runge-Kutta de cuarto orden.

2. Histéresis

La histéresis es la tendencia del material a mantener sus propiedades; por ejemplo, un material ferromagnético magnetizado en una dirección. Este no llegara a tener una magnetización nula cuando el campo magnético sea removido. Para que su magnetización se anule debera estar en contacto con un campo magnético de dirección contraria.

Este problema plantea encontrar la solución a la ecuación de Duffin con la finalidad de observar su discontinuidad y la variación del componente ω; obteniendo gráficas que modelen el fenómeno de histéresis.

3. Resultados

Para la solución de la ecuación de Duffing se utilizó el método de Runge-Kutta de orden cuatro por mediante le uso de Python, especialmente la biblioteca de SciPy y sui función Odeint.

Los valores que se trabajaron para las constantes fueron: Las constantes de la equación representan:

$$\alpha = 1.0$$
$$\beta = 0.04$$
$$\gamma = 1{,}0$$
$$\delta = 0.1$$

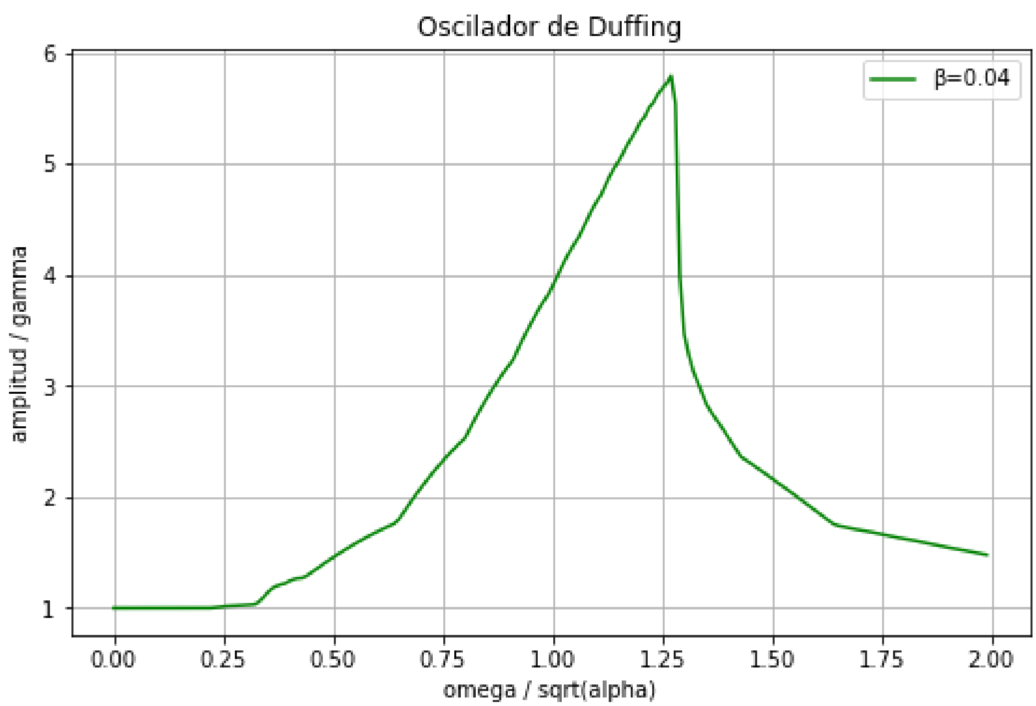

Figura 1: Solución a las ecuacion de Duffing con; $\alpha = 1{,}0$, $\beta = 0{,}04$, $\gamma = 1{,}0$ y $\delta = 0{,}1$

De la *Figura* 1 podemos observar que la amplitud va aumentado de manera gradual con un comportamiento lineal hasta llegar a un máximo. Despues de este máximo la amplitud decrece rapidamente.

También se obtuvieron las soluciones para diferentes valores de β, manteniendo los valores de *alpha*, *gamma*, y *delta* iguales para todos los casos:

$$\alpha = 1.0$$
$$\gamma = 1{,}0$$
$$\delta = 0.1$$

A partir de la *Figura* 2 podemos observar que para valores de β menores aumenta la amplitud del sistema y presentan un comportamiento después del

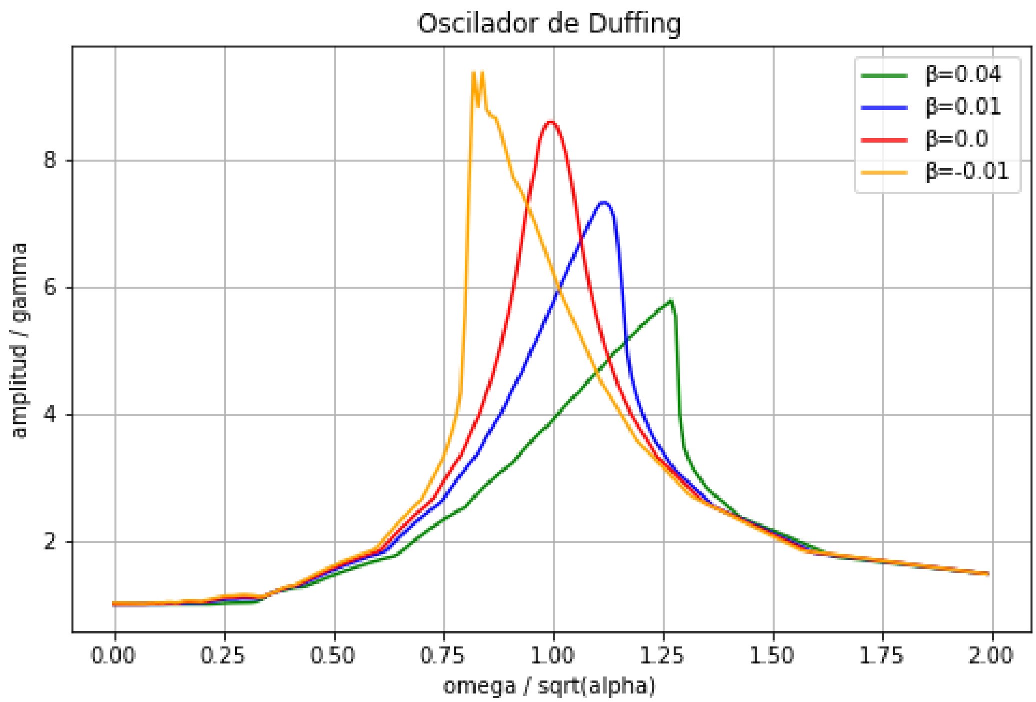

Figura 2: Solución a las ecuacion de Duffing para β = 0.04, 0.01, 0.0 y -0.1

máximo menos irregular. Se puede visualizar que para $\beta = 0{,}0$ el comportamiento es casi simétrico, mientras que para $\beta = -0{,}01$ la ecuación se comporta de forma irregular en comparación a las demás soluciones. También podemos observar que en los extremos de la gráfica todas las soluciones presentan el mismo comportamiento.

Referencias

[1] Editors of Encyclopaedia Britannica. Hysteresis. 26/05/2019, de Enciclopedi Británica Sitio web: https://www.britannica.com/science/hysteresis

[2] R Nave. (2017). Hysteresis. 25/05/2019, de Georgia State University Sitio web: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Solids/hyst.html