

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

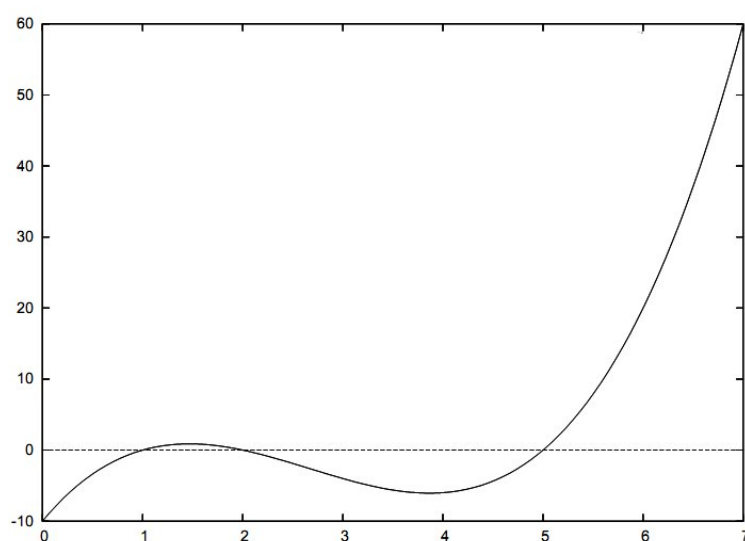
南京工业大学 计算方法 试题（开）卷 A

2019--2020 学年 第二学期 使用班级 计 1801-4

班级	学号										姓名
题号											总分
得分											

一、【方程求根】(9 分+6 分=15 分)

1. 函数 $f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ ，曲线如图



1) 二分法求 $f(x)=0$ 的根，每次取区间中点作为根的近似解，若求根区间 $[a, b]$ 的端点 $a=0$, $b=6$ ，问迭代两次的近似解是什么？

2) 需要二分多少次，使误差小于 10^{-4} ？

3) 如果初始值 $x_0 = 6$ ，牛顿法一次迭代的结果是什么？

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

2.验证牛顿法求方程 $f(x)=0$ 的根，若 $f(x)=mx+b$, $m \neq 0$ 为线性函数时，一次迭代就收敛到根。

二、【矩阵与线性方程组】（12 分+6 分=18 分）

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 6 \\ 3 & 17 & 6 \\ 6 & 6 & 30 \end{pmatrix}$,

1) 对 A 进行 Cholesky 分解。

2) 利用 1) 的分解，解线性方程组 $Ax = b$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ 。

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

2. 若线性方程组系数矩阵为 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ -a & a \end{pmatrix}$ ，其中 a, b 是实数，满足 $a > 0, b > 0, a > b$ 。验

证 Gauss-Seidel 迭代对于这种类型的矩阵是收敛的

三、【插值】（6分+12分=18分）

1. 确定如下差商表中缺失的值：

$x_0 = 0.0$	$f[x_0] =$		
$x_1 = 0.4$	$f[x_1] =$	$f[x_0, x_1] =$	
$x_2 = 0.7$	$f[x_2] = 6$	$f[x_1, x_2] = 10$	$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{50}{7}$

2. 已知 $f(x)$ 在 $x=1, x=2$ 处的函数值和导数值如下：

x	1	2
$f(x)$	2	3
$f'(x)$	0	-1

由 Hermite 插值法求 $f(x)$ 的两点三次插值多项式 $H_3(x)$ ，以及 $f(x)$ 在 1.5, 1.7 处的函数值（结果不需要化简）。

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

四、【拟合】（12 分）

1.试按最小二乘原理求一次多项式拟合如下数据：

x	1	1	3	4
y	0	1	1	2

五、【数值积分】（16 分+9 分=25 分）

1.设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上具有二阶连续导数。

1) 写出以 $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 为插值节点的 $f(x)$ 的一次插值多项式 $P_1(x)$;

2) 以 $P_1(x)$ 代替 $f(x)$, 计算积分 $\int_{-1}^1 f(x)dx$, 导出求积公式;

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

3) 所导出的求积公式具有几次代数精度？是否高斯型求积公式？为什么？

4) 用上述导出的求积公式计算： $\int_0^1 e^{-(10x)^2} dx$ 。（结果不需要化简）

2. 利用 Romberg 求积法，计算 $\int_0^1 e^{-(10x)^2} dx$ ，直算到 S_1 止。（计算过程中若遇要计算 e^{-100}, e^{-25} 都视为 0）

六、【常微分方程初值问题】（12 分）

1. 针对初值问题：

$$\begin{cases} y' = y & x \in [0,1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

分别用如下方法求解该初值问题。这里步长取 $h = \frac{1}{4}$ 。要求分别写出它们的计算公式，

并都只要求计算 $y\left(\frac{1}{4}\right)$ 的近似值。

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：1.替他人考试或由他人替考；2.通讯工具作弊；3.组织作弊。

1) 用改进的 Euler 法；

2) 用梯形法。