第七章　　真空中的静电场

1．C；　2．C；　3．D；　4．C；　5．C；　6．C；　7．A；　8．$4.55\times10^{5}C$；

9．q/ε_0；0；$-q/\varepsilon_0$；　10．$(q_2+q_3)/\varepsilon_0$；q_1,q_2,q_3,q_4；　11．0，$\lambda/(2\varepsilon_0)$；

12．$\dfrac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$，$\dfrac{q}{6\pi\varepsilon_0 R}$；　13．90V；-30V.

14．解：将直导线分割成若干电荷元：$dq=\lambda dx$，

dq 在 P 点产生的场强：

大小：$dE_P=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{(\frac{l}{2}+d-x)^2}=\dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(\frac{l}{2}+d-x)^2}$，

方向均为水平向右（沿 X 轴正方向）。

则：$E_P=\int dE_P=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(\frac{l}{2}+d-x)^2}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{l+d})$，方向水平向右。

dq 在 P 点产生的电势：$dU_P=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0(\frac{l}{2}+d-x)}=\dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(\frac{l}{2}+d-x)}$

则：$U_P=\int dU_P=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\dfrac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(\frac{l}{2}+d-x)}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\dfrac{l+d}{d}$

15. 解：在球内取半径为 r 厚为 dr 的薄球壳，该球壳包含的电荷为 $dq=\rho dV=Ar\cdot4\pi r^2dr$

在半径为 r 的球面内包含的总电荷为 $q=\int_V\rho dV=\int_0^r 4\pi Ar^3dr=\pi Ar^4,(r\le R)$

以该球面为高斯面，按高斯定理有 $E_1=Ar^2/(4\varepsilon_0),(r\le R)$

方向沿径向，A>0 时向外；A<0 时向内。

在球体外作一半径为 r 的同心高斯球面，按高斯定理有 $E_2\cdot4\pi r^2=\pi AR^4/\varepsilon_0$

得到 $E_2=AR^4/(4\varepsilon_0 r^2)$，方向沿径向，A>0 时向外；A<0 时向内。

16．解：（1）分析球对称性，$\vec{E}$ 方向应沿半径方向向外，相同 r 处，$\vec{D}$ 大小相同，取同心球面为高斯面，则根据高斯定理，有：

$$r < R_1\text{时},\oint\!\!\!\oint \vec{E}_1\cdot d\vec{s} = \sum q_i/\varepsilon_0 \quad \Rightarrow E_1\cdot 4\pi r^2 = 0 \quad \Rightarrow E_1 = 0$$

$$R_1 < r < R_2\text{时},\oint\!\!\!\oint \vec{E}_2\cdot d\vec{s} = \sum q_i/\varepsilon_0 \Rightarrow E_2\cdot 4\pi r^2 = q_1/\varepsilon_0 \Rightarrow E_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$r > R_2\text{时},\oint\!\!\!\oint \vec{E}_3\cdot d\vec{s} = \sum q_i/\varepsilon_0 \Rightarrow E_3\cdot 4\pi r^2 = (q_1+q_2)/\varepsilon_0 \Rightarrow E_3 = \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

方向均沿半径方向向外。

（2）球心处的电势

$$U = \int_0^{R_1}\vec{E}_1\cdot d\vec{l} + \int_{R_1}^{R_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{l} + \int_{R_2}^{\infty}\vec{E}_3\cdot d\vec{l}$$
$$= \int_0^{R_1} 0dr + \int_{R_1}^{R_2}\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr + \int_{R_2}^{\infty}\frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$$
$$= \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{q_1+q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2}$$
$$= \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2}$$

17．解：分析对称性，$\vec{E}$ 方向应垂直于柱面向外辐射，且，相同 r 处，$\vec{E}$ 大小相同，取高斯面为以 r 为半径，长为 l 的同心圆柱面，则根据高斯定理，有：

$$\oint\!\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \iint_{\text{上底}}\vec{E}\cdot d\vec{s} + \iint_{\text{下底}}\vec{E}\cdot d\vec{s} + \iint_{\text{侧面}}\vec{E}\cdot d\vec{s} = \iint_{\text{侧面}}\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot 2\pi rl = \sum q_i/\varepsilon_0$$

（1）$r < R_1\text{时}, E_1\cdot 2\pi rl = 0 \quad \Rightarrow E_1 = 0$

（2）$R_1 < r < R_2\text{时}, E_2\cdot 2\pi rl = \lambda l/\varepsilon_0 \Rightarrow E_2 = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

（3）$r > R_2\text{时}, E_3\cdot 2\pi rl = 0 \Rightarrow E_3 = 0$

18．在θ处取一微小点电荷 $dq = \lambda dl = Qd\theta / \pi$

它在 O 点处产生场强：

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2} d\theta$$

按θ角的变化，将 dE 分解成两个分量：dE_x，dE_y。由对称性知道 $E_y=0$，而

$$dE_x = dE \sin\theta = \frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2} \sin\theta d\theta$$

积分：

$$\vec{E} = E_x \hat{i} = \hat{i}\, 2\int_0^{\pi/2} \frac{Q}{4\pi^2\varepsilon_0 R^2} \sin\theta d\theta = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2} \hat{i}$$