图论 习题课

- 设G为9阶无向图，每个顶点的度数非5即6，证明G中至少有5个6度的顶点或至少有6个5度的顶点。
- 思路:利用握手定理的推论

  1）穷举法

  2）反证法

- 设e=（u，v）为无向简单连通图G中的一条边，证明：e为G中的桥当且仅当e不在G的任何圈中。
- 思路:桥的定义：割边，边割集中只有一条边；圈的性质：删除圈上的任意一条边，都不破坏图的连通性。
- 必要性：反证法。假设桥在某个圈中，则删除e后图仍连通，矛盾
- 充分性：反证法。假设e不是桥，则G-e仍是连通图，所以e的两个端点u到v在G-e中有通路，此通路与e构成G中的一个圈，与e不在G的任何圈中矛盾。

- 任意6个人中必有三个人彼此认识，或者三个人彼此互不相识。
- 在K_6的边上涂上红色或蓝色，证明对于任意一种随意的涂法，总存在红色K_3或蓝色K_3 。
- 在K_6中每个顶点连接5条边，根据鸽巢原理，至少3条边颜色相同，设为红色，连接的点设为V_2、V_4、V_6，
- V_2、 V_4、V_6为顶点的三角形中，若至少有一条边为红色，则存在红色K_3
- 否则三角形V_2 V_4V_6为蓝色K_3

- 彼德森图中至少要添加多少条边才能构成欧拉图，至少要添加多少条边才能构成汉密尔顿图?
- 彼德森图怎么画?
- 欧拉图的判定?
- 汉密尔顿图的判定?

- 设T是n阶无向树，n大于等于2，T^*是T的对偶图。证明:

1）T是简单图	无环无平行边
2）T是二部图	无奇数长度的回路
3）T是平面图	库拉图斯基定理
4）T不是欧拉图	无回路
5）T不是汉密尔顿图	无回路
6） T^*是平面图	平面图的对偶图都是平面图
7） T^*是欧拉图	一个顶点加多个环，度数一定为偶数
8） T^*是汉密尔顿图	任意一个环为汉密尔顿回路
9） T^*不是简单图	有环
10） T^*不是二部图	有奇数长度的回路

- 对于具有k（k>=2）个连通分支的森林，恰好加多少条新边能使得所得图为无向树?
- K-1条
- 连接两个分支，为一棵新树，把k个分支全部连接起来需要k-1条边

- 已知n（n>=2）阶无向简单图G有n-1条边，G一定为树吗?
- 不一定，要增加条件无回路或者连通。