练习十一：振动答案

1. C

2. A

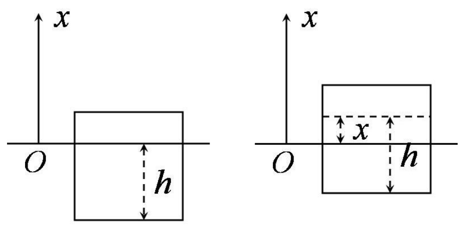
3. $\sqrt{2}:1$

4. $\varphi_{10}=\pi$，$\varphi_{20}=-\pi/2$，$\varphi_{30}=\pi/3$，$\varphi_{40}=-\pi/4$

5. 1s

6. 75J，± 0.0707m

7. 解：设平衡时木块浸没水中的高度为 h，则 $\rho_{水}gSh=\rho_{木}gSa$，其中 S 为木块截面积 a^2。



设木块位移为 x，则

$$F=\rho_{水}gS(h-x)-\rho_{木}gSa=-\rho_{水}gSx=-kx$$

所以是谐振动

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_{木}Sa}{\rho_{水}gS}}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_{木}a}{\rho_{水}g}}$$

8. 解：（1）将 $x=0.10\cos(20\pi t+\frac{\pi}{4})\text{m}$ 与 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 比较后可得：振幅 $A=0.10\text{m}$，角频率 $\omega=20\pi\text{s}^{-1}$，初相 $\varphi=0.25\pi$，则周期 $T=2\pi/\omega=0.1\text{s}$，频率 $\nu=1/T=10\text{Hz}$。

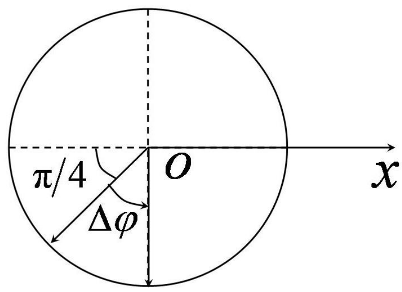
（2）$t=2\text{s}$ 时的位移、速度、加速度分别为

$$x=0.10\cos(40\pi+\pi/4)=7.07\times10^{-2}(\text{m})$$

$$v=\left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=2}=-2\pi\sin(40\pi+0.25\pi)=-4.44(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

$$a=\left.\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=2}=-40\pi^2\cos(40\pi+0.25\pi)=-2.79\times10^2(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

9. 解：由图可知，振幅 $A=4\text{cm}$



由旋转矢量图可确定初相 $\varphi_0=5\pi/4$

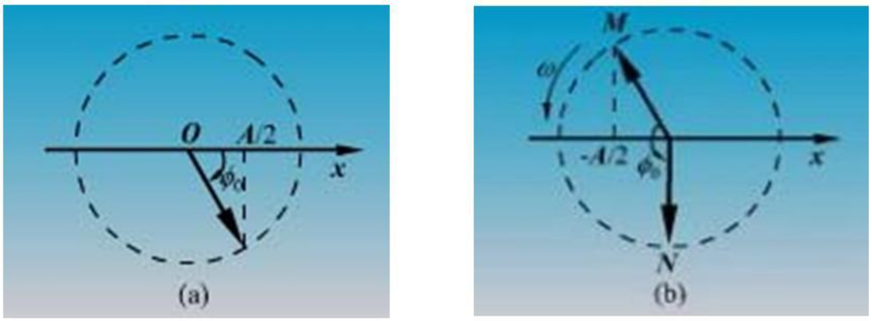
又由图可知由初始时刻运动到 P 点对应时刻用去 0.5s，

则由旋转矢量法可知

$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \pi/4$, $\omega = \Delta\varphi/\Delta t = \pi/2$

振动方程为 $x = 4\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{5\pi}{4})\text{cm}$

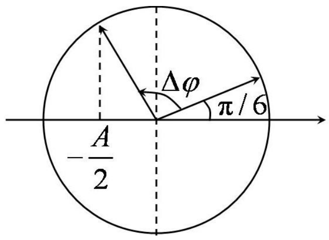
10. 解：(1) 由题意知 $A = 0.06\text{m}$、$\omega = 2\pi/T = \pi\ \text{s}^{-1}$ 由旋转矢量图可确定初相 $\varphi_0 = -\pi/3$，振动方程为 $x = 0.06\cos(\pi t - \pi/3)\text{m}$



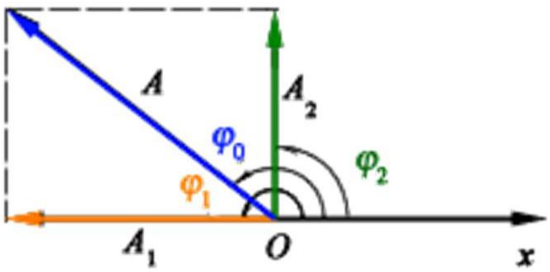
(2) 质点从 $x = -0.03\text{m}$ 运动到平衡位置的过程中，旋转矢量从图中的位置 M 转至位置 N，矢量转过的角度(即相位差) $\Delta\varphi = 5\pi/6$。该过程所需时间为 $\Delta t = \Delta\varphi/\omega = 0.833\text{s}$

11. 如图所示 $\Delta\varphi = \pi/2$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\pi/2}{\pi/2} = 1\text{s}$$



12. 解：(1) 由题意可知 x_1 和 x_2 是两个振动方向相同，频率也相同的简谐运动，其合振动也是简谐运动，设其合振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$，则合振动圆频率与分振动的圆频率相同，即 $\omega = 2\pi$。



合振动的振幅为

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{16 + 9 + 2\times 4\times 3\cos(-\pi/2)} = 5(\text{cm})$$

合振动的初相位为$\tan\varphi_0=\dfrac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}=\dfrac{4\sin\pi+3\sin\pi/2}{4\cos\pi+3\cos\pi/2}=-\dfrac{3}{4}$

由两旋转矢量的合成图可知，所求的初相位φ_0应在第二象限，则

$\varphi_0=\pi-\arctan\dfrac{3}{4}\approx143^\circ$

故所求的振动方程为 $x=5\cos(2\pi t+\pi-\arctan\dfrac{3}{4})(\mathrm{cm})$

(2) 当 $\varphi_3-\varphi_1=\pm2k\pi(k=0,1,2\cdots)$时，即$x_1$与$x_3$相位相同时，合振动的振幅最大，由于

$\varphi_1=\pi$，故 $\varphi_3=\pm2k\pi+\pi\qquad(k=0,1,2\cdots)$

当$\varphi_3-\varphi_1=\pm(2k+1)\pi(k=0,1,2\cdots)$时，即$x_1$与$x_3$相位相反时，合振动的振幅最小，

由于 $\varphi_1=\pi$，故 $\varphi_3=\pm(2k+1)\pi+\pi\qquad(k=0,1,2\cdots)$

即

$\varphi_3=\pm2k\pi\qquad(k=0,1,2\cdots)$