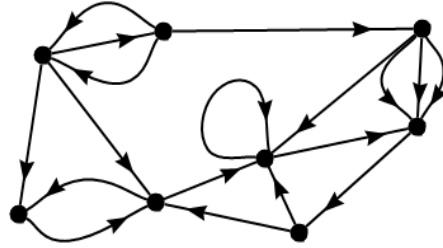


## 图论作业 4

## 一、填空题

1. 长度至少为 3 的奇圈的点色数和边色数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
2. 彼得森图的点色数和边色数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
3. 已知树  $T$  的度序列为  $(1, 1, 1, 2, 2, 2, 3)$ , 则  $T$  的点色数和边色数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
4. 方体  $Q_6$  的点色数和边色数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
5. 设  $G$  的阶数为  $n$ , 覆盖数为  $\beta$ , 则其独立数为\_\_\_\_\_。
6. 完全图  $K_{m,n}$  ( $m \geq n$ ) 的独立数和覆盖数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
7. 已知树  $T$  的阶数为  $n$ , 则其色多项式为\_\_\_\_\_。
8. 拉姆齐数  $R(3, 3) =$ \_\_\_\_\_。
9. 图中强连通分支的个数为\_\_\_\_\_。



10. 高为  $h$  的完全二元树至少有\_\_\_\_\_片树叶。
11. 树叶带权分别为 1, 2, 4, 5, 6, 8 的最优二元树权值为\_\_\_\_\_。
12. 设  $m$  元完全树有  $t$  片树叶,  $i$  个分支点, 则其总度数为\_\_\_\_\_。
13. 对具有  $m$  条边的简单图定向, 能得到\_\_\_\_\_个不同的定向图。

## 二、不定项选择题

1. 下列说法错误的是( )
  - (A) 在正常着色下, 图  $G$  的每个色组在  $G$  的补图中导出的子图是完全图;
  - (B) 若图  $G$  非连通, 则图  $G$  的补图必为连通图;
  - (C) 图  $G$  与其补图具有相同的频序列;
  - (D) 存在 14 阶的自补图;
  - (E) 所有 4 阶图的补图都是可平面图;
  - (F) 存在 6 阶可平面图  $G$ , 其补图也是可平面图;
  - (G) 存在 8 阶外可平面图  $G$ , 其补图也是外可平面图。
2. 关于完全图  $K_n$ , 下列说法错误的是( )
  - (A) 点色数为  $n$ ;
  - (B) 边色数为  $n$ ;
  - (C) 点连通度为  $n-1$ ;
  - (D) 边连通度为  $n-1$ ;
  - (E) 是临界图;
  - (F) 是唯一可着色图。
3. 设  $G$  是惟一  $k(k \geq 2)$  可着色图, 下列说法正确的是( )
  - (A) 最小度  $\delta(G) \geq k-1$ ;
  - (B) 图  $G$  是  $k-1$  连通的;
  - (C) 在  $G$  的任一正常  $k$  着色中,  $G$  的任意两个色组的并导出的子图是连通的;
  - (D) 在  $G$  的任一正常  $k$  着色中,  $G$  的任意  $l$  个色组的并导出的子图是  $l$  连通的;
  - (E) 若  $G$  是  $k-1$  正则的, 则  $G$  必为  $K_k$ 。

4. 下列说法正确的是( )
- (A) 图  $G$  的独立集是其补图的团;
- (B) 点子集  $S$  是  $G$  的独立集当且仅当  $S$  的补集是  $G$  的覆盖;
- (C) 若图  $G$  没有孤立点, 则  $G$  的边独立数与边覆盖数之和等于图  $G$  的阶数;
- (D) 若图  $G$  是偶图, 则图  $G$  的边独立数等于点覆盖数;
- (E) 若图  $G$  是没有孤立点的偶图, 则图  $G$  的点独立数等于边覆盖数。
5. 下列说法正确的是( )
- (A) 在有向图中, 顶点的出度之和等于边数的两倍;
- (B) 在有向欧拉图中, 各点的度数必为偶数;
- (C) 在有向图的邻接矩阵中, 所有元素之和等于边数的两倍;
- (D) 在无环有向图的关联矩阵中, 各行元素之和均等于 0;
- (E) 在无环有向图的关联矩阵中, 所有元素之和等于 0。
6. 对于有向图, 下列说法错误的是( )
- (A) 有向图  $D$  中任意一顶点只能处于  $D$  的某一个强连通分支中;
- (B) 在有向图  $D$  中, 顶点  $v$  可能处于  $D$  的不同的单向连通分支中;
- (C) 有向连通图中顶点间的强连通关系是等价关系;
- (D) 有向连通图中顶点间的单向连通关系是等价关系;
- (E) 强连通图的所有顶点必然处于某一有向闭途径中。

### 三、解答题

1. 现有 5 个人 A, B, C, D, E 被邀请参加桥牌比赛。比赛的规则是: ①每一场比赛由两个 2 人组进行对决; ②要求每个 2 人组(X, Y)都要与其它 2 人组(U, V)进行对决。若每个人都要与其他任意一个人组成一个 2 人组, 且每个组在同一天不能有多于一次的比赛, 则最少需要安排多少天比赛?

2. 有 6 名博士生要进行论文答辩, 答辩委员会成员分别是

$A_1 = \{\text{张教授, 李教授, 王教授}\}; A_2 = \{\text{赵教授, 钱教授, 刘教授}\};$

$A_3 = \{\text{严教授, 王教授, 刘教授}\}; A_4 = \{\text{赵教授, 梁教授, 刘教授}\};$

$A_5 = \{\text{张教授, 钱教授, 孙教授}\}; A_6 = \{\text{李教授, 王教授, 严教授}\}。$

要使教授们参加答辩不至于发生时间冲突, 至少安排几次答辩时间段? 请给出一种最少时间段下的安排。

3. 设  $T$  是一棵二元完全树，已知树叶数为  $t(t \geq 2)$ ，求  $T$  的边数。

4. 设  $T$  是 8 阶二元有序树，已知  $T$  的先序遍历和中序遍历分别为 52143768 与 12345678。构造树  $T$  并求其后序遍历。

5. 求下图的色多项式及色数。

