

Tentativi disperati di mettere una misura significativa sulle varietà, o sugli schemi se Dio vuole mannaggia alla topologia di Zariski

Filippo \mathcal{L} . Troncana

A.A. 2024/2025

1 Definizioni preliminari

Definizione 1.1: Misura esterna

Sia X un insieme e sia 2^X il suo insieme delle parti. Una **misura esterna** su X è una funzione $\mu : 2^X \rightarrow [0, +\infty]$ tale che:

1. $\mu(\emptyset) = 0$
2. Se $E \subset F$ allora $\mu(E) \leq \mu(F)$
3. Per ogni $\{E_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ vale

$$\mu\left(\bigcup_{i \in \mathbb{N}} E_i\right) \leq \sum_{i \in \mathbb{N}} \mu(E_i)$$

Teorema 1.1: Le misure di Radòn funzionano male su Zariski

Sia (X, τ) uno spazio topologico Noetheriano, sia \mathcal{B} la famiglia dei suoi boreliani e sia $\mu : \mathcal{B} \rightarrow [0, +\infty]$ una misura di Radòn su X . Valgono i seguenti

1. $\mu(X) < +\infty$
2. Se V è un chiuso irriducibile, $\mu(V) = 0$
3. Se A è un aperto, $\mu(A) = \mu(X)$

Dimostrazione

1. Dato che in uno spazio topologico Noetheriano tutti i sottoinsiemi sono compatti, vale banalmente.