Распознавание рукописных цифр

Саша Кузнецова

Задача распознавания рукописного текста – одна из классических задач машинного обучения, к решению которой применялось такое количество алгоритмов, что она успешно может быть использована в качестве учебной. В этой заметке мы будем учиться распознавать написанные от руки цифры. Мы обратимся к одному из наиболее известных хранилищ, в котором собраны обработанные изображения цифр, разберем, как эти данные оттуда извлекать, а затем применим к ним алгоритм k ближайших соседей, используя R.

База данных MNIST

Источником данных нам послужит база [1], в которой хранятся 70000 изображений цифр, написанных несколькими сотнями разных людей. Каждая картинка в этой базе обработана так, чтобы поместиться в квадратик 28x28 пикселей. Каждый пиксель представлен числом от 0 до 255, где 0 соответствует белому цвету, а 255 — черному.

Все изображения поделены на две части: 60000 относятся к учебной выборке и 10000 к тестовой. По учебной выборке наш алгоритм будет настраивать свои параметры, а по тестовой мы будем оценивать качество классификации. Такое разбиение нужно для того чтобы убедиться, что алгоритм не переобучился, то есть не настроился на учебные примеры и способен правильно классифицировать новые для него изображения.

Каждое из изображений в нашей задаче должно быть отнесено к одному из десяти классов: это цифры от 0 до 9. Для элементов обучающей выборки известно, к какому классу они принадлежат, поэтому настройка параметров классифицирующего алгоритма относится к области *обучения с учителем*. Это значит, что процесс обучения использует известные ответы и стремится за счет выбора параметров сделать предсказания алгоритма максимально близкими к правильным (кстати, таким образом мы обучали все наши алгоритмы в курсе эконометрики).

Как говорит Борис Борисович, я-то думала, что .csv файлы на деревьях, как булки, растут, но всё оказалось совсем не так. Для того чтобы прочитать IDX-файл, в котором хранятся данные с изображениями цифр в базе MNIST, мне потребовались Google и кандидат физико-математических наук. Проблема заключается в том, что данные хранятся в этой базе в бинарном виде, и их не открыть в привычных нам приложениях. Вот как это можно сделать в R:

(1) Скачав данные с сайта, загружаем файл с учебной выборкой командой «file»:

```
to.read <- file("C:/Users/Mu/Desktop/Digits/MNIST/train-images-idx3-ubyte",
    "rb")
```

(2) Данные устроены таким образом, что в самом начале мы читаем заголовок из четырех чисел. Эти первые четыре числа содержат информацию о размерах выборки, упомянутых выше. Считываем их из полученного объекта «to.read» с помощью функции для чтения бинарных данных «readBin».

```
readBin(to.read, integer(), n = 4, endian = "big")
```

```
## [1]  2051 60000    28    28
```

(3) Далее для каждой картинки следуют 28x28 байт, содержащих информацию о цвете каждого пикселя (числа от 0 до 255), записанные из изображения построчно. Получим большой массив «TRAIN» из 60000 таблиц 28x28: берем первые 28 чисел и кладем их в первый столбец первой таблицы, продолжаем пока не дойдем до 28 столбца, затем приступаем к следующей таблице и так до конца.

Нужно обратить внимание, что изначально данные были разложены в строку, но мы только что разложили их по столбцам, для того чтобы позже удобнее нарисовать рисунок.

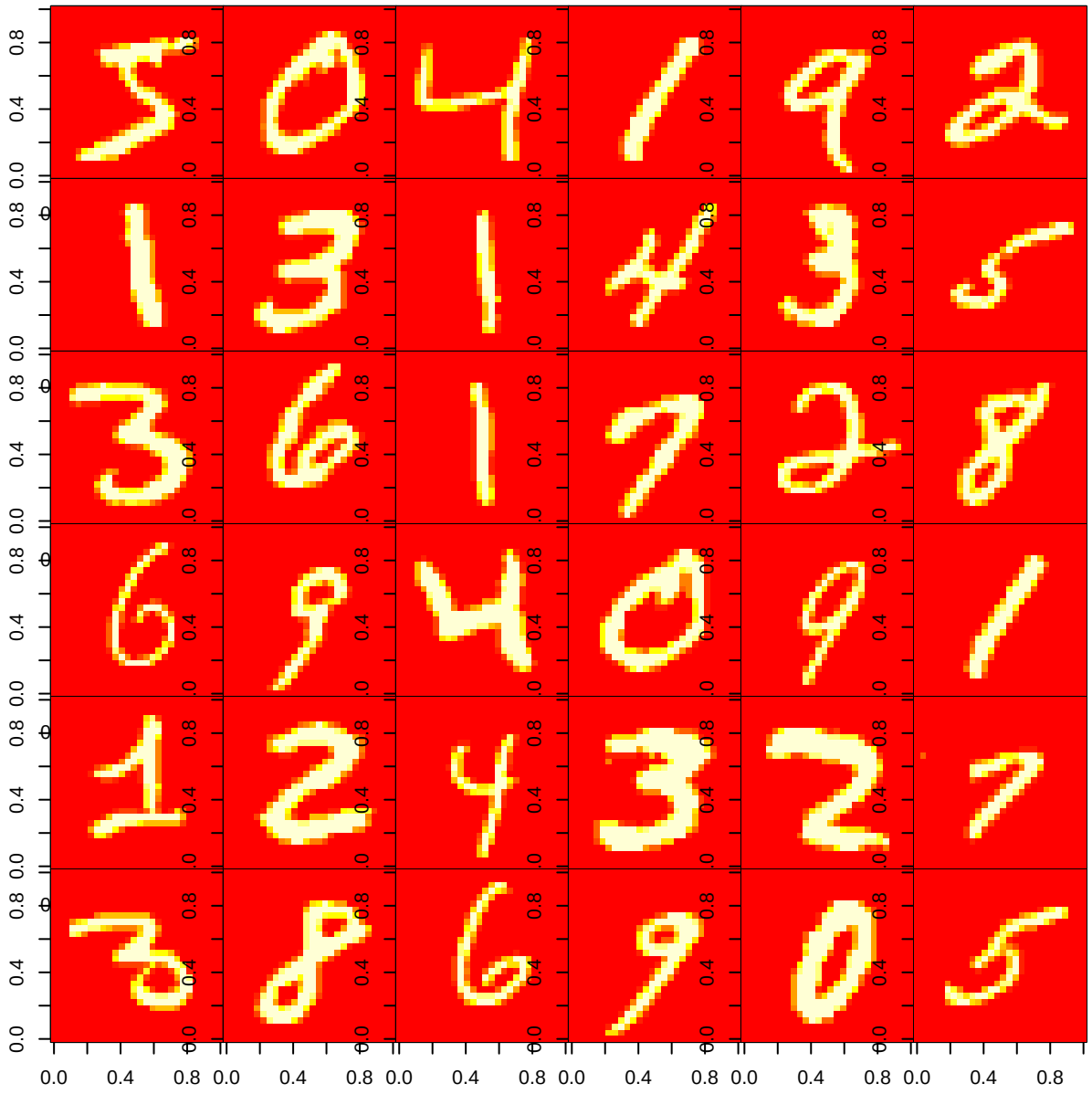
```
TRAIN <- array(data = NA, dim = c(28, 28, 60000))

for (i in 1:60000) {
    TRAIN[, , i] <- matrix(readBin(to.read, integer(), size = 1, n = 28 * 28,
        signed = FALSE, endian = "big"), 28, 28)
}
```

(4) Перед тем как начинать работать с данными и оценивать по ним какие-то модели, обычно бывает полезно взглянуть на них и построить описательные статистики. В данном случае для этой цели может послужить сама картинка.

```
layout(matrix(c(1:36), 6, 6, byrow = TRUE), widths = lcm(rep(2.5, 36)), heights = lcm(rep(2.5,
    36)))
par(mar = c(0, 0, 0, 0))

for (i in 1:36) {
    image(TRAIN[, 28:1, i])
}
```



Нарисуем цифры по первым 36 таблицам из массива «TRAIN». Нужно обратить внимание, что, нарисуй мы сейчас всё как есть, мы бы получили перевернутые цифры (можно проверить), потому что функция «image» будет соотносить первый столбец с нулевой ординатой на картинке, но мы помним, что первый столбец соответствовал верхней строке рисунка. Для того чтобы избежать этой проблемы, будем рисовать столбцы в обратном порядке от двадцать восьмого к первому: TRAIN[,28:1,].

(5) Описанную выше процедуру повторяем, чтобы считать метки классов для учебной выборки. Заголовок в данном случае состоит из двух чисел, а данные должны восприниматься R не как числа, а как категории: этого

можно добиться с помощью команды «as.factor».

```
to.read <- file("C:/Users/Mu/Desktop/Digits/MNIST/train-labels-idx1-ubyte",
    "rb")
header <- readBin(to.read, integer(), n = 2, endian = "big")

Train_labels <- readBin(to.read, integer(), size = 1, n = 60000, signed = FALSE,
    endian = "big")
Train_labels <- as.factor(Train_labels)
```

Итак, на данном этапе мы являемся обладателями учебной выборки (но умеем читать и всё остальное) и великолепной картинки, что означает, что пора бы с ними что-нибудь и сделать.

Алгоритм k ближаших соседей

Одним из простейших алгоритмов классификации является метод k ближайших соседей (k-Nearest Neighbors, kNN). Основной идеей данного алгоритма является то, что объект, как правило, находится в окружении объектов своего же класса. Таким образом, чтобы классифицировать новый объект, мы должны посмотреть на k ближайших к нему объектов из учебной выборки и отнести его к тому классу, который среди них чаще встретился.

Первый вопрос, который перед нами встает, это выбор функции расстояния между объектами выборки. В простом случае, когда объекты представлены в виде числовых векторов, пользуются простой евклидовой метрикой, то есть: $\rho(a,b) = \sqrt{\sum_{k=1}^{m}(a_k - b_k)^2}$.

Второй проблемой является выбор значения k: сколько объектов нам нужно посмотреть, чтобы наиболее точно классифицировать наш? Единого правила для того, чтобы выбрать k, не существует, однако, нужно учитывать, что при слишком маленьких k алгоритм будет неустойчивым, а при слишком больших начнет подстраиваться к шуму и терять обобщающую способность. Конкретное значение k можно определить опытным путем: попробовать разные и посмотреть, какое подходит лучше.

Полученные результаты

Для того чтобы реализовать алгоритм k ближайших соседей, в R есть, как минимум, три пакета: kknn, FNN и RWeka, причем в двух последних есть ещё и готовые базы данных.

Пакет kknn реализует алгоритм kNN с весами, где голоса «соседей» не равнозначны, а входят в общую сумму с определенными весами, но его мы реализовывать не будем.

Для того чтобы загрузить пакеты, пользуемся функциями install.packages("FNN"), install.packages("RWeka").

Пакет FNN

Воспользуемся теперь пакетом FNN[2], предварительно проделав с данными для тестовой выборки то же, что и с учебными: в итоге получив два больших массива «TRAIN» и «TEST», а так же два вектора ответов «Trainlabels» и «Testlabels».

Функция «knn» пакета FNN в качестве аргументов принимает матрицы учебных и тестовых данных, а также вектор ответов для тренировочной выборки, а на выходе отдает предсказанную классификацию для тестовой выборки. Эта функция сразу и обучается и предсказывает – очень удобно.

Сейчас наши данные выглядят не так, как нужно этой функции, поэтому преобразуем их в матрицу, содержащую значения цвета всех пикселей размещенных в одну строку для каждой картинки. Воспользуемся функцией «as.vector», которая будет по очереди брать столбцы из матрицы и выкладывать их в одну строку. Кроме того, для примера мы будем использовать только первую тысячу наблюдений из учебной выборки и пятьсот из тестовой. Если вы хотите полчить более точный классификатор, то в этом месте следует использовать все 60000 и 10000.

```
n <- 1000
train = matrix(data = NA, nrow = n, ncol = 28 * 28)

for (i in 1:n) {
    train[i, ] <- as.vector(TRAIN[, , i])
}

train_labels <- Train_labels[1:n]
```

Теперь воспользуемся функцией knn, чтобы классифицировать объекты тестовой выборки, запишем результаты в вектор «results». Возьмем, например, k=10. Преимуществом функции является высокая скорость подсчета предсказаний.

```
library(FNN)

results <- (0:9)[knn(train, test, train_labels, k = 10, algorithm = "cover_tree")]
```

Посмотрим на долю ошибок, которые мы допустили при классификации. Она достаточно высока, но это можно объяснить тем, что мы использовали слишком маленькое для такого алгоритма число наблюдений.

```
errors <- (sum(results != test_labels))/m
errors

## [1] 0.2
```

Пакет RWeka

Пакет RWeka [3] представляет из себя целый набор алгоритмов машинного обучения, среди которых есть и нужный нам. В нем замечательно то, что он сам подберет для нас оптимальное значение k из заданного диапазона, а потом оценит полученный классификатор с помощью пятикратной кросс-валидации. Это значит, что он поделит выборку на пять кусочков и по очереди будет использовать их в качестве тестовых, чтобы надежнее оценить классификацию, исключив возможность того, что хорошие или плохие предсказания получились под влиянием какого-то конкретного набора данных.

Однако при загрузке пакета нужно убедиться, что на компьютере установлена Java, и отдавать себе отчет, что поиск подходящих параметров и пятикратная оценка классификатора будет требовать значительного времени.

Используем функцию «IBk». Для этого добавим к нашей матрице train слева столбец с ответами и преобразуем матрицу в объект data.frame. Выражение (K = 10) указывает на то, что алгоритм будет перебирать все значения от 1 до 10. Функция «evaluate_weka_classifier» оценивает качество оценки и показывает какие значения были классифицированы правильно, а какие нет в результате пятикратного разбиения выборки на кусочки и последующего усреднения.

Обратите внимание на Confusion matrix, которая показывает с какими именно классами возникали ошибки: можно заметить, что пятерки и восьмерки классифицировались как всё подряд :)

```
library(RWeka)

train_weka <- data.frame(train_labels, train)
train_weka[, 1] <- as.factor(train_weka[, 1])
classifier <- IBk(train_labels ~ ., data = train_weka, control = Weka_control(K = 10,
    X = TRUE))
classifier

## IB1 instance-based classifier
## using 1 nearest neighbour(s) for classification

evaluate_Weka_classifier(classifier, numFolds = 5)

## === 5 Fold Cross Validation ===
##
## === Summary ===
##
## Correctly Classified Instances         877               87.7    %
## Incorrectly Classified Instances       123               12.3    %
## Kappa statistic                          0.8631
## Mean absolute error                      0.0275
## Root mean squared error                  0.1501
## Relative absolute error                 15.3146 %
## Root relative squared error             50.0579 %
## Coverage of cases (0.95 level)          90      %
## Mean rel. region size (0.95 level)      10.9    %
## Total Number of Instances             1000
```

```
##
## === Confusion Matrix ===
##
##    a   b   c   d   e   f   g   h   i   j   <-- classified as
##   94   0   0   0   0   0   3   0   0   0 |   a = 0
##    0 115   0   0   0   0   0   1   0   0 |   b = 1
##    1   5  79   0   1   1   1   6   2   3 |   c = 2
##    0   0   1  84   0   3   1   2   0   2 |   d = 3
##    0   4   0   0  90   0   2   0   0   9 |   e = 4
##    0   2   1   6   1  73   2   0   5   2 |   f = 5
##    1   5   0   0   1   0  86   0   1   0 |   g = 6
##    0   5   1   0   1   1   0 104   0   5 |   h = 7
##    0   4   2   2   1   7   2   0  66   3 |   i = 8
##    1   0   0   1   9   1   0   1   1  86 |   j = 9
```

Теперь предскажем значения для тестовой выборки с помощью функции «predict» и посмотрим на долю ошибок.

```
test_weka = data.frame(test)
names(test_weka) = names(train_weka)[-1]

predictions <- predict(classifier, newdata = test_weka)

errors <- (sum(predictions != test_labels))/m
errors

## [1] 0.174
```

Таким образом, мы рассмотрели интересную задачу и отличную, заботливо собранную базу данных, применили к ним один из самых первых и простых алгоритмов машинного обучения, который, однако, часто показывает очень хорошие результаты. Но это был один только пример, а в качестве инструментов в данном случае могут быть использованы разнообразнейшие алгоритмы. Кроме того, можно подумать над тем, как преобразовать сами изображения для улучшения качества классификации. Удачи! :)

Список литературы

[1] http://yann.lecun.com/exdb/mnist/index.html

[2] http://cran.r-project.org/web/packages/FNN/FNN.pdf

[3] http://cran.r-project.org/web/packages/RWeka/RWeka.pdf