



ALJABAR BOOLE

Ganjil 2024/2025

ALJABAR BOOLE

Aljabar Boole adalah cabang ilmu matematika yang diperlukan untuk mempelajari disain logika dari sebuah sistem digital. Aljabar Boole dikembangkan oleh George Boole tahun 1847 untuk memecahkan persoalan logika matematika.

APLIKASI ALJABAR BOOLE DALAM JARINGAN SWITCHING

Jaringan komunikasi biasa digambarkan dalam node dan link; Node merepresentasikan end-terminal perangkat jaringan, digambarkan dengan lingkaran/kotak; Link merepresentasikan hubungan/koneksi antar nodes, digambarkan dengan garis. Sebagai perangkat jaringan node dapat berfungsi sebagai: Routing, Switching, maupun Multiplexing.

Transmisi data/informasi jarak jauh biasa dilakukan melalui jaringan switching node, transmisi dimulai dan diakhiri di perangkat yang disebut station, yang dapat berupa komputer, terminal, telepon, dll.

APLIKASI ALJABAR BOOLE DALAM JARINGAN SWITCHING (1)

Untuk dapat menyelesaikan persoalan jaringan switching kita harus mengenal terlebih dahulu hukum-hukum aljabar Boole sebagai berikut: Bila $a, b, c \in B$ (B =himpunan Boole) maka memenuhi hukum-hukum:

1. Komutatif

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

2. Distributif

$$a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$$

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

3. Identitas

$$a + 0 = a$$

,0 \equiv elemen zero

$$a \times 1 = a$$

,1 \equiv elemen unit

APLIKASI ALJABAR BOOLE DALAM JARINGAN SWITCHING (2)

4. Komplemen

$$a + a' = 1$$

$$a \times a' = 0$$

5. Idempoten

$$a + a = a$$

$$a \times a = a$$

6. Boundednes

$$a + 1 = 1$$

$$a \times 0 = 0$$

7. Absorbsi

$$a + (a \times b) = a$$

$$a \times (a + b) = a$$

8. Involusi

$$(a')' = a$$

$$0' = 1$$

$$1' = 0$$

9. Asosiatif

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

10. De Morgan

$$(a + b)' = a' \times b'$$

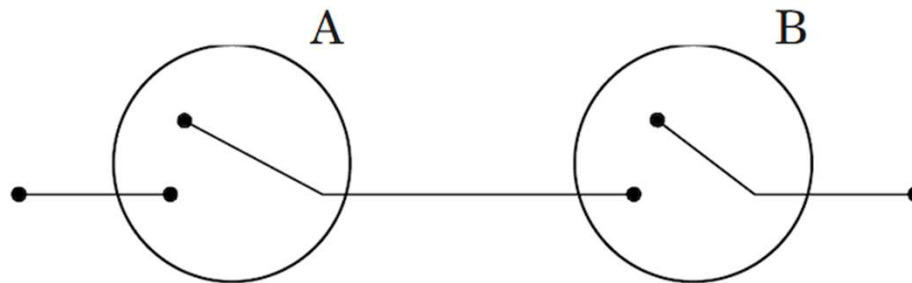
$$(a \times b)' = a' + b'$$

REPRESENTASI JARINGAN SWITCHING

Jaringan switching pada umumnya dibentuk dari rangkaian dasar seri (AND) dan paralel (OR).

Rangkaian seri (AND)

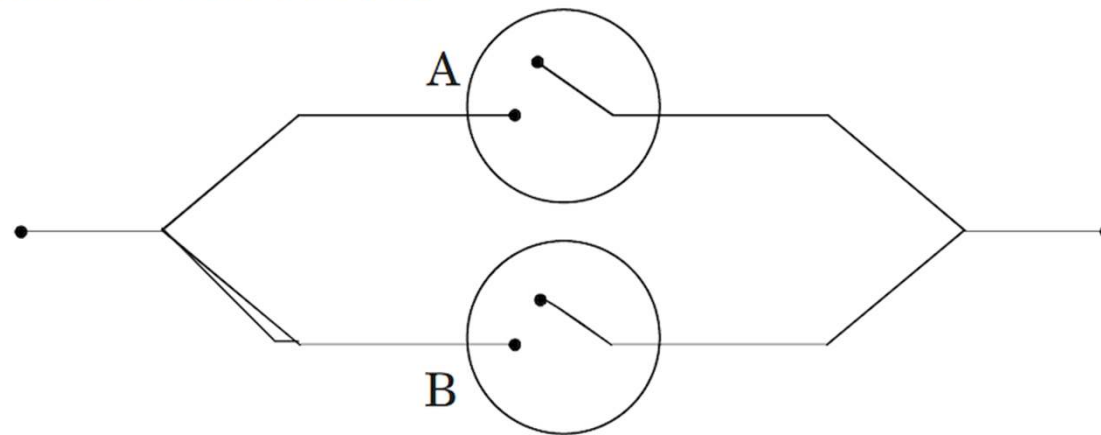
Notasi: $A \times B$ atau $A \wedge B$ atau AB



REPRESENTASI JARINGAN SWITCHING

Rangkaian paralel (OR)

Notasi: $A + B$ atau $A \vee B$



SOAL (REPRESENTASI JARINGAN SWITCHING)

Contoh:

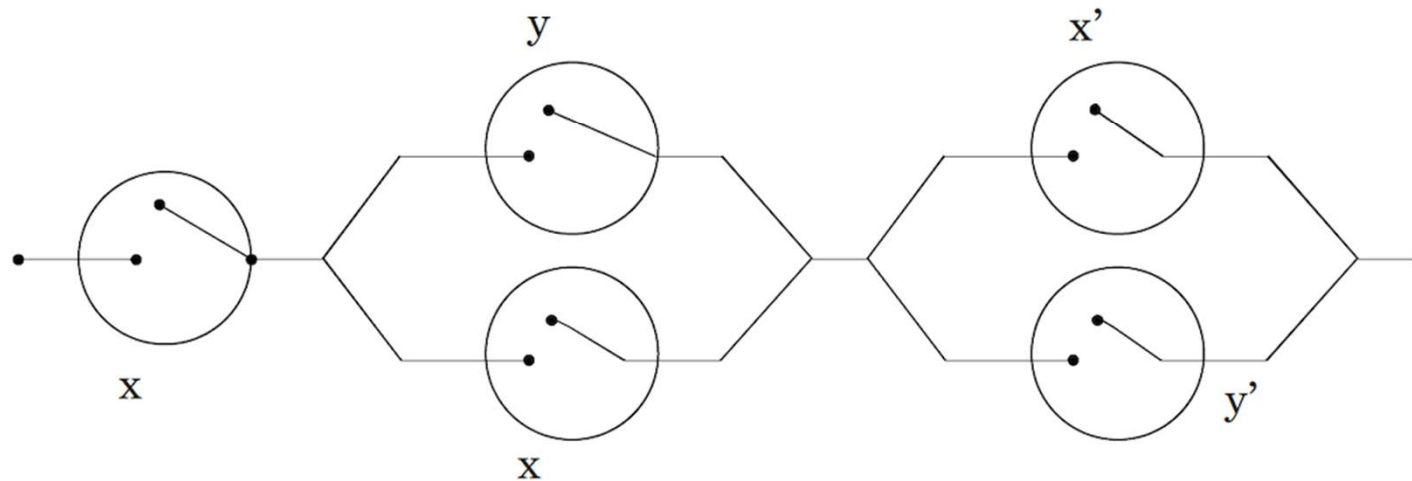
Gambarkan jaringan swiching yang diberikan oleh polinomial Boole $(x \wedge (y \vee x) \wedge (x \wedge y)')$, kemudian sederhanakanlah jaringan tersebut; Bilamana jaringan tersebut on atau off?

SOAL (REPRESENTASI JARINGAN SWITCHING)

Jawab:

$$x \wedge (y \vee x) \wedge (x \wedge y)'$$

$$\equiv x \wedge (y \vee x) \wedge (x' \vee y') \quad , \text{ DeMorgan}$$



$$\equiv x \wedge (y \vee x) \wedge (x' \vee y') \quad , \text{ absorbsi}$$

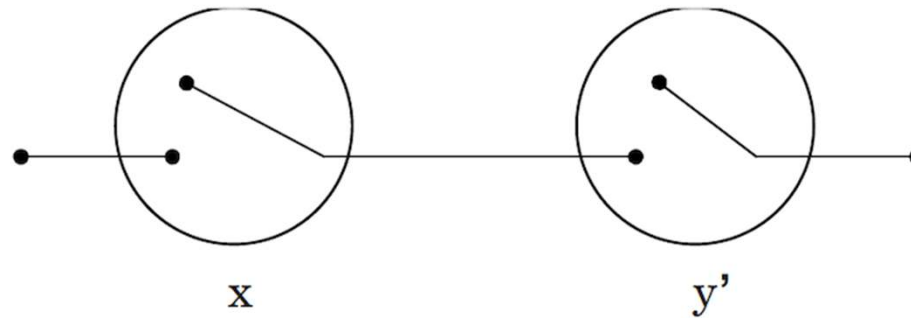
$$\equiv x \wedge (x' \vee y') \quad , \text{ distribusi}$$

$$\equiv (x \wedge x') \vee (x \wedge y') \quad , \text{ komplemen}$$

$$\equiv 0 \vee (x \wedge y') \quad , \text{ identitas}$$

$$\equiv x \wedge y'$$

SOAL (REPRESENTASI JARINGAN SWITCHING)



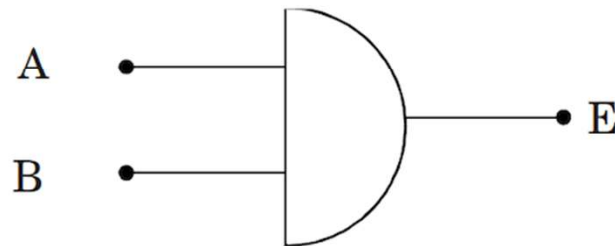
x	y	y'	$x \wedge y'$
1	0	1	1
1	1	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0

Jadi jaringan switching tersebut on bila x on dan y off atau jaringan on bila x on dan y' on.

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA RANGKAIAN LOGIC (GATE)

Ada beberapa simbol yang sering digunakan dalam rangkaian logik yaitu:

1. AND

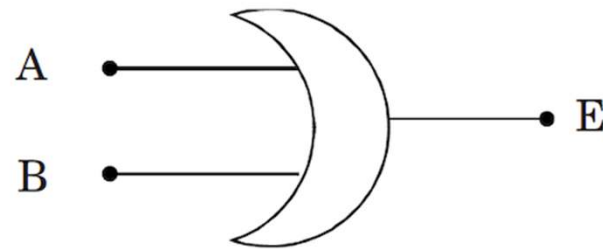


$$E \equiv A \times B$$

A	B	$A \times B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA RANGKAIAN LOGIC (GATE)-1

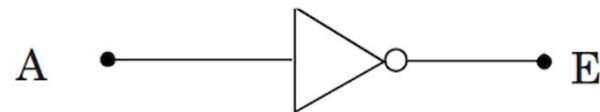
2. OR



A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$E \equiv A + B$$

3. NOT

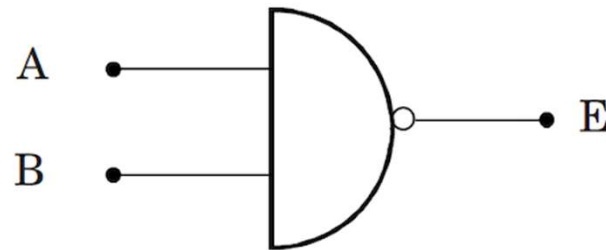


A	A'
0	1
1	0

$$E \equiv A'$$

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA RANGKAIAN LOGIC (GATE)-2

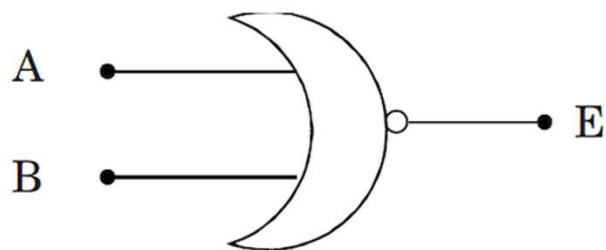
4. NOT AND (NAND)



A	B	E
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$E \equiv (A \times B)'$$

5. NOT OR (NOR)



A	B	E
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$E \equiv (A + B)'$$

CONTOH APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA RANGKAIAN LOGIC

Contoh:

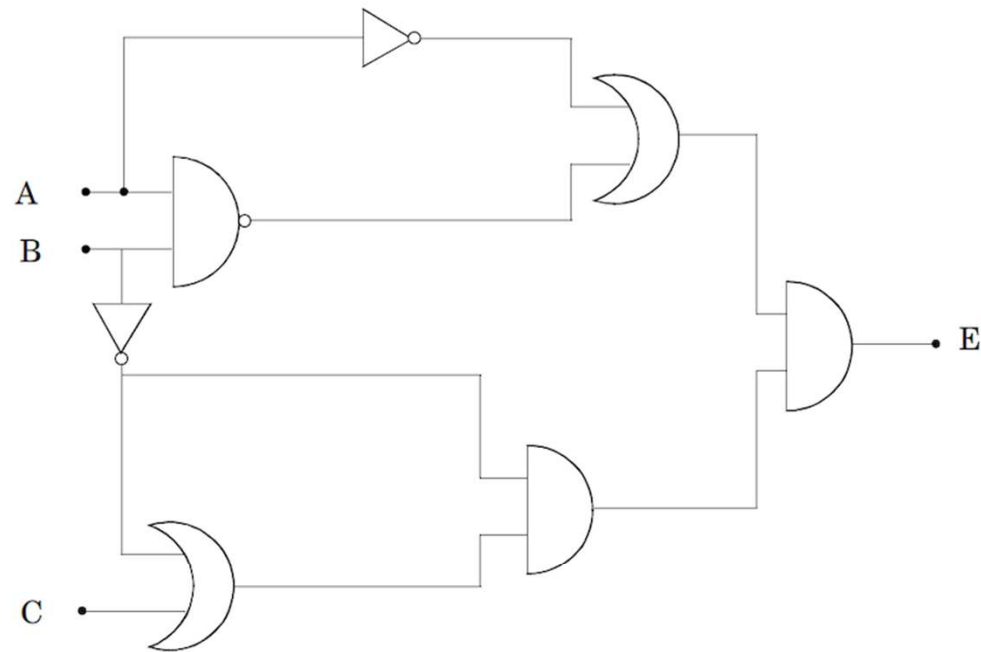
Gambarkan rangkaian logika yang dinyatakan oleh:

$$E = (A' \vee (A \wedge B')) \wedge (B' \wedge (B' \vee C))$$

Kemudian sederhanakan.

CONTOH APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA RANGKAIAN LOGIC

Jawab



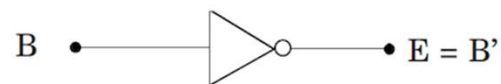
$$E \equiv (A' \vee (A \wedge B)') \wedge (B' \wedge (B' \vee C))$$

$$E \equiv (A' \vee (A \wedge B)') \wedge B' \quad , \text{Absorbsi}$$

$$E \equiv (A' \vee A' \vee B') \wedge B' \quad , \text{De Morgan}$$

$$E \equiv (A' \vee B') \wedge B' \quad , \text{Idempoten}$$

$$E \equiv B' \quad , \text{Absorbsi}$$



APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA OPERASI KPK DAN FPB

Dalam aljabar Boole operasi $+$ sama dengan operasi KPK dan operasi \times sama dengan operasi FPB, untuk mengingat kembali operasi KPK dan FPB perhatikan contoh berikut:

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA OPERASI KPK DAN FPB-2

Contoh:

Carilah KPK dan FPB dari 45, 48 dan 72.

Jawab:

Faktor prima dari 45 adalah $3^2 \times 5$

Faktor prima dari 48 adalah $2^4 \times 3$

Faktor prima dari 72 adalah $2^3 \times 3^2$

Jadi KPK dari 45, 48 dan 72 adalah $2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$

Jadi FPB dari 45, 48 dan 72 adalah 3.

Perhatikan untuk KPK, semua faktor prima yang ada dikalikan, faktor yang sama diambil pangkat tertinggi; untuk FPB hanya faktor prima yang sama dalam 45, 48 dan 72 dikalikan, diambil faktor prima dengan pangkat terendah.

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA OPERASI KPK DAN FPB-3

Contoh:

Misalkan diketahui himpunan Boole

$$B = D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

Cari:

1. $5 + 12$
KPK dari 5 dan 12 adalah 60
2. 5×12
FPB dari 5 dan 12 adalah 1
3. Elemen zero=?
 $a + 0 = a$
identitas

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA OPERASI KPK DAN FPB-4

+	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
1	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
2	2	2	6	4	10	6	10	12	30	20	30	60
3	3	6	3	12	15	6	30	12	15	60	30	60
4	4	4	12	4	20	12	20	12	60	20	60	60
5	5	10	15	20	5	30	10	60	15	20	30	60
6	6	6	6	12	30	6	30	12	30	60	30	60
10	10	10	30	20	10	30	10	60	30	20	30	60
12	12	12	12	12	60	12	60	12	60	60	60	60
15	15	30	15	60	15	30	30	60	15	60	30	60
20	20	20	60	20	20	60	20	60	60	20	60	60
30	30	30	30	60	30	30	30	60	30	60	30	60
60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60

Perhatikan, yang memenuhi rumus identitas $a + 0 = a$ adalah 1, jadi elemen zero dari $B = D_{60}$ adalah 1.

APLIKASI ALJABAR BOOLE PADA OPERASI KPK DAN FPB-5

4. Elemen Unit = ?

$$a \times 1 = a$$

identitas

×	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	2	2	1	2	2	2
3	1	1	3	1	1	3	1	3	3	1	3	3
4	1	2	1	4	1	2	2	4	1	4	2	4
5	1	1	1	1	5	1	5	1	5	5	5	5
6	1	2	3	2	1	6	2	6	3	2	6	6
10	1	2	1	2	5	2	10	2	5	10	10	10
12	1	2	3	4	1	6	2	12	3	4	6	12
15	1	1	3	1	5	3	5	3	15	15	15	15
20	1	2	1	4	5	2	10	4	5	20	10	20
30	1	2	3	2	5	6	10	6	15	10	30	30
60	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60

Perhatikan, yang memenuhi rumus identitas $a \times 1 = a$ adalah 60, jadi elemen unit dari $B = D_{60}$ adalah 60.

THANK YOU