

Coordonnées d'un point du plan

I) Rappel : Droite graduée

Sur une droite, on peut repérer un point par son abscisse.

Réciproquement chaque nombre réel correspond à un point de la droite, point dont il est l'abscisse.

Exemples :

Droite graduée

Le point A a pour abscisse (-4) ; Le point C a pour abscisse (-1) ;

Le point B a pour abscisse (-2,5) ; Le point D a pour abscisse (2) ;

Le point E a pour abscisse (4,25) ;

II) Repère, coordonnées d'un point :

1- Repère du plan :

Définition :

Un repère (O, I, J) du plan est défini par trois points non alignés O, I et J.

Le point O est appelé **origine du repère**, et les droites (OI) et (OJ) sont appelées respectivement **axe des abscisses** et **axe des ordonnées**.

- Lorsque les deux axes sont perpendiculaires, on dit que le repère (O, I, J) est ORTHOGONAL

Image (Légende : $OI \neq OJ$)

- Lorsque les deux axes sont perpendiculaires et que l'unité sur chaque axe est représentée par des segments de mêmes longueurs, on dit que le repère (O, I, J) est ORTHONORME.

Image (Légende : $OI = OJ = 1 \text{ unité}$)

- Repère quelconque

Image

2- Coordonnées d'un point :

Soit M, un point du plan qui n'est situé ni sur l'axe des abscisses, ni sur l'axe des ordonnées.

Image

- La parallèle à l'axe des abscisses (OI) passant par M coupe l'axe des ordonnées (OJ) en Q.
- La parallèle à l'axe des ordonnées (OJ) passant par M coupe l'axe des abscisses (OI) en P.

a) **Définition :**

L'abscisse x_M du point M est l'abscisse du point P sur (OI) ;
 L'ordonnée y_M du point M est l'abscisse du point Q sur (OJ) ;
 Le couple $(x_M; y_M)$ s'appelle les coordonnées du point M dans le repère (O, I, J).

Exemples : On considère le repère (O, I, J)

Dans le repère (O, I, J) :

Image

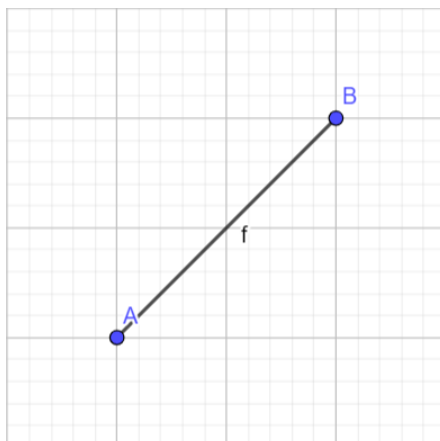
- Le point O a pour coordonnées (0 ; 0)
- Le point I a pour coordonnées (1 ; 0)
- Le point J a pour coordonnées (0 ; 1)
- Le point A a pour coordonnées (2 ; 3)
- le point B a pour coordonnées (-2 ; -1)

b) **Exercices :** Exercices 1 et 2 de la fiche TD

III) Distance dans un repère orthonormé :

1- Activité : (voir cahier d'exercices)

a) Sans repère :



Déterminer la distance AB

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} \text{ (unité en carreaux)}$$

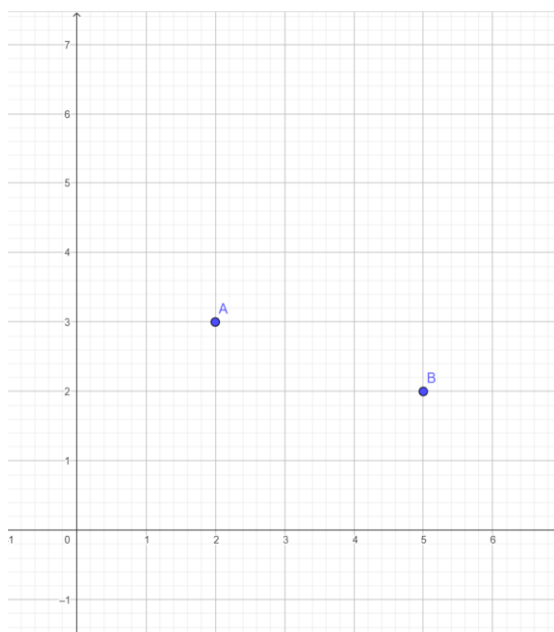
$$AB = \sqrt{8}$$

$$AB = \sqrt{4 \times 2}$$

$$AB = \sqrt{4} \times \sqrt{2}$$

$$AB = 2\sqrt{2} \text{ carreaux}$$

b) Avec un repère : On munit le plan d'un repère orthonormé (O ; I ; J)



- Lire les coordonnées des points A et B
A(2 ; 3) B(5 ; 2)
- En vous aidant de leurs coordonnées, **déterminez** la distance entre les points A et B.

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 - 2)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 1} \\
 \boxed{AB = \sqrt{10}}
 \end{aligned}$$

2- Distance dans un repère orthonormé :

Propriété : Soit (O, I, J), un repère orthonormé du plan.

Si A a pour coordonnées $(x_A ; y_A)$, et si B a pour coordonnées $(x_B ; y_B)$, alors la distance AB est égale à :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple :

Soit (O, I, J), un repère orthonormé du plan. R (2 ; 1) et S (-4 ; 7) étant deux points du plan :

$$RS = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2}$$

$$RS = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (7 - 1)^2}$$

$$RS = \sqrt{36 + 36}$$

$$RS = \sqrt{72}$$

$$RS = 6\sqrt{2} \rightarrow \text{Valeur exacte}$$

$$RS \approx 8,5 \rightarrow \text{Valeur approchée}$$

Exercices : N°3, 4, 5 de la fiche TD

IV) Coordonnées du milieu d'un segment :

Propriété :

Soit A et B deux points distincts de coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$.

Si le point M est le milieu du segment [AB], alors M a pour coordonnées :

$$M \left(\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2} \right) \right)$$

Exemple :

Soit (O, I, J), un repère orthonormé du plan. A (3 ; 7) et B(-2 ; 5) étant deux points du plan.

Calculons les coordonnées du point M $(x_M ; y_M)$, milieu du segment [AB].

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7 + 5}{2} = 6$$

Donc M a pour coordonnées : $M \left(\frac{1}{2} ; 6 \right)$

Exercices : Exercices n°6, 7, 8, 9 et 10 de la fiche TD