Лабораторная работа №1

Матричные преобразования и трехмерная графика

Цель работы: освоение специфики матричных преобразований MATLAB и сравнительный анализ различных форм графического отображения результатов.

Теоретические положения. Пусть дана функция двух аргументов $z = f(x, y)$. В области определения $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$, $y \in [y_{\min}, y_{\max}]$ командой `[X,Y] = meshgrid(xgv,ygv)` создайте координатную сетку с заданным шагом. Теперь можно создавать саму функцию, например:

```
>>[x,y]=meshgrid(-10:0.3:10,-10:0.3:10);
>> z=(sin(x)./x).*(sin(y)./y);
>> surf(x,y,z)
```

Полученная поверхность приведена на рисунке 3.1. Можно произвольно выбрать шкалу цветовых оттенков (см. `help colormap`).

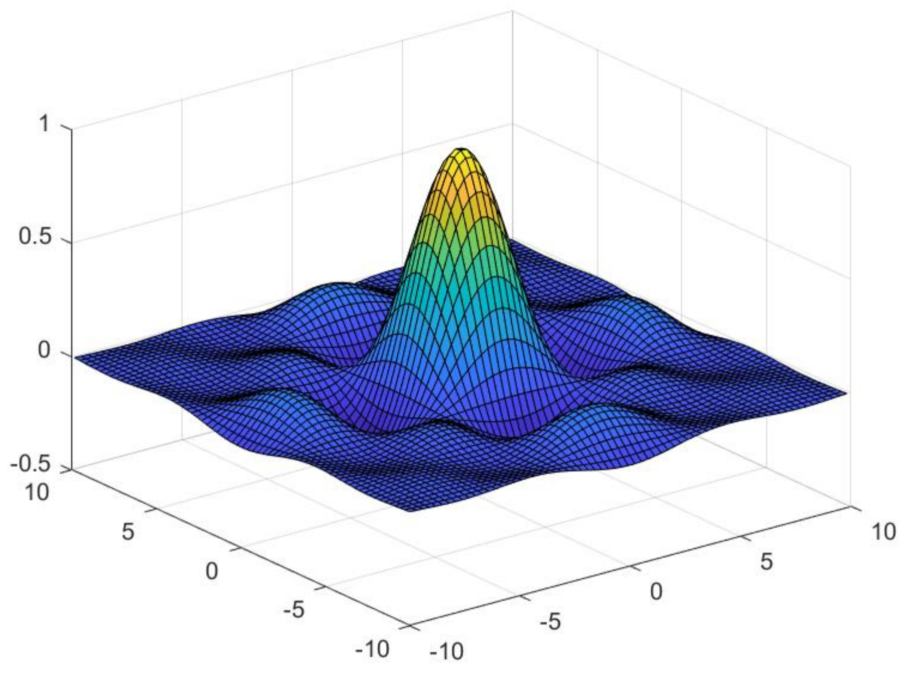

Рис. 3.1. Трехмерная поверхность

Второй способ состоит в формировании двух взаимно перпендикулярных плоскостей X и Y – аналогов двумерных осей ординат.

```
>> x=-10:10;
>> y=ones(1,21);
>> X=x'*y;
```

```
>> Y=y'*x;
```

Теперь используем координатные плоскости для построения конуса:

```
>> R1=sqrt(X.^2+Y.^2);
>> surf(X,Y,-R1);
```

или пирамиды (рис. 3.2):

```
>> R2=max(abs(X),abs(Y))
>> surf(X,Y,-R2);
```

Матричные операции, вычисление функций от матриц. Кратко напомним основные матричные операции.

Определитель Δ.

$\Delta = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} A_{ij} \quad j = 1 \ldots n$, A_{ij} – алгебраическое дополнение;

Обратная матрица A^{-1}.

$A^{-1} = \dfrac{A^*}{\Delta A} \quad A^*$ – союзная матрица;

Умножение матриц $w = \alpha\beta$. Элемент результирующей матрицы w_{jk} на пересечении строки j и столбца k равен *сумме попарных произведений элементов строки* j матрицы α и столбца k матрицы β: $w_{jk} = \sum_l \alpha_{jl} \beta_{lk}$

Возведение в степень $v = w^p = w \cdot w \ldots \cdot w$ осуществляется p-кратным умножением матрицы на себя.

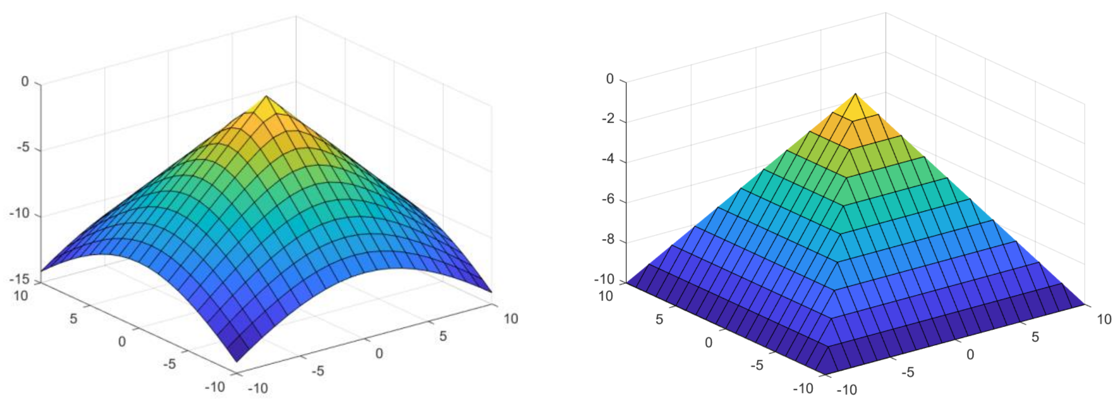

Рис. 3.2. Трехмерные фигуры

Порядок проведения работы

Используемые команды MATLAB:

- `det(A)` – определитель матрицы A;
- `eig(A)` – собственные числа матрицы A;
- `eye(n)` – единичная матрица порядка n с единицами на главной диагонали;
- `inv(A)` – обратная матрица A^{-1};
- `sqrtm(A)` – матричный квадратный корень $A^{1/2}$;
- `logm(A)` – матричный логарифм;
- `expm(A)` – матричная экспонента e^{A};
- `kron` – кронекеровское умножение матриц

1. В качестве исходной фигуры, на которой будем изучать матричные преобразования, выберем пирамиду (рис. 3.2). Присвоим ей имя R. Симметрия матрицы R относительно главной диагонали и антидиагонали делает такую матрицу вырожденной – ее определитель равен нулю (проверьте). Соответственно, большинство матричных операций для нее невыполнимо. Поэтому добавим к элементам на главной диагонали по единице, сложив ее с единичной матрицей (eye) того же размера. Теперь над матрицей можно производить как поэлементные, так и матричные операции.
2. Сравните (по графикам) результаты двух операций – обращения матрицы командой inv и поэлементного деления матрицы ones(n,n) на R.
3. Сравните матричные операции sqrtm(A), logm(A), expm(A) с аналогичными операциями, выполняемыми поэлементно.
4. Преобразуйте пирамиду R операциями врезки. «Отрежьте» какой-нибудь из углов, приравняв нулю выбранные элементы. Например:

```
R1(:,1:5)=0;
figure(2)
mesh(-R1)

R1(10:15,:)=4;
figure(3)
mesh(-R1)

surfl(-R1)         % освещенная поверхность (без каркасной сетки)
shading interp     % линейное изменение цвета
colormap('gray')   % палитра серого
```

5. Очень полезной операцией размножения массивов (мультиплицирования) является операция кронекеровского умножения матриц, в которой вся правая матрица умножается на каждый элемент левой:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

Создайте 9 конусов с помощью матрицы 3*3 (рис. 3.3).

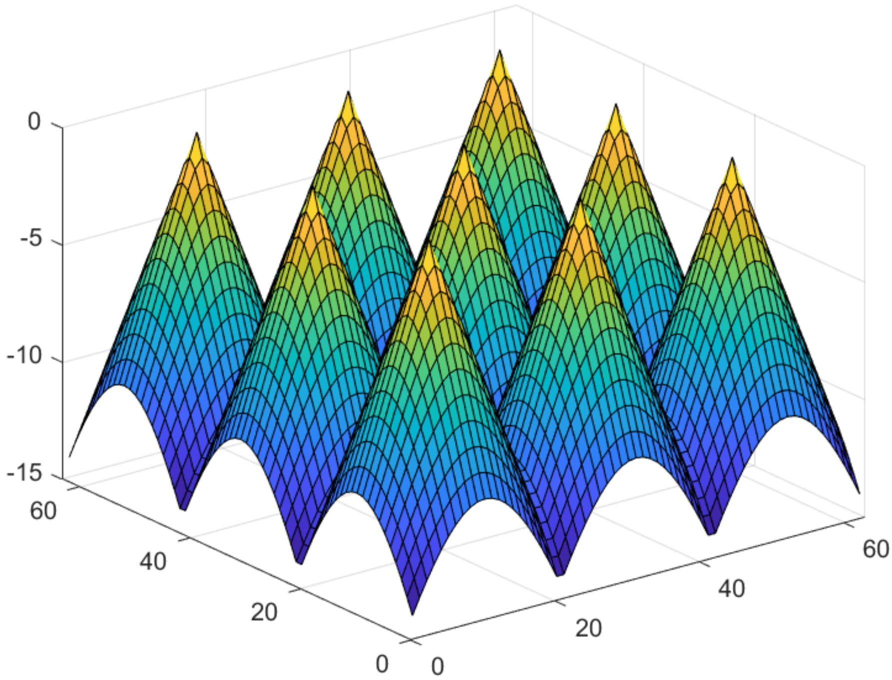

Рис. 3.3. Мультипликация операцией kron

Поменяйте порядок матриц в последней операции.

Сделайте Центральный конус в два раза выше соседей.

6. Тепловая карта (англ. heatmap) — графическое представление данных, где индивидуальные значения в таблице отображаются при помощи цвета.

На основе данных из пункта 5 создайте две картинки с помощью функций heatmap и imagesc, установите границы сегментации данных. Сравните полученные результаты. Уберите «сетку», чтобы данные графики были более репрезентативны.