Лабораторная работа №2

Корреляционный метод измерения задержки сигнала

Цель работы: анализ возможностей корреляционных методов выделения сигнала из шума и измерения его параметров.

Теоретические положения. *Корреляция* (correlation), и ее частный случай для центрированных сигналов – *ковариация* – это мера схожести двух сигналов (Рис. 3.4). Приведем один из вариантов использования корреляционной функции. Допустим, нам надо найти в тексте некоторый символ. Скользя по тексту, прикладываем символ к каждой букве, проверяя их сходство. Аналогично решается задача обнаружения некоторой последовательности известной формы и конечной длины T в принимаемом сигнале $y(t)$.

Для поиска этой последовательности в скользящем по сигналу $y(t)$ временном окне длиной T вычисляется интеграл от произведения процессов $y(t)$ и $x(t)$:

$$Z_{xy} = \int_0^T x(t) * y(t)\,dt$$

В дискретной форме Z есть *скалярное произведение* векторов X и Y:

$$Z_{xy} = X * Y = \sum_{i=1}^{N} x(i) \cdot y(i)$$

Скалярное произведение используется как мера взаимосвязи двух векторов (процессов). Равенство нулю скалярного произведения означает крайнюю меру их независимости – их ортогональность. Чтобы проверить взаимосвязь векторов при различных сдвигах одного из них на время τ, необходимо Z_{xy} вычислять многократно, для каждого τ. Если еще ввести нормирующий множитель $1/T$ для исключения зависимости Z от длины реализации T , получим выражение, называемое *взаимной корреляционной функцией* (ВКФ):

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\vartheta}^{\vartheta+T} x(t) * y(t+\tau)\,dt,$$

Аналогично для случая непрерывного сигнала:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=\vartheta}^{\vartheta+N} x(i) * y(i+\tau)$$

Теперь скалярное произведение превратилось в *свертку* двух векторов.

$R(\tau)$ широко используется в различных областях человеческой деятельности. Например, в медицине корреляционная функция позволяет обнаружить минимальные изменения состояния организма от воздействия какого-либо неблагоприятного фактора или оценить длительность воздействия лекарства на пациента. Социологи используют ВКФ для оценки влияния на население новых законодательных актов. Астрономам ВКФ позволила обнаружить периодичность в изменении свечения звезд (пульсары). В приведенном примере поиска в тексте заданного символа корреляционная функция использовалась для распознавания или обнаружения сигнала. Еще более часто корреляционная функция используется для определения времени прихода (задержки) сигнала. Поскольку максимальное сходство (следовательно, и максимальное скалярное произведение) будет в момент полного совпадения $x(t)$ и его копии в $y(t)$, по положению максимума корреляционной функции можно судить о времени прихода сигнала. Этот метод лежит в основе измерения расстояния до цели (ракеты, самолета), определения высоты полета самолета или глубины погружения подводной лодки. Чтобы определить направление прихода радиосигнала (задача пеленгации), определяют разность времени прихода сигнала пеленгуемого объекта на две разнесенные антенны. Во всех этих примерах производится определение скалярного произведения сигнала $x(t)$ *с собственной копией*, скользящей по аргументу, а функцию $R_{xx}(\tau)$ называют *автокорреляционной функцией – АКФ*:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) * x(t+\tau)\,dt.$$

Автокорреляция позволяет оценить среднестатистическую зависимость текущих отсчетов сигнала от своих предыдущих и последующих значений (так называемый радиус корреляции значений сигнала), а также выявить в сигнале наличие периодически повторяющихся элементов.

В корреляционном анализе часто вид корреляционной функции не имеет значения: интерес представляет один из ее параметров. В приведенных выше примерах хотя и вычисляется вся корреляционная функция, однако в первой задаче анализируется только величина максимального значения, а во второй – положение ее максимума на временной оси. Для анализа длительности лечебного воздействия прививок в медицине анализируют ширину корреляционной функции, и т.д.

КФ, вычисленная по центрированному значению сигнала $x(t)$, представляет собой *ковариационную* функцию сигнала:

$$C_{xy}(\tau)=\frac{1}{T}\int_0^T (x(t)-m_x)*(y(t+\tau)-m_y)dt$$

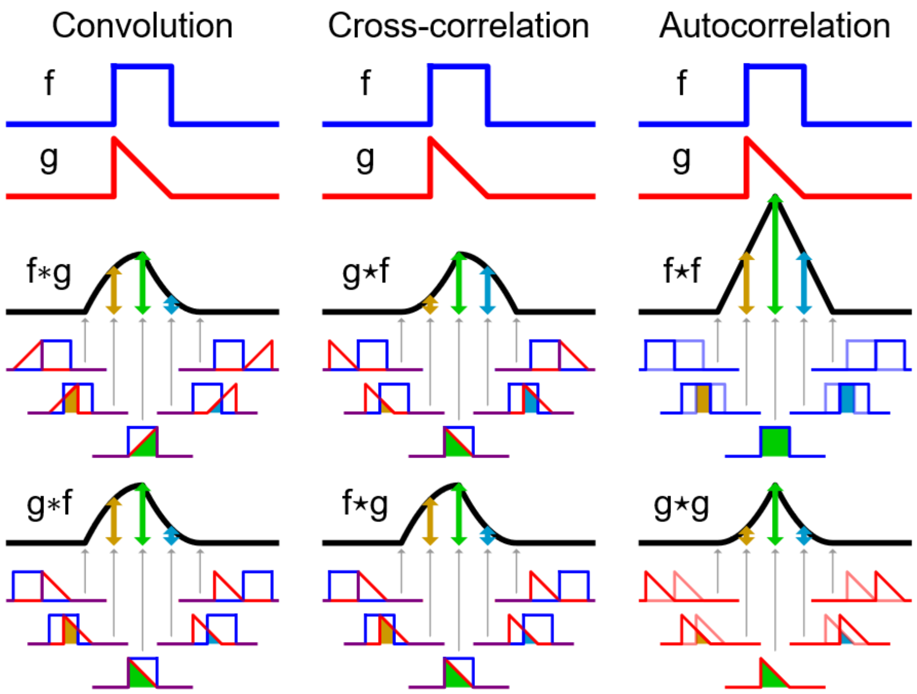

Рис. 3.4. Сравнение операций свертки, кросс-корреляции и автокорреляции

Порядок проведения работы

1. В качестве решаемой задачи рассмотрим задачу измерения высоты полета самолета. Проще всего послать вертикально вниз короткий радиоимпульс и измерить при помощи корреляционной функции задержку импульса, отраженного от земли. Создайте такие импульсы из длинной нулевой последовательности `zeros(n,m)` присвоением группе выбранных отсчетов некоторого значения (амплитуды импульса).

```
X=zeros (1,1000);
Y=zeros (1,1000);
X(1:100)=5;              % излучаемый импульс с амплитудой 5 и
                         % длительностью 100 отсчетов
Y(301:400)=1;    % принятый импульс запоздал на 300 отсчетов
```

Постройте $R_{xx}(\tau)$, можно воспользоваться командой `conv(X,Y)`, которая для выполнения свертки (скольжения по τ) предварительно увеличит вдвое длину вектора Y.

У такого способа измерения высоты полета есть два серьезных недостатка: малая помехозащищенность (можно поймать чужой импульс) и пологая форма $R_{xx}(\tau)$, не позволяющая гарантировать точность определения задержки при наличии шума. Проверьте, как изменится вид $R_{xx}(\tau)$, если посылать более сложный сигнал из двух или трех импульсов. Объясните, чем вызвано появление боковых лепестков и их временное положение.

2. Создайте еще более сложный сигнал, в котором нет периодических повторов импульсов. Его можно создать из случайной последовательности `rand(1,m)` логической операцией сравнения с порогом $x > P$. Сымитируйте задержку распространения сигнала и получите графики $R_{xx}(\tau)$ и $C_{xy}(\tau)$. Объясните, чем вызвано их отличие.
3. Проделайте ряд экспериментов: наложите на принятый (задержанный) сигнал шум с соотношением ОСШ от $-15\,до\,15$ дБ. Для каждого эксперимента сделайте как минимум 100 замеров с одним ОСШ и постройте график вероятности правильного определения расстояния при заданном ОСШ. Определите минимальное соотношение SNR, при котором еще возможно измерение задержки. Опишите критерий, по которому вы приняли решение по невозможности определения сигнала.
4. В качестве посылаемого сигнала возьмите отрезок синусоиды (5-10 периодов). Наложите шум и постройте $R_{xx}(\tau)$. Проанализируйте и сравните с $R_{xx}(\tau)$ функции с п.1.
5. Используйте код Баркера и шумоподобный (rand) с длиной 13 символов сигнал для анализа автокорреляционных свойств сигнала, сравните и сделайте выводы. Сигнал должен иметь **только** значения [-1, 1]. Обязательно проверьте для случайного сигнала. Проанализируйте и сравните с $R_{xx}(\tau)$ из п.4.
6. Повторите п. 3, где в качестве сигнала используется код Баркера и шумоподобный сигнал из п.5.
7. Найти E (мат.ожидание), σ, σ^2, построить гистограмму w(t) для сигналов:
   - Моногармонический: $s=\sin(2\pi f\, t)$
   - С линейной частотой модуляцией: $s=\sin(2\pi f\, t^2)$
   - С амплитудной модуляцией: $s=\sin(2\pi f_н\, t)*(1+ m* \sin(2\pi f_c\, t)\,)$, где

$f_н$ – несущая частота, f_c – частота сигнала, m – глубина модуляции, $0<m<1$, $f_н>>f_c$

- С частотной модуляцией: $s=\sin(2\pi f_c(t)\, t)$
- С фазовой модуляцией: $s=\sin(2\pi f_н\, t+\varphi(t))$

При создании сигналов задать количество точек 10000.

Определения:

1. Корреляция – формула
2. Ковариация – формула
3. Автокорреляция – формула
4. Отношение сигнал-шум (SNR) – определение
5. ЛЧМ – формула
6. АМ – формула
7. ЧМ – формула
8. ФМ – формула
9. Гистограмма – определение, как строится
10. Теорема Котельникова – определение