

Лабораторная работа №4

Дискретные системы

Цель работы:

- Знакомство с дискретными системами и операцией дискретной свертки;
- Расчет импульсной и частотных характеристик;
- Изучение визуальных средств проектирования цифровых фильтров;

Теоретические положения.

Дискретный фильтр — это произвольная система обработки дискретного сигнала $T[x(n)] = z(n)$, обладающая свойствами:

- Линейности: $T[\alpha x(n) + \beta y(n)] = \alpha T[x(n)] + \beta T[z(n)]$;
- Стационарности: $T[x(n+k)] = z(n+k)$;

Существуют также фильтры с переменными параметрами, не обладающие свойством стационарности – адаптивные фильтры.

В общем случае дискретный фильтр суммирует (с весовыми коэффициентами) некоторое количество входных отсчетов (включая последний) и некоторое количество предыдущих выходных отсчетов:

$$y(k) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_P x(k-P) - \dots - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_Q y(k-Q)$$

Выделяют фильтры с *конечной импульсной характеристикой* (КИХ-фильтры) и с *бесконечной импульсной характеристикой* (БИХ-фильтры). Для КИХ-фильтров выполняется условие $a_j = 0 \forall j$. Таким образом, главным отличием БИХ-фильтров является *наличие обратной связи и потенциальная неустойчивость*.

Уравнение БИХ-фильтра:

$$y(k) = \sum_{i=0}^P b_i x(k-i) - \sum_{j=1}^Q a_j y(k-j)$$

Здесь: a_j и b_i – вещественные коэффициенты.

Уравнение КИХ-фильтра:

$$y(k) = \sum_{i=0}^P b_i x(k-i)$$

Здесь: b_i – вещественные коэффициенты.

Пусть $x(k) = \delta(k)$. Тогда:

Импульсная функция БИХ-фильтра записывается следующим образом:

$$h(k) = \sum_{i=0}^P b_i \delta(k-i) - \sum_{j=1}^Q a_j h(k-j)$$

Z-преобразование импульсной функции даёт передаточную функцию БИХ-фильтра:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^P b_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=1}^Q a_j z^{-j}}$$

Импульсная функция КИХ-фильтра записывается следующим образом:

$$h(k) = \sum_{i=0}^P b_i \delta(k-i)$$

Z-преобразование импульсной функции даёт передаточную функцию КИХ-фильтра:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{i=0}^P b_i z^{-i}$$

Комплексный коэффициент передачи определяется следующим образом:

$$\dot{K}(\omega) = H(e^{j\omega T})$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра – модуль комплексного коэффициента передачи: $A = |\dot{K}(\omega)|$.

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) фильтра – фаза комплексного коэффициента передачи: $\Phi = \arg[\dot{K}(\omega)]$.

По виду АЧХ выделяют следующие фильтры (Рис. 3.8):

- нижних частот (ФНЧ);
- верхних частот (ФВЧ) частот;
- полосовые (ПФ);
- режекторные (РФ);

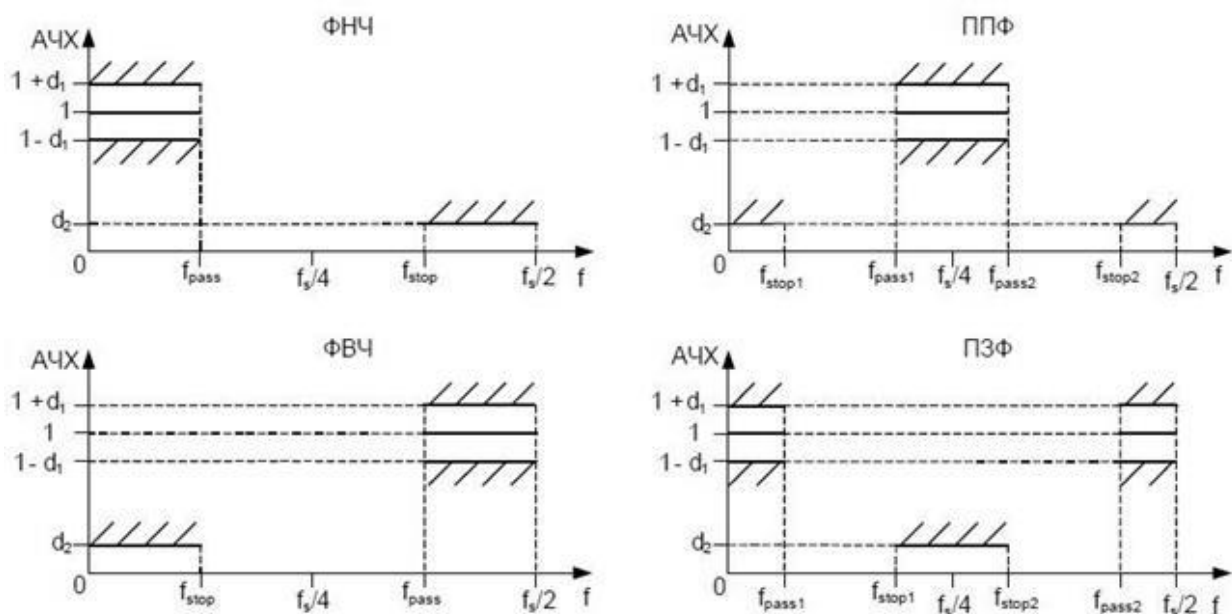


Рис. 3.8. Классификация фильтров по виду АЧХ

На Рис. 3.8 введены следующие обозначения:

- f_s – частота дискретизации;
- $f_{pass}, f_{pass1}, f_{pass2}$ – граничные частоты полосы пропускания (ПП);
- $f_{stop}, f_{stop1}, f_{stop2}$ – граничные частоты полосы задерживания (ПЗ);
- d_1 – неравномерность в полосе пропускания;
- d_2 – неравномерность в полосе задерживания;

КИХ-фильтр обладает рядом полезных свойств, из-за которых он иногда более предпочтителен в использовании, чем БИХ-фильтр. Вот некоторые из них:

- КИХ-фильтры устойчивы.
- КИХ-фильтры при реализации не требуют наличия обратной связи.
- Фаза КИХ-фильтров может быть сделана линейной

Различают два вида реализации цифрового фильтра: *аппаратный* и *программный*.

Аппаратные цифровые фильтры реализуются на элементах интегральных схем, ПЛИС, тогда как программные реализуются с помощью программ, выполняемых процессором или микроконтроллером. Преимуществом программных методов перед аппаратными является лёгкость воплощения, а также настройки и изменений, а также то, что в себестоимость такого фильтра входит только труд программиста. Недостаток – низкая скорость, зависящая от быстродействия процессора, а также трудная реализуемость цифровых фильтров высокого порядка.

Порядок проведения работы

Используемые функции MATLAB:

- `fft (x)` – преобразование Фурье
- `ifft (y)` – обратное преобразование Фурье
- `abs (fft (x))` – модуль спектра;
- `angle (y)` , `phase (y)` – фаза спектра;
- `filter` – фильтрация
- `conv` – свертка
- `fdatool` – синтез цифровых фильтров

1. Рассчитать реакцию КИХ-фильтра 3-го порядка, заданного разностным уравнением:

$$y(n) = 0.2x(n) + 0.3x(n-1) + 0.5x(n-2) + 0.7x(n-3)$$

$$n = 0 \dots 64$$

$$x(n) = 0.1 \sin(\omega T n), \quad \omega T = 0.7 \text{ рад}$$

2. Рассчитать реакцию БИХ-фильтра 3-го порядка, заданного разностным уравнением:

$$y(n) = x(n) + x(n-1) + x(n-2) + x(n-3) + 0.3y(n-1) - 0.25y(n-2) - 0.4y(n-3)$$

$$n = 0 \dots 64$$

$$x(n) = 0.1 \sin(\omega T n), \quad \omega T = 0.7 \text{ рад}$$

3. Вычислить импульсную характеристику БИХ-фильтра, заданного в пункте № 2.

4. Вычислить импульсную характеристику БИХ-фильтра, заданного в пункте № 2, используя функцию `impz()`, при $N = 80$, $F_s = 5000$ Гц.

5. Используя утилиту `fdatool(filterdesigner)` синтезировать полосовой КИХ-фильтр со следующими параметрами (нормированная полоса частот):

- полоса пропускания 0,35-0,7;
- полоса задерживания 0-0,15 0,8-1;
- неравномерности по 0,025 в ПП и ПЗ;

Получить ИХ, АЧХ и ФЧХ фильтра.

6. По заданному набору коэффициентов КИХ-фильтра получить его АЧХ, ФЧХ и ИХ

0,026477
 0
 0
 0
 -0,044116
 0
 0
 0
 0,093436
 0
 0
 0
 -0,31394
 0
 0,5
 0
 -0,31394
 0
 0
 0
 0,093436
 0
 0
 0
 -0,044116
 0
 0
 0
 0,026477
 0

7. Создайте сигнал из 4-х синусов с амплитудами [1, 2, 2, 1] и частотами [20, 40, 60, 80] соответственно. Частота дискретизации 400 Гц. Создайте фильтр нижних частот с полосой пропускания 50. Постройте спектр до прохождения фильтра и после. Постройте частотные характеристики фильтра.

8. Создайте отдельно два фильтра нижних частот, где для первого полоса пропускания 30 Гц, для второго 70 Гц. Частота дискретизации 400 Гц. Пропустите сигнал из пункта 7 через фильтры, которые работают последовательно, постройте спектр. Синтезируйте полосовой фильтр с полосой пропускания от 30 до 70 Гц, пропустите сигнал из пункта 7 через фильтр. Сравните результаты с последовательной реализацией. Проанализируйте порядки фильтров.

Определения:

1. КИХ фильтр – формула
2. БИХ фильтр – формула
3. Обратная связь – формула
4. ФНЧ – фильтр – схематичная картинка
5. ФВЧ – фильтр – схематичная картинка

6. Режекторный фильтр – схематичная картинка
7. Полосовой фильтр – схематичная картинка
8. Свертка – формула
9. Полоса пропускания – определение
10. Обратное преобразование Фурье - формула