**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра АПУ**

отчет

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Математические основы теории систем»**

Тема: **Спектр. Ряд Фурье**

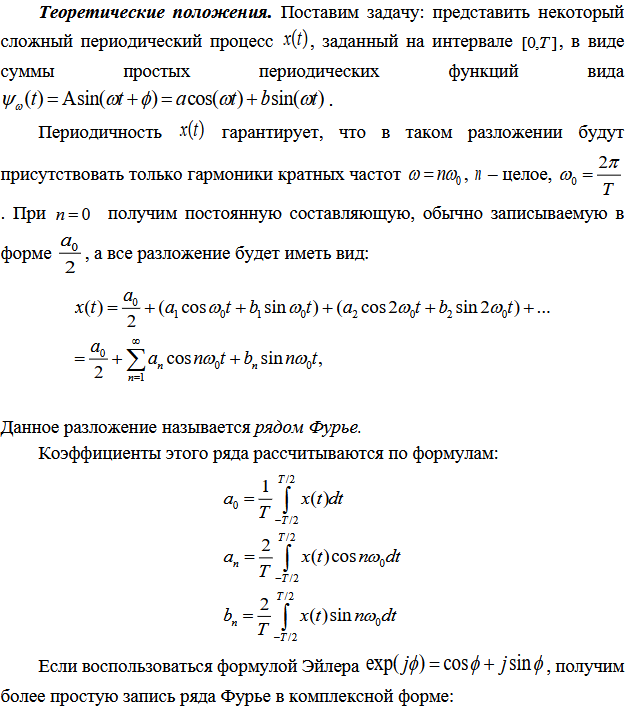
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 2392 |  | Жук Ф.П. |
| Преподаватель |  | Каплун Д.И. |

Санкт-Петербург

2024

**Цель работы:**

* Знакомство со спектральным представлением периодических и случайных процессов;
* Изучение взаимосвязи преобразований сигналов во временной и частотной областях;
* Оценка дефектов дискретного преобразования Фурье и методы их подавления.

****

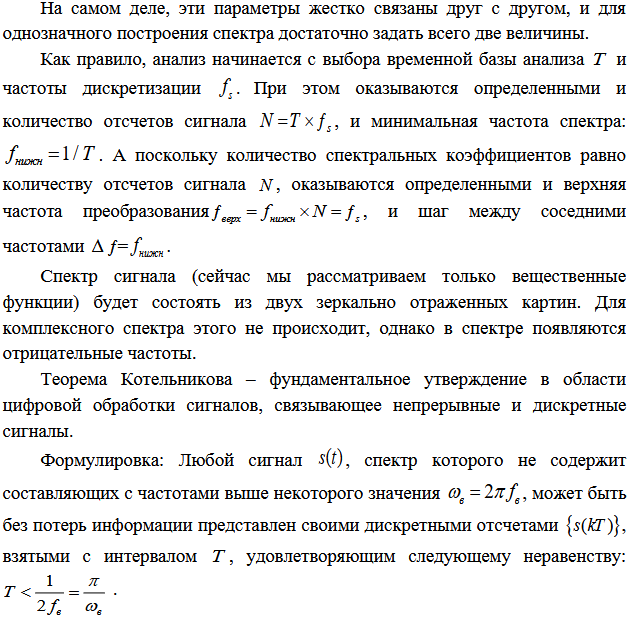
**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

* Гармонические функции – единственные, не меняющие своей формы при прохождении через линейную систему: может измениться только их амплитуда и фаза, но не форма, а, значит, не частота;
* Простота синтеза гармонического колебания – для этого достаточно иметь колебательный контур или любую другую резонансную систему. Разложить в спектр Фурье оптический сигнал может любая двояковыпуклая линза, радиосигналы в эфире тоже представлены электромагнитными волнами – гармониками ряда Фурье;
* Графическое представление спектральных коэффициентов на частотной оси – спектра сигнала – позволяет получить наглядную картину распределения в сигнале низких и высоких частот;
* Частотные характеристики используются не только для анализа сигналов, но и для анализа свойств динамических систем.

Чтобы построить спектр с помощью ДПФ (БПФ), надо определить следующие параметры:

* количество спектральных составляющих N ;
* шаг между соседними частотами – разрешение по частоте ƒ;
* частоту дискретизации fs ;
* минимальную (нижнюю) частоту спектра fнижн ;
* верхнюю частоту f верх;
* временной интервал анализа T .



Преобразование Фурье в дискретной форме (ДПФ) имеет и другие недостатки. Главный из них – растекание спектра. Растекание спектра (англ. spectrum leakage) – эффект, возникающий вследствие финитности анализируемого сигнала (фактически бесконечный сигнал взвешивается финитным прямоугольным окном). Для подавления этого эффекта используют взвешивание сигнала специальными оконными функциями (окна Чебышева, Ханна, Парзена и т.д.).

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Рис. 1 - Растекание спектра

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

Рассмотрим для примера два базиса в пространстве N = 23

Первый базис задается матрицей (Рис. 2):

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание**

Рис. 2 – Первый базис

Второй базис зададим матрицей (рис. 3)

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, линия

Автоматически созданное описание**

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

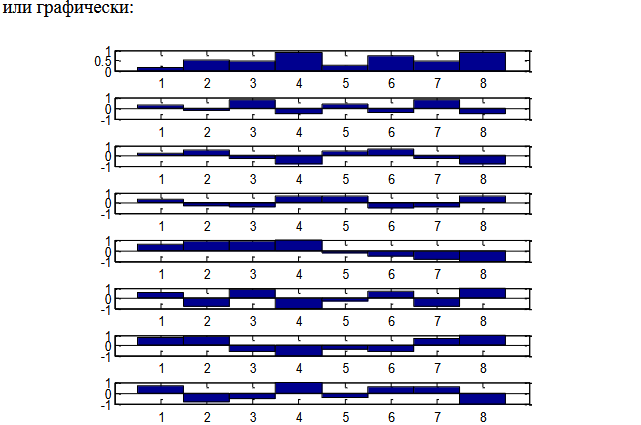
****

Рис. 3 – Второй базис

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**



Приведем еще один весьма широко используемый базис – базис Хаара (рис. 4)

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 4 – базис Хаара

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание

**Ход работы.**

1. Создадим 2 сигнала:

Частота дискретизации 4096, время анализа 1 секунда.

Графики сингалов (рис. 1.1):

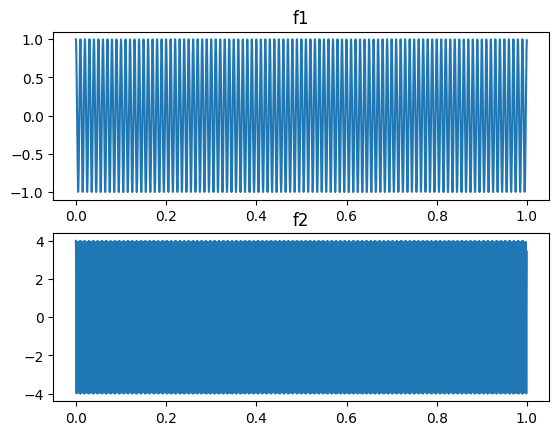


Рис. 1.1 – Сигналы

Получим модуль спектра двух сигналов, график модуля спектров (рис. 1.2).

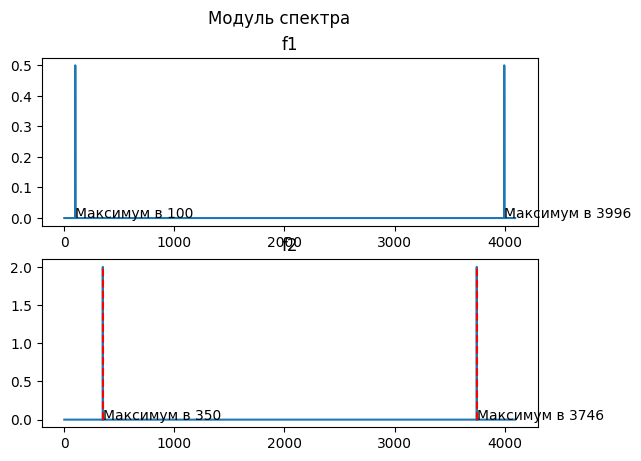


Рис. 1.2 - Модуля спектров

Номер гармоники определяется по индексу, а значение является амплитудой данной гармоники.

Пример для f1:

У нас имеются два пика это в значения 100 и 3996, следует сигнал состоит из 2 част 100 и 3996 Дб. Данные частоты имеют амплитуду 0.5 из чего можем представить сигнал как сумму двух косинусоид с данными характеристиками. График разности исходного сигнала и полученного за счет Фурье (рис. 1.3).

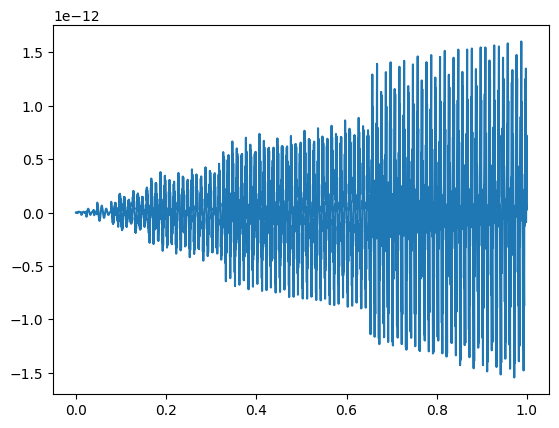


Рис. 1.3 - Разность исходного сигнала и Фурье

Из графика видно, что преобразование Фурье дало хорошую точность.

1. Создадим сигналы:

Графики сингалов (рис. 2. 1):

Изображение выглядит как снимок экрана, Прямоугольник, линия, текст

Автоматически созданное описание

Рис. 2.1 – Сигналы

Получим модуль спектра двух сигналов, график модуля спектров (рис. 2.2).

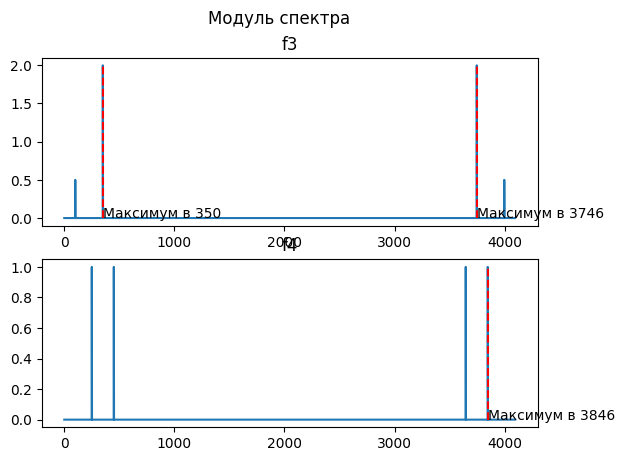


Рис. 2.2 - Модуля спектров

При сложении мы получим сложение графиков модуля спектров f1 и f2.

При умножении мы увидим более равномерное распределение амплитуд по спектрам.

1. Создадим сигнал на временном интервале 128. Зададим импульс на участке и получим его спектр (рис. 3.1)

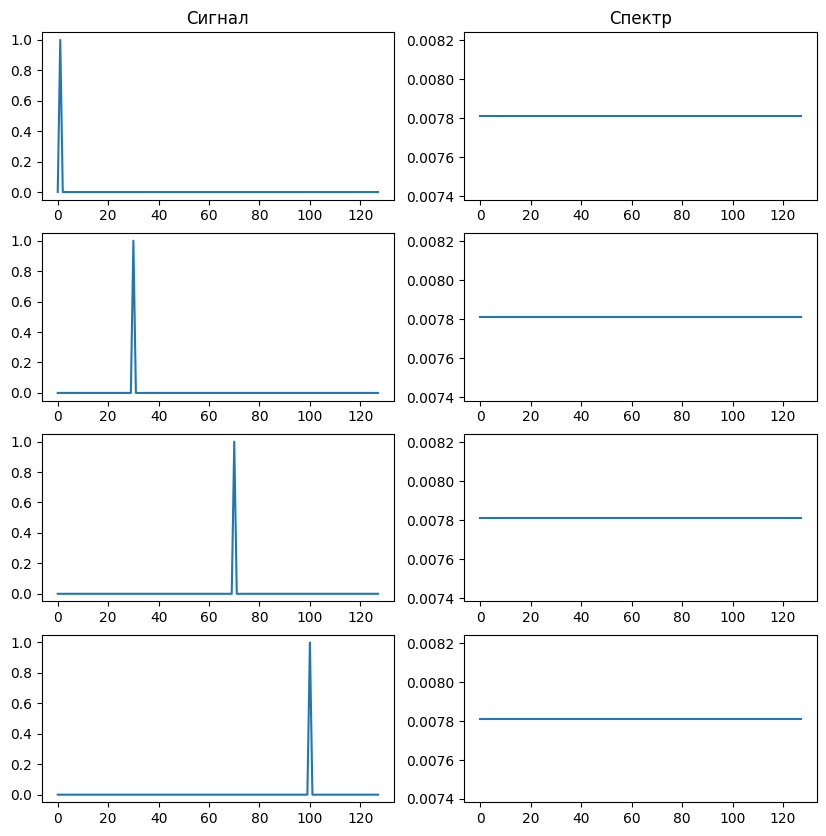


Рис. 3.1 – Результаты

Проведя анализ, заметим, что спектр не изменяется при сдвиге импульса.

1. Из пункта 3 возьмем импульс и в цикле for последовательно увеличивайте ширину импульса с шагом 8, наблюдая соответствующие изменения его спектра.

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, Параллельный

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как диаграмма, текст, линия, Параллельный

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как диаграмма, линия, График, Прямоугольник

Автоматически созданное описание

Рис. 4.1 – Графики спектров

При увеличении ширины импульса спектр становиться более выраженным.

Рассчитаем спектр вручную

**Выводы.**

Приложение

Код на python: