**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра АПУ**

отчет

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Математические основы теории систем»**

Тема: **Спектр. Ряд Фурье**

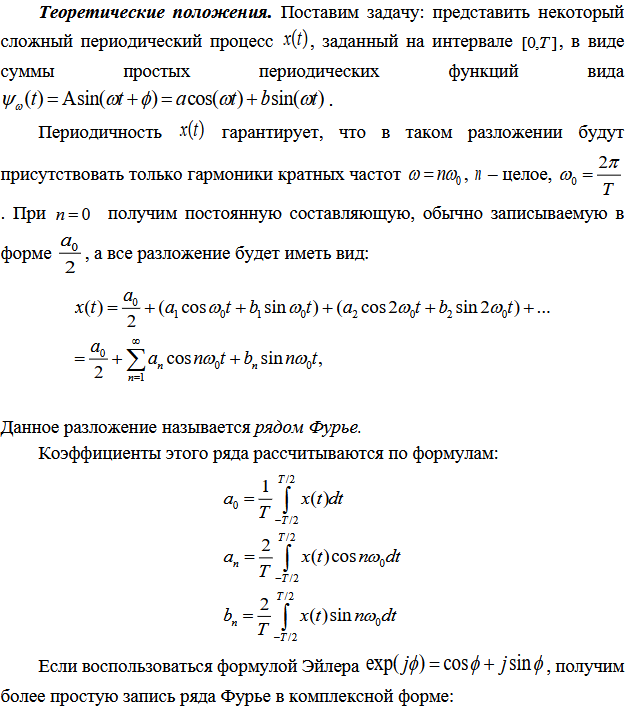
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 2392 |  | Жук Ф.П. |
| Преподаватель |  | Каплун Д.И. |

Санкт-Петербург

2024

**Цель работы:**

* Знакомство со спектральным представлением периодических и случайных процессов;
* Изучение взаимосвязи преобразований сигналов во временной и частотной областях;
* Оценка дефектов дискретного преобразования Фурье и методы их подавления.

****

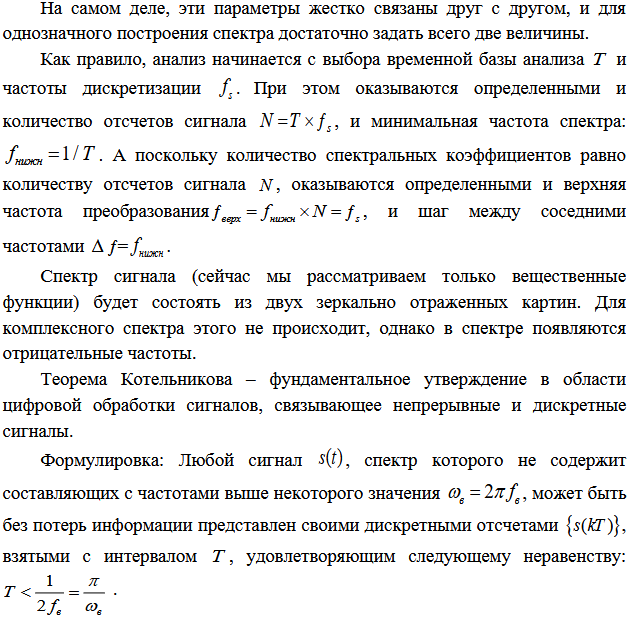
**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

* Гармонические функции – единственные, не меняющие своей формы при прохождении через линейную систему: может измениться только их амплитуда и фаза, но не форма, а, значит, не частота;
* Простота синтеза гармонического колебания – для этого достаточно иметь колебательный контур или любую другую резонансную систему. Разложить в спектр Фурье оптический сигнал может любая двояковыпуклая линза, радиосигналы в эфире тоже представлены электромагнитными волнами – гармониками ряда Фурье;
* Графическое представление спектральных коэффициентов на частотной оси – спектра сигнала – позволяет получить наглядную картину распределения в сигнале низких и высоких частот;
* Частотные характеристики используются не только для анализа сигналов, но и для анализа свойств динамических систем.

Чтобы построить спектр с помощью ДПФ (БПФ), надо определить следующие параметры:

* количество спектральных составляющих N ;
* шаг между соседними частотами – разрешение по частоте ƒ;
* частоту дискретизации fs ;
* минимальную (нижнюю) частоту спектра fнижн ;
* верхнюю частоту f верх;
* временной интервал анализа T .



Преобразование Фурье в дискретной форме (ДПФ) имеет и другие недостатки. Главный из них – растекание спектра. Растекание спектра (англ. spectrum leakage) – эффект, возникающий вследствие финитности анализируемого сигнала (фактически бесконечный сигнал взвешивается финитным прямоугольным окном). Для подавления этого эффекта используют взвешивание сигнала специальными оконными функциями (окна Чебышева, Ханна, Парзена и т.д.).

Изображение выглядит как линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Рис. 1 - Растекание спектра

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

Рассмотрим для примера два базиса в пространстве N = 23

Первый базис задается матрицей (Рис. 2):

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание**

Рис. 2 – Первый базис

Второй базис зададим матрицей (рис. 3)

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, линия

Автоматически созданное описание**

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**

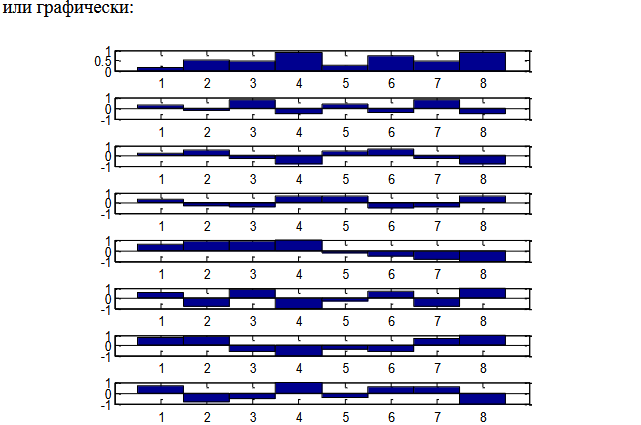
****

Рис. 3 – Второй базис

**Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание**



Приведем еще один весьма широко используемый базис – базис Хаара (рис. 4)

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 4 – базис Хаара

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание

**Ход работы.**

1. Создадим 2 сигнала:

Частота дискретизации 4096, время анализа 1 секунда.

Графики сингалов (рис. 1.1):

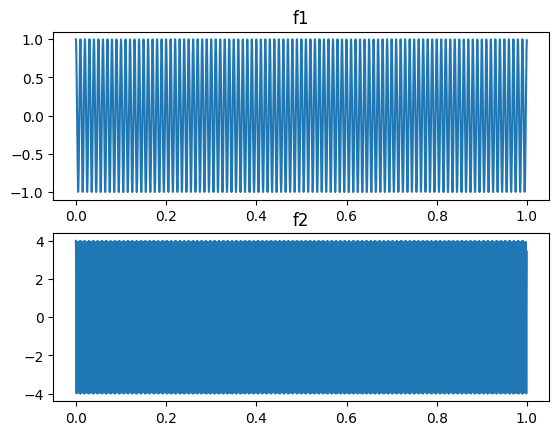


Рис. 1.1 – Сигналы

Получим модуль спектра двух сигналов, график модуля спектров (рис. 1.2).

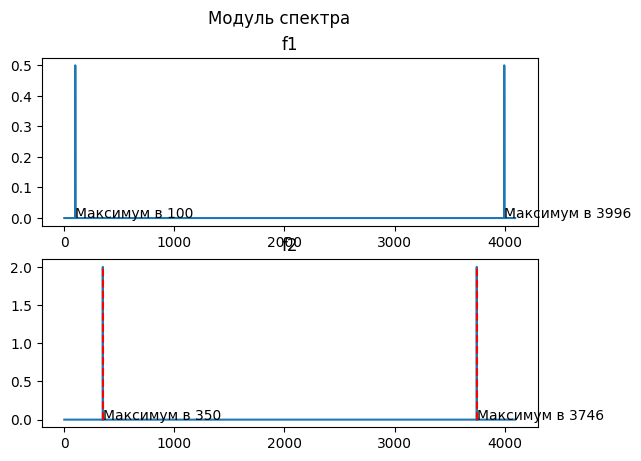


Рис. 1.2 - Модуля спектров

Номер гармоники определяется по индексу, а значение является амплитудой данной гармоники.

Пример для f1:

У нас имеются два пика это в значения 100 и 3996, следует сигнал состоит из 2 част 100 и 3996 Дб. Данные частоты имеют амплитуду 0.5 из чего можем представить сигнал как сумму двух косинусоид с данными характеристиками. График разности исходного сигнала и полученного за счет Фурье (рис. 1.3).

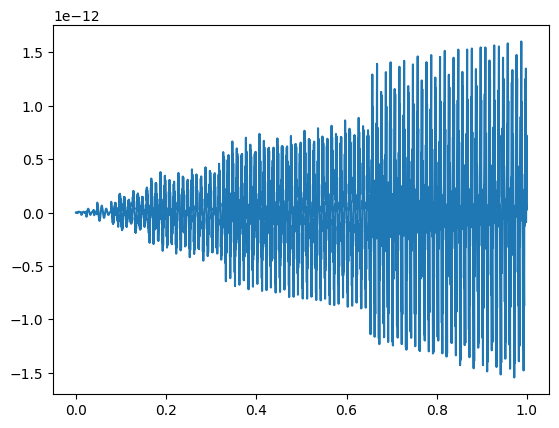


Рис. 1.3 - Разность исходного сигнала и Фурье

Из графика видно, что преобразование Фурье дало хорошую точность.

1. Создадим сигналы:

Графики сингалов (рис. 2. 1):

Изображение выглядит как снимок экрана, Прямоугольник, линия, текст

Автоматически созданное описание

Рис. 2.1 – Сигналы

Получим модуль спектра двух сигналов, график модуля спектров (рис. 2.2).

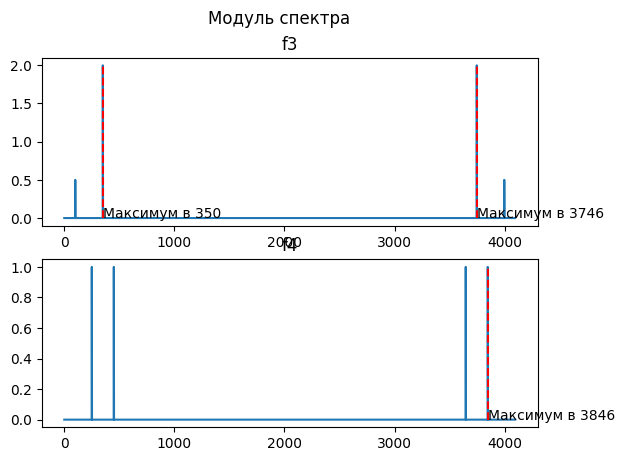


Рис. 2.2 - Модуля спектров

При сложении мы получим сложение графиков модуля спектров f1 и f2.

При умножении мы увидим более равномерное распределение амплитуд по спектрам.

1. Создадим сигнал на временном интервале 128. Зададим импульс на участке и получим его спектр (рис. 3.1)

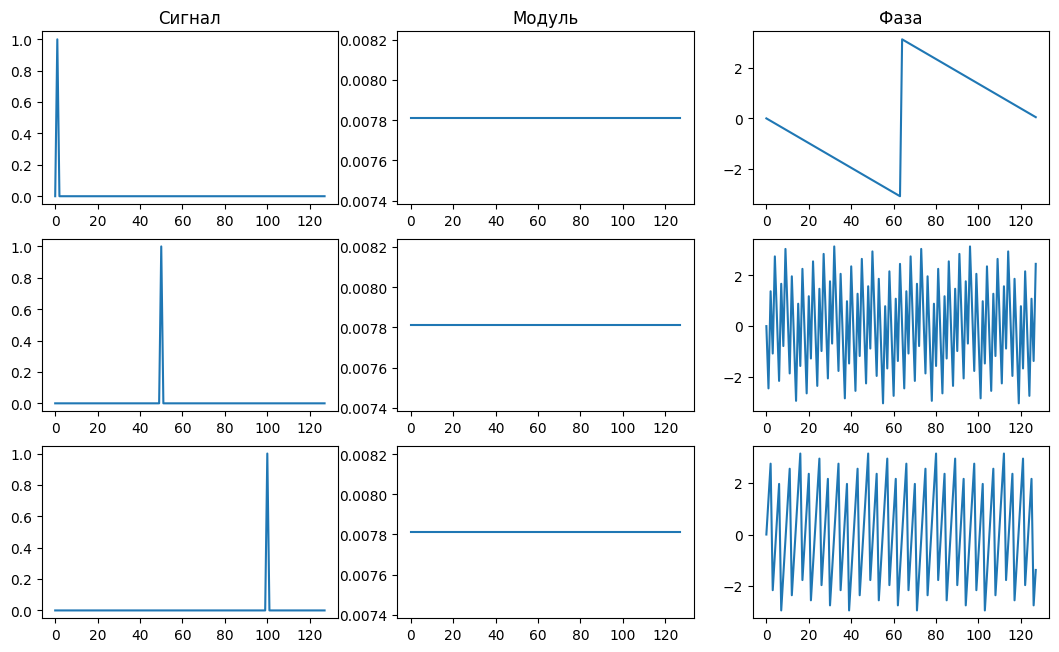


Рис. 3.1 – Результаты

Проведя анализ, заметим, что модуль спектра не изменяется, а фаза изменяет частоту при сдвиге импульса.

1. Из пункта 3 возьмем импульс и в цикле for последовательно увеличивайте ширину импульса с шагом 8, наблюдая соответствующие изменения его спектра.

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, диаграмма, снимок экрана, График

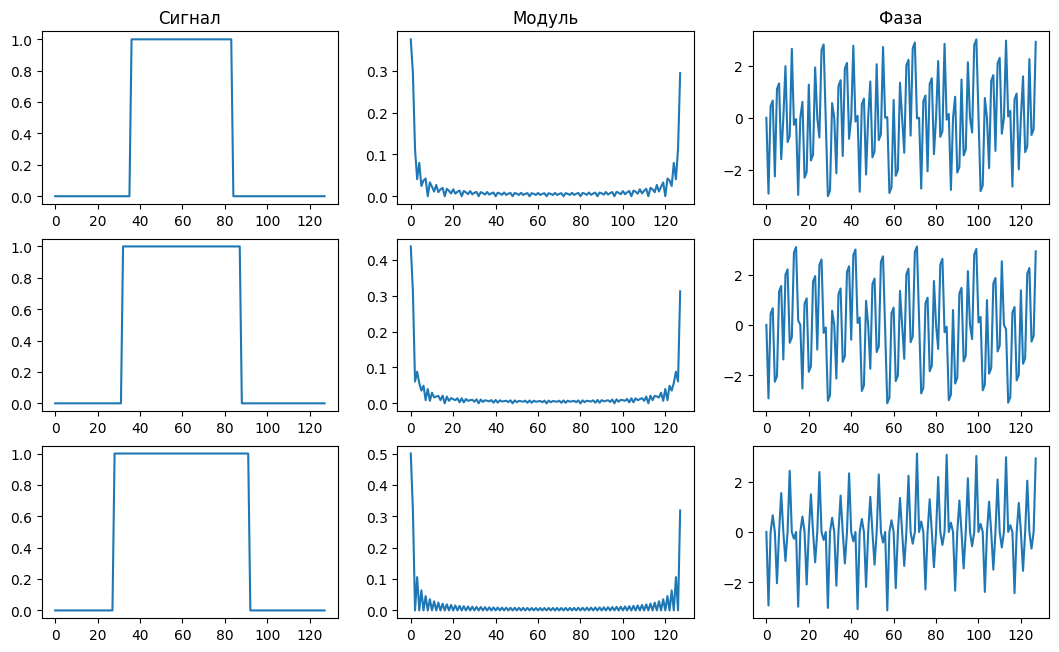
Автоматически созданное описание

Рис. 4.1 – Графики спектров

При увеличении ширины импульса спектр становиться более выраженным. Также частота фазы падает с расширением сигнала.

Рассчитаем спектр вручную для 4-го граффика.



При ручном расчёте мы получим следующие данные (рис. 4.2)

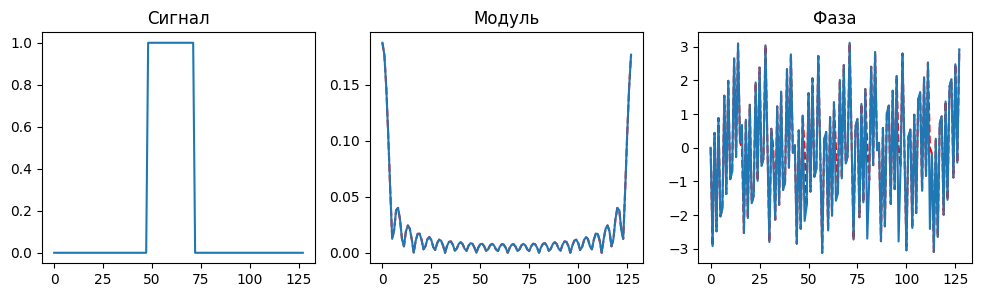


Рис. 4.2 – Ручной расчет

Сравнив данный график и полученный ранее видно, что они полностью совпадают.

1. На том же временном интервале создам периодический прямоугольный сигнал со скважностью 2 (меандр) и количеством периодов, кратным двум. Построим их характеристики (рис. 5.1).

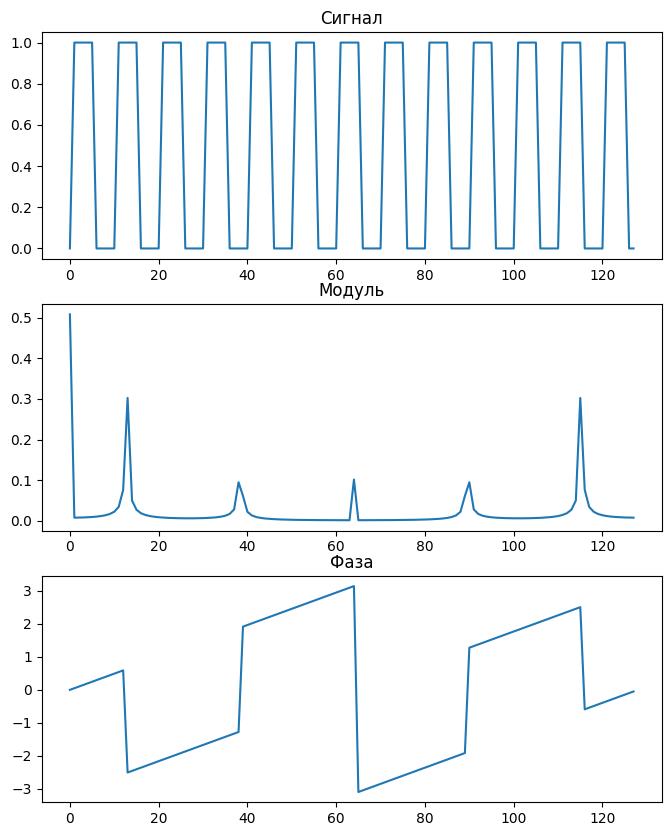


Рис. 5.1 - График спектра

Далее проведем ручной расчёт, так же как и в прошлом пункте (рис. 5.2).

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 5.2 – Ручной расчет

Сравнив графики видно, что они практически совпадают, но имеют малое различие в фазе. Данное различие получено вероятнее всего из-за округления результатов.

1. Покажем базисные функции преобразования Фурье(ограничьтесь только косинусным преобразованием), Уолша и Хаара.

Приведем базис Уолша для N = 24 (рис. 6.1)

array([[ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1],

[ 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1],

[ 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1],

[ 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1],

[ 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1],

[ 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1],

[ 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1],

[ 1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, -1]])

Рис. 6.1 - Базис Уолша

Приведем базис Хаара (рис. 6.2)

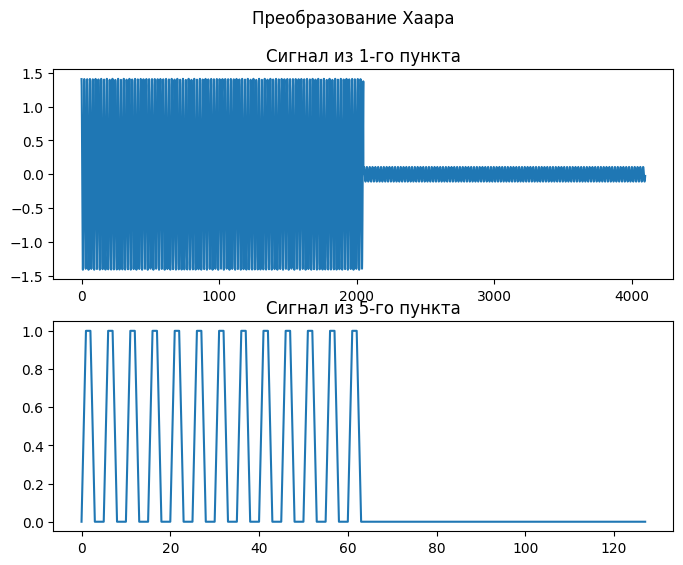
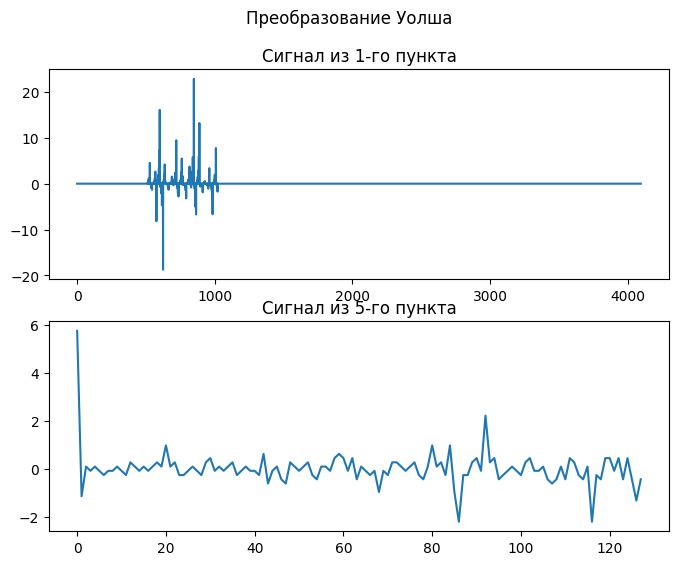
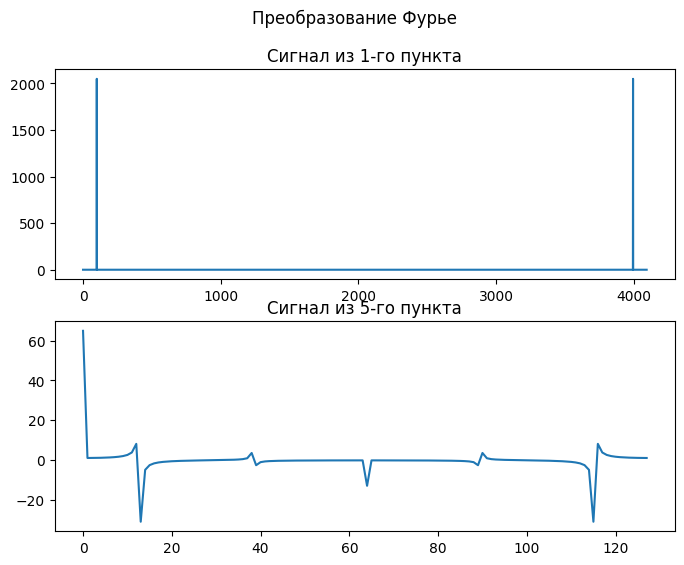
Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Рис. 6.2 - Базис Хаара

- базисная функция преобразования Фурье.

1. Построим спектр с помощью преобразований из пункта 6 сигнала х1 из   
   пункта 1, а затем сигнала из 5. Преобразование Фурье и Уолша хорошо справляются с синусоидальными сигналами, но Уолш плохо подходит для импульсных сигналов. А хаара служит в основном для сжатия сигнала.



1. Определим форму и ширину частотной характеристики двух соседних каналов анализатора Фурье. Это можно сделать в цикле for, изменяя частоту анализируемого сигнала с достаточно малым шагом (0.01) и

выделяя из спектра только отчет, принадлежащий каналу 35 (рис. 8.1).

Изображение выглядит как текст, График, снимок экрана, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рис. 8.1 – Частотные характеристики

Видно как у cos синусоидная форма, а у окна Хеннинга имеется ярко выраженный пик.

1. Построим частотную характеристику 3-х соседних каналов ДПФ.   
   Медленно меняя в цикле частоту сигнала с шагом 0.01 запоминая значение амплитуды каждого из 3-х каналов, после чего на одном   
   графике построим их (рис. 9.1).

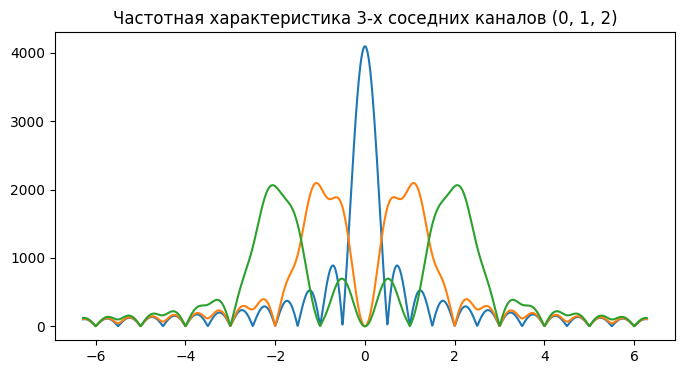


Рисунок 9.1

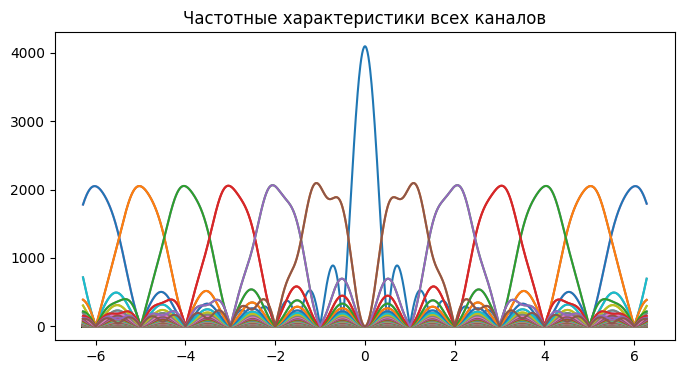


Рисунок 9.2

**Выводы.**

Приложение

Код на python: