Filip Krauz-Damski 267 681 Filip Kubecki 272 655

Grupa: Pon 13:15

Data wykonania ćwiczenia: 25 marca 2024rData sporządzenia sprawozdania: 7 kwietnia 2024r

# Ćwiczenie 3. Pomiary rezystancji i impedancji

#### Spis przyrządów 1

Do wykonania ćwiczenia wykorzystano:

- Przenośny multimetr analogowy AX-7003
- Multimetr cyfrowy Agilent 34401A
- Oscyloskop cyfrowy Agilent DSO3062A
- Generator funkcji Agilent 33220A
- Zasilacz laboratoryjny symetryczny NDN DF1730SL20A

#### 2 Przebieg i cele doświadczeń

Doświadczenie polegało kolejno na:

- Sprawdzeniu nominalnej rezystancji wszystkich oporników przydzielonych przez prowadzacego,
- Zmierzeniu omomierzem rezystancji przydzielonych oporników w układzie dwupunktowym,
- Zmierzeniu omomierzem trzech oporników wzorcowych oraz zapisaniu ich klasy dokładności nadanej przez producenta,
- Zmierzeniu rezystancji opornika z radiatorem, używając do tego różnych przewodów w celu zaobserwowania różnic we wskazaniach,
- Zmierzeniu rezystancji własnych przewodów długich o małym polu przekroju, dużym polu przekroju oraz krótkich o dużym polu przekroju,
- Zmierzeniu rezystancji opornika z radiatorem, używając metody czteropunktowej w celu pominięcia oporów przewodów pomiarowych,
- Oszacowaniu maksymalnego napięcia oraz nateżenia dla opornika z radiatorem(tak aby moc wydzielona nie przekraczała 50[W]), a także pozostałych rezystorów(aby moc wydzielona nie przekraczała 2[W]),

- Zestawieniu układu poprawnego pomiaru natężenia oraz napięcia, zmierzeniu kolejno napięcia i natężenia dla każdego z oporników w obydwu układach, a następnie wyliczeniu rezystancji na podstawie tych pomiarów,
- Wyznaczeniu rezystancji granicznej multimetru, w celu sprawdzenia metody pomiaru,
- Wyznaczeniu częstotliwości granicznych oraz napięć wyjściowych, w celu wyliczenia wartości składowych R, L, C,

# 3 Wyniki pomiarów

Część 1 - Odczytywanie wartości rezystorów na stanowisku

Tabela 1

Typ opornika	$\operatorname{Rezystancja}[\Omega]$	Tolerancja[%]
Opornik wzorcowy	10	0.01
Rezystor z radiatorem	2.2	5
Płytka rezystor 1	100	5
Płytka rezystor 2	6800	5
Płytka rezystor 3	220000	5

Część 2 - Pomiary rezystancji w układzie dwupunktowym

Tabela 2

Typ opornika	$\mathrm{Warto\acute{s}\acute{c}}[\Omega]$	$\mathbf{Z}\mathbf{a}\mathbf{kres}[\Omega]$	${ m Niepewność}[\Omega]$
Opornik wzorcowy	10.057	100	0.21
Radiator	2.278	100	0.21
Płytka rezystor 1	99.194	100	0.21
Płytka rezystor 2	6727.3	10000	0.39
Płytka rezystor 3	221750	1000000	11

Część 3 - Pomiary rezystancji miernikiem analogowym

Tabela 3

Typ opornika	${ m Rezystancja}[\Omega]$	$\mathrm{Warto\acute{s}\acute{c}}[\Omega]$	$\mathbf{Z}\mathbf{a}\mathbf{kres}[\Omega]$	${ m Niepewność}[\Omega]$
Płytka rezystor 1	100	90	10000	500
Płytka rezystor 2	6800	6500	1000000	50000
Płytka rezystor 3	220000	500000	1000000	50000

Część 4 - Pomiary oporników wzorcowych metodą czteropunktowych  $$\operatorname{Tabela} 4$$ 

Typ opornika	$\mathrm{Warto\acute{s}\acute{c}}[\Omega]$	$\mathbf{Z}\mathbf{a}\mathbf{kres}[\Omega]$	${f Niepewność}[\Omega]$
Rezystor wzorcowy 0.1	0.101	100	0.0031
Rezystor wzorcowy 10	9.999	100	0.0033
Rezystor wzorcowy 100	99.992	100	0.0060

Część 5 - Pomiary rezystancji opornika z radiatorem przy pomocy różnych przewodów

Tabela 5

Typ przewodów	$\mathrm{Warto\acute{s}\acute{c}}[\Omega]$	$\mathbf{Z}\mathbf{a}\mathbf{kres}[\Omega]$	Rezystancja przewodów $[\Omega]$	${ m Niepewność}[\Omega]$
Grube 1m	2.287	100	0.072	0.0031
Cienkie 1m	2.423	100	0.203	0.0031
Grube 0.2m	2.279	100	0.081	0.0031

Część 10 - Pomiary rezystancji przy wykorzystaniu metody poprawnego pomiaru napięcia

Tabela 6

$\mathbf{Opornik}[\Omega]$	$\mathbf{U}[\mathbf{V}]$	I[mA]	$rn_U[{ m V}]$	$rn_I[{ m mA}]$	$\mathbf{R}[\Omega]$	$\Delta_s[\Omega]$	$\delta_s[\%]$	$u_c(R)[\Omega]$
2.2	4.0961	1828.8	10	3000	2.239	-0.00000051	0.000023	0.0027
220000	5.0593	0.0233	10	10	221956.851	-4900	2.2	9400
6800	5.0557	0.7521	10	10	6726.633	-4.6	0.068	9.3
100	4.793	48.466	10	100	98.895	-0.00098	0.00099	0.021

Część 11 - Pomiary rezystancji przy wykorzystaniu metody poprawnego pomiaru prądu

Tabela 7

$\mathbf{Opornik}[\Omega]$	$\mathbf{U}[\mathbf{V}]$	I[mA]	$rn_U[{ m V}]$	$rn_I[{ m mA}]$	$\mathbf{R}[\Omega]$	$\Delta_s[\Omega]$	$\delta_s[\%]$	$u_c(R)[\Omega]$
2.2	5.0516	1.8212	10	30000	2.673	0.1	3.8	0.0033

Część 16 - Pomiar imedancji przy pomocy oscyloskopu oraz generatora funkcji

Tabela 8

Częstotliwość[Hz]	Napięcie PeakToPeek[mV]
10	10
40	10
80	10
100	10
400	10
800	60
1000	80
4000	300
8000	500
10000	600
40000	800
80000	1000
100000	1000
400000	1000
800000	1000
1000000	1000
4000000	1000
8000000	1000
10000000	1000

# 4 Analiza wyników

# Część 1-2

Na podstawie pomiarów z części 1 i 2 możemy przeprowadzić analizę poprawności pomiarów z wartością podaną przez producenta. W tabeli poniżej zebrano najważniejsze dane potrzebne do tej analizy:

$R_p[\Omega]$	$R_{zm}[\Omega]$	$T_{R_p}[\Omega]$	$oldsymbol{\Delta}[\Omega]$	$u_b(R_p-R_{zm})[\Omega]$	$R_p - R_{zm}[\Omega]$
10	10.057	0.0010	0.21	0.12	0.057
2.2	2.278	0.11	0.21	0.14	0.078
100	99.194	5.0	0.21	2.9	0.806
6800	6727.3	340	0.39	200	72.7
220000	221750	11000	11	6400	1750

 $<sup>\</sup>boldsymbol{R_p}$ - rezystancja podana przez producenta,

 $<sup>\</sup>boldsymbol{R_{zm}}$ - rezystancja zmier<br/>zona miernikiem Agilent 34401A,

 $T_{R_p}$  - tolerancja rezystora o rezystancji  $R_p$  przeliczona na odpowiadając wartość w  $\Omega,$ 

 $\Delta$  - niepewność bezwzględna pomiaru rezystancji  $R_{zm}$ ,  $u_b(R_p-R_{zm})$  - niepewność wynikająca z niepewności pomiarowej oraz tolerancji rezystora,

Z tabeli można wywnioskować, że różnica między wartością podaną przez producenta a wartością zmierzoną miernikiem mieści się w zakresie niepewności szacowanej wynikającej z niepewności pomiaru oraz tolerancji rezystorów.

Niepewność standardową typu B (niepewność szacowaną) obliczamy ze wzoru:

$$u_b(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta_i^2}{3}}$$

 $\Delta_i$  - kolejne niepewności pomiarowe wynikające z urzadzeń pomiarowych, tolerancji elementów mierzonych, błędów eksperymentatora itp,

Przykładowo dla rezystora  $10[\Omega]$  na podstawie niepewności pomiarowej oraz tolerancji elementu:

$$u_b(R_p-R_{zm}) = \sqrt{\frac{\Delta^2}{3} + \frac{T_{R_p}^2}{3}} = \sqrt{\frac{(0.2033017[\Omega])^2}{3} + \frac{(0.001[\Omega])^2}{3}} = 0.117377717[\Omega] \approx 0.12[\Omega]$$

Niepewność pomiaru rezystancji przy pomocy miernika Agilent 34401A przy pomocy metody dwupunktowej (2W) bez wykorzystywania funkcji  $\pmb{NULL}$  obliczamy ze wzoru:

$$\Delta = \pm (\alpha\% \cdot rdg + c\% \cdot rng + 0.2)$$

 $\alpha$  - współczynnik podany przez producenta który wymnażamy przez odczyt,

rdg - wartość odczytana,

c - współczynnik podany przez producenta który wymnażamy przez zakres,

rng - zakres na którym zmierzono wartość/największa wartość jaką da się zmierzyć na zakresie,

Przykładowo dla rezystora wzorcowego o wartości  $10[\Omega]$ :

$$\Delta = \pm (0.003\% \cdot 10.057 + 0.003\% \cdot 100 + 0.2) = 0.2033017[\Omega] \approx 0.21[\Omega]$$

### Część 3

Wyniki pomiarów pierwszych dwóch rezystorów ( $100[\Omega]$  i  $6800[\Omega]$ ) przy pomocy miernika analogowego wskazały poprawność pomiarów w granicy błędu pomiarowego miernika. W przypadku trzeciego rezystora o wartości  $220~000[\Omega]$  wynik znacznie odbiegał od wartości podanej przez producenta i nie mieścił się w błędzie pomiarowym.

Wynika to z konstrukcji skali miernika (która wynika z zasady jego działania), która jest nieliniowa i pozwala na dokładny odczyt wartości z dolnego przedziału skali, lecz jej dokładność spada dla wartości najwyższych. W powyższym przypadku miernik nie pozwala na dokładne określenie wartości z zakresu od 100  $000[\Omega]$  do  $500~000[\Omega]$ . Stąd niepoprawny wynik pomiaru.

Niepewność pomiarową miernika analogowego AX-7003 obliczamy ze wzoru:

$$\Delta = \frac{kl \cdot X_{max}}{100\%}$$

 $\boldsymbol{kl}$  - klasa dokładności multimetra podawana w procentach,

 $X_{max}$  - zakres pomiarowy/największa wartość możliwa do zmierzenia na zakresie,

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $100[\Omega]$  przy pomocy miernika AX-7003:

$$\Delta = \frac{5\% \cdot 10000}{100\%} = 500[\Omega]$$

### Część 4

Porównując wartości rezystancji z wartościami mierzonymi jesteśmy w stanie określić, że pomiary zostały przeprowadzone poprawnie. Metoda czteropunktowa pozwoliła na uzyskanie wyników o bardzo dużej dokładności jednak dla pewności porównamy różnicę między wartością podaną przez producenta a wartością zmierzoną a niepewnością typu b wynikającą z niepewności pomiarowej i tolerancji wykonania rezystorów:

$R_p[\Omega]$	$R_{zm}[\Omega]$	$R_p - R_{zm}[\Omega]$	$u_b(R_p-R_{zm})[\Omega]$
0.1	0.101	0.001	0.0018
10	9.999	0.001	0.0020
100	99.992	0.008	0.0068

 $R_p$  - rezystancja podana przez producenta,

 $R_{zm}$  - rezystancja zmierzona miernikiem Agilent 34401A,

 $u_b(R_p-R_{zm})$  - niepewność wynikająca z niepewności pomiarowej oraz tolerancji rezystora,

Możemy zauważyć, że dla dwóch pierwszych pomiarów różnica wartości jest w granicy niepewności pomiarowej typu b. W przypadku trzeciego pomiaru różnica jest większa od niepewności typu b i wynosi ona jedynie  $0.0012[\Omega]$ . Wynika ona prawdopodobnie z błędnego przyjęcia że urządzenia były kalibrowane w przeciągu 24 h. Zmienia to współczynniki z który liczona jest Niepewność pomiaru miernikiem i może to zaniżać rzeczywistą niepewność z jaką miernik dokonuje pomiarów.

W celu sprawdzenia tej tezy wyliczono niepewność typu b w przypadku niepewności liczonej ze współczynników dla multimetra kalibrowanego ponad 1 rok temu. Kalkulacja ta dla pomiaru rezystora  $100[\Omega]$  dała nam niepewność typu b wynoszącą:

$$u_b(R_p - R_{zm}) = 0.009932733773...[\Omega] \approx 0.010[\Omega]$$

W tym przypadku więc różnica między wartościami rezystancji mieści się w zakresie niepewności typu b. Należałoby również zapytać opiekuna urządzeń w sali o okres, w jakim urządzenia są kalibrowane, aby wiedzieć jakie wartości przyjmować dla przyszłych obliczeń niepewności.

Niepewność pomiarową miernika Agilent 34401A przy metodzie czteropunktowej wyliczamy podobnie jak niepewność metody dwupunktowej wykorzystanej w części 2 jednak nie dodajemy do wyniku stałej  $0.2[\Omega]$ . Niepewność typu b również wyliczamy analogicznie jak w punkcie 2.

### Część 5-6

Wskazania omomierza dla różnych przewodów różnią się, ponieważ do pomiaru dodaje się rezystancja przewodów. Przewody mają różne rezystancje zależnie od ich długości i pola przekroju. Wynika to z zależności:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

 $\rho$  - rezystywność materiału z jakiego zrobiony jest przewód,

 $\boldsymbol{l}$  - długość przewodu,

 $\boldsymbol{S}$  - pole przekroju poprzecznego przewodu,

Dlatego przewody dłuższe i o małym polu przekroju będą zawyżały wynik bardziej niż przewody krótkie o dużym polu przekroju. Zauważamy to w pomiarach gdzie największą rezystancję zmierzono długimi przewodami o małym polu przekroju a najmniejsza rezystancję krótkimi przewodami o dużym polu przekroju.

Aby zredukować wpływ rezystancji przewodów zmierzono rezystancję kolejnych przewodów zwierając je przy włączonym omomierzu i odczytując wyniki a następnie odejmując odczytaną wartość od wyniku pomiaru przy pomocy danych przewodów. Poniżej umieszczono tabelę podsumowującą te obliczenia:

$R_p[\Omega]$	$R_{zm}-R_k[\Omega]$	$R_p - (R_{zm} - R_k)[\Omega]$	$u_b(x)[\Omega]$
2.2	2.215	0.015	0.067
2.2	2.22	0.02	0.067
2.2	2.198	0.002	0.067

 $R_p$  - rezystancja podana przez producenta,

 $\boldsymbol{R_{zm}}$  - rezystancja rezystora,

 $R_k$  - rezystancja przewodów,

 $u_b(x)$  - niepewność typu b wynikająca z niepewności pomiarowej rezystora, przewodów oraz tolerancji rezystora,

Można zauważyć, że różnica między wartością oczekiwaną a wartością obliczoną jest mniejsza niż błąd pomiarowy z jakim została wyznaczona. Można więc uznać, że wartość wyznaczona jest w granicy błędu pomiarowego. W tabeli nr 5 można jednak zauważyć pewną nieścisłość z założeniami. Zgodnie ze wzorem na rezystancje przewodnika Krótkie przewody o dużym przekroju poprzecznym powinny posiadać najmniejszą rezystancję jednak w tym przypadku jest ona większa od rezystancji przewodów o długości 1 metr i dużym przekroju poprzecznym. Wynik przed odjęciem rezystancji przewodów jednak zachowują się zgodnie z przewidywaniami.

Powodem tej anomalii może być wymienianie się przewodami przez grupy eksperymentujące. Po wykonaniu pomiarów z części 5 przewody były pożyczane innym stanowiskom, gdyż sala nie posiadała wystarczającej ilości kompletów przewodów. Możliwe jest więc, że po wykonaniu pomiarów z części 5 gruba pożyczająca przewody zwróciła z powrotem na stanowisko komplet inny niż pożyczany. Na przyszłość można uniknąć tego typu sytuacji dodając etykiet na przewodach.

### Część 7

Za pomocą multimetru Agilent 34401A zmierzono rezystancję opornika z radiatorem, ale tym razem w układzie czteropunktowym. Poniżej przedstawiono wyniki tego pomiaru oraz porównanie wartości zmierzonej do wartości podanej przez producenta:

$R_p[\Omega]$	$R_{zm}[\Omega]$	$R_p - R_{zm}[\Omega]$	$u_b(x)[\Omega]$
2.2	2.234	0.034	0.064

 $R_p$  - rezystancja podana przez producenta,

 $R_{zm}$  - rezystancja rezystora,

 $u_b(x)$  - niepewność typu b wynikająca z niepewności pomiarowej rezystora i tolerancji rezystora,

Możemy zauważyć, że wyniki zawierają się w przedziale niepewności pomiarowej. Porównując wyniki z części od 5 do 7:

$R_p[\Omega]$	$R_{2w}+R_k[\Omega]$	$R_{2w}[\Omega]$	$R_{4w}[\Omega]$
2.2	2.287	2.215	2.234
	2.423	2.22	
	2.279	2.198	

 $R_p$  - rezystancja podana przez producenta,

 $\boldsymbol{R_{2w}}$  - rezystancja rezystora mierzona metodą dwu punktową,

 $R_{4w}$  - rezystancja rezystora mierzona metodą cztero punktową,

 $R_k$  - rezystancja przewodów,

Na podstawie tych wyników możemy zauważyć, że metoda czteropunktowa pozwala nam na uzyskanie dokładnego wyniku bez wykonywania dodatkowych obliczeń oraz bez obaw o rezystancję wykorzystanych przewodów. Wadą tej metody jest układ pomiarowy o niewiele większym poziomie skomplikowania. Jednak jeśli nasze urządzenie pomiarowe udostępnia metodę czteropunktową wskazanym byłoby wykorzystywanie jej zamiast metody dwupunktowej.

### Część 8

Maksymalne napięcie oraz natężenie prądu, jakie może płynąć przez rezystor  $2.2[\Omega]$  tak, aby nie przekroczono mocy 50[W] można wyliczyć przekształcając poniższe wzory:

$$P = \frac{U^2}{R}$$
  $\Rightarrow$   $U = \sqrt{P \cdot R}$   $P = I^2 \cdot R$   $\Rightarrow$   $I = \sqrt{\frac{P}{R}}$ 

Podstawiając wartość rezystancji i maksymalną moc otrzymujemy:

$$U = \sqrt{50[W] \cdot 2.2[\Omega]} = 10.48808848[V]$$
$$I = \sqrt{\frac{50[W]}{2.2[\Omega]}} = 4.767312946[A]$$

## Część 9

Analogicznie do części 8 wykonano oszacowania maksymalnego napięcia i natężenia prądu dla rezystorów zamieszczonych na osobnej płytce. Założono, że maksymalna moc możliwa do wydzielenia na tych rezystorach to 2[W]. Poniżej zamieszczono wyniki tych obliczeń:

$R[\Omega]$	$U[\mathbf{V}]$	$I[\mathrm{mA}]$	P[W]
100	14.14213562	141.4213562	2
6800	116.6190379	17.14985851	2
220000	663.3249581	3.015113446	2

### Część 12-15

W tabelach 6 i 7 umieszczono wyniki wszystkich pomiarów oraz obliczeń wymaganych w tej części ćwiczenia. Z powodu błędnie przeprowadzonego pomiaru układem poprawnego pomiaru prądu tabela nr 7 zawiera dane dla tylko jednego rezystora (2.2[ $\Omega$ ] - rezystor z radiatorem), gdyż był to jedyny pomiar, jaki udało się poprawić przed zakończeniem zajęć.

Dodatkowo poniżej przedstawiono rezystancje graniczne dla poszczególnych rezystorów i metod:

Metoda poprawnego pomiaru napięcia

Rezystancja rezystora $[\Omega]$	$\mid  ext{Rezystancja graniczna}[\Omega] \mid$	
2.2	1000	
220000	7071.1	
6800	7071.1	
100	7071.1	

#### Metoda poprawnego pomiaru prądu

Rezystancja rezystora $[\Omega]$	Rezystancja graniczna $[\Omega]$
2.2	1000

Na podstawie rezystancji granicznej możemy wyznaczyć jaką metodę pomiarową należy zastosować, aby uzyskać jak najdokładniejszy wynik. Zasada mówi że jeżeli przewidywana wartość rezystancji mierzonej jest większa od rezystancji granicznej należy zastosować metodę poprawnego pomiaru prądu. Jeżeli rezystancja mierzona jest mniejsza od rezystancji granicznej należy zastosować układ poprawnego pomiaru napięcia.

Na podstawie danych jesteśmy w stanie określić, że aby uzyskać jak najlepsze wyniki należałoby zmierzyć:

- Metoda poprawnego pomiaru napięcia rezystory o wartościach 2.2,  $100 \text{ i } 6800[\Omega]$ ,
- Metodą poprawnego pomiaru prądu rezystor o wartości 220[k $\Omega$ ]

Z powodu błędnie przeprowadzonych pomiarów metodą poprawnego pomiaru prądu nie posiadamy odpowiednich danych, aby bezpośrednio porównać wyniki obu metod ze sobą ale z posiadanej próbki danych wciąż jesteśmy wyciągnąć pewne wnioski. Po pierwsze dla pomiaru rezystora  $2.2[\Omega]$  który jako jedyny został poprawnie zmierzony oboma metodami jesteśmy w stanie wyciągnąć wnioski. Na podstawie rezystancji granicznej wstępnie określiliśmy, że najlepszą metodą do wykonania tego pomiaru będzie metoda poprawnego pomiaru napięcia. Gdy porównamy wartość podaną przez producenta z wartościami obu metod pomiarowych możemy zauważyć, że metoda poprawnego pomiaru napięcia pozwoliła nam na otrzymanie o wiele dokładniejszego wyniku.

Potwierdzałoby to poprawność wyboru metody pomiaru przy pomocy wartości rezystancji granicznej.

Wartość rezystancji na podstawie pomiarów metodą poprawnego pomiaru napięcia wyliczono przy pomocy wzoru:

$$R = \frac{U_v}{I_A - Iv} = \frac{U_v}{I_A - \frac{U_v}{R_{cc}}}$$

 $U_v$  - napięcie mierzone woltomierzem,

 $I_A$  - prąd przepływający przez amperomierz,

 $I_v$  - prąd przepływający przez woltomierz,

 $\boldsymbol{R_v}$  - rezystancja woltomierza,

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $100[\Omega]$ :

$$R = \frac{4.793[V]}{48.466[mA] - \frac{4.793[V]}{10[M\Omega]}} = 98.89504...[\Omega]$$

Bezwzględny błąd systematyczny metody poprawnego pomiaru napięcia wyliczono ze wzoru:

$$\Delta_s = \frac{-(R)^2}{R + R_v}$$

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $100[\Omega]$ :

$$\Delta_s = \frac{-(98.895[\Omega])^2}{98.895[\Omega] + 10[M\Omega]} = -0.000978[\Omega] \approx -0.00098[\Omega]$$

Względny błąd systematyczny metody poprawnego pomiaru napięcia wyliczono ze wzoru:

$$\delta_s = \frac{-R}{R + R_v} \cdot 100\%$$

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $100[\Omega]$ :

$$\Delta_s = \frac{-(98.895[\Omega])}{98.895[\Omega] + 10[M\Omega]} = -0.0009889[\%] \approx -0.00099[\%]$$

Wartość rezystancji na podstawie pomiarów metodą poprawnego pomiaru prądu wyliczono przy pomocy wzoru:

$$R = \frac{U_v}{I_A} - R_A$$

 ${\cal R}_A$  - rezystancja amperomierza na danym zakresie,

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $2.2[\Omega]$ :

$$R = \frac{5.0516[V]}{1.8212[A]} - 0.1[\Omega] = 2.673775533[\Omega]$$

Bezwzględny błąd systematyczny metody poprawnego pomiaru prądu jest równy rezystancji wewnętrznej amperomierza na danym zakresie. Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $2.2[\Omega]$  wynosi on  $0.10[\Omega]$ .

Względny błąd systematyczny metody poprawnego pomiaru prądu obliczono ze wzoru:

$$\delta_s = \frac{R_A}{R} \cdot 100\%$$

Przykładowo dla pomiaru rezystora o wartości  $2.2[\Omega]$ :

$$\delta_s = \frac{0.1[\Omega]}{2.673775533[\Omega]} \cdot 100\% = 3.740029[\%] \approx 3.8[\%]$$

Niepewność pomiarową wynikającą z prawa propagacji błędu wyznaczono ze wzoru:

$$u(R) = \sqrt{(\frac{1}{I_A} \cdot u(U_v))^2 + (\frac{-U_v}{I_A^2} \cdot u(I_A))^2}$$

Przykładowo dla rezystora  $100[\Omega]$ :

$$u(R) = \sqrt{(\frac{1}{0.048466[A]} \cdot 0.000111895[V])^2 + (\frac{-4.793[V]}{0.048466[A]^2} \cdot 0.00001008[A])^2} = 0.0207[\Omega] \approx 0.021[\Omega]$$

# Część 16

Częstotliwość graniczna to częstotliwość, przy której różnica między wartością wejściową sygnału a wyjściową sygnału to 3[dB]. Częstotliwość tą możemy wyliczyć przekształcając wzór:

$$P_{dB} = 20 \log(\frac{V_{out}}{V_{in}})$$

 $P_{dB}$  - wzmocnienie/osłabienie sygnału,

 $oldsymbol{V}_{in}$  - napięcie wejściowe,

 $V_{out}$  - napięcie wyjściowe,

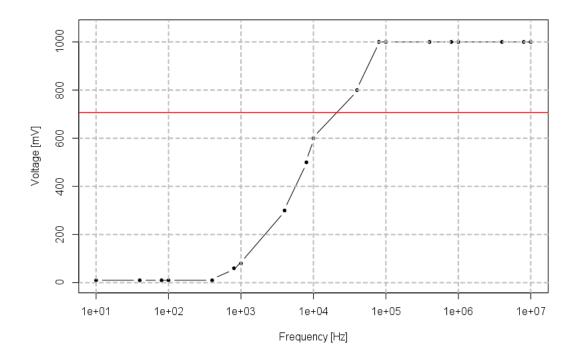
Przekształcając powyższy wzór aby obliczyć  $V_{out}$ :

$$V_{out} = 10^{\frac{P_{dB}}{20}} \cdot V_{in}$$

Podstawiając nasze dane:

$$V_{out} = 10^{\frac{-3[dB]}{20}} \cdot 1[V] = 0.707946[V]$$

Przy pomocy danych możemy wykreślić wykres zależności napięcia od częstotliwości i zaznaczyć na nim częstotliwość graniczną:



Na podstawie wykresu możemy zaobserwować, że krzywa posiada tylko jeden punkt przecięcia z linią częstotliwości granicznej (czerwona linia). Zakładając ze układ, na którym odbywały się pomiary to szeregowy układ RLC wskazywałoby to na posiadanie przez układ tylko składowej C lub L. Znając charakterystykę kapacytancji i induktancji możemy od razu zauważyć, że nasz element mierzony blokuje małe częstotliwości co jest w przypadku połączenia szeregowego elementów charakterystyczne dla elementów pojemnościowych. Możemy wiec wywnioskować, że mierzony układ to dwójnik RC.

Na podstawie wykresu wyznaczamy częstotliwość graniczną na około 33[kHz]. Moduł impedancji wyliczamy ze wzoru:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{2\pi f C})^2}$$

Częstotliwość graniczna dla filtra górnoprzepustowego wyraża się wzorem:

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

Wzór na impedancję elementu mierzonego stworzony na podstawie wzoru na impedancyjny dzielnik napięcia:

$$Z_L = Z_0(\frac{V_{open}}{V_{loaded}} - 1)$$

 $Z_L$  - impedancja przy obciążenia,

 $\boldsymbol{Z_0}$  - impedancja nieobciążonego układu<br/>(w tym przypadku podana przez producenta),

 $V_{open}$  - napięcie na rozwartym generatorze funkcji,

 $oldsymbol{V_{loaded}}$  - napięcie na obciążonym generatorze funkcji,

Podstawiając do powyższego wzoru obliczamy impedancję układu mierzonego:

$$Z_L = 50[\Omega] \cdot (\frac{1[V]}{0.707946[V]} - 1) = 20.626...[\Omega]$$

Korzystając ze wzoru na moduł impedancji oraz wzoru na częstotliwość graniczną, które zostały wypisane powyżej, możemy obliczyć składowe R i C przy pomocy układu równań. Obliczenie tego układu równań zostało przeprowadzone przy pomocy programu Wolframalpha. Poniżej zostały przedstawione wyniki tych kalkulacji:

$$R \approx 14.5848[R]$$

$$C \approx 0.000000330678[F] = 330.678[nF]$$

# 5 Uwagi i wnioski

Ćwiczenie pozwoliło na dokładniejsze zrozumienie doboru metody pomiaru rezystancji od danych warunków eksperymentu. Zaczynając od pomiarów przy wykorzystaniu omomierza analogowego możemy zauważyć, że jest on urządzeniem przydatnym w przypadku gdy potrzebujemy określić przybliżoną wartość rezystancji elementu mierzonego i gdy nie zależy nam na dużej dokładności.

W przypadku pomiarów od których wymagamy wysokiej precyzji możemy podejść do tego zadania na jeden z trzech sposobów:

- Metodą bezpośrednią metoda dwu i czteropunktowa,
- Metodą pośrednią poprzez pomiar napięcia i natężenia prądu elektrycznego na elemencie badanym,
- Metoda mostkowa/zerowa mostek wheatstone'a lub thomsona,

Jeżeli chcemy wykonać pomiar przy wykorzystaniu jak najprostszego układu pomiarowego wskazaną metodą będzie metoda bezpośrednia. Większość omomierzy i multimetrów pozwala na tego typu pomiary przy pomocy metody dwupunktowej. Mimo że pomiar ten jest dokładny to należy uwzględnić przy nim rezystancję przewodów pomiarowych, które stosujemy. Lepszą alternatywą będzie metoda czteropunktowa. Pozwala ona na dokładny pomiar rezystancji bez obawy o wpływ przewodów na układ mierzony. Niestety nie każdy miernik pozwala na pomiar przy wykorzystaniu tej metody.

Innym podejściem do pomiaru rezystancji jest metoda pośrednia. Polega ona na jednoczesnym pomiarze napięcia i natężenia na elemencie mierzonym. Metoda ta posiada dość skomplikowany układ pomiarowy składający się z dwóch mierników, źródła zasilania oraz elementu mierzonego. Dodatkowym problemem tej metody jest określenie topologi układu z uwzględnieniem pozycji mierników. Do określenia jakiej metody jaką posłużymy się posłużymy się wartością rezystancji granicznej miernika. Pozwala ona określić nam czy do pomiaru rezystancji należy wybrać metodę poprawnego pomiaru napięcia czy metodę poprawnego pomiaru prądu.

Wyżej wymienione metody pozwalają nam na wyróżnienie sposobu dokładnego pomiaru małych i bardzo dużych rezystancji. Jednak warto byłoby wspomnieć o jeszcze jednej metodzie niewymienionej w ćwiczeniu. Jest to metoda mostka Thomsona. Jest to metoda mostkowa wykorzystująca skomplikowany układ pomiarowy, jednak daje nam przewagę, której nie dają nam żadne inne metody. Pozwala ona na dokładne pomiary rezystancji o wartości mniejszej od  $1[\Omega]$ .

## Uwagi

Przy przeprowadzaniu doświadczenia, eksperymentatorzy napotkali kilka problemów, które doprowadziły do pogorszenia wyników ćwiczenia. W części 11 gdzie należało skonstruować układ poprawnego pomiaru prądu eksperymentatorzy popełnili błąd przy podłączaniu terminali mierników. Spowodowało to to, że rzeczywisty układ jak i został złożony był układem poprawnego pomiaru napięcia. Należy wyciągnąć wnioski, że warto wielokrotnie upewniać się co do poprawności zsyntetyzowanego układu pomiarowego oraz że należy sprawdzać, czy wyniki, jakie daje nam metoda pomiarowa na pewno pokrywają się z wartościami przewidywanymi.

## References

- [1] https://wzn.pwr.edu.pl/materialy-dydaktyczne/metrologia-elektroniczna
- $[2] \ \ https://lpf.wppt.pwr.edu.pl/pomoce-dydaktyczne.php$
- [3] https://www.wolframalpha.com/
- [4] https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-01144/data-sheets/5988-8544.pdf
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical-impedance
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/High-pass-filter