Igor Czerwiec - 277680
Filip Kubecki - 272655

Fizyka 3.1

Wyznaczanie wartości przyśpieszenia ziemskiego

Nr ćwiczenia: 17

Data wykonania ćwiczenia: 14.03.2024r
Data oddania sprawozdania: 21.03.2024r

1 Wstęp

Celem zadania jest wyznaczenie stałej grawitacji przy pomocy wahadła matematycznego oraz wahadła fizycznego.
Wykorzystane przyrządy pomiarowe:

- Waga laboratoryjna (błąd pomiarowy 0.1 g)
- Suwmiarka (błąd pomiarowy 0.05 mm)
- Stoper (błąd pomiarowy 0.01 s)
- Przymiar (błąd pomiarowy 2 mm)

2 Dane

Niepewności

Wartość niepewności $u(n)$ została podniesiona z 1 do 2 z powodu niedokładności w liczeniu wahnięć przez eksperymentatorów.

Wahadło matematyczne

L[mm]	**n**	t_i[s]	$\boldsymbol{\Delta}$**t**[s]
555	100	147.1	144.17
		144.54	
		140.88	
310	100	110.08	109.44
		108.13	
		110.12	
160	100	78.54	78.36
		78.1	
		78.44	

Wahadło fizyczne

Masa[g]	**d**[mm]	**D**[mm]	**I**[kgm^2]	**n**	t_i[s]	$\boldsymbol{\Delta}$**t**[s]
264	129.5	140	0.00231	100	73.83	74.08
					73.74	
					74.67	

3 Obliczenia

Niepewność standardową typu A (niepewność statystyczna) obliczamy ze wzoru:

$$u_a(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \hat{x})^2}{n(n-1)}}$$

x_i - kolejne pomiary danej wartości,

$\hat{x}$ - średnia z wartości x_i,

$\hat{n}$ - ilość pomiarów,

Przykładowo dla pomiaru okresu 100 wahnięć wahadła matematycznego:

$$u_a(x) = \sqrt{\frac{(147.1 - 144.173)^2 + (144.54 - 144.173)^2 + (140.88 - 144.173)^2}{6}} =$$
$$= 1.80489458[s] \approx 1.8[s]$$

Niepewność pomiarową typu b (niepewność szacowana) obliczamy ze wzoru:

$$u_b(\Delta) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\frac{(\Delta_i)^2}{3}}$$

Δ_i - kolejne błędy pomiarowe np: przyrządu, obserwatora,odczytu wartości tablicowych itd, Przykładowo dla niepewności pomiarowej pomiaru czasu stoperem(błąd stopera i eksperymentatora):

$$u_b(t) = \sqrt{\frac{(0.01)^2}{3} + \frac{(0.362)^2}{3}} = 0.209080527[s] \approx 0.21[s]$$

Niepewność całkowita wyraża się wzorem:

$$u(x) = \sqrt{u_a^2(x) + u_b^2(x)}$$

Na przykładzie niepewności całkowitej pomiaru czasu:

$$u(T) = \sqrt{1.8048^2 + 0.209^2} = 1.816964257[s] \approx 1.8[s]$$

Okres wahadła:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

Δt - średni czas n wahnięć wahadła,

n - ilość wahnieć wahadła,

Niepewność rozszerzona okresu wahadła T:

$$u_c(T) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_T}{\partial \Delta t}\right)^2 u^2(\Delta t) + \left(\frac{\partial f_T}{\partial n}\right)^2 u^2(n)}$$

3.1 Wahadło matematyczne

Stałą grawitacji dla wahadła matematycznego wyliczamy ze wzoru:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

g - Przyspieszenie ziemskie,

T - Średni okres drgań,

l - Długość wahadła.

Niepewność złożoną dla wzoru na stałą grawitacji wyliczamy ze wzoru:

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_g}{\partial l}\right)^2 u^2(l) + \left(\frac{\partial f_g}{\partial T}\right)^2 u^2(T)} = \sqrt{\frac{16pi^4}{T^4} u^2(l) - \frac{64pi^4 l^2}{T^6} u^2(T)}$$

3.2 Wahadło fizyczne (pierścień metalowy)

Moment bezwładności metalowego pierścienia obliczamy ze wzoru:

$$I = I_0 + m\frac{d^2}{4}$$

I - Moment bezwładności,względem osi obrotu

I_0 - Moment bezwładności pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy,

m - Masa pierścienia.

d - Średnica wewnętrzna

Niewpewnosć złożoną momentu bezwładności metalowego pierścienia wyliczamy ze wzoru:

$$u_c(I) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_I}{\partial I_0}\right)^2 u^2(I_0) + \left(\frac{\partial f_I}{\partial m}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{\partial f_I}{\partial d}\right)^2 u^2(d)} = \sqrt{u^2(I_0) + \frac{m^2d^2}{4}u^2(m) + \frac{d^4}{16}u^2(d)}$$

Moment bezwładności metalowego pierścienia dla osi obrotu przechodzącej przez środek jego masy wyliczamy ze wzoru:

$$I_0 = \frac{1}{8}m(d^2 + D^2)$$

I_0 - Moment bezwładności pierścienia względem osi przechodzącej przez środek masy,

m - Masa pierścienia,

d - Średnica wewnętrzna,

D - Średnica zewnętrzna,

Niepewnosć złożona momentu bezwładności metalowego pierścienia w osi obrotu przechodzącej przez środek jego masy wyliczamy ze wzoru:

$$u_c(I_0) = \sqrt{\left(\frac{\partial I_0}{\partial D}\right)^2 u^2(D) + \left(\frac{\partial I_0}{\partial m}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{\partial I_0}{\partial d}\right)^2 u^2(d)} = \sqrt{\frac{d^4 + d^2D^2 + D^4}{64}u^2(m) + \frac{m^2d^2}{16}u^2(d) + \frac{m^2D^2}{16}u^2(D)}$$

Stałą grawitacji dla wahadła fizycznego obliczamy z zależności:

$$g = 8\pi^2 \frac{I}{T^2 md}$$

g - Przyspieszenie ziemskie,

I - Moment bezwładności,względem osi obrotu przechodzącej przez środek masy,

T - Średni okres drgań,

m - Masa pierścienia.

d - Średnica wewnętrzna

Niepewność rozszerzoną dla wzoru na stałą grawitacji wahadła fizycznego wyliczamy z poniższej zależności:

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial f_g}{\partial I}\right)^2 u^2(I) + \left(\frac{\partial f_g}{\partial T}\right)^2 u^2(T) + \left(\frac{\partial f_g}{\partial m}\right)^2 u^2(m) + \left(\frac{\partial f_g}{\partial d}\right)^2 u^2(d)} =$$

$$\sqrt{\frac{64pi^4}{T^4m^2d^2}u^2(I) + \frac{256pi^4I^2}{T^6m^2d^2}u^2(T) + \frac{64pi^4I^2}{T^4m^4d^2}u^2(m) + \frac{64pi^4}{T^4m^2d^4}u^2(d)}$$

4 Wyniki

Wahadło matematyczne

$\boldsymbol{\Delta t_1}$[s]	$u_a(t_i)$[s]	$u_b(t_i)$[s]	$u(t_i)$[s]	**T**[s]	$u_c(T)$[s]	g[$\frac{m}{s^2}$]	$u_c(g)[\frac{m}{s^2}]$	**Δ**g[$\frac{m}{s^2}$]	$\Delta u_c(g)[\frac{m}{s^2}]$
144.2	1.8	0.21	1.8	1.442	0.034	10.54	0.50	10.349	0.098
109.44	0.66	0.21	0.69	1.094	0.023	10.22	0.43		
78.36	0.13	0.21	0.25	0.784	0.016	10.29	0.42		

Wahadło fizyczne

u_c(**T**)[s]	**u(m)**[g]	**u(d)**[mm]	$I_0[kgm^2]$	$u_c(I_0)[kgm^2]$	**I**$[kgm^2]$	$u_c(I_0)[kgm^2]$	g[$\frac{m}{s^2}$]	$u_c(g)[\frac{m}{s^2}]$
0.015	0.058	0.029	0.00120022	0.00000045	0.00230705	0.00000071	9.71	0.39

5 Wnioski

Wahadło matematyczne

Z otrzymanych wyników trzech przyśpieszeń ziemskich możemy zauważyć, że wszystkie nie mieszczą się w granicach błędu i są dość odległe od przewidywanej wartości około $9.80665\frac{m}{s^2}$. Wynika to prawdopodobnie z wielu niejednolitości w przeprowadzaniu eksperymentu np:

- braku precyzyjnego określenia kąta wychylenia wahadła od pionu,
- błędów przy liczeniu ilości wychyleń wahadła,
- wolnego czasu reakcji eksperymentatora obsługującego stoper,

Można jednak zaobserwować tendencję malejącą w przypadku błędu obliczania przyśpieszenia ziemskiego wraz ze spadkiem długości wahadła matematycznego. Sugerowane byłoby więc, aby dla poprawienia pomiarów używać wahadła o krótkim ramieniu.

Wahadło fizyczne

W przypadku drugiej części eksperymentu uzyskano zadowalające wyniki. Otrzymana wartość $9.71 \pm 0.39[\frac{m}{s^2}]$ mieści się w zakresie oczekiwanej wartości. Świadczy to o wiele większej dokładności oraz przewidywalności drugiej metody wyznaczania przyśpieszenia ziemskiego nad metodą wykorzystującą wahadło matematyczne.