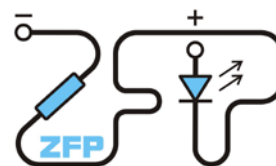


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum 2



Úloha č. XVIII

Název úlohy: Prechodové javy v RLC obvodu

Jméno: Filip Maxin (maxinfilip@gmail.com)

Datum měření: 6.12.2021

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 - 2	
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 17	

Posuzoval: .....

dne: .....

## Pracovná úloha

1. Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu změřte závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ( $C = 0,1 - 10 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti  $L$ .
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

## Teória

Sériový RLC obvod a priebeh jeho prúdu charakterizuje rovnica vyplývajúca z 2. Kirchoffovho zákona [1]:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0 \quad (1)$$

Z riešení tejto rovnice rozlišujeme 3 stavy, ktoré popisujú rôzne situácie v obvode: periodický, medzne aperiodický a aperiodický stav [1].

Periodický priebeh prúdu sa zachováva pri podmienke

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \quad (2)$$

Pri medze aperiodickom stave, kedy platí  $A^2 = (LC)^{-1}$ , pozorujeme postupné tlmenie kmitov prúdu.

V aperiodickom stave platí podmienka  $A^2 > (LC)^{-1}$ , prúd dosiahne maximum veľmi rýchlo a pomaly klesá k nule.

Períodu kmitu periodického stavu RLC obvodu vieme teda odvodiť ako [1]:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (3)$$

Dostatočným zvýšením tlmenie dosiahneme hranicu aperiodizácie, kedy pre aperiodizačný odpor  $R_{ap}$  platí:

$$R_{ap} = 2 \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4)$$

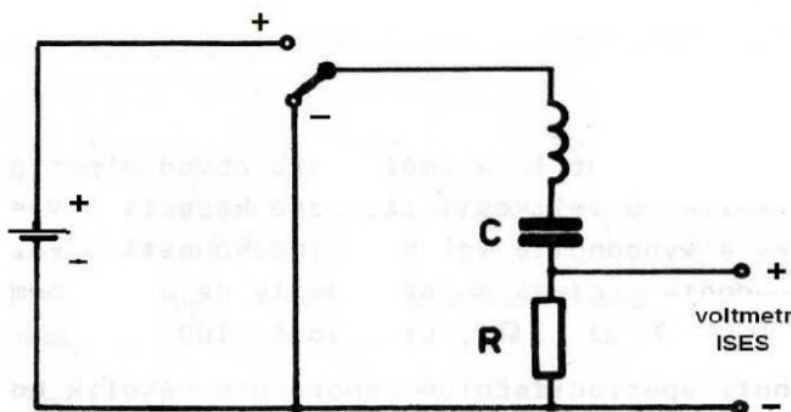
Bez indukčnosti  $L$  v obvode dochádza k vybíjaniu kondenzátora a prúd sa mení úmerne funkcii  $\exp(-t/\tau)$ , kde  $\tau$  je časová konštanta rovná súčinu kapacity a odporu [2].

## Meranie

Presnosť odporovej dekády: 0.1 %

Presnosť kapacitnej dekády: 1 %

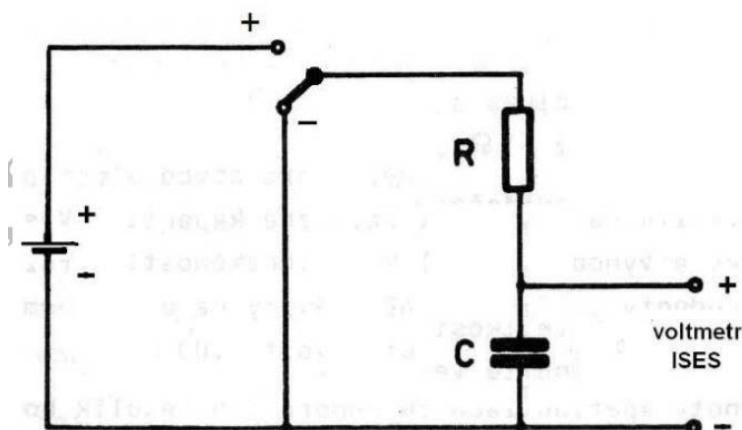
V prvej časti experimentu meriame periodický stav RLC obvodu. Zapájame obvod na Obr. 1 a z programu ISES pri zmene kapacity na dekáde a konštantnom odpore odčítavame veľkosť periódy kmitov [2].



Obr. 1: Zapojenie RLC obvodu s rozhraním ISES

Následne skúmame medzný aperiodizačný stav, kedy pri rôznych hodnotách zaradenej kapacity hľadáme vhodné nastavenie odporovej dekády tak, aby sme sa priblížili hranici aperiodizácie [2]. V tretej časti merania sme po zapojení RC obvodu (Obr. 2) skúmali relaxačnú dobu. Najskôr pri konštantnej kapacite  $C = 10 \mu\text{F}$ , kedy meníme odpor  $R$  a z parametru  $b$  z fitu programu ISES odvodzujeme  $\tau$  ako [2]:

$$\tau = -\frac{1}{b} \quad (5)$$



Obr. 2: Zapojenie RC obvodu

Analogicky postupujeme pre konštantný odpor  $R = 4 \text{ k}\Omega$  a niekoľko vybraných hodnôt kapacity. Výsledky porovnávame so známou závislosťou časovej konštanty  $\tau = RC$ .

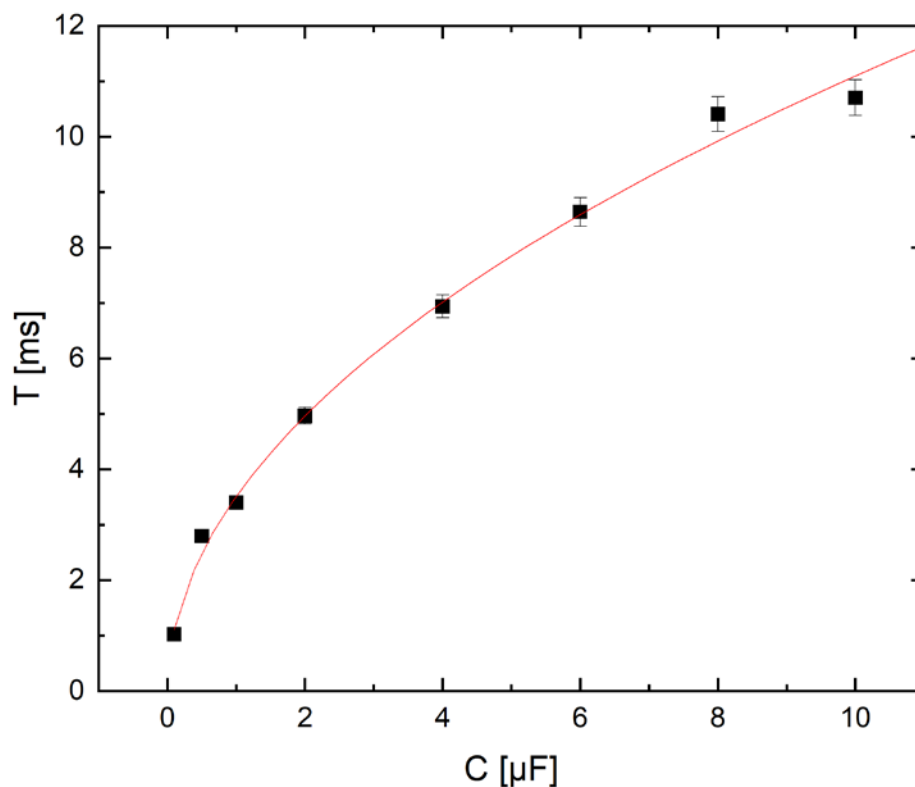
Chyby sme vyhodnocovali metódou prenosu chýb a vzhľadom na systematickú chybu tohto experimentu v niektorých prípadoch odhadom. U grafov už ju automaticky vyhodnocoval program Origin.

Pre použitú referenčnú hodnotu časovej konštanty:

$$\sigma_{\tau_{\text{teor}}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau}{\partial R}\right)^2 (\sigma_R)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial C}\right)^2 (\sigma_C)^2} \quad (6)$$

## Výsledky a spracovanie meraní

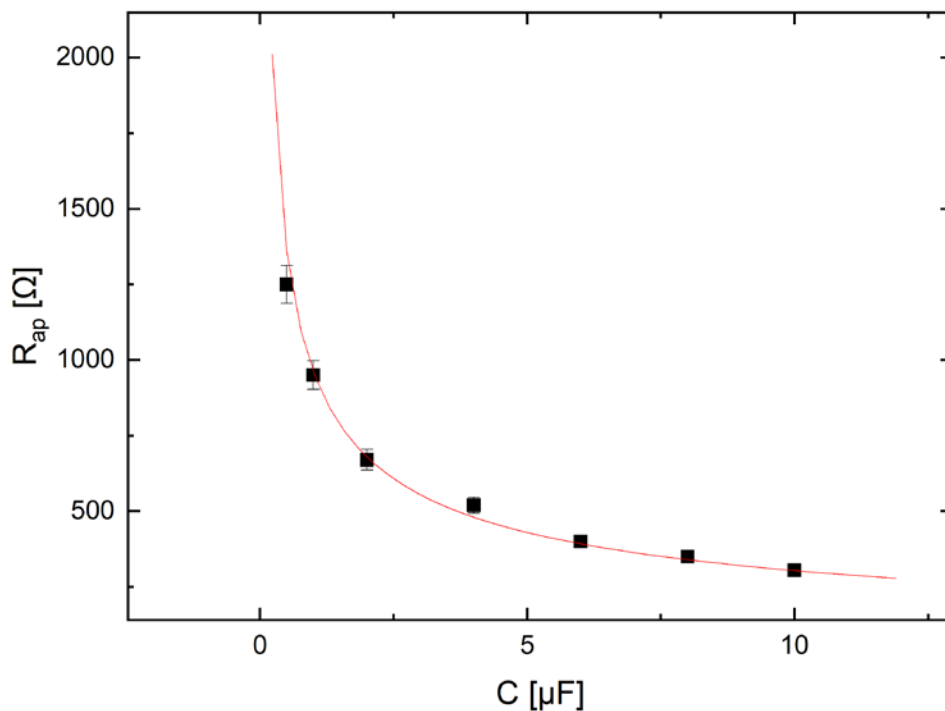
Zapojili sme RLC obvod na Obr. 1, spolu s rozhraním pre program ISES. Pri odpore  $R = 20\ \Omega$  sme sledovali závislosť periódy kmitov na kapacite zaradenej cez kapacitnú dekádu. Použili sme vždy 3 kmity a výsledok vydělili. Namerané dáta zobrazujeme v grafe 1. Chybu  $T$  odhadujeme na 3 %.



Graf 1: Závislosť periódy na kapacite s fitom podľa (3)

Takto nameranú závislosť  $T(C)$  sme v programe Origin nafitovali vzťahom (3) a získali z neho parameter  $L = (0.321 \pm 0.013)\ H$ .

Následne sme zaznamenali závislosť aperiodizačného odporu na zaradenej kapacite (graf 2). Chybu  $R_{ap}$  vzhľadom na citlivosť dekády a technické problémy programu odhadujeme na 5 %.



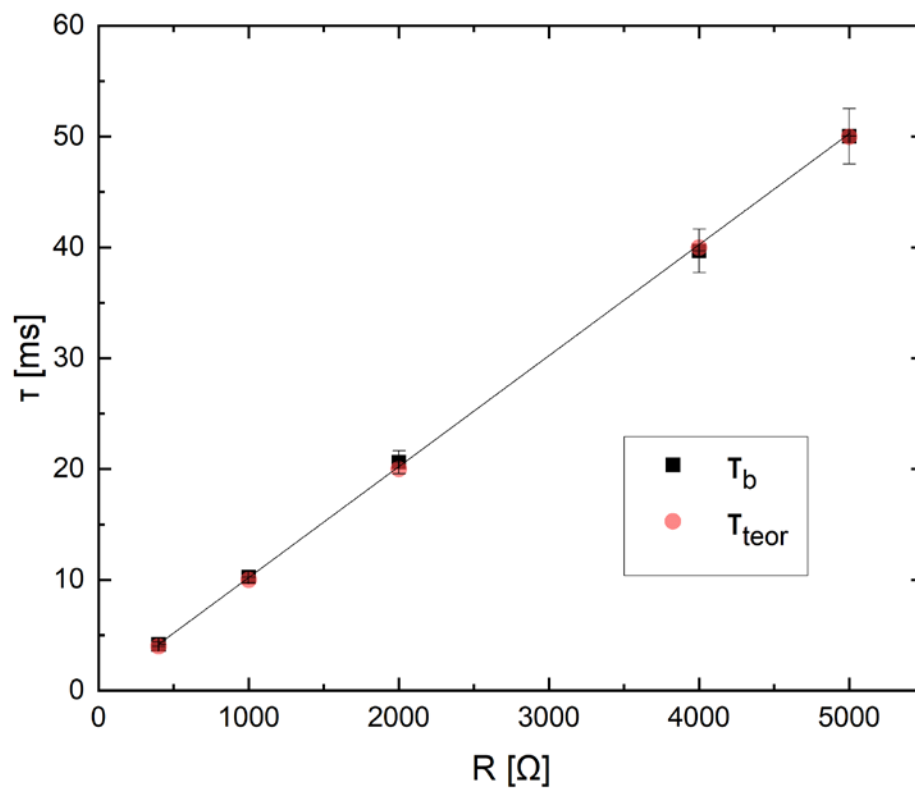
Graf 2: Závislosť aperiodizačného odporu na kapacite s fitom podľa (4)

Fitovaním vzťahu (4) stanovujeme hodnotu indukčnosti  $L = (0.231 \pm 0.009) H$ .

Pri štúdiu relaxačných kmitov RC obvodu sme merali závislosť relaxačnej doby na zaradenom odpore a v programe ISES vyhodnotili fit. Kapacitu sme ponechali konštantnú na 10 μF. Z parametru  $b$  fitu programu ISES sme určili  $\tau$  a výsledky v grafe 3 preložili aj teoreticky predpokladanou hodnotou. Tieto parametre udávame v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Merania relaxačných kmitov s parametrom  $b$  fitovania ISES a odvodenej hodnoty  $\tau$

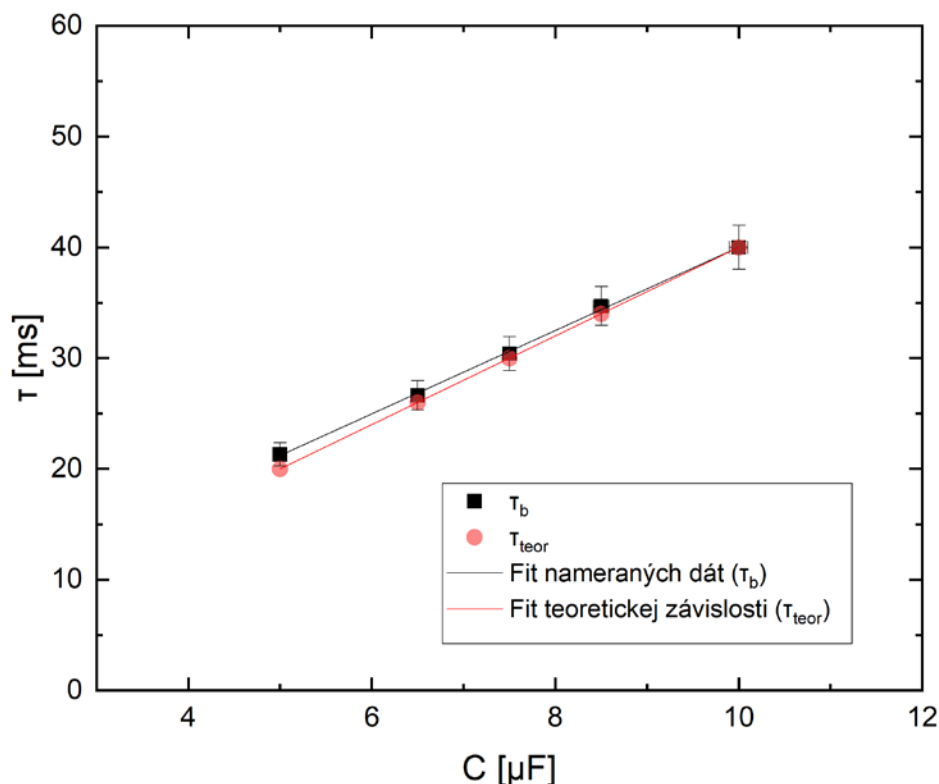
C = 10 μF				R = 4 kΩ			
R [Ω]	b	τ <sub>b</sub> [ms]	τ <sub>teor</sub> [ms]	C [μF]	b	τ <sub>b</sub> [ms]	τ <sub>teor</sub> [ms]
1000	-384.38	10.2 ± 0.5	10	5.0	-46.94	21.3 ± 1.1	20
2000	-97.62	20.6 ± 1.0	20	6.5	-37.53	26.6 ± 1.3	26
4000	-48.52	39.7 ± 2.0	40	7.5	-32.88	30.4 ± 1.5	30
5000	-25.20	50.0 ± 2.5	50	8.5	-28.82	34.7 ± 1.7	34
400	-19.99	4.2 ± 0.2	4	10.0	-25.00	40.0 ± 2.0	40



Graf 3: Závislosť relaxačnej doby na zaradenom odpore pri  $C = 10 \mu\text{F}$  preložená lineárnym fitom

Lineárny fit  $\tau_b(R)$  sa v rámci presnosti zhoduje s fitom teoretických dát na  $\tau_b(C) = (0.010 \pm 0.009)C + (0.19 \pm 0.08)$ .

Ďalej sme postupovali analogicky a pri konštantnom odpore  $R = 4 \text{ k}\Omega$  vyhodnotili závislosť  $\tau$  na zaradenej kapacite. Graf z dôvodu odchýlky od teoretických predpokladom dopĺňame o fit závislosti  $\tau_{teor}(C)$ .



Graf 4: Závislosť relaxačnej doby na zaradenej kapacite pri  $R = 4 \text{ k}\Omega$ , dáta aj teoretický predpoklad preložené lineárnymi fitmi

Predpis lineárneho fitu nameranej závislosti  $\tau_b(C) = (3.76 \pm 0.6)C + (2.4 \pm 0.5)$

Predpis lineárneho fitu teoretickej závislosti  $\tau_{teor}(C) = (4.00 \pm 0.04)C + (0.00 \pm 0.05)$

## Diskusia

Nami vyhodnotené závislosti súhlasia s teoretickými predpokladmi. Grafy 1 a 2 sme v programe Origin fitovali priamo teoretickými vzťahmi (3) a (4). Z dôvodu menšieho počtu meraní pozorujeme pri vyššej kapacite v grafe 1 výraznejší rozptyl dát, no je zjavné, že ďalšie body ležia vždy v okolí predpísaného fitu a dané vzťahy ich teda dobre popisujú.

Indukčnosť  $L$  sme získali z fitu pre závislosť periódy na kapacite ako  $L = (0.321 \pm 0.013) \text{ H}$  a pomocou  $R_{ap}(C)$  ako  $L = (0.231 \pm 0.009) \text{ H}$ . Za dôveryhodnejšie vyhodnocujeme prvé meranie, pretože hľadanie aperiodizačného odporu  $R_{ap}$  sa ukázalo byť relatívne problematické. Okrem úplne fatálnych problémov programu uvedieme napríklad nejednoznačné rozlíšenie aperiodizačného stavu - aperiodický priebeh kmitov v programe ISES bolo ťažké rozlíšiť, a stanoviť tak presný aperiodizačný odpor. Chybu  $R_{ap}$  sme preto odhadli na 5 %. Odporovú dekádu sme menili po  $10 \text{ }\Omega$  a chyba 5 % uvažuje teda odchýlku až  $62 \text{ }\Omega$ , no napriek tomu sa ukazuje, že sme chybu neprecenili, v prípade chybových úsečiek grafu 1 dokonca mierne podcenili. V grafe 4 sme pozorovali viditeľné odchýlenie závislosti  $\tau(C)$ , preto do grafu vnášame aj fit podľa  $\tau = RC$ . Túto nezrovnalosť pripisujeme nedokonalému odčítaniu hodnôt z merania a najmä malému počtu bodov. Vzhľadom na precíznosť prístrojov a odporovej/kapacitnej dekády je ale vidieť, že tento spôsob odčítania relaxačných dôb z programu ISES zavádza do merania relatívne vysokú nepresnosť a okrem toho časté technické problémy. Inak sú ale závislosti lineárne, čo zodpovedá známej povahe časovej konštanty v takýchto obvodoch.

## Záver

Pre RLC obvod sme odmerali závislosť periódy kmitov na zaradenej kapacite a pomocou teoretického vzťahu určili hodnotu indukčnosti  $L = (0.321 \pm 0.013) H$ . Pre závislosť aperiodizačného odporu na kapacite sme túto indukčnosť získali ako:  $L = (0.231 \pm 0.009) H$ . Pozorovali sme tiež lineárny priebeh relaxačnej doby pri konštantnej kapacite a pri konštantnom odpore v RC obvode. Výsledky sme reflektovali s teoretickými vzťahmi a zhodnolili zhodu.

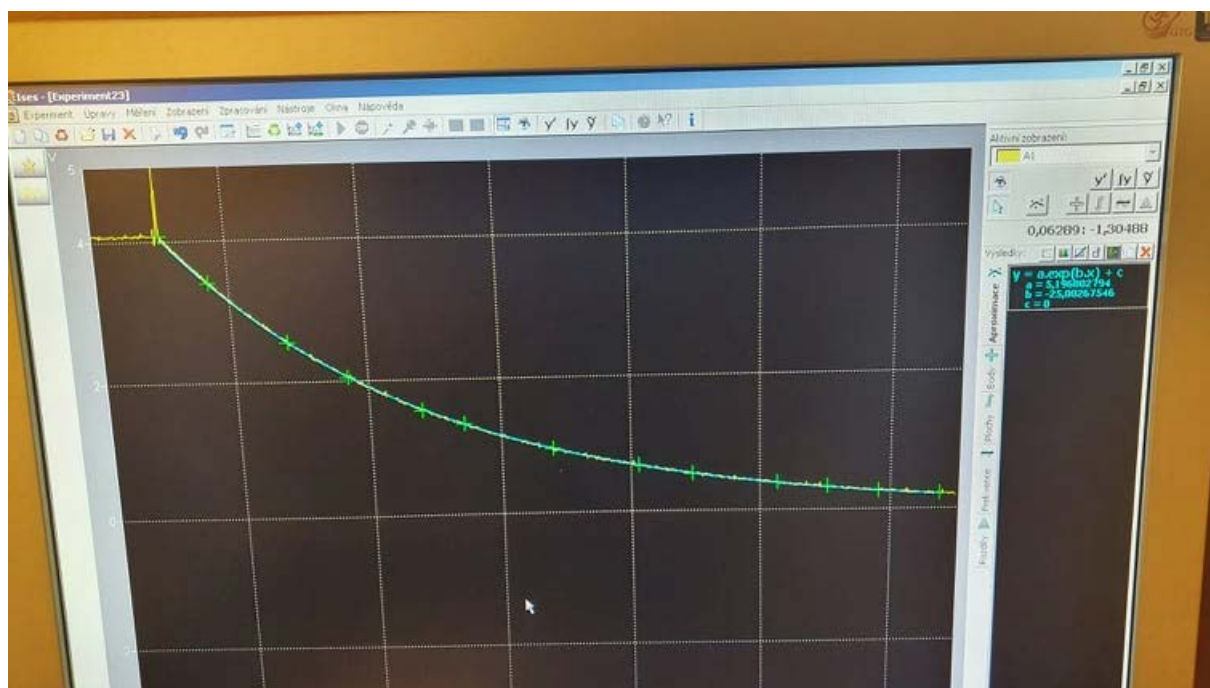
## Literatúra

- [1] KVOF MFF UK: Študijný text k úlohe XVIII: Prechodové javy v RLC obvode [online]  
[cit. 2022-01-11]. Dostupné z:  
[https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_218.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_218.pdf)
- [2] KVOF MFF UK: Fotodokumentácia k úlohe XVIII: Prechodové javy v RLC obvode [online]  
[cit. 2021-01-12]. Dostupné z:  
[https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/foto/foto\\_218.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/foto/foto_218.pdf)



## Dodatok A

Fotografie z merania, zhotovené 6.12.2021



Fotografia A1: Príklad fitovania v programe ISES