Simulación
Tarea 2
Prof. Alexander Cerón

Felipe Canasto Jiménez
Cod. 1201378
Estudiante Ingeniería en Multimedia

Universidad Militar Nueva Granada
Agosto/2015

1. Compare la solución analítica de las siguientes E.Ds. con la solución numérica usando Euler. Escoja 3 tamaños para el paso (h) y Grafique cada solución mostrando las ventajas de reducir el paso, usando Python.
    a) y’= 2y+x(exp(3x)-exp(2x)) ,   y(0)=2
    b) y’- 2xy =-1 , y(0)=3

1.a)
Solución Analítica:

1.a)

$$y' = 2y + x(e^{3x} - e^{2x}) \qquad y(0) = 2$$

$$y' - 2y = x(e^{3x} - e^{2x})$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{-\int 2dt}\, y\right] = \int x(e^{3x} - e^{2x})\, e^{-2t}\, dt$$

$$e^{-2t}\, y = x(e^{3x} - e^{2x})\frac{e^{-2t}}{(-2)} + C$$

$$y(t) = Ce^{2t} - \frac{x}{2}(e^{3x} - e^{2x}) \qquad y'(t) = 2Ce^{2t}$$

$$y(0) = 2$$

$$2 = C - \frac{x}{2}(e^{3x} - e^{2x})$$

$$C = 2 + \frac{x}{2}(e^{3x} - e^{2x})$$

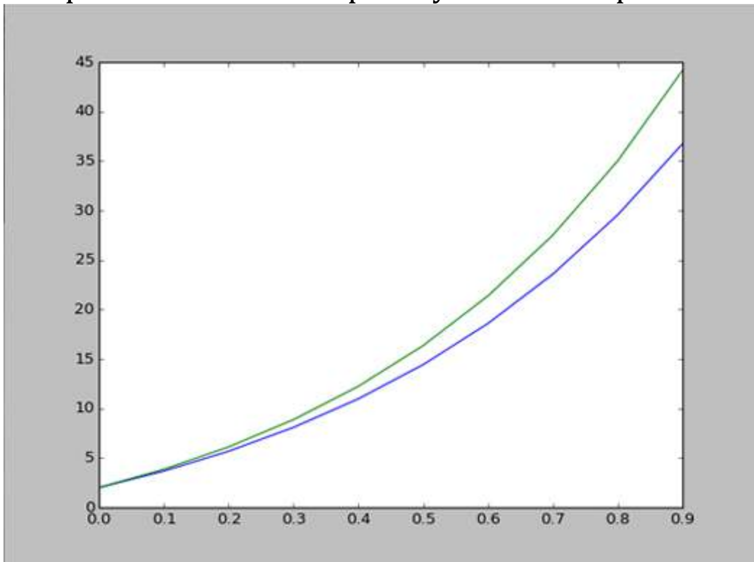
$$\Downarrow$$

$$y(t) = \left(2 + \frac{x}{2}(e^{3x} - e^{2x})\right)e^{2t} - \frac{x}{2}(e^{3x} - e^{2x})$$

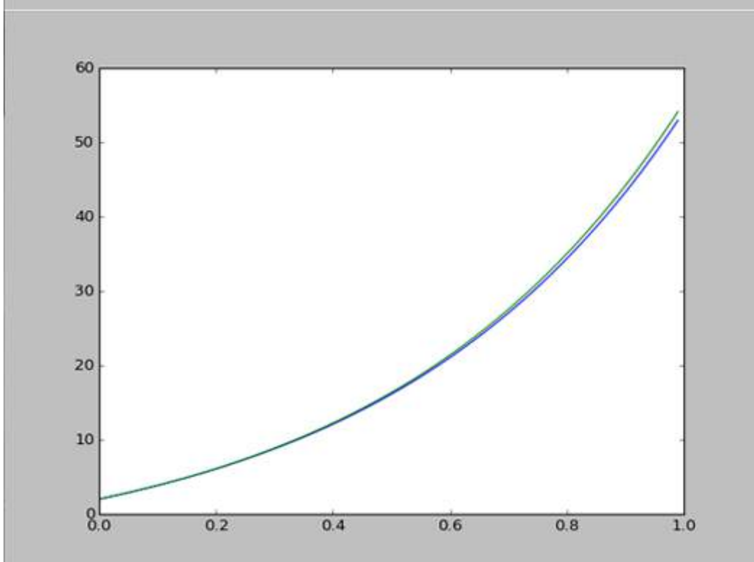
Programación y comparación con método numérico :

```
#ecuacion solucion numerica



import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#y'-2y=x(exp(3x)-exp(2x)), y(0)=2
def f(x):
    return 2*x+(np.exp(3)-np.exp(2))
def y(t):
    return (2+(0.5)*(np.exp(3)-np.exp(2)))*np.exp(2*t1)-(0.5)*(np.exp(3)-np.exp(2))


i=0
h=0.1 # paso 0.1
x=2    # punto inicial
x1=[]

while i<10:
    print(str(i)+' '+str(x))
    x1.append(x)

    x = x+h*f(x)
    i=i+1

t1=np.arange(0.0, 1.0, 0.1)

#plt.clf()

plt.figure("Paso 0.1")
plt.plot(t1,x1)
plt.plot(t1,y(t1))


#pl.show()
```

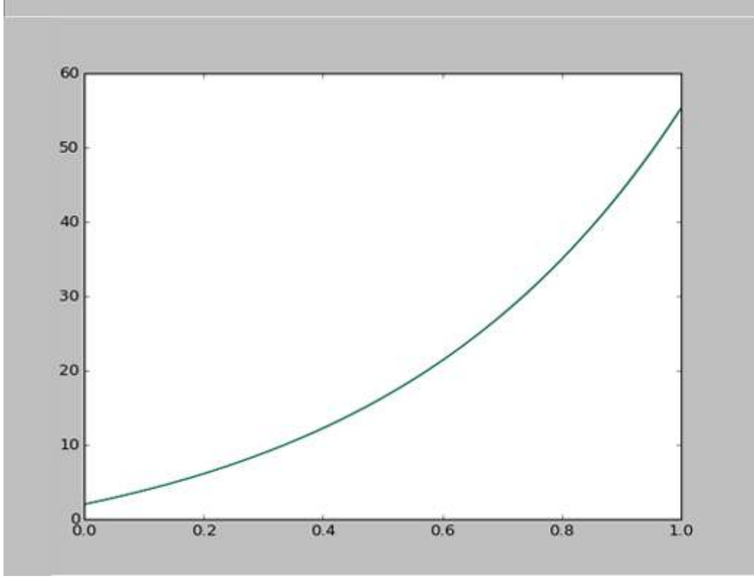
Comparación numero de pasos y tamaño del paso:



h= 0.1
10 Pasos



h= 0.01
100 Pasos



h= 0.001
1000 Pasos

2.b)

Solución Analítica:

1. b)

$$y' - 2xy = -1 \qquad y(0) = 3$$

$$\int \frac{d}{dt}\left[e^{\int -2dt} y\right] = \int -e^{-\int 2x\,dt} dt$$

$$e^{-2xt} y = \int e^{-2xt} dt$$

$$e^{-2xt} y = \frac{e^{-2xt}}{(2x)} + C_0$$

$$y(t) = \frac{1}{2x} + C_0 e^{2xt} \quad \to \quad y(t) = 2x C_0 e^{2xt}$$

$$y(0) = 3$$

$$3 = \frac{1}{2x} + C_0 e^0$$

$$C_0 = 3 - \frac{1}{2x}$$

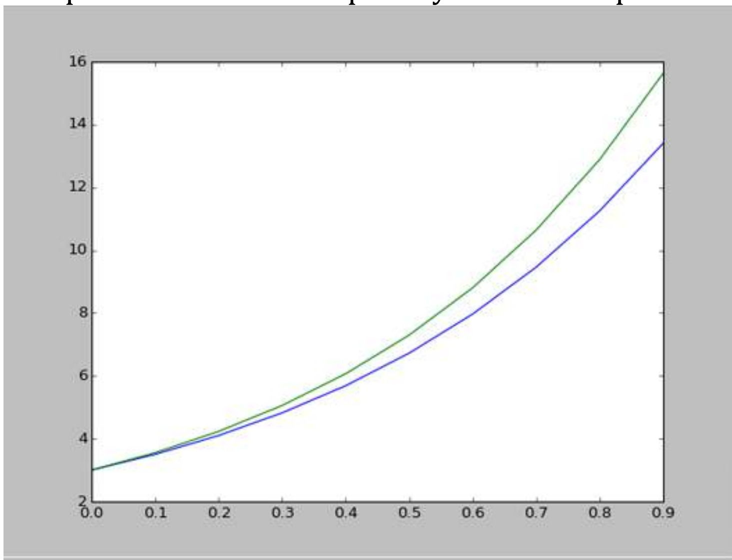
$$\Downarrow$$

$$y(t) = \frac{1}{2x} + \left(3 - \frac{1}{2x}\right) e^{2xt}$$

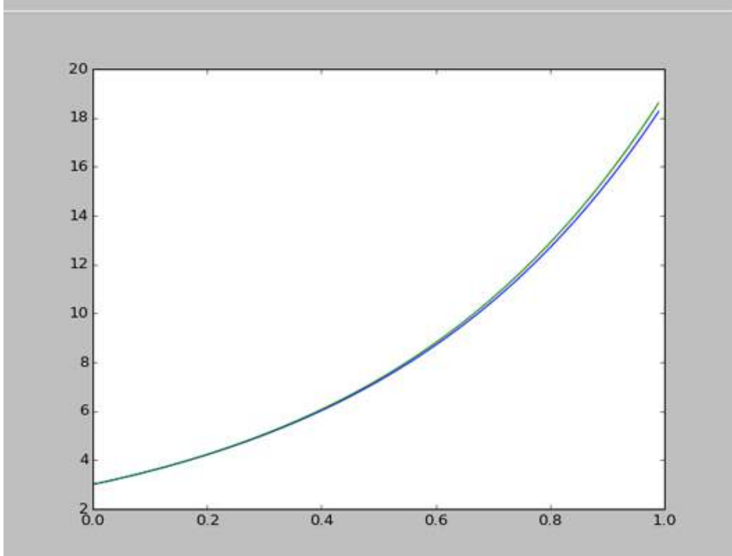
Programación y comparación con método numérico :

```
#ecuacion solucion numerica



import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#y'-2y=x(exp(3x)-exp(2x)), y(0)=2
def f(x):
    return 2*x-1
def y(t):
    return (1/2)+(3-0.5)*np.exp(2*t1)


i=0
h=0.1 # paso 0.1
x=3    # punto inicial
x1=[]

while i<10:
    print(str(i)+' '+str(x))
    x1.append(x)

    x = x+h*f(x)
    i=i+1

t1=np.arange(0.0, 1.0, 0.1)

#plt.clf()

plt.figure("Paso 0.1")
plt.plot(t1,x1)
plt.plot(t1,y(t1))


#pl.show()
```

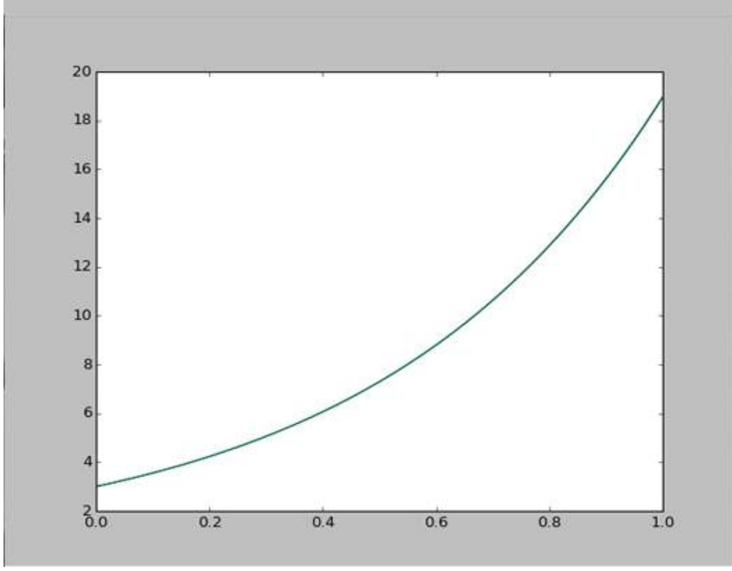
Comparación numero de pasos y tamaño del paso:



h= 0.1
10 Pasos



h= 0.01
100 Pasos



h= 0.001
1000 Pasos

2. Suponga que los compartimientos A y B como la figura 1 están llenos de fluidos y que están separados por una membrana permeable. Dicha figura muestra el exterior e interior de una célula. También suponga que el nutriente necesario para el crecimiento de la célula pasa a través de la membrana. Un modelo de las concentraciones x(t) y y(t) del nutriente en los compartimientos A y B, respectivamente, en el momento t, es el sistema lineal de ecuaciones diferenciales. en donde V_A y V_B son los volúmenes de los compartimientos y k > 0 es un factor de permeabilidad. Sean $x(0) = x_0$ y $y(0) = y_0$ las concentraciones iniciales del nutriente. Con base sólo en las ecuaciones del sistema y en la hipótesis $x_0 > y_0 > 0$,.

   Resuelva usando Euler usando el procedimiento visto en clase para resolver 2 E.D. de primer orden).

   Trace curvas probables trace curvas probables de solución del sistema en el mismo sistema de ejes coordenados. Para diferentes, valores supuestos de V_A y V_B y k.

   Explique su razonamiento. Discuta el comportamiento de las soluciones cuando t tiende a infinito. Use Pyhton.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\kappa}{V_A}(y - x)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\kappa}{V_B}(x - y),$$

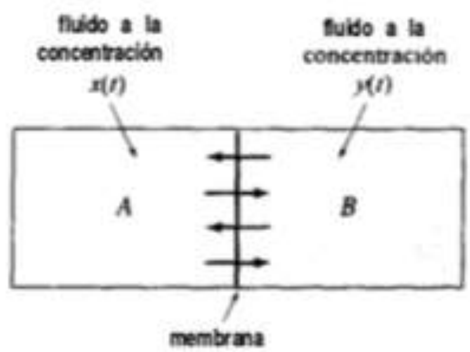
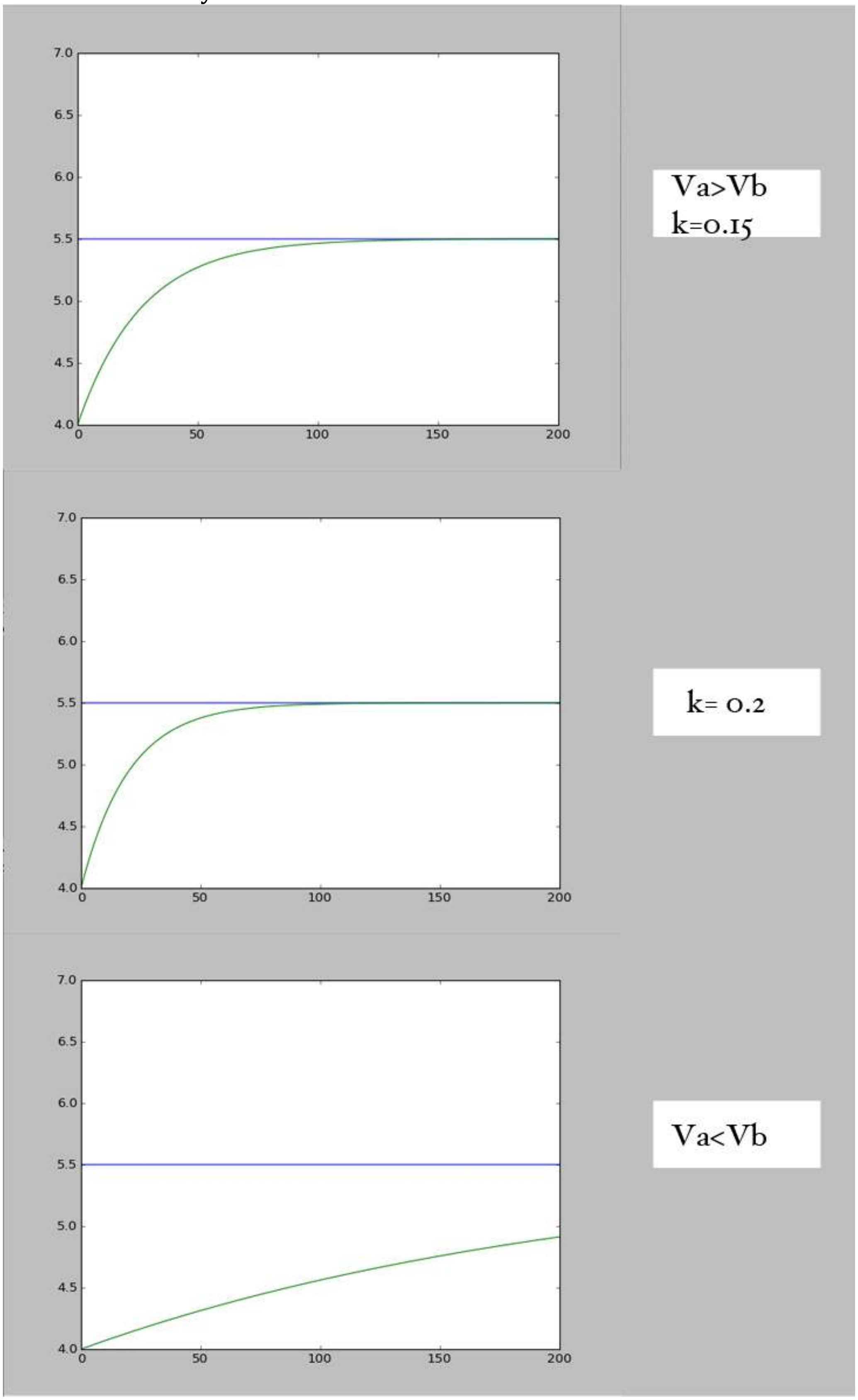


Figura 1: Figura 1

Formula método de Euler y comparación con analítico :

```
#Segundo punto nutrientes de la celula



import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#x'=(k/Va)*(y-x)
def f(x):
    return (k/Va)*(y-x)
#y'=(k/Vb)*(x-y)
def f(y):
    return (k/Vb)*(x-y)

#x0>y0>0
x=5.5   #Porcentaje en A
y=4   #Porcentaje en B
Va=16  #Volumen de A
Vb=4  #Volumen de B
k=0.15 #factor de permeabilidad
ta= 7 #aumento de vista

i=0
h=0.1 # paso 0.1

x2=[]
y2=[]
tt=[]

while i<2000:
    print('x.'+str(i)+' '+str(x))
    print('y.'+str(i)+' '+str(y))
    x2.append(x)
    y2.append(y)
    tt.append(ta)

    x = x+h*f(x)
    y = y+h*f(y)
    ta=ta
    i=i+1

t1=np.arange(0.0, 200.0, 0.1)

#plt.clf()

plt.figure("Celula")
plt.plot(t1,x2)
plt.plot(t1,y2)
plt.plot(t1,tt)
```

Cambio de factor y de volumen:



3.Conclusiones y análisis:

El ejercicio lo asocio con el proceso de homeostasis de la célula y las formulas con el proceso de difusión. Este dice que el porcentaje en nutrientes tiende a equilibrarse, por lo tanto al tender a infinito solo es la proyección de una recta paralelo al eje del tiempo por que no va a ocurrir ningún cambio después de que llegue al punto de equilibrio.

Tras incrementar el factor de permeabilidad de la membrana lo que prolonga es el proceso es decir que lleva mas tiempo llegar al momento de equilibrio, también se debe tener en cuenta que si $x0=y0$ no ocurrirá nada porque ya están en equilibrio (que cabe aclarar es lo ideal), Si a esto le aumentamos el factor del tamaño de los compartimientos se induce por medio de la practica que al hacer mas grande la diferencia entre estos, llevara mas tiempo llegar al punto de equilibrio.