Taller Simulación (Tarea 4)

Felipe Canasto Cod. 1201378
14/06/2015

1) Implementar la solución numérica de los ejercicios de sistemas de masa resorte presentados en clase y compararlos con su respectiva solución analítica, en el informe deben ir las gráficas (CON TITULO) también deben ir superpuestas con la solución analítica. Implemente al menos Euler, deseable punto medio y/o RK4.

2) Hacer los mismo con esta ecuación x''-5x'+6x=12t-4

x(0)=1 ; x'(0)=3

/--\
** En las siguientes graficas el método que se usó se representara por color.

Analítico -> Azul

Euler -> Amarillo

Punto Medio -> Rojo

1) **Ejercicio 1:**
La solución analítica de los ejercicios se solucionó en clase por lo que no se adjunta su proceso.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 16x = 0, \qquad x(0) = 10, x'(0) = 0.$$

h= 0.1   N=100   t0=0   tf=10

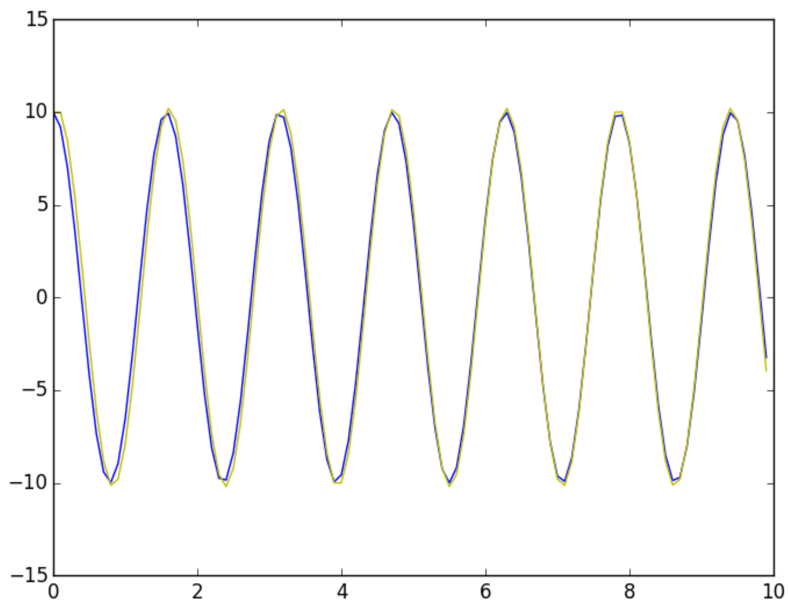

Figura 1.0 Solución Analítica y Euler

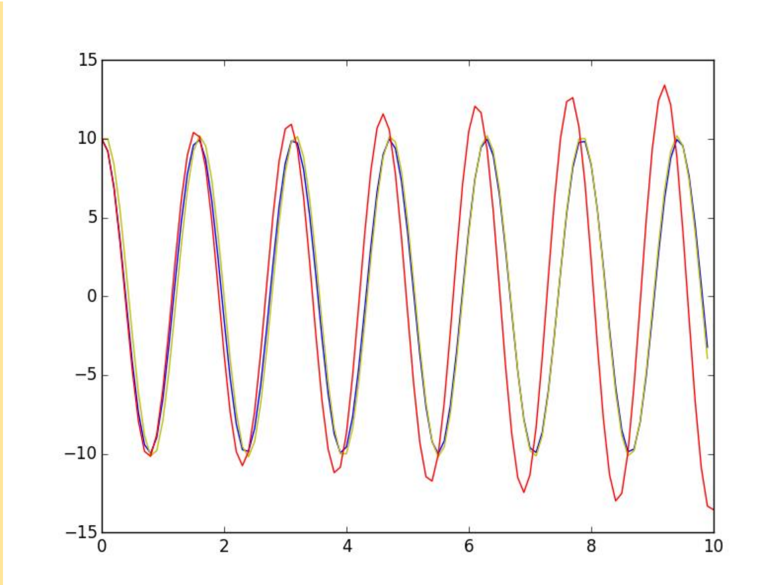

Figura 1.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

Ejercicio 2:

La solución analítica de los ejercicios se solucionó en clase por lo que no se adjunta su proceso.

$$\frac{d^2x}{dt^2}+64x = 0, \quad x(0) = 2/3, x'(0) = -4/3.$$

h= 0.1 N=100 t0=0 tf=10

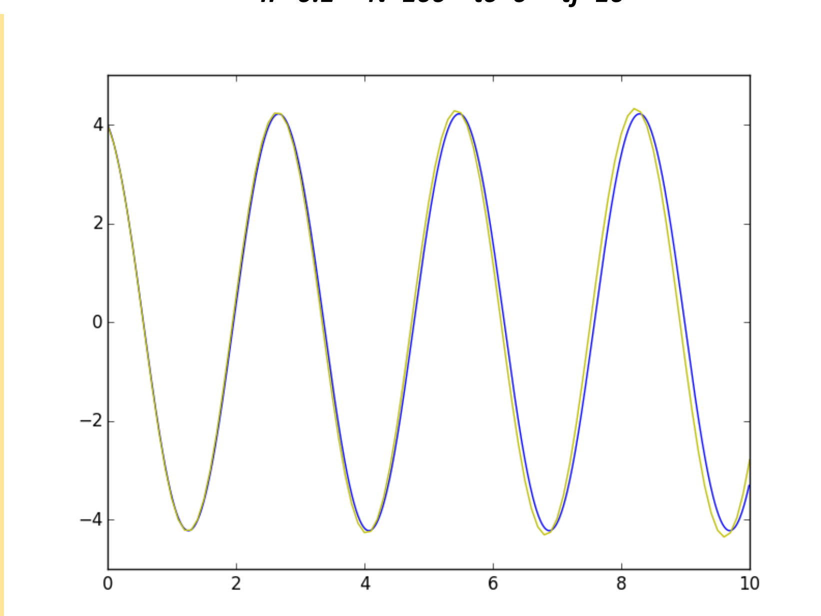

Figura 2.0 Solución Analítica y Euler

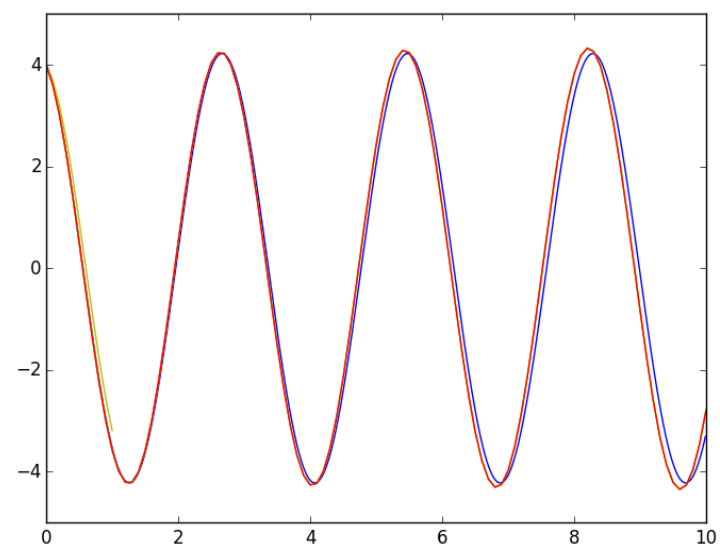

Figura 2.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

Ejercicio 3:

La solución analítica de los ejercicios se solucionó en clase por lo que no se adjunta su proceso.

$$\frac{d^2x}{dt^2}+5x=0, \qquad x(0)=4, x'(0)=-3.$$

h= 0.1 N=100 t0=0 tf=10

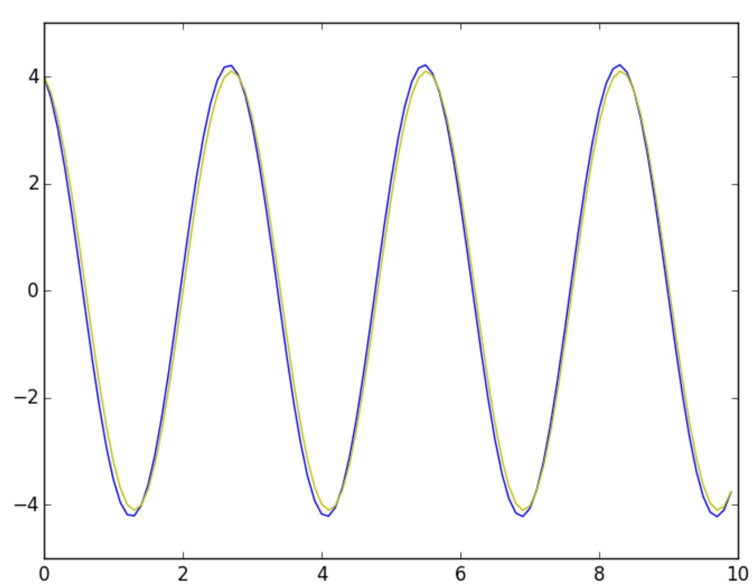

Figura 3.0 Solución Analítica y Euler

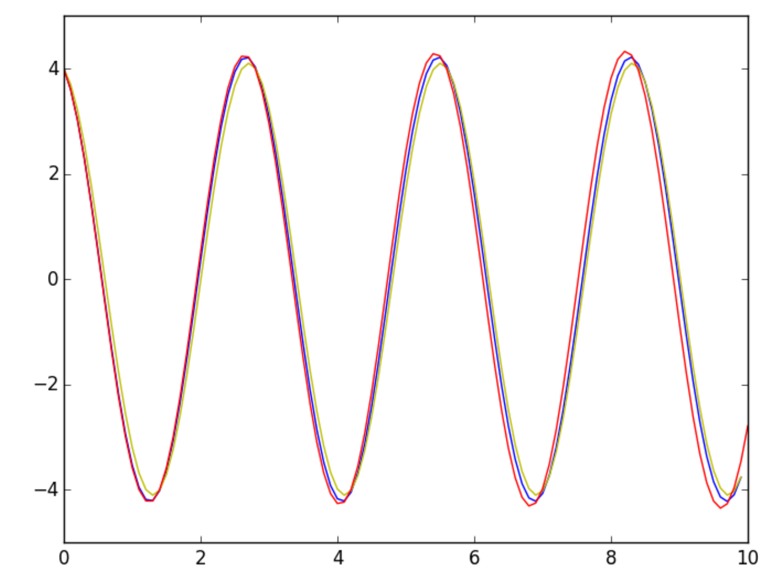

Figura 3.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

Ejercicio 4:

La solución analítica de los ejercicios se solucionó en clase por lo que no se adjunta su proceso.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 4x = 0, \qquad x(0) = 1, x'(0) = 1.$$

h= 0.1 N=100 t0=0 tf=10

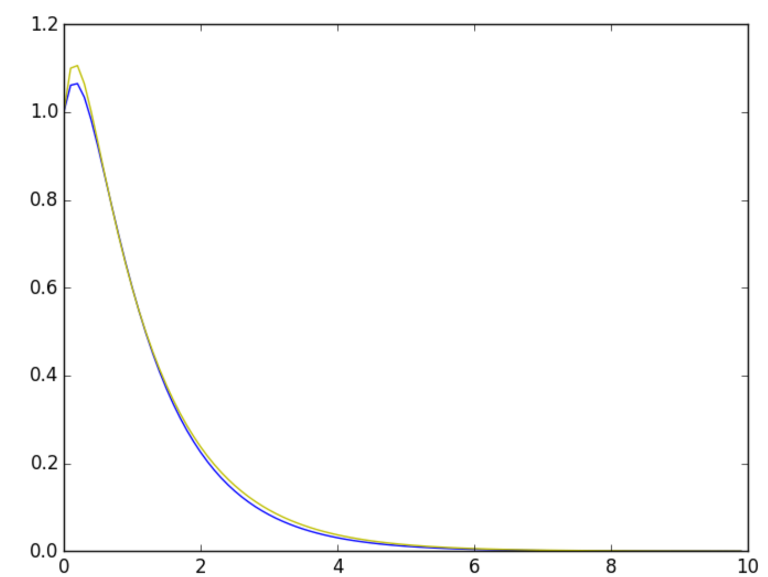

Figura 4.0 Solución Analítica y Euler

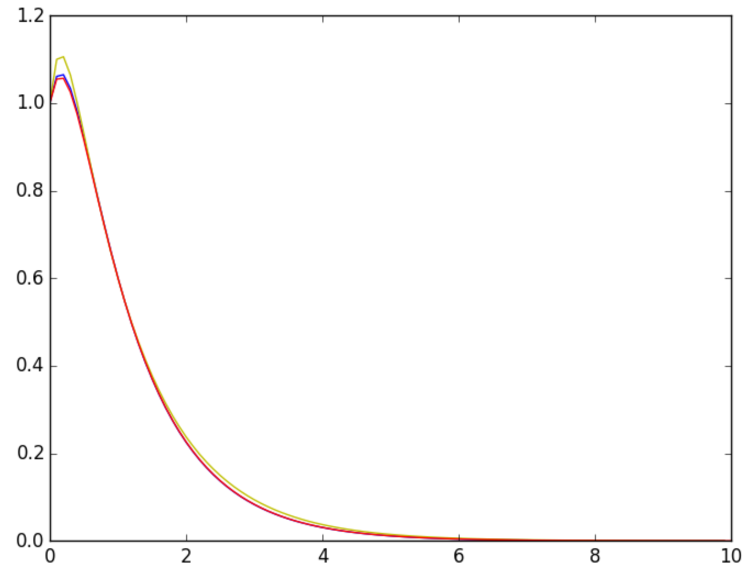

Figura 4.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

Ejercicio 5:

La solución analítica de los ejercicios se solucionó en clase por lo que no se adjunta su proceso.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 8\frac{dx}{dt} + 16x = 0, \quad x(0) = 0, x'(0) = -3.$$

h= 0.1 N=100 t0=0 tf=10

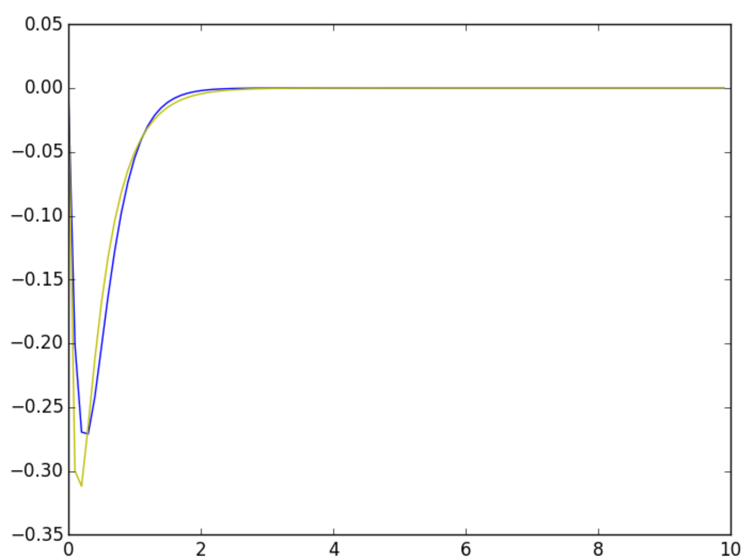

Figura 4.0 Solución Analítica y Euler

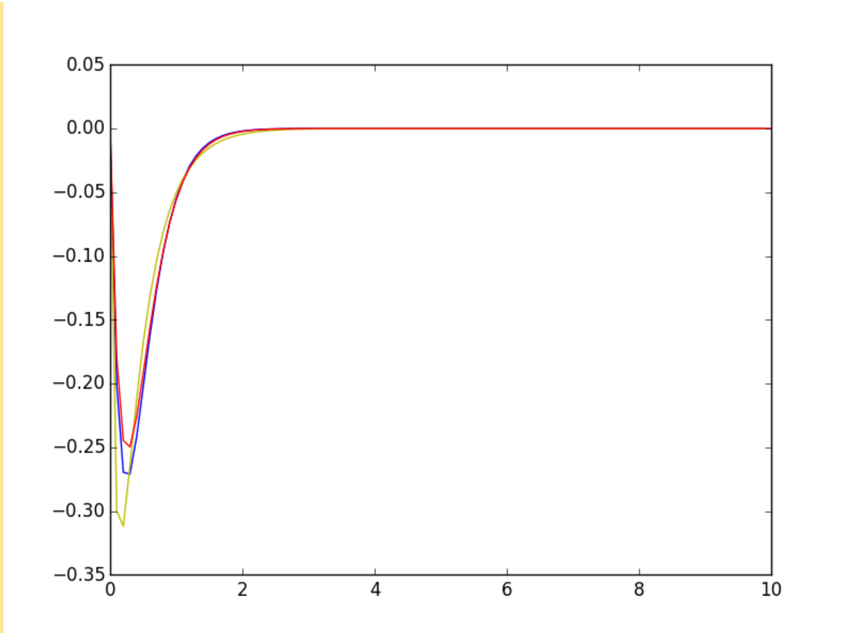

Figura 4.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

2) Hacer los mismo con esta ecuación

$$\boldsymbol{x'' - 5x' + 6x = 12t - 4 \ , \qquad x(0) = 1 \quad , x'(0) = 3.}$$

Paso 1:

$$\boldsymbol{\omega^2 = 6}$$

$$\boldsymbol{2\lambda = -5} \qquad \lambda^2 - \omega^2 = \frac{25}{4} - 6$$

$$\boldsymbol{\lambda = -\frac{5}{2}} \qquad \lambda^2 - \omega^2 = \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{\lambda^2 = \frac{25}{4}}$$

Paso 2:

$$\boldsymbol{x(t) = e^{\frac{5}{2}t}[C_1\, e^{\sqrt{\frac{1}{4}}t} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{1}{4}}t}]}$$

$$\boldsymbol{x(t) = e^{\frac{5}{2}t}[C_1\, e^{\frac{1}{2}t} + C_2 e^{-\frac{1}{2}t}]}$$

$$y_h = e^{\frac{5}{2}t}[C_1\, e^{\frac{1}{2}t} + C_2 e^{-\frac{1}{2}t}]$$
$$y_h = C_1\, e^{3t} + C_2 e^{2t}$$

Paso 3:

$$y_p = At + B$$

$$y_{p'} = 0 \qquad 0 - 5A + 6At + 6B = 12t - 4$$

$$y_{p''} = 0 \qquad \mathrm{A} = 2$$

$$B = 1$$

$$y_p = 2t + 1$$

$$y_g = C_1\, e^{3t} + C_2 e^{2t} + 2t + 1 = 1 \ , \quad t = 0$$

$$C_1 + C_2 = 0$$

$$C_1 = -C_2$$

Paso 4:

$$\mathrm{y'}_\mathrm{g} = 3\mathrm{C}_1\, \mathrm{e}^{3\mathrm{t}} + 2\mathrm{C}_2 \mathrm{e}^{2\mathrm{t}} + 2 = 3$$

$$3\mathrm{C}_1 + 2\mathrm{C}_2 + 2 = 3$$

$$3(-\mathrm{C}_2) + 2\mathrm{C}_2 = 1$$

$$-\mathrm{C}_2 = 1$$

$$C_2 = -1$$

$$C_1 = 1$$

$$x(t) = e^{3t} - e^{2t} + 2t + 1$$

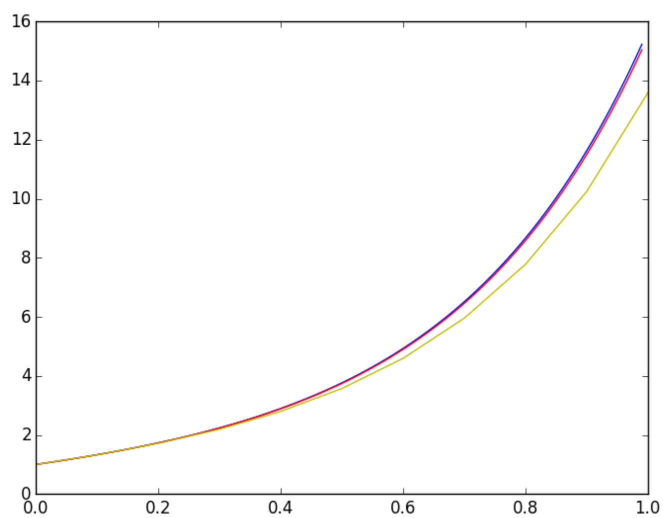

Figura 6.0 Solución Analítica y Punto Medio

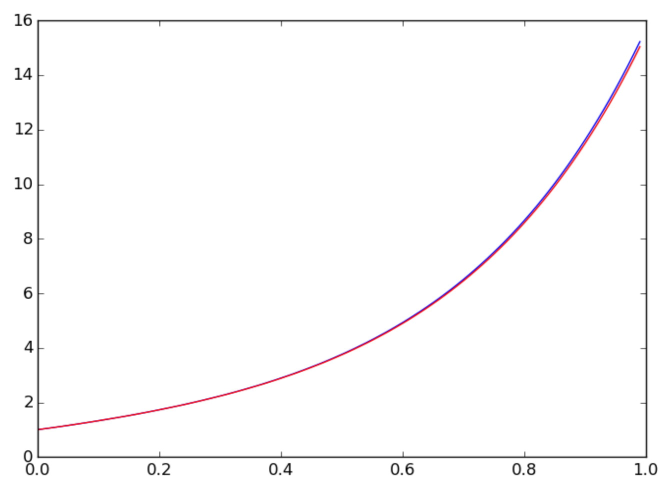

Figura 6.1 Solución Analítica, Euler y Punto Medio

Anexos:

En todos los ejercicios se uso el mismo código , solo cambia las ecuaciones que se graficaron

Código Analítico:

```
#Ejercicio en clase con solucion numerica.

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


def x(t):   #funcion
    return -(3*t)*np.exp(-4*t)

t1=np.arange(0.0, 10.0, 0.1)

plt.clf()

plt.figure("Ejercicio 5")
plt.plot(t1,x(t1))


```

Código Euler:

```
# Solucion Euler de segundo grado
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Reduccion de orden
def f1(x2):
    return x2
def f2(x1,x2):   #funcion
    return -16*x1-8*x2


i=0
h=0.1
x1=0   #condicion inicial posision
x2=-3   #condicion inicial velocidad

x1n=[]
x2n=[]
N=100

while i<N:
    print(str(i)+'  '+str(x1))
    x1n.append(x1)
    x2n.append(x2)

    x1=x1+h*f1(x2)
    x2=x2+h*f2(x1,x2)
    i=i+1

t1=np.arange(0.0, N*h, h)


plt.plot(t1,x1n,'y')
```

<u>Código Punto Medio:</u>

```
#Solucion Punto - medio segundo grado
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Reduccion de orden
def f1 (x2):
    return x2

def f2 (x1,x2):   # ecuacion
    return -16*x1-8*x2

x1=0   #condicion inicial posision
x2=-3   #condicion inicial velocidad
h=0.1
t=0

x1r=[]
x2r=[]
td= []

while t<10:
    print(str(t)+' '+str(x2))

    td.append(t)

    dx1=h*f1(x2)/2 #paso 1
    dx2=h*f2(x1,x2)/2 #paso 1

    fmid1=f1(x2+dx2) #paso 2
    fmid2=f2(x1+dx1,x2+dx2) #paso 2

    x1r.append(x1)
    x1=x1+h*fmid1 #paso 3

    x2r.append(x2)
    x2=x2+h*fmid2 #paso 3

    t=t+h

plt.plot(td,x1r, 'r-')
```