1 Zanke v Hassejevem diagramu

Pokazali bomo, kako se fundamentalna grupa končnega T_0 prostora izraža preko prirejenega Hassejevega diagrama. Hassejev diagram končnega T_0 prostora X označimo z $\mathcal{H}(X)$, z $E(\mathcal{H}(X))$ pa označimo množico njegovih robov.

Edge path simplicialnega kompleksa K je zaporedje $(v_0, v_1)(v_1, v_2), ..., (v_{r-1}, v_r)$ urejenih parov ogljišč, pri čemer je $\{v_1, v_{i+1}\}$ simpleks za vsak i. Če *edge path* vsebuje dva zaporedna para (v_i, v_{i+1}) in $(v_{i+1,v\ i+2})$ in je $\{v_i, v_{i+1,v\ i+2}\}$ simpleks, potem ju lahko zamenjamo z parom (v_i, v_{i+1}) in dobimo ekvivalentno a krajšo pot. Za poti $(v_0, v_1)(v_1, v_2), ..., (v_{r-1}, v_r)$ in $(u_0, u_1)(u_1, u_2), ..., (u_{s-1}, u_s)$ definiramo stik poti.....??? Omejili se bomo na zanke, torej poti, ki se začnejo in končaj o z v_0. Z $E(K, v_0)$ označimo množico ekvivalenčnih razredov zank z začetno točko v_0.....

Naj bo (X, x_0) končen pointed T_0 prostor. Urejen par $e = (x, y)$ imenujemo $\mathcal{H}-$rob od X, če $(x, y) \in E(\mathcal{H}(\mathcal{X}))$, ali $(y, x) \in E(\mathcal{H}(X))$. Točki x rečem *začetek* x in označimo $x = \mathfrak{o}(e)$, točki y pa *konec* od e, označimo $\mathfrak{e}(e) = y$. *Inverz* $\mathcal{H}-$roba $e = (x, y)$ je $\mathcal{H}-$rob $e^{-1} = (y, x)$

$\mathcal{H}-$pot v (X, x_0) je zaporedje (lahko tudi prazno), $\mathcal{H}-$robov $\xi = e_1 e_2 \cdots e_n$, za katero velja, da je $\mathfrak{e}(e_i) = \mathfrak{o}(e_i + 1)$, za vsak $0 \leq i \leq n - 1$. Začetek $\mathcal{H}-$poti ξ je $\mathfrak{o}(\xi) = e_1$, konez pa $\mathfrak{e}(\xi) = e_n$, začetek in konec prazne poti je $\mathfrak{o}(\emptyset) = \mathfrak{e}(\emptyset) = x_0$ Če je $\xi = e_1, e_2 \cdots e_n$ $\mathcal{H}-$pot, definiramo $\overline{\xi} = e_n^{-1}, \cdots e_2^{-1} e_n^{-1}$. Če sta ξ in ξ' $\mathcal{H}-$poti in velja $\mathfrak{e}(\xi) = \mathfrak{e}(\xi')$, lahko definiramo produktno $\mathcal{H}-$pot $\xi\xi'$, kot zaporednje $\mathcal{H}-$robov v ξ, ki mu sledi zaporednje $\mathcal{H}-$robov v ξ'.

Za $\mathcal{H}-$pot $\xi = e_1 e_2, \cdots e_n$ pravimo, da je *monotona*, če je $e_i \in E(\mathcal{H}(X))$ za vsak $1 \leq i \leq n$ ali pa je $e_i^{-1} \in E(\mathcal{H}(X))$ za vsak $1 \leq i \leq n$. *Zanka* iz x_0 je $\mathcal{H}-$pot , ki se začne in konča v x_0. Za zanki ξ in ξ' rečemo, da sta blizu, če obstajajo monotone $\mathcal{H}-$poti $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$, take, da sta množici $\{\xi, \xi'$ in $\{\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4, \xi_1\xi_4\}$ enaki.

Primer 1. poti ki sta si blizu.