$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$

P(A∩B)=P(A)*P(B) = nezavislost

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{\sum P(A|B) \cdot P(B)}$

Graf distribucni funkce: P(X<=x)

Graf pravdepodobnostni funkce: P(x)

$var(x) = E(X-EX)^2 = EX^2 - (EX)^2$

normalizacni podminka

$\sum P(X=x_k) = 1$

$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(u)\,du = 1$

$EY = E(aX+b) = a\,EX + b$

$\operatorname{var} Y = \operatorname{var}(aX+b) = a^2 \operatorname{var}(X)$

$E(aX+bY) = a\,EX + b\,EY.$

- **Bernoulliho** rozdělení, $0 \le p \le 1$, $X \sim \mathrm{Be}(p)$:
  (Jeden hod nevyváženou mincí.)
  $$P(X=1) = p, \quad P(X=0) = 1-p, \quad EX = p, \ \operatorname{var} X = p(1-p)$$
- **Binomické** rozdělení, $0 \le p \le 1$, $X \sim \mathrm{Bi}(n,p)$:
  (Počet hlav v n hodech nevyváženou mincí.)
  $$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad EX = np, \ \operatorname{var} x = np(1-p)$$
- **Geometrické** rozdělení, $0 < p < 1$, $X \sim \mathrm{Geom}(p)$:
  (Počet hodů nevyváženou mincí, než padne první hlava.)
  $$P(X=k) = (1-p)^{k-1} p, \ k = 1,2,\dots, \quad EX = \frac{1}{p}, \ \operatorname{var} X = \frac{1}{p}\left(\frac{1}{p} - 1\right)$$
- **Poissonovo** rozdělení, $\lambda > 0$, $X \sim \mathrm{Poisson}(\lambda)$:
  (V jistém smyslu aproximace binomického.)
  $$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \ k = 0,1,2,\dots, \quad EX = \operatorname{var} X = \lambda$$

- **Rovnoměrné** rozdělení $X \sim \mathrm{Unif}(a,b)$:
  $$f_X(x) = \frac{1}{b-a}, \ x \in [a,b], \quad EX = \frac{a+b}{2}, \quad \operatorname{var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$
- **Exponenciální** rozdělení s parametrem $\lambda > 0$, $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$:
  $$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \ x \in [0, +\infty), \quad EX = \frac{1}{\lambda}, \quad \operatorname{var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$
- **Normální (Gaussovo)** rozdělení s parametry $\mu \in \mathbb{R}$ a $\sigma^2 > 0$, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$:
  $$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \ x \in \mathbb{R}, \quad EX = \mu, \quad \operatorname{var}(X) = \sigma^2$$

$Zn = \frac{Sn - n \cdot \mu}{\sigma \cdot \sqrt{n}}$

$Zn = \frac{\bar{X}n - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$

Sn = soucet = ΣXi

$\bar{X}n$ = prumer = (1/n)* Sn

$ESn = n \cdot \mu$

$varSn = n \cdot \sigma^2$

Φ(-a)= - Φ(a)

Φ(a) = x

kdyz x nebude v tabulkach tak se musi prepsat na

Φ(-a)=1 - x

sdružená hustota

$P(X \le x \cap Y \le y) = \int_{-\infty}^{y} \int_{-\infty}^{x} f_{XY}(u,v)\,du\,dv$

$f_Y(y) = \int_{\min(y)}^{\max(y)} f(x,y)\,dx$

σ = smerodatna odchylka

μ = stredni hodnota

σ^2 = var X = rozptyl

Diskrétní náhodná veličina X	Spojitá náhodná veličina X
Pravděpodobnostní funkce $P(X=x)$	Hustota pravděpodobnosti $f_X(x)$
Distribuční funkce	
$F(x) = \sum_{k: x_k \le x} P(X = x_k)$	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(u)\,du$
Pravděpodobnost $X \in A$	
$P(X \in A) = \sum_{k: x_k \in A} P(X = x_k)$	$P(X \in A) = \int_A f_X(u)\,du$
Střední hodnota X	
$EX = \sum_k x_k P(X = x_k)$	$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)\,dx$
Střední hodnota $g(X)$	
$E g(X) = \sum_k g(x_k) P(X = x_k)$	$E g(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x)\,dx$
Rozptyl X	
$\operatorname{var}(X) = E(X - EX)^2 = EX^2 - (EX)^2$	

Diskrétní veličiny X a Y	Spojité veličiny X a Y
Distribuční funkce	
$F_{X,Y}(x,y) = P[(X \le x) \cap (Y \le y)]$	
Sdružená hustota	
$P[(X,Y) = (x,y)]$	$f_{X,Y}(x,y)$
Marginální hustota X =marginalni rozdeleni	
$P(X = x) = \sum_l P[(X,Y) = (x, y_l)]$	$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dy$
Nezávislost X a Y	
$P[(X,Y) = (x,y)] = P(X=x)\,P(Y=y)$	$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$
Střední hodnota $E g(X,Y)$	
$\sum_{k,l} g(x_k, y_l) P[(X,Y) = (x_k, y_l)]$	$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} g(x,y) f_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$
Pro nezávislé X a Y	
$E XY = EX\,EY$	
Lineanta střední hodnoty	
$E(aX + bY) = a\,EX + b\,EY$	

Diskrétní veličiny X a Y	Spojité veličiny X a Y
Sdružená hustota:	
$P[(X,Y) = (x,y)]$	$f_{X,Y}(x,y)$
Podmíněná hustota X za podmínky $Y = y$: =podminene rozdeleni	
$P(X = x \mid Y = y_l) = \frac{P[(X,Y) = (x, y_l)]}{P(Y = y_l)}$	$f_{X\mid Y}(x \mid y) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}$
Normalizace podmíněné hustoty:	
$\sum_k P(X = x_k \mid Y = y_l) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{X\mid Y}(x \mid y)\,dx = 1$
Podmíněná střední hodnota X za podmínky $Y = y$:	
$E(X \mid Y = y_l) = \sum_k x_k P(X = x_k \mid Y = y_l)$	$E(X \mid Y = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{X\mid Y}(x \mid y)\,dx$ ($+\infty$ = max x, $-\infty$ = min x)
Střední hodnota X:	
$E(X) = \sum_l E(X \mid Y = y_l) P(Y = y_l)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(X \mid Y = y) f_Y(y)\,dy$

Vyberova kovariance
$$s_{X,Y} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)(Y_i - \bar{Y}_n) = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - n\bar{X}_n \bar{Y}_n\right)$$

Vyberovy korelacni koeficient $r_{X,Y} = r = \frac{s_{X,Y}}{s_X s_Y}$

kovariance $\operatorname{cov}(X,Y) = E[(X - EX)(Y - EY)] = E[XY] - EX\,EY$

korelacni koeficient $\rho(X,Y) = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{\operatorname{var} X}\sqrt{\operatorname{var} Y}}$

X a Y jsou nekorelovane <=> cov(X,Y) = 0

X a Y jsou nezavisle => X a Y jsou nekorelovane

EXY = kdyz tabulka tak index(X)*index(Y)*pst

$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$

$\hat{Y}_i = a + b \cdot x_i$ = zavislost y na x

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)(Y_i - \bar{Y}_n)}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2} = \frac{s_{X,Y}}{s_X^2} = r_{X,Y}\frac{s_Y}{s_X}$$

$a = \bar{Y}_n - b\bar{x}_n$

zavislost x na y

$X_i = a + b \cdot y_i$

$b = \frac{s_{X,Y}}{s_Y^2}$

$a = \bar{X}_n - b\bar{Y}_n$

kvadratickou regresi si prevedeme na linearni

X	x
Y	y

chceme $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_i^2 + \varepsilon_i$

prevedeme na:

Z=X²	x²
Y	y

$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 z_i + \varepsilon_i$

$[fg]' = f'g + fg'$ součinové pravidlo

$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ podílové pravidlo

$(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$

$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$$
$$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)\cdot(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot(a^2 + ab + b^2)$$

- **Výběrový průměr**
  $$\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$ = odhad stredni hodnoty
- **Výběrový rozptyl**
  $$s_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}_n)^2 = (1/(n-1)) \cdot (\Sigma(X_i^2) - n\bar{X}_n^2)$$
- **Výběrová směrodatná odchylka**
  $$s_n = \sqrt{s_n^2}$$
- **k-tý výběrový moment**
  $$m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$$

odhad parametru je nestranny kdyz $E\hat{\theta}_n(X_1, \dots, X_n) = \theta$. pro všechna $\theta \in \Theta$.

odhad parametru je konzistentni $\lim_{n \to +\infty} P\left(|\hat{\theta}_n(X_1, \dots, X_n) - \theta| \ge \epsilon\right) = 0.$

pro kazde $\epsilon > 0$ a $\theta \in \Theta$

intervalovy odhad pro stredni hodnotu

oboustranny

zname rozptyl => normalni rozdeleni

$$(L,U) = \left(\bar{X}_n - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \bar{X}_n + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

nezname rozptyl => studentovo rozdeleni

$$(L,U) = \left(\bar{X}_n - t_{\alpha/2,n-1}\frac{s_n}{\sqrt{n}}, \ \bar{X}_n + t_{\alpha/2,n-1}\frac{s_n}{\sqrt{n}}\right)$$

jednostranny

$(-\infty, +\infty)$

α misto $\alpha/2$

intervalovy odhad pro rozptyl

oboustranny

$$(L,U) = \left(\frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}, \ \frac{(n-1)s_n^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}\right)$$

jednostranny

$(0, +\infty)$

α misto $\alpha/2$

Hladina vyznamnosti = α

Chceme aby P(zamitnuto H_0 | H_0 plati) $\le \alpha$

- Zamítneme H_0, ačkoli platí – **chyba prvního druhu.**
- Nezamítneme H_0, ačkoli neplatí (platí H_A) – **chyba druhého druhu.**

Pro test na hladine vyznamnosti α potrebujeme 1 - α interval spolehlivosti

alternativa je 'vetsi nez' => jednostranny horni interval spolehlivosti (neco, +∞)

alternativa je 'mensi nez' => jednostranny dolni interval spolehlivosti (-∞ ,neco)

alternativa je oboustranna => oboustranny interval

momentova metoda

1) teoreticke momenty (EX)

2) vyjadreni parametru

3) teoretické momenty nahradíme výběrovými momenty

$$E(X^k) = \begin{cases} \sum_{\text{all } x_i} x_i^k P(X = x_i) & \text{pro } X \text{ diskrétní,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x)\,dx & \text{pro } X \text{ spojitou.} \end{cases}$$

$$\widehat{EX_i^k} = m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k$$

$\hat{\lambda}_n = 1/\bar{X}_n = 1/m_d$

metoda maximalne verohodnosti

1) definujeme verohodnostni funkci

$$L(\theta) = \begin{cases} \prod_{i=1}^{n} f_\theta(x_i) & \text{pro spojité rozdělení} \\ \prod_{i=1}^{n} P_\theta(X_i = x_i) & \text{pro diskrétní rozdělení} \end{cases}$$

2) hledame parametr pro ktery je $L(\theta)$ maximalni

2)a) casto se vyplati hledat pomoci $\ell(\theta) = \ln(L(\theta))$

2)b) max: derivace $\ell(\theta) = 0$ (derivace podle parametru)

ln(Π(d)) = Σ(ln(d))