

Omówienie zadania Książka telefoniczna

Filip Konieczny

4 lipca 2024

1 Omówienie

Po przetłumaczeniu treści na język grafowy zadanie jest następujące: mamy podany graf oraz ciąg zapytań o pary wierzchołków. Dla każdego zapytania należy wypisać, czy oba wierzchołki znajdują się w jednej spójnej składowej.

Pokażemy dwa sposoby jak można rozwiązać to zadanie:

Przeglądanie grafu

Możemy ponumerować składowe grafu, tak, żeby każdy wierzchołek wiedział, jaki jest numer składowej, w której się znajduje (efektywnie znaczy to, że wszystkie składowe zostały pokolorowane na różne kolory). Po tym odpowiadanie na zapytania jest już proste: dwa wierzchołki są w jednej składowej wtedy i tylko wtedy gdy mają ten sam kolor.

Kolorowanie/numerowanie składowych można zrealizować za pomocą dowolnego algorytmu przeglądania grafu, np. DFS lub BFS. Uzyskujemy algorytm działający w złożoności $\mathcal{O}(n + m + q)$, czyli liniowej.

Find-Union

Struktura Find-Union także pozwala nam rozwiązać to zadanie. Dodanie krawędzi to operacja **Union** (o ile wierzchołki są w różnych zbiorach). Zapytanie czy są w jednej spójnej składowej to porównanie ich reprezentantów, których znajdujemy za pomocą operacji **Find**.

Uzyskane rozwiązanie działa w złożoności $\mathcal{O}(n + (m + q)T(n))$, gdzie $T(n)$ to amoryzowany czas działania operacji **Find**, zależny od implementacji. Warto zauważyć, że to rozwiązanie jest poprawne, kiedy krawędzie oraz zapytania są wymieszane, tzn. musimy odpowiadać na zapytania na grafie, któremu może przybywać krawędzi.