Omówienie zadania Odcinki

1 Oznaczenia

Dla wektorów $\overrightarrow{V_1} = [x_1, y_1], \overrightarrow{V_2} = [x_2, y_2]$ oznaczamy

$$V_1 \times V_2 = x_1 y_2 - y_1 x_2$$

i nazywamy tę operację *iloczynem wektorowym* (aczkolwiek nazwa ta jest nieadekwatna i poprawniej byłoby to określać *wartością iloczynu wektorowego*).

Przez $sgn(x)$ będziemy rozumieć funkcję *signum* zdefiniowaną następująco:

$$sgn(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x > 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \\ \text{-1} & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

Dla punktów $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$ wektor $\overrightarrow{AB}$ ma współrzędne $[x_B - x_A, y_B - y_A]$.

Dodatkowo, dla współliniowych punktów A, B, C definiujemy funkcję $OnLine(A, B, C)$ zwracającą prawdę, gdy punkt C należy do odcinka (domkniętego) AB. Przykładowy pseudokod:

Jeśli $min(x_A, x_B) \leqslant x_C \leqslant max(x_A, x_B)$ i $min(y_A, y_B) \leqslant y_C \leqslant max(y_A, y_B)$ to zwróć prawdę, w przeciwnym wypadku zwróć fałsz.

2 Rozwiązanie

Dane są cztery punkty A, B, C, D i chcemy sprawdzić, czy odcinki domknięte AB i CD się przecinają. Oznaczmy najpierw

- $w = sgn(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC})$,
- $x = sgn(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD})$,
- $y = sgn(\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CA})$,
- $z = sgn(\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CB})$

Jeśli $w \neq x$ i $y \neq z$, to odcinki się przecinają (C, D leżą po różnych stronach odcinka AB i A, B leżą po różnych stronach odcinka CD). W przeciwnym wypadku sprawdzamy czy odcinki przecinają się w sposób zdegenerowany (tzn. jeden z końców odcinka leży na drugim odcinku). Są to cztery ify:

- $if(w = 0 \wedge OnLine(A, B, C)) \implies$ TRUE,
- $if(x = 0 \wedge OnLine(A, B, D)) \implies$ TRUE,
- $if(y = 0 \wedge OnLine(C, D, A)) \implies$ TRUE,
- $if(z = 0 \wedge OnLine(C, D, B)) \implies$ TRUE

Jeśli żaden z powyższych warunków nie zachodzi, odcinki się nie przecinają.